

אלגברה ב' - גיליון תרגילי בית 5

בסיס ז'ורדן

תאריך הגשה: 18.05.2021

תרגיל 1. מצאו עבור המטריצות A הבאות מטריצת ז'ורדן J ומטריצה הפיכה P עבור $J = P^{-1}AP$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. 1.$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. 2.$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -8 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & -5 & 1 \\ 0 & -4 & 0 & -1 \end{pmatrix}. 3.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 & -2 \\ -2 & 3 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}. 4.$$

תרגיל 2. יהי V מרחב וקטורי מעל \mathbb{C} , תהי $T \in \text{End}_{\mathbb{C}}(V)$ ויהי $W \subsetneq V$ תת־מרחב T -שומר. הוכיחו כי קיים $\lambda \in \mathbb{C}$ ערך עצמי של T וקיים $v \in V \setminus W$ עבורם מתקיים $(T - \lambda \text{Id}_V)v \in W$.

תרגיל 3. 1. מצאו את צורת ז'ורדן של $J_n(\lambda)^{-1}$ עבור $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ועבור $n \in \mathbb{N}_+$.

2. תהי $A \in M_n(\mathbb{C})$ הפיכה. מצאו את צורת ז'ורדן של A^{-1} .

3. מצאו תנאי הכרחי ומספיק על $A \in M_n(\mathbb{C})$ כך שיתקיים $A \sim A^{-1}$.