

### СОДЕРЖАНИЕ

1	Введение	3
2	Исследование функции	4
3	Исследование кубического сплайна	8
	3.1 Методика рассчета сплайна в математическом пакете " $Scilab$ "	11
	3.2 Графики сплайна операциями в математическом пакете " $Scilab$ " .	12
	3.3 Листинг проводимых расчётов в математическом пакете " $Scilab$ " .	13
4	Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов	15
5	вывод	17
$\mathbf{C}_{1}$	писок литературы	17

Инв. № дубл.					
Взам. инв. №					
Подп. и дата				T	
По	Изм Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант №4
Инв. № подл.	Разраб. Пров. Н. контр. Утв.	Жилинский А ПрокшинА.Н.		,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	Пояснительная записка Лит. Лист Листов К Курсовой работе по дисциплине "Информатика"

### 1 ВВЕДЕНИЕ

**Цель курсовой работы**: Уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности.

**Тема курсовой работы**: Решение математических задач с использованием математического пакета "Scilab"или "Reduce-algebra".

#### Содержание курсовой работы:

- 1. Даны функции  $f(x) = \sqrt{3}(x) + cos(x)$  и  $g(x) = cos(2x + (\frac{\pi}{3}) 1)$ 
  - а) Решить уравнение f(x)=g(x)
  - б) Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке  $[0;\frac{5\pi}{6}]$
- 2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах  $V_y$  и  $V_x$ .

Построить на графике функцию f(x), полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций.

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Постановка задачи. Для изготовления п видов изделий  $N_1, N_2, ..., N_n$  необходимы ресурсы m видов: трудовые, материальные, финансовые и др. Известно требуемое количество отдельного i-го ресурса для изготовления каждого j-го изделия. Назовем эту величину нормой расхода  $c_i j$ . Пусть определено количество каждого вида ресурса, которым предприятие располагает в данный момент, -  $a_i$ . Известна прибыль i, получаемая предприятием от изготовления каждого j-го изделия. Требуется определить, какие изделия и в каком количестве должны производиться предприятием, чтобы прибыль была максимальной.

_				
$II_{\mathcal{D} \mathcal{M}}$	Лист	No morena	Подп.	Лата
VI3M	JINCI	№ докум.	110дп.	дата

### 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ

Выражений ограничивающих область определения в указанных функциях не наблюдается, значит, областью определения будет являться множество вещественных чисел  $(x\epsilon R)$ 

а) Решить уравнение f(x)=g(x)

Если  $\sqrt{3}sin(x) + cos(x) = cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$ , то:

•  $\sqrt{3}sin(x) + cos(x) = 0$ ;

$$3tq(x) + 1 = 0$$
:

$$tg(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3};$$

•  $cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1 = 0;$ 

$$2x + \frac{\pi}{3} = \arccos 1 = 0;$$

$$2x = -\frac{\pi}{3};$$

Ответ: Функции равны при  $x=-\frac{\pi}{6}+\pi k, k\epsilon Z$ 

б) Исследовать функцию h(x)=f(x)-g(x) на промежутке  $[0;\frac{5\pi}{6}];$ 

План исследования:

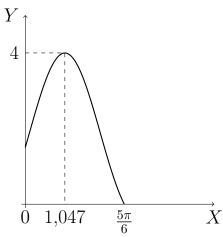
- 1) Построить график функции.
- 2) Найти область определения функции. Выделить особые точки (точки разрыва).
- 3) Проверить наличие вертикальных асимптот в точках разрыва и на границах области определения.
- 4) Найти точки пересечения с осями координат.
- 5) Установить, является ли функция чётной или нечётной.
- 6) Определить, является ли функция периодической или нет.
- 7) Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции.
- 8) Найти точки перегиба и интервалы выпуклости-вогнутости.

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

$$h(x) = \sqrt{3}sin(x) + cos(x) - cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$$

График функции отображен на рисунке 1. Так-же на нём отмечен локальный максимум, находящийся в точке (x=1.04,y=4).

Рисунок 1 — Функция на промежутке от 0 до  $\frac{5\pi}{6}$ 



Область определения функции не ограничена, следовательно точки разрыва отсутствуют.

Найдём точку пересечения с Оу, приравняв х к 0.

