

# אלגברה ב' – גילוון תרגילי בית 11

## tabniot\_bilinariot\_chok\_aينרציה של סילבستر

תאריך הגשה: 23.1.2026

**תרגיל 1.** תהיו  $A \in \text{Mat}_n(\mathbb{R})$  סימטרית ויהי  $m$  סכום הריבויים האלגבריים של הערכים העצמיים החיוביים של  $A$ .

- הראו כי יש תת-מרחב  $W \leq \mathbb{R}^n$  מממד  $m$  עבورو  $\langle Aw, w \rangle > 0$  לכל  $w \in W \setminus \{0\}$ .
- יהי  $W' \leq \mathbb{R}^n$  תת-מרחב נוסף עבورو מתקיים  $\dim W' \leq m$ . הראו כי  $\langle Aw, w \rangle > 0$  לכל  $w \in W' \setminus \{0\}$ .

**תרגיל 2.** תהיו  $V = \text{Mat}_2(\mathbb{R})$ .

- מצאו מכפלה פנימית  $f$  על  $V$  כך ש-

$$B = (E_{1,1} + E_{1,2}, E_{1,2} + E_{2,1}, E_{2,1} + E_{2,2}, E_{2,2})$$

הוא בסיס אורתונורמלי לפי  $f$ .

2. תהיו

$$g(A, B) = \text{tr}(AB)$$

tabniah bilinariyah simetrikah ul V. Mizayo basis C shel V metrikah. S = diag(I\_{n+}, I\_{n-}, 0\_{n\_0}) uborom.

[g]\_C = S

- מצאו בסיס  $D$  של  $V$  עבورو  $[f]_D, [g]_D$  מטריצות אלכסוניות.

**תרגיל 3.** תהיו

$$V = \left\{ p \in \mathbb{R}_{\leq n}[x] \mid \begin{array}{l} p(0) = p(1) \\ p'(0) = p'(1) \end{array} \right\}$$

�תהי

$$\rho: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$$
$$(f, g) \mapsto \int_0^1 f(x) g''(x) dx$$

- הראו כי  $\rho$  tabniah bilinariyah simetrikah ul V.

רמז: הייעזרו באינטגרציה בחלוקת.

- עבור  $n = 4$ , מצאו בסיס  $B$  של  $V$  עבورو  $[\rho]_B$  מטריצה מהצורה

$$\text{diag}(I_{n+}, -I_{n-}, 0_{n_0})$$