Alain Domínguez Fuentes

Respostas

1- Problema de otimização lineal com variáveis inteiras
2- Para dar prioridade ao pedido firme das redes varejistas usei a função objetivo do problema. A ideia é penalizar a função objetivo caso uma demanda de pedido firme não seja cumprida. Agora para quantificar a penalização pego o maior ganho possível para um certo produto e multiplico pela máxima demanda em todos os pedidos. Essa penalização é equivalente a remover o ganho obtido em outras demandas associado com as bicicletas que poderiam ter ido para a demanda firme que não foi cumprida.
3- Representação algébrica do problema

Variáveis:

Seja L o conjunto de linhas de produção, P o conjunto de produtos possíveis, D o conjunto de pedidos e T o conjunto de meses em que a demanda deve ser atendida.

Seja o conjunto de variáveis ConexaoLD conformado pelas variáveis X_{LPDT} representante da quantidade de bicicletas produzidas por uma linha de produção em L para satisfazer uma demanda em D com um produto do conjunto P em um mês de trabalho em T.

Seja também o conjunto de variáveis LineaEstoque conformado pelas variáveis Y_{LPT} representantes da quantidade de bicicletas produzidas por uma linha de produção em L em um mês do conjunto T de um tipo de produto em P.

Seja também o conjunto de variáveis EstoqueRetatail conformado pelas variáveis Z_{PDT} representantes da quantidade de bicicletas produzidas por uma demanda em D em um mês do conjunto T de um tipo de produto em P.

Seja S_{PDT} um conjunto das variáveis representante de se foi cumprido o pedido firme na demanda D para o produto D no mês T.

Seja $LINHA_{L}$ o conjunto de variáveis binarias referentes a se a linha L foi ativada.

Seja COOP, RECIC, LIXO variáveis inteiras

Constantes:

Seja DemPDT e PedPDT o conjunto de elementos representantes da demanda D para o produto P no momento de tempo T e o conjunto de elementos referentes ao pedido firme da demanda D para o produto P no momento de tempo T respetivamente.

Seja DEMTTAL e PED constantes representante da quantidade de produto demandada no ano.

Seja EficLP o conjunto de variáveis representantes da eficiência da linha de produção L para o produto P (a eficiência aparece no texto como unid/min, fiz a conversão para unid/horas)

Seja CAPL a capacidade produtiva em horas por mês para linha de produção L

Seja ESTOQUE a capacidade de armazenamento dentre a fábrica e o parceiro

Seja $ESTOQUE_{FABRICA}$ a capacidade de armazenamento da fábrica

Seja $PRECO_{PARCEIRO}$ o preco por unidade de estoque do parceiro da fábrica

Seja DemP o total de demanda para um produto P

Seja DemDPT a demanda especifica de um produto no mês T

Seja MAX_CAPACIDADE a quantidade máxima de bicicletas que consegue produzir qualquer linha de produção em um mês.

Seja $DESCARTE_P$ a quantidade de produto a ser descartado em uma unidade do produto P

Seja $COOP_{CAPACITY}$, $RECIC_{CAPACITY}$ e $LIXO_{CAPACITY}$ as capacidades da cooperativa, unidade de reciclagem e unidades de descarte de lixo respetivamente.

Seja $GANHO_{PT}$ o a diferença dentro o custo e preço de uma unidade de produto P no mês T

Seja $CUST_L$ o custo de ativar a linha de produção L

Seja MP a quantidade de subproduto máxima que pode ser gerada para a quantidade de produto em demanda.

Restrições:

Restrição de demanda: para cada demanda especifica deve ser enviada uma quantidade de bicicletas menor ou igual que o total da demanda

- $\forall PDT\ ((\sum X\_LPDT) + \ Z\_PDT) \leq DemPDT$

Restrição de satisfação do cliente: Serão criadas restrições para definir variáveis binarias representantes de se foi cumprido o pedido firme ou não.

- $\forall PDT(-\mathrm{DEMTTAL} + \mathrm{SPDT} * \mathrm{DEMTTAL} \leq (\sum X\_LPDT) + \ Z\_PDT - \mathrm{PedPDT})$
- $\forall PDT(\mathrm{SPDT} * \mathrm{DEMTTAL} \geq (\sum X\_LPDT) + \ Z\_PDT - \ \mathrm{PedPDT})$

Restrição de capacidade produtiva: em cada linha de produção não pode ser produzido uma quantidade de bicicletas equivalente a um número de horas maior que as reportadas na capacidade da linha.

- $\forall LT((\sum \frac{1}{\mathrm{EficLP}} X\_LPDT) + (\sum \frac{1}{\mathrm{EficLP}} \mathrm{Y\_LPT}) \leq \mathrm{CAPL})$

Restrição de controle de estoque: A quantidade de bicicletas no estoque deve ser sempre maior ou igual zero

Sejam as variáveis temporais $INPUT_{PT}$ e $OUTPUT_{PT}$

- $\forall P(INPUT_{P0} = 0)$
- $\forall PT(INPUT_{PT} = INPUT_{P(T-1)} + (\sum Y\_LPT))$
- $\forall P(OUTPUT_{P1} = 0)$
- $\forall PT(OUTPUT_{PT} = OUTPUT_{P(T-1)} + (\sum Z\_PDT))$
- $\forall PT((\sum INPUT_{PT}) - (\sum OUTPUT_{PT}) \geq 0)$
- $\forall PT((\sum INPUT_{PT}) - (\sum OUTPUT_{PT}) \leq \mathrm{ESTOQUE})$, neste caso no ultimo mês consideramos a igualdade o que representa que não deve ficar produtos em estoque.