 $\sqrt{3}sin(0)+cos(0)-cos(2*0+\frac{\pi}{3})+1=1.5$  - точка  $(0\ ,\, 1.5)=>$  что так же является левой границей области определения.

Найдём точку пересечения с Ох, приравняв функцию к 0.

$$\sqrt{3}sin(x) + cos(x) - cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 1 = 0;$$

 $x=\frac{5\pi}{6}$  - точка  $(\frac{5\pi}{6}\;,0)=>$  что так-же являеться правой границей области определения.

Обе границы определились, отсюда значит что вертикальные асимптоты на границах функции отсутствуют.

Функция не обладает признаками чётности/нечётности на заданом интервале по определнию  $h(-x) \neq h(x) \neq -h(x)$ .

На заданом интервале  $h(x+T) \neq h(x) = >$  функция не обладает свойствами периодичности.

-	_			
τ.τ	TT	Мо	Π	77
V13.	м. Лист	№ докум.	110дп.	дата
Из	м Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Для поиска точек экстремума возьмём первую производную.

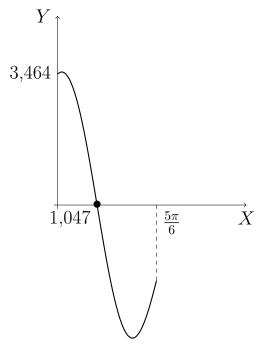
$$h'(x) = -sinx + 2sin(\frac{1}{3}(6x+\pi)) + \sqrt{3}cosx$$
 или

$$h'(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 2\cos(x + \frac{\pi}{6})$$

И приравняем её нулю

$$2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 2\cos(x + \frac{\pi}{6}) = 0$$

Рисунок 2 — Первая производная на промежутке от 0 до  $\frac{5\pi}{6}$ 



Из графика понимаем, что производная имеет одну стационарную точку (1,047).

На интервале (0 , 1.047) производная положительна => функция возрастает.

На оставшемся интервале  $(1.047, \frac{5\pi}{6})$  производная отрицительна => функция убывает.

Для нахождения точек перегиба и определения выпуклости/вогнутости необходимо найти вторую производную.

$$h''(x) = -\sqrt{3}\sin(x) - \cos(x) + 4\cos(2x + \frac{\pi}{3})$$
 или

$$h''(x) = -2\sin(x + \frac{\pi}{6}) + 4\cos(2x + \frac{\pi}{3})$$

Дата

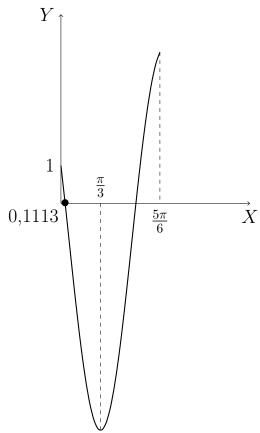
Подп.

№ докум.

Лист

$$-2sin(x + \frac{\pi}{6}) + 4cos(2x + \frac{\pi}{3}) = 0$$

Рисунок 3 — Вторая производная на промежутке от 0 до  $\frac{5\pi}{6}$ 



На графике видно, что на интервале (0.1113,1.983) вторая производная отрицательна => на этом интервале функция выпукла. На оставшихся двух промежутках функция вогнута.

Инв. № подл. Подп. и дата Взам. инв. № Инв. № дубл. Подп. и дата

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

## 3 ИССЛЕДОВАНИЕ КУБИЧЕСКОГО СПЛАЙНА

Сплайн представляет собой функцию, проходящую через жёстко заданные точки таким образом, чтобы потенциальная энергия изгибов принимала минимальное значение. Данный эффект достигается нахождением четвёртой производной данной функции, которая принимает значение 0. Исходя из этого сплайн можно представить как полином третьей степени на каждом отрезке  $(xi, x_{i+1})$ .

