Rapport de documentations

MARGUERITE Alain
RINCE Romain

Université de Nantes
2 rue de la Houssinière, BP92208, F-44322 Nantes cedex 03, FRANCE

Table des matières

0.1 Introduction 2
0.2 Méthodes de calculs 2
0.2.1 Méthodes formelles 2
0.2.2 Méthodes numériques 2
0.2.3 Méthode de résolution par intervalles 3
0.3 Résolution par Intervalles 3
0.3.1 L'Arithmétique des intervalles 3
0.3.2 Utilisation des intervalles pour la notion de contraintes . . . 4
0.3.3 Exemples d'application 4
0.4 Algorithmes sdfsdfsd 4
0.4.1 Données en entrée 4
0.4.2 Algorithmes 4
0.4.3 Données en sortie 4

0.1 Introduction

L'objectif de ce document est de décrire les notions essentielles à retenir en ce début de projet d'initiation à la recherche. Ces notions font parties d'un même sujet d'étude, au cœurs des travaux de l'équipe OPTI. Elles concernent le sujet des contraintes et des intervalles. Aussi des notions d'optimisation seront abordées.

0.2 Méthodes de calculs

Les méthodes de calcul sont les solutions apportées pour permettre la résolution de problèmes mathématiques en machine ; en particulier lorsque l'on cherche à résoudre des problèmes sur les nombres réels. Elles permettent par exemple la résolution des CSP (Constraint Satisfaction Solver) ou GCSP (Geometric Constraint Satisfaction Solver) peuvent être divisées en deux catégories les méthodes formelles et les méthodes numériques. Les méthodes de calcul sont les solutions apportées pour permettre la résolution de problèmes mathématiques en machine ; en particulier lorsque l'on cherche à résoudre des problèmes sur les nombres réels. Pour plus de détails sur la représentation flottante, on pourra se référer à la thèse de Frédéric Goualard [F.G00].

0.2.1 Méthodes formelles

Les méthodes formelles permettent de résoudre des système d'equations ou d'inéquations en utilisant au maximum le calcul symbolique. Les approches les plus classiques des méthodes formelles utilisent des théories, telles que les idéaux polynomiaux pour les bases de Gröbner, ou la théorie des déterminant pour la méthode du résultant. Ces méthodes ont l'énorme avantage de retourner des solutions exactes et complètes d'un système d'équation, ou tout du moins de minimiser l'utilisation de l'arithmétique flottante. L'équation (1) serait ainsi considéré comme équivalente à $-2a$.Cependant les résolutions de problèmes par des méthodes formelles sont forcément restreintes par les possibilités du calcul symbolique et ne pourront donc pas toujours offrir de solution et de mettre en oeuvre des algorithmes de comlpexité exponentielles.

0.2.2 Méthodes numériques

Les méthodes numériques consistent à évaluer de façon calculatoire la ou les solutions d'un problème. En effet elles sont capablent de résoudre n'importe quel système d'équation (ou d'égalités). Ainsi si l'on cherche la valeur de l'équation suivante pour a et b fixés :

$$\frac{(a-b)^2 - a^2 - b^2}{b} \tag{1}$$

la machine va affecter directement les calculs pour évaluer le résultats. Or l'utilisation de la représentation flottante et de son arithmétique pour simuler les opérations réelles va entrainer une diffusion et une augmentation de l'erreur de calcul, à tel point que l'on ne peut parfois plus assurer la validité d'une solution. On pourra d'ailleurs citer à titre d'exemple le problème de l'inversion d'une matrice mal conditionnée. Cependant ces calculs numériques utilisés par des méthodes de résolutions par intervalles permettent de contourner ces problèmes.

0.2.3 Méthode de résolution par intervalles

Cette méthode bien que numérique permet de garantir l'exactitude des résultats. Á son terme elle donne un encadrement plus ou moins grand de la ou les solutions. Dans la seconde partie de ce document nous allons revenir sur cette méthode pour détailler ses mécanismes. blah blahblah blahblah blahblah blahblah blahblah[A.G05] blahblah blah

dsfsdfsdf[Sch03] dsfsdfsdfsdf [Neu04]

0.3 Résolution par Intervalles

Les méthodes formelles et numériques, bien performantes par certains aspects, sont rapidement limité dans les calculs numériques exacts en préservant toutes solutions. C'est dans ce cadre que la méthode de résolution par intervalles ont toutes leurs places. Construite grâce à l'arithmétique des intervalles, elle utilise aussi des notions apportées par la programmation par contrainte.

0.3.1 L'Arithmétique des intervalles

Cette arithmétique permet un calcul sur un ensembles $\mathbb{I}$ d'intervalles sur $\mathbb{R}$. Les bornes $b1$ et $b2$ d'intervalle $[b1, b2]$ sont choisie en prenant un arrondi respectueusement inférieur à $b1$ et supérieur à $b2$ de manière à garantir l'exactitude des calculs. L'extension des fonctions aux intervalles, introduite par Moore en 1966, permet une «transition» à des intervalles grâce à opérateur d'encadrement. Une liste exhaustive des opérations de cet opérateur est listée dans [C.J02].

0.3.2 Utilisation des intervalles pour la notion de contraintes

blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah

0.3.3 Exemples d'application

blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah

0.4 Algorithmes sdfsdfsd

blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah

0.4.1 Données en entrée

blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah

0.4.2 Algorithmes

blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah

0.4.3 Données en sortie

blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah blah

Bibliographie

[A.G05] A.GOLDSZTEJN. *Déition et Applications des Extensions des Fonctions Réelles aux Intervalles Généralisés.* PhD thesis, Université de Nice-SOPHIA ANTIPOLIS UFR SCIENCES, Novembre 2005.

[C.J02] C.Jermann. *Résolution de contraintes géométriques par rigidification récursive et propagation d'intervalles.* PhD thesis, Université de Nice-SOPHIA ANTIPOLIS UFR SCIENCES, Decembre 2002.

[F.G00] F.Goualard. *Langage et environnements en programmation par contraintes d'intervalles.* PhD thesis, Université de Nantes, Juillet 2000.

[Neu04] Arnold Neumaier. Complete search in continuous global optimization and constraint satisfaction. In A. Iserles, editor, *Acta Numerica*, 2004.

[Sch03] Hermann Schichl. *Mathematical Modeling and Global Optimization.* PhD thesis, University of Vienna, November 2003.