Trabajo Práctico N°1: Polinomios

1) Dados $F(x) = 2x^4 - 8x + x^3$, $G(x) = 2x^3 - x^2$, $H(x) = -2x + x^3 - 2x^4 + 1$, calcular:

a) $\mathrm{H(x) + F(x) - G(x)}$ b) $\mathrm{3.F(x) - G(x).H(x)}$ c) $\mathrm{[G(x)]^2}$

2) Calcular el cociente y el resto en las siguientes divisiones. En caso de ser posible aplicar la regla de Ruffini. Para cada inciso, expresar $A(x) = B(x) \cdot C(x) + R(x)$. Siendo $A(x)$ el dividendo, $B(x)$ el divisor, $C(x)$ el cociente y $R(x)$ el resto de la división.

a) $\left(-9x^5 + \frac{1}{5}x^2 + 2x^4 - 6\right):(-3x^2)$

b) $(7x^3 + 6x^2 + 21x + 20):(x^2 + 3)$

c) $(3x^4 - 2x^2):(2x + 2)$

d) $(3x^3 + 2x^2 - 19x + 7):(x + 3)$

e) $\left(-37 + \frac{1}{5}x^3 + \frac{1}{2}x^2\right):(x - 5)$

f) $\left(4x^3 + x^6 - x - \frac{1}{16}x^4 + 2\right): \left(2x^2 - \frac{1}{2}x\right)$

3) Analizar si $A(x)$ es divisible por $B(x)$. En caso de ser posible, escribir $A(x)$ en forma factorizada.

a) $A(x) = x^3 - 23x - 28$ $B(x) = x + 4$

b) $A(x) = -6x + 9x^2 - 5$ $B(x) = x - 1$

c) $A(x) = x^3 - 8$ $B(x) = x + 2$

d) $A(x) = -3{,}1.x^2 + 0{,}16\,x + \frac{9}{50} + 3x^3$ $B(x) = \left(x + \frac{1}{5}\right)$

4) Indicar cuáles son las raíces de los siguientes polinomios y el orden de multiplicidad de ellas.

Polinomio	Raíces	Multiplicidad
$P(x) = 3(x-2)(x-3)$		
$Q(x) = (x+5)(x-4)^2$		
$R(x) = x(x+6)^4(x-7)^3$		

5) Expresar cada trinomio cuadrado perfecto como el cuadrado de un binomio.

a) $9a^2 + 6ab + b^2$

b) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2}x^2 + 5x + \frac{25}{2}$

d) $4x^8y^{12} + \frac{1}{9}z^{12} - \frac{4}{3}x^4y^6z^6$

e) $-\frac{2}{9} + \frac{2}{3}x - x^2$

6) Factorizar aplicando diferencias de cuadrados:

a) $-16 + m^4$

b) $81n^4 - \frac{9}{4}$

c) $y^6z^2 - x^4$

d) $3x^{14} - 5y^{10}$

7) Factorizar los siguientes polinomios:

a) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$, que tiene por raíz a $x = 2$.

b) $P(x) = x^4 + x^3 - 5x^2 + 3x$, que tiene por raíz a $x = 1$

c) $P(x) = -x^3 - 9x^2 - 15x + 25$, que tiene por raíz doble a $x = -5$

d) $P(x) = x^4 + 2x^3 - 15x^2 - 32x - 16$, que tiene por raíz doble a $x = -1$

8) Utilizando el Teorema de Gauss, hallar todas las posibles raíces racionales de los siguientes polinomios, y de ser necesario, combinar con alguna otra técnica para escribirlos como producto de polinomios primos o irreducibles en $\mathbb{R}$.

a) $P(x) = -x^3 + 4x^2 - x - 6$

b) $R(x) = -4x^4 + 12x^3 - 7x^2 - 3x + 2$

c) $S(x) = \frac{1}{2}x^5 - \frac{5}{2}x^3 + x^2 + 3x - 2$

d) $P(x) = -6x^3 + \frac{99}{5}x^2 + \frac{21}{5}x$

9) Expresar cada $P(x)$ como producto de polinomios primos o irreducibles en $\mathbb{R}$, usando todas las técnicas desarrolladas.

a) $P(x) = 3x^3 - 12x$

b) $P(x) = x^6 - \frac{1}{16}x^2$

c) $P(x) = x^3 - x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{4}$

d) $P(x) = -x^4 + 3x^3 - \frac{9}{4}x^2$

e) $P(x) = 2x^3 - x^2 + 6x - 3$

f) $P(x) = x^6 - 9x^4 + 6x^2 - 54$

10) Simplificar las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\frac{x^2+9-6x}{x^2-9}$

b) $\frac{2x-2x^2}{x^3-2x^2+x}$

c) $\frac{12x^2-3}{x^2+\frac{1}{2}x}$

d) $\frac{x^3+15x^2+75x+125}{x+5}$

11) Completar cuadrados:

a) $x^2 + 4x + 3$

b) $-2x + 4 + x^2$

c) $-x^2 - 8 - 6x$

c) $4x+x^2$

d) $x^2 - 2xh + h^2$

e) $x^2 - 2xh$

f) $x^2 + 2xh + 5h^2$