Заданы точки:

I (0,5)
II (0.25, 4.6)
III (1.25,5.7)
IV (2.125,5.017)
V (3.25,4333)

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Составим 8 уравнений функций:

$$f_1(I) = A_{10} + A_{11}I + A_{12}I^2 + A_{13}I^3$$

$$f_1(II) = A_{10} + A_{11}II + A_{12}II^2 + A_{13}II^3$$

$$f_2(II) = A_{20} + A_{21}II + A_{22}II^2 + A_{23}II^3$$

$$f_2(III) = A_{20} + A_{21}III + A_{22}III^2 + A_{23}III^3$$

$$f_3(III) = A_{30} + A_{31}III + A_{32}III^2 + A_{33}III^3$$

$$f_3(IV) = A_{30} + A_{31}IV + A_{32}IV^2 + A_{33}IV^3$$

$$f_4(IV) = A_{40} + A_{41}IV + A_{42}IV^2 + A_{43}IV^3$$

$$f_4(V) = A_{40} + A_{41}V + A_{42}V^2 + A_{43}V^3$$

3 уравнения f' в точках склейки:

$$A_{11} + 2A_{12}II + 3A_{13}II^{2} = A_{21} + 2A_{22}II + 3A_{23}II^{2}$$

$$A_{21} + 2A_{22}III + 3A_{23}III^{2} = A_{31} + 2A_{32}III + 3A_{33}III^{2}$$

$$A_{31} + 2A_{32}IV + 3A_{33}IV^{2} = A_{41} + 2A_{42}IV + 3A_{43}IV^{2}$$

3 уравнения f'' в точках склейки:

					_
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	
£13M.	JIHCI	<i>н</i> - докум.	110дп.	дата	

Вариант №4

Лист

3

$$2A_{12} + 6A_{13}II = 2A_{22} + 6A_{23}II$$
$$2A_{22} + 6A_{23}III = 2A_{32} + 6A_{33}III$$
$$2A_{32} + 6A_{33}IV = 2A_{42} + 6A_{43}IV$$

 $\Pi$ , наконец, f'' = 0 в крайних точках (для свободных концов)

$$2A_{12} + 6A_{13}I = 0$$
$$2A_{42} + 6A_{43}V = 0$$

Из получившихся 16 уравнений составим матрицу:

Её решение представляется данной матрицой-вектором:

 $\begin{array}{l} -1.9649258 \\ 5.709D-16 \\ 5.8388133 \\ 5.1288715 \\ -3.5113836 \\ 6.1858312 \\ -2.4089617 \\ -2.254818 \\ 14.209471 \\ -7.9908526 \\ 1.3714874 \\ 13.044711 \\ -7.3898639 \\ 2.1735403 \\ -0.2229272 \\ \end{array}$ 

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв.

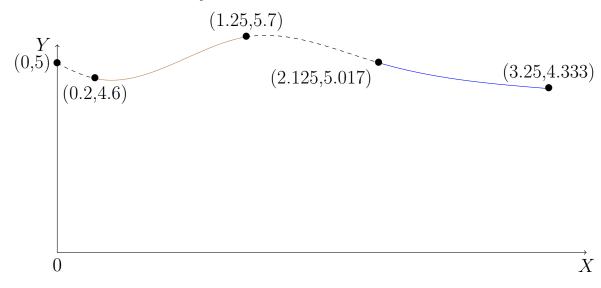
Подп. и дата

подл.

В итоге система уравнений для сплайна выглядит так:

$$f(x) = \begin{cases} f1(x) = 5.8388133x^3 - 1.9649258x + 5\\ f_2(x) = -2.4089617x^3 + 6.1858312x^2 - 3.5113836x + 5.1288715\\ f_3(x) = 1.3714874x^3 - 7.9908526^2 + 14.209471x - 2.254818\\ f_4(x) = -0.2229272x^3 + 2.1735403x^2 - 7.3898639x + 13.044711 \end{cases}$$

Рисунок 4 – Сплайн и его точки



	<u> </u>		<u> </u>	· · · · · ·		7
	Изм Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант №4	Лист 10

С помощью функции splin вычисляются коэффициенты сплайна. Полная структура данной команды имеет следующее написание splin(x,y,"parameter").

Аргумент "*parameter*" - условие определния коэффициентов кубического сплайна:

- а) Not \_ a \_ knot. Третья производная слева и справа равна для точек  $x_2, x_{x-n}$
- b) fast «быстрый». Насчет сплайна на основе обычной интерполяции кубическим полиномом
- d) monotone. На интервалах между узлами интерполяции интерполятор является монотонным
- e) natural. Производные в точках x1,xn интерполяторы равны нулю.

