

# אלגברה ב' - גיליון תרגילי בית 12

## תבניות ריבועיות, וקריטריון סילבסטר

תאריך הגשה: 1.2.2026

**תרגיל 1.** קיבעו אילו מהמטריצות הממשיות הבאות מוגדרות חיובית לחלוטין ואילו מוגדרות שלילית לחלוטין.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**תרגיל 2.** יהי  $V = \mathbb{R}^4$  ועבור כל  $a \in \mathbb{R}$  תהי

$$g_a \left( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \right) = x_1^2 + ax_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 2x_3x_4$$

תבנית ריבועית על  $V$ .

1. לכל  $a \in \mathbb{R}$ , מוצאו תבנית ריבועית  $f_a$  על  $V$  עבורה  $f_a(x, x) = g_a(x)$ .

2. מוצאו את כל ערכי  $a \in \mathbb{R}$  עבורם  $g_a$  מוגדרת חיובית לחלוטין.

3. נניח כעת כי  $a = 2$ . מוצאו בסיס  $B$  של  $V$  עבורו  $[g]_B$  מטריצה מהצורה  $\begin{pmatrix} I_{n_+} & 0 & 0 \\ 0 & -I_{n_-} & 0 \\ 0 & 0 & 0_{n_0} \end{pmatrix}$ .