Restrição de demanda total: Para cada produto a quantidade de produto produzido é menor ou igual que a demanda do produto

- $\forall P((\sum X\_LPDT) \leq DemP)$

Restrição custo de ativação: São criadas as restrições para variáveis binarias indicando se a linha de produção foi ativada ou não. A restrição está baseada em que uma linha é ativada se pelo menos é produzida uma bicicleta nela.

- $\forall L(\mathrm{LINHA_L} \leq (\sum X\_LPDT) + (\sum Y\_LPT))$
- $\forall L(\sum X\_LPDT) + (\sum Y\_LPT) \leq \mathrm{LINHA_L} * \mathrm{MAX\_CAPACIDADE})$

Restrição de subprodutos: Neste caso a restrição irá quantificar 3 variáveis inteiras representando a quantidade de produto descartável que irá ser enviado para cada um dos customers. COOP, RECIC, LIXO

Quantidade de subproduto que vai para a cooperativa (max dentre a quantidade de subproduto e capacidade da cooperativa)

Seja a variável binaria temporária tmp1

- $\forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * X\_LPDT) + \forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * Y\_LPT) \leq COOP + 2 * MP * tmp1$
- $COOP \leq \forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * X\_LPDT) + \forall P((\sum \mathrm{DESCARTE_P} * Y\_LPT)) + 2 * MP * tmp1$
- $\mathrm{COOP_{CAPACITY}} \leq COOP + 2 * MP * (1 - tmp1)$
- $COOP \leq COOP_{CAPACITY} + 2 * MP * (1 - tmp1)$

Quantidade de subproduto que vai para as unidades de reciclagem (max dentre a quantidade de subproduto menos o que ficou em cooperativa e capacidade da cooperativa)

Seja a variável binaria temporária tmp2

- $\forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * \ X\_LPDT) + \forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * \ Y\_LPT) - COOP \leq RECIC + \ 2 * MP * tmp2$
- $RECIC \leq \ \forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * \ X\_LPDT) + \ \forall P((\sum \mathrm{DESCARTE_P} * \ Y\_LPT)\ ) - COOP \ + 2 * \ MP * tmp2$
- $\mathrm{RECIC_{CAPACITY}} \leq RECIC + 2 * MP * (1 - \ tmp2)$
- $RECIC \leq RECIC_{CAPACITY} + 2 * MP * (1 - \ tmp2)$

Quantidade de subproduto que vai para as unidades de lixo (max dentre capacidade da cooperativa e a quantidade de subproduto menos o que ficou nas cooperativas e reciclagem)

Seja a variável binaria temporária tmp3

- $\forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * \ X\_LPDT) + \forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * \ Y\_LPT) - COOP \ - RECIC \ \leq LIXO + \ 2 * MP * tmp3$
- $LIXO \leq \ \forall P(\sum \mathrm{DESCARTE_P} * \ X\_LPDT) + \ \forall P((\sum \mathrm{DESCARTE_P} * \ Y\_LPT)\ ) - COOP - \ RECIC \ + 2 * \ MP \ * tmp3$
- $\mathrm{LIXO_{CAPACITY}} \leq LIXO + 2 * MP * (1 - \ tmp3)$
- $LIXO \leq LIXO_{CAPACITY} + 2 * MP * (1 - \ tmp3)$

Função objetivo (dividida em fragmentos de suma)

Ganho-custo de demanda

- $\forall D \ ((\sum GANHO_{PT} * \ X\_LPDT) + GANHO_{PT} * \ Z\_PDT)$

Custo de estoque

- $\forall PT \sum((INPUT_{PT} - \ OUTPUT_{PT} \ - \ ESTOQUE_{FABRICA}) * PRECO_{PARCEIRO})$

Custo de ativação

- $\forall L \sum LINHA_L * CUSTO_L$

Custo de satisfação do pedido firme

- $\forall PDT \sum \mathrm{SPDT} * \mathrm{DemDPT} * \mathrm{GANHO\_MAX}$

Custo de subproduto

- $COOP * (PRECO_{COOP} - CUSTO_{COOP}) + RECIC * (PRECO_{RECIC} - CUSTO_{RECIC}) + LIXO * (PRECO_{LIXO} - CUSTO_{LIXO})$

Uma análise relevante do modelo é que no caso do subproduto a quantidade de subproduto máxima que pode ser gerada tem como cota superior a demanda total de produto multiplicada pela maior taxa de produto gerado o que corresponde aproximadamente com 1896 kg de subproduto. Sabendo que a capacidade da

Cooperativa é maior que essa quantidade de produto e por tanto conseguimos alocar todo o subproduto aumentando a receita e simplificar nossas restrições eliminando as restrições de subproduto. No caso da função teremos que a mesma muda para quantidade de subproduto multiplicado pelo ganho que teremos por kg.

Enquanto aos produtos mais vendidos temos vários deles acima das 146 unidades e outras com uma taxa de venda bem baixa embaixo das 70 unidades.

Outra restrição menos representativa do problema é a relacionada com o custo de ativação dado que a função objetivo tem valores bastante grandes comparativamente com os custos de ativação.

4- Anexo encontrasse um código python com a implementação do modelo anterior
5- Em relação com a interpretação do saído do algoritmo não conheço especificamente o algoritmo que está rodando mais um algoritmo muito utilizado consiste em considerar contínuas as variáveis inteiras e resolver o problema usando o método Simplex. Logo depois ao encontrar uma solução são adicionadas restrições que fazem as variáveis da solução inteiras e logo depois o Simplex é rodado de novo.