Построение кубического сплайна в Scilab состоит из двух этапов: вначале вычисляются коэффициенты сплайна с помощью функции  $d{=}\mathrm{splin}(x{,}y)$ 

затем рассчитывается значения интерполяционного полинома в точке y=interp(t,x,y,d).

Функция d=splin(x,y) имеет следующие параметры: x — строго возрастающий вектор, состоящий минимум из двух компонент; y — вектор того же формата, что и x; d — результат работы функции, коэффициенты кубического сплайна.

Для функции y=interp(t,x,y,k) параметры x,y и d имеют те же значения, параметр t= это вектор абсцисс, а y= вектор ординат, являющихся значениями кубического сплайна в точках x.

Из расчётов ясно что коэффициенты сплайна равны: koeff =

- 2.1008999 0.5831182 0.6094913 - 1.0681128 0.8781788

Инв. № подл. Подп. и дата Взам. инв. № Инв. № дубл. Подп. и дата

Изм Лист № докум. Подп. Дата

Вариант №4

Лист

# 3.2 Графики сплайна операциями в математическом пакете "Scilab"

График отображающий 5 режимов сплайна выглядит так:

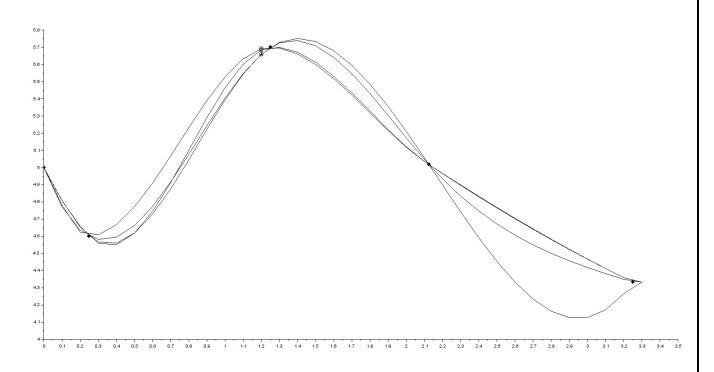


График сплайна в разных режимах

Инв. № дубл.				
Взам. инв. №				
Подп. и дата				
Инв. № подл.	Изм Лист № докум.	Подп. Дата	Вариант №4	Лист 12

# 3.3 Листинг проводимых расчётов в математическом пакете "Scilab"

Приведем ниже распечатку команд, необходимых для вычисления коэфициента сплайна и построения графиков, а также результат работы команд.

```
-->y=[5, 4.6, 5.7, 5.017, 4.333];
-- > plot2d(x,y,-4);
-- > koeff = splin(x,y,"not a knot")
-->koeff = -2.781606 -0.5467152 0.6935759 1.576748 1.4814751
-->X=[1.2];
-->Y=interp(X,x,y,koeff)
Y =
5.6594289
-- > plot2d(X,Y,-3);
-->t=0:0.1:3.5;
-- > ptd = interp(t, x, y, koeff);
-- > plot2d(t,ptd);
-- > plot2d(x,y,-4);
-- > koeff = splin(x,y,"fast")
koeff =
-2.14 -1.06 0.0970286 -0.7050714 -0.5109286
-->X=[1.2];
-->Y=interp(X,x,y,koeff)
Y =
5.6851291
-- > plot2d(X,Y,-3)
-->t=0:0.1:3.5;
-- > ptd = interp(t, x, y, koeff);
-- > plot2d(t,ptd);
-- > plot2d(x,y,-4);
-- >koeff=splin(x,y,"monotone")
```

Подп.

Дата

№ докум.

