Theory on Computational Frequencies

– ToCF –

Anton Obersteiner

March 31, 2018

1 Einfache Berechungen

1.1 Frequenz eines Tones

Die Frequenz des Tones n ermitteln:

$$f(n) = 440 \cdot 2^{\frac{n}{12}}$$

1.2 Verschiedene Schwingungen

1.2.1 Sinus

Die Auslenkung y zum Zeitpunkt t mit Frequenz f und einer Auflösung der Zeitachse dt und einer maximalen Auslenkung y_{max}

$$y(t) = \frac{(\sin(tf2\pi) + 1)y_{max}}{2}$$

Sei $f = 1\,\mathrm{Hz}$: Ist $dt = 32000\,\mathrm{Hz}$, so wird man eine sehr hochauflösende Kuve erhalten, bei $dt = 1\,\mathrm{Hz}$ ist es wahrscheinlich eine Gerade $y(t) = y_{max}$ oder, bei anderen dt, eine andere, sehr langsame Schwingung.

1.2.2 Sawtooth

Für Sägezahnkurven sieht die Funktion so aus:

$$y(t) = (tfy_{max}) \mod y_{max}$$

1.2.3 Square

Für eine Squarewave ist die Funktion

$$y(t) = \left[ft \mod 1 \geq \frac{1}{2}\right] y_{max}$$

1.2.4 Anschluss

Hat die Funktion $y_1(t)$ einen Anschluss an die Funktion $y_2(t)$ ab $t_{stop} = 5$ bei unterschiedlicher Frequenz ($f_1 = 1.5,\ f_2 = 2$) zu machen, kann dies durch vorrübergehende Leere im Interval (t_{max}, t_{stop}) erzeugt werden. Nützliche Definition: $[a] = \left\{\begin{smallmatrix}0 & \neg a\\ 1 & a\end{smallmatrix}\right.$

$$y_1(t) = f_1 t[t \leq t_{max}]y_{max} \mod y_{max}$$
$$y_2(t) = f_2 t[t \geq t_{stop}]y_{max} \mod y_{max}$$

y_1 wird nun auf seine nächste Nullstelle zu t_{stop} untersucht. Dies wird sein größtes erlaubtes t sein.

$$t_{max} = \frac{\lfloor t_{stop} f_1 \rfloor}{f_1}$$

Die endgültige Funktion:

$$y(t) = t[t_{max} \leq t \leq t_{stop}](f_1 + f_2)y_{max} \mod y_{max}$$

2 Beispiele

Einige interessante Formeln für eine python3-aplay-Pipe mit der Soundauflösung R und einer Konstante D (terminal: `python3 | aplay -r $R`):

$$y(t) = (tRf) \mod \left(\frac{30}{1 + \frac{t}{RD}}\right) + 60$$

```
y = lambda t: (t*R*f) mod 30.0/(1 + t/(R*D)) + 60
```

Dies ist eine lineare Zunahme der Tonfrequenz, auch wenn für den Menschen eher

$$y(t) = ((t * R * f/30)$$

```
y = lambda t: (t*R*f) / 30
```

linear klingen dürfte