Лист

13

Вариант №4

-->x=[0 0.25 1.25 2.125 3.25];

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

Изм. Лист

```
koeff =
-2.14 0. 0. -0.6871203 -0.5109286
-->X=[1.2];
-->Y=interp(X,x,y,koeff)
Y =
5.692025
-- > plot2d(X,Y,-3);
-->t=0:0.1:3.5;
-- > ptd = interp(t, x, y, koeff);
-- > plot2d(t,ptd);
-- > plot2d(x,y,-4);
-- >koeff=splin(x,y,"natural")
koeff =
-1.9649258 -0.8701483 0.6611867 -1.1722845 -0.3258577
-->X=[1.2];
-->Y=interp(X,x,y,koeff)
Y =
5.6601223
-->plot2d(X,Y,-3);
-->t=0:0.1:3.5;
-- > ptd = interp(t, x, y, koeff);
-- > plot2d(t,ptd);
-- > ptd = interp(t, x, y, koeff);
-- > plot2d(t,ptd);
      Таким образом мы при помощи анализа и SciLab:
нашли коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, пред-
ставленные в векторах V_y и V_x.
построили на графике функцию f(x), полученную после нахождения коэффици-
ентов кубического сплайна.
представили графическое изображение результатов интерполяции исходных дан-
ных различными методами с использованием встроенных функций.
```

Вариант №4

Лист

Подп. и дата

Инв. № дубл.

инв.  $N^{\underline{o}}$ 

Взам. 1

и дата

Подп.

Инв. № подл.

Изм. Лист

Подп.

Лата

№ докум.

## 4 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ РЕСУРСОВ

Таблица 1 – Условия поставленой задачи

Исп. рес-ы	Изд_1	Изд_2	Изд_3	Изд_4	Наличие
Труд.	8	5	5	7	18
Матер.	4	4	9	5	12
Фин.	5	7	4	3	34
Profit	45	55	60	32	

Анализ задачи показал, что ее решение сводится к поиску максимума функции. Для решения данной задачи был написан скрипт(pascal .net), который на остнове предоставленных данных определил случай обеспечиший наибольшую выгоду. Структура программы такова:

```
const N1: array [1..4] of integer= (8,4,5,45);
const N2: array [1..4] of integer= (5,4,7,55);
const N3: array [1..4] of integer= (7,5,3,32);
var Ntop: array [1..3] of integer;
```

var ivop. array [1...5] or meege.

var at, am, af, maxp: integer;

Begin

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

Ntop[1]:=0; Ntop[2]:=0; Ntop[3]:=0;

at:=18; am:=12; af:=34;

 $\max_{i=0}$ 

for i:integer:=0 to 2 do

for j:integer:=0 to 3 do

for k:integer:=0 to 2 do

If ((N1[1]\*i+N2[1]\*j+N3[1]\*k<=at) and

(N1[2]\*i+N2[2]\*j+N3[2]\*k<=am) and

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	

Вариант	$N_{\underline{0}}4$
---------	----------------------

```
(N1[3]*i+N2[3]*j+N3[3]*k<=af)) then
if ((N1[4]*i+N2[4]*j+N3[4]*k)>maxp) then
begin
maxp:=(N1[4]*i+N2[4]*j+N3[4]*k);
Ntop[1]:=i; Ntop[2]:=j; Ntop[3]:=k;
end;
Writeln(maxp, ', ', Ntop[1], ', ', Ntop[2], ', ', Ntop[3]);
end.
```

Вывод данной программы выглядит следующим образом: 165, 0, 3,0

Ответ: Прибыль максимальна при производстве 3х единиц изделия №2 и равна 165 условным единицам.

Подп. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

### 5 ВЫВОД

В процессе выполнения курсовой работы были получены навыки работы в математичекома пакете "Scilab" для анализа функций и расчета слайна, вычисления погрешностей, рассмотрен способ решения задачи при помощи вычисления максимума функции. Отработаны навыки интеграции программ на языке "Pascal"и функций из математического пакета "SciLab" в системе компьютерной верстки "Latex" и особенности использования сочетания функций при оформлении документа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.Наука, 1980.
- 2. Калиткин. Численные методы. М.,Мир, 1980.
- 3. "Разделённая разность". https://ru.wikipedia.org/wiki/Разделённая\_разность
- 4. Д. К. Морозов, А. Я. Пархоменко. *Подготовка документов в издательской системе Латех.* Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, 2011.
- 5. Андриевский А.Б., Андриевский Б.Р., Капитонов А.А., Фрадков А.Л. *РЕШЕ-НИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ В SCILAB* Санкт-Петербург: НИУ ИТМО, 2013. 97 с.

Подп. и д	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата