Framework para selección de imagen radiográfica mejorada mediante optimización multiobjetivo

ABSTRACT

Las imágenes radiográficas sufren de varios problemas tales como bajo contraste, ruido y opacidad. La Ecualización de Histograma Adaptativo con Límite de Contraste (CLAHE, por sus siglas en inglés) es un algoritmo de mejora de contraste local ampliamente utilizado que puede resolver este problema. No hay valores fijos de los parámetros de entrada de CLAHE que siempre produzcan las mejores imágenes de salida en términos de mejora de contraste para imágenes radiográficas, por lo que para encontrar los parámetros que satisfagan la condición de óptimo en una imagen radiográfica utilizamos el algoritmo de Optimización Multiobjetivo por Enjambre de Partículas con Velocidad Controlada (SMPSO, por sus siglas inglés). Dado que la salida es un conjunto de soluciones (llamado Frente Pareto), en este documento proponemos utilizar y comparar métodos de decisión *a posteriori* con un enfoque multicriterio, con el fin de seleccionar las soluciones del Frente Pareto que estén alineadas con los criterios visuales de un profesional en imágenes radiográficas. Se utilizaron ocho métodos de toma de decisión. Con el fin de validar qué métodos de decisión dieron mejores resultados, estos fueron evaluados por un profesional médico, concluyendo que los métodos basados en funciones de utilidad y distancia obtienen información de mejor calidad. El método Fuzzy se descartó porque selecciona soluciones con mucha distorsión.

KEYWORDS

Imagen radiográfica, mejora de contraste, entropía, similaridad structural, optimización multi-objetivo, Frente Pareto, enjambre de partículas, métodos de decision, normalización.

1 INTRODUCCIÓN

Los avances actuales en la medicina permiten lograr diagnósticos más exactos a los pacientes. Para ello se requiere un buen panorama de la situación de este. Las radiografías juegan un papel importante en la observación de posibles anomalías en el cuerpo. Un aumento de contraste hace que los huesos tengan mejor visibilidad revelando su disposición e integridad. Un incremento de luminosidad resalta los tejidos blandos que rodean los huesos. Las radiografías generalmente poseen un bajo contraste, son oscuras y tienen ruido. Se necesita un tratamiento específico para cada región acorde a lo que se quiera visualizar [1,2].

En un escenario de mejora de contraste hay varios atributos que se ven afectados, en este contenido tenemos en cuenta dos de ellos: la entropía y la similitud estructural. La entropía mide la preservación de detalles que posee una imagen, y en una mejora de contraste un sobre aumento de la entropía introduce ruido degradando la imagen [3]. La similitud estructural por otro lado tiene en cuenta que una degradación en la imagen es percibida como un cambio en su información estructural, mientras que también contempla aspectos de luminancia y contraste. La similitud estructural es representada por el Índice de Medida de Similitud Estructural (SSIM, por sus siglas en inglés). La ecualización de histogramas ajusta las probabilidades de ocurrencia de los niveles de gris, a valores cercanos entre sí. Este proceso aumenta la entropía y al mismo tiempo distorsiona la imagen (como consecuencia de la modificación del histograma). Por lo tanto, la entropía y el SSIM son inversamente proporcionales.

El método de mejora de contraste local que ha mostrado mejores resultados en el área de imágenes médicas es CLAHE [3]. El funcionamiento del método depende de dos parámetros que define el usuario, el primero es el tamaño de la región contextual que se procesará localmente, y el otro parámetro es el límite de corte del histograma local, que previene una sobre mejora del contraste. El tamaño óptimo de la región contextual y el límite de corte dependen de la imagen de entrada, para determinar estos valores se requiere experimentar con diferentes combinaciones.

El algoritmo evolutivo SMPSO [4] puede iterar estos parámetros de manera a resolver los valores óptimos que debe tener CLAHE para una radiografía específica. En cada iteración el algoritmo genera una partícula que para esta aplicación representa una variación de los parámetros de CLAHE. El movimiento de las partículas es autónomo hacia la dirección óptima en medidas de entropía y similitud estructural, es decir, que cada iteración produce un resultado mejor que el anterior. La salida del SMPSO es un conjunto de soluciones no dominadas, llamado Frente Pareto. Este contiene las mejores soluciones candidatas producidas en términos de los atributos que se buscan optimizar. Para nuestro caso, serían todas las combinaciones de parámetros de CLAHE que resultan en radiografías con entropía y similitud estructural óptimas.

El Frente Pareto contiene demasiadas soluciones y un profesional médico no dispone de capacidad física para examinar cada una de las imágenes mejoradas aplicando dichas soluciones. Aplicando ciertos criterios de ponderación sobre los atributos optimizados y mediante cálculos basados en algoritmos matemáticos se puede seleccionar una solución del Frente que represente la mejor solución adecuada a los requerimientos del profesional. El objetivo es “simular” la decisión del profesional sobre las soluciones obtenidas.

*Contribución del artículo*: Todas las soluciones del Frente Pareto son válidas, pero solo una será de utilidad máxima en los requerimientos de un profesional médico. Por el enfoque de los atributos medidos no todo el Frente Pareto es elegible. Los extremos no aportan información de utilidad, ya que una similitud estructural máxima significa que la imagen original y la imagen mejorada son idénticas, y un nivel de entropía máximo significa que la imagen está muy distorsionada. Por lo tanto, es necesaria la utilización de métodos de decisión multicriterio. Actualmente en el estado del arte no se contemplan métodos de decisión que brinden la mejor solución de un Frente Pareto aplicado a radiografías. Este trabajo propone analizar las distintas técnicas del estado del arte para construir una mejor herramienta en la toma de decisión. La categorización se divide en: métodos *a priori* y métodos *a posteriori.* Los métodos *a priori* son independientes de la experimentación. Por lo tanto, estos no son aplicables para selección de soluciones del Frente Pareto. Los métodos *a posteriori* son los que se ajustan a este tipo de problemas porque existe una experimentación previa a emitir una decisión.

En este contenido se analizan ocho métodos de decisión *a posteriori*: SMARTER [5], TOPSIS [6], el método difuso de Bellman-Zadeh [7], PROMETHEE II [7], GRA [8], VIKOR [9], CODAS [10], y MABAC [11].

En la Sección 2 se detallan los componentes y etapas por las que pasa una imagen radiográfica a través de la herramienta propuesta. En la Sección 3 se expone el marco teórico del método CLAHE, las métricas tenidas en cuenta, el proceso que se realiza con SMPSO-CLAHE y los métodos de decisión *a posteriori* utilizados para el Frente Pareto. En la Sección 4 se realizan los experimentos con radiografías de pacientes diagnosticados con COVID-19 y se elaboran los resultados obtenidos de la experimentación. En la Sección 5 se exponen las conclusiones elaboradas con base en los resultados.

2 FLUJO PROPUESTO

CLAHE tiene dos parámetros de entrada principales: una región contextual rectangular de tamaño en la que se divide la imagen y un límite de mejora de contraste que evita la sobresaturación de este en la imagen. Puesto que no conocemos los parámetros de entrada adecuados, los ajustamos mediante un proceso evolutivo basado en el algoritmo SMPSO. Como resultado de este proceso obtenemos un conjunto de soluciones óptimas llamado Frente Pareto. La tarea de seleccionar una solución única se realiza mediante los métodos de decisión *a posteriori* multicriterio. Al tener un enfoque multicriterio los métodos de decisión tienen en cuenta tanto la entropía como el SSIM al mismo tiempo al momento de procesar la elección. La ponderación de los criterios se traduce en la preferencia de un atributo visual sobre otro. Una vez seleccionada una solución con el método de decisión se aplica una mejora de contraste a la imagen original con CLAHE, utilizando dicha solución como parámetros de entrada. La imagen mejorada es evaluada por un profesional médico, el cual garantiza la utilidad en un escenario de diagnóstico. El marco propuesto se ve ilustrado en la Figura 1.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

**Figura 1**. Flujo propuesto por el que pasa una radiografía para ser mejorada y validada por un profesional médico.

3 MARCO TEÓRICO

Para tener un mejor entendimiento de la composición de la herramienta propuesta procedemos a ilustrar los conceptos básicos, pseudocódigos y ecuaciones utilizadas en las siguientes subsecciones:

3.1 CLAHE

Es una variación del método AHE [3]. La diferencia radica en que se añade un límite de mejora de contraste para controlar el nivel de ruido que se añade en el proceso de mejora. CLAHE depende de dos parámetros que determinan su eficiencia: tamaño de la región contextual y límite de mejora . El método particiona la imagen original en varias regiones contextuales y en cada región genera un histograma local. Si un nivel de gris supera en ocurrencia de píxeles al valor , entonces el excedente de píxeles se redistribuye uniformemente en el histograma local. En el área de imágenes médicas se demostró que el método CLAHE realiza un mejor desempeño en el procesamiento [3, 12].

3.2 Métricas de evaluación consideradas

Para medir la eficacia de CLAHE sobre radiografías, se tienen en cuenta dos atributos asociados al proceso de mejora de contraste: entropía como indicador de mejora de contraste y similitud estructural como indicador de preservación de información estructural.

*3.2.1 Entropía.* Mide el nivel de incertidumbre de una fuente de información [13], en este caso, la fuente es una imagen radiográfica. Está asociada al proceso de transformación que produce CLAHE, es decir, a mayor contraste se tiene mayor entropía. Se denota con el símbolo y se calcula según la ecuación (1).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es la probabilidad de ocurrencia del -ésimo nivel de gris en el histograma y es el máximo nivel de gris que puede representarse (en imágenes de 8 bits ).

*3.2.2 Índice de Medida de Similitud Estructural (SSIM)* [14].Es el coeficiente que mide el grado de distorsión en una imagen resultante como resultado de alguna alteración a la imagen original . Se calcula mediante la ecuación (2).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

donde y son las intensidades promedio de las imágenes y respectivamente, y son las varianzas de las intensidades de las imágenes y respectivamente, es la covarianza entre las imágenes y , y son constantes de control para evitar divisiones entre 0. Cuanto más el valor del SSIM se acerque a 1 mayor será la similitud estructural entre la imagen y la imagen , es decir, la distorsión será mínima.

3.3 SMPSO-CLAHE

SMPSO es una variante del algoritmo evolutivo PSO [15]. Busca optimizar funciones multiobjetivo simulando el movimiento de un enjambre de partículas en un área determinada por los objetivos medidos. Se denomina partícula a aquella variación que da una evaluación satisfactoria de algún sub-algoritmo, y enjambre al conjunto de partículas resultantes de una iteración del SMPSO. A diferencia del PSO convencional, esta variante limita la velocidad de movimiento de las partículas para evitar el desborde de estas. Para esta aplicación se utiliza el método CLAHE como sub-algoritmo.

Dada una imagen radiográfica , una partícula se representa por el vector cuyos componentes para esta aplicación son los parámetros de entrada del método CLAHE. El movimiento de una partícula en el espacio de búsqueda está dado por:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es la iteración actual y es la velocidad de la partícula expresado como:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es el peso inercial de la partícula, y son constantes de control, y son números aleatorios, es la mejor partícula local conocida y es la mejor partícula global conocida.

Lo que determina que una partícula sea mejor que otra es la dominancia. Se dice que una partícula domina a otra partícula cuando la evaluación de las funciones objetivo en da un mejor resultado que la evaluación en . Esto se expresa como sí y solo sí:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde representa a la función objetivo (para esta aplicación podría ser entropía o SSIM) e el dato de entrada en el cual se evalúa la función objetivo. De acuerdo con el concepto anterior, si la imagen mejorada aplicando CLAHE con los componentes de la partícula actual obtiene una mejor evaluación en entropía y/o SSIM que la imagen mejorada aplicando CLAHE con los componentes de la partícula anterior, entonces se considera a la partícula actual como potencial solución.

La restricción de velocidad de una partícula que hace que este algoritmo difiera del PSO convencional está dada por:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

donde representa los valores medios para cada parámetro de configuración del CLAHE.

Se considera solución a una partícula. Cada partícula resultante debe dominar a la partícula anterior, esto significa que la salida del SMPSO es un conjunto de soluciones no dominadas llamada Frente Pareto. El mismo muestra la evaluación de las funciones objetivo para estas soluciones no dominadas. El [Pseudocódigo 1](#Pseudocodigo1) expone el pseudocódigo para el proceso de SMPSO-CLAHE.

|  |  |
| --- | --- |
| **SMPSO-CLAHE** | |
| **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo o beneficio, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. |
| **01:** |  |
| **02:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** |
| **03:** |  |
| **04:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **05:** | → Ec. (8) |
| **06:** | → Ec. (9) |
| **Salida:** |  |

**Pseudocódigo 1**. Algoritmo evolutivo SMPSO-CLAHE.

3.4 MÉTODOS DE SELECCIÓN PARA EL FRENTE PARETO

Para seleccionar una solución que aporte la mayor información significativa y sea de máxima utilidad para el profesional médico se utilizan métodos de decisión con enfoque multicriterio. Los métodos de decisión toman como entrada una matriz de decisión (DM) de alternativas y criterios (orden ). Las alternativas a elegir están en dispuestas en filas. Los criterios que se toman en cuenta para las alternativas se disponen en forma de columnas. Para esta aplicación una fila en la matriz de decisión representa una solución del Frente Pareto y cada columna representa las funciones objetivo que se evalúan para cada solución. En los posteriores ejemplos el conjunto de todas las alternativas se denota como: y un elemento de este conjunto como: . Análogamente, el conjunto de todos los criterios se denota como: y un elemento de este conjunto como: . La composición de la DM se puede ver en la ecuación (7).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Para que los componentes de la DM estén en el mismo rango y representen la escala lo más exactamente posible, se usan procesos de normalización. En general, los métodos de decisión dejan el tipo de normalización a elección del usuario, pero algunos métodos exigen un tipo específico de normalización como parte del proceso. Se denota como: a la tupla alternativa-criterio normalizada en la DM. Algunos métodos utilizan a menudo ciertos valores etiquetados como especiales, porque representan un extremo u otro en la escala de valores del criterio, estos valores especiales se denotan como: y , los mismos representan el valor positivo-ideal (mejor valor) y valor negativo-ideal (peor valor) para el criterio respectivamente. Asimismo, un criterio que representa un beneficio se denota como: y un criterio que representa un costo se denota como: .

Un método de decisión puede procesar la información teniendo en cuenta uno o más criterios establecidos por el usuario. En este contexto, un criterio es considerado como una métrica visual de la radiografía (entropía o SSIM). Mayormente, se ponderan los criterios para establecer preferencias entre estos. De acuerdo con un algoritmo propio de cada método se selecciona una de las alternativas, teniendo en cuenta los pesos asignados a cada criterio.

La clasificación general de los métodos de decisión multicriterio es: *a priori* y *a posteriori*. Los métodos *a priori* están orientados a utilizarse previo a un procesamiento de los datos. Los métodos *a posteriori* por otra parte están orientados a utilizarse en escenarios post-procesamiento de datos.

La salida de un método de decisión es una única alternativa, en este caso una solución del Frente Pareto. Esta salida es considerada como la mejor alternativa según los criterios tenidos en cuenta. Como se explicó anteriormente, el Frente Pareto es el resultado de un proceso evolutivo, por lo tanto, la toma de decisiones debe ser necesariamente con un método *a posteriori*. De los diversos métodos que se han descrito en el estado del arte, seleccionamos ocho métodos de distinta naturaleza para analizar cada uno y comparar los resultados obtenidos. Las siguientes subsecciones describen brevemente la funcionalidad de cada método.

*3.4.1 Técnica de Puntuación Multiatributo Simple Explotando Rangos (SMARTER, por sus siglas en inglés).* Es una variante del método de decisión SMARTS [15] que se basa en dar una puntuación a cada alternativa según una función de utilidad . La diferencia con el método convencional es que SMARTER asigna automáticamente pesos a los criterios según la cantidad de estos.

El cálculo de la función de utilidad consiste en la combinación lineal entre los pesos asignados a los criterios y el valor normalizado que tiene la alternativa en dicho criterio. Este cálculo se puede expresar como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es el peso asignado al -ésimo criterio y el valor normalizado de la tupla . La mejor alternativa se denota como y está dada por la mejor puntuación, es decir, por la alternativa con mayor valor de .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La Tabla 2 expone el pseudocódigo utilizado para representar el método SMARTER.

|  |  |
| --- | --- |
| **SMARTER** | |
| **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. |
| **01:** |  |
| **02:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** |
| **03:** |  |
| **04:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **05:** | → Ec. (8) |
| **06:** | → Ec. (9) |
| **Salida:** |  |

**Pseudocódigo 2**. Método de decisión SMARTER.

*3.4.2 Técnica para Preferencia de Orden basado en Similaridad a una Solución Ideal (TOPSIS, por sus siglas en inglés).* Es un método de decisión que se basa en una proporción entre las distancias euclidianas de las soluciones evaluadas a la solución positiva-ideal y negativa-ideal. La proporción se denota como: y el cálculo se da como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

donde es el peso asignado al -ésimo criterio, el valor normalizado de la tupla , y son el valor positivo-ideal y negativo-ideal respectivamente para -ésimo criterio, y son el conjunto de criterios considerados como beneficios y costos respectivamente, es la distancia euclidiana de a la solución positiva-ideal y es la distancia euclidiana de a la solución negativa-ideal.

La mejor alternativa se denota como y está dada por la alternativa con mayor factor .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La Tabla 3 expone el pseudocódigo utilizado para representar el método TOPSIS.

|  |  |
| --- | --- |
| **TOPSIS** | |
| **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo o beneficio, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. |
| **01:** |  |
| **02:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **03:** | **Si** **realizar** |
| **04:** | → Ec. (9) |
| **05:** | → Ec. (10) |
| **06:** | **Si no realizar** |
| **07:** | → Ec. (9) |
| **08:** | → Ec. (10) |
| **09:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** |
| **10:** |  |
| **11:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **12:** | → Ec. (11) |
| **13:** | → Ec. (12) |
| **14:** |  |
| **15:** | / → Ec. (13) |
| **16:** | → Ec. (14) |
| **Salida:** |  |

**Pseudocódigo 3**. Método de decisión TOPSIS.

*3.4.3 Método difuso de Bellman-Zadeh*. Cada atributo actúa como un conjunto difuso, cuya función de grado de pertenencia refleja el nivel de pertenencia de una alternativa en el conjunto . La fórmula (13) define el grado de pertenencia como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es el peso asignado al atributo en cuestión y el valor normalizado de la tupla . Se define como a la intersección difusa de todos los conjuntos según la fórmula (14),

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |

la selección de la mejor alternativa está dada por el máximo valor de y se expresa como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La Figura 4 muestra el pseudocódigo utilizado para representar el método difuso de Bellman-Zadeh.

|  |  |
| --- | --- |
| **TOPSIS** | |
| **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo o beneficio, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. |
| **01:** |  |
| **02:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **03:** | **Si** **realizar** |
| **04:** | → Ec. (9) |
| **05:** | → Ec. (10) |
| **06:** | **Si no realizar** |
| **07:** | → Ec. (9) |
| **08:** | → Ec. (10) |
| **09:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** |
| **10:** |  |
| **11:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **12:** | → Ec. (11) |
| **13:** | → Ec. (12) |
| **14:** |  |
| **15:** | / → Ec. (13) |
| **16:** | → Ec. (14) |
| **Salida:** |  |

3.4.4 Método de Organización de Puntuación basado en Preferencias para Evaluaciones de Enriquecimiento II (PROMETHEE II, por sus siglas en inglés). Es un método basado en puntuación que realiza comparaciones entre cada par de alternativas , usando una función , donde es el índice del atributo evaluado. Esta función refleja el nivel de preferencia de la alternativa sobre la alternativa en un intervalo , de tal manera que: si , entonces es indiferente a ; si , entonces es estrictamente preferible que .

Usualmente es una función que tiene en cuenta la diferencia . La representación gráfica de , en el caso de minimización, es una curva no decreciente para valores positivos de y valores constantemente nulos para valores no positivos de . Existen muchos tipos de funciones de preferencia [17]. El de tipo Gaussiano, adoptado aquí, es el menos sensible a pequeñas variaciones de los parámetros de entrada. Está definido como:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es la varianza del -ésimo atributo. Habiendo definido una función de preferencia para cada criterio, es posible computar el índice de preferencia global , el cual refleja la preferencia general de sobre .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es el peso asignado al -ésimo atributo. Como puede verse, tiene un rango que va de 0 a 1. Si está cercano a 0, hay una preferencia global débil de sobre . Si está cercano a 1, hay una preferencia global fuerte de sobre .

Cuando se representan estas comparaciones por grafos de valores dirigidos, cada nodo corresponde a una alternativa y cada arista a una relación de preferencia. Por lo tanto, hay dos aristas entre cada par de nodos , y a cada arista es asociado un índice de preferencia global. El flujo total que entra al nodo y el flujo total que sale del mismo son definidos como:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

respectivamente. El flujo neto del nodo es la diferencia:

. La puntuación de cada solución es definida de tal manera que, mayores valores de flujo neto corresponden a mejores soluciones:

* si entonces es mejor solución que y,
* si , entonces es indiferente a .

Finalmente, la elección de la mejor solución está dada por el mayor flujo neto existente y se expresa como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **TOPSIS** | |
| **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo o beneficio, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. |
| **01:** |  |
| **02:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **03:** | **Si** **realizar** |
| **04:** | → Ec. (9) |
| **05:** | → Ec. (10) |
| **06:** | **Si no realizar** |
| **07:** | → Ec. (9) |
| **08:** | → Ec. (10) |
| **09:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** |
| **10:** |  |
| **11:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **12:** | → Ec. (11) |
| **13:** | → Ec. (12) |
| **14:** |  |
| **15:** | / → Ec. (13) |
| **16:** | → Ec. (14) |
| **Salida:** |  |

*3.4.5 Análisis Relacional de Grises (GRA, por sus siglas en inglés)*. Un sistema gris significa un sistema en el que se conoce parte de la información y se desconoce la otra parte. Con esta definición, la cantidad y la calidad de la información forman un camino desde la falta total de información hasta la información completa, desde el negro hasta el blanco. Dado que la incertidumbre siempre existe, uno siempre está en algún lugar entre los extremos (en el área gris). Luego, el análisis de grises llega a un conjunto claro de afirmaciones sobre las soluciones del sistema. En un extremo (negro), no se puede definir una solución para un sistema sin información. En el otro extremo (blanco), un sistema con información perfecta tiene una solución única. En el medio, los sistemas grises darán una variedad de soluciones disponibles. El análisis de grises proporciona técnicas para determinar una buena solución adecuada para problemas del mundo real.

En el análisis relacional gris, los resultados experimentales primero se normalizan en el rango entre cero y uno. El valor normalizado se denota como y se calcula según las siguientes fórmulas:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde y son el máximo y mínimo valor encontrados para el atributo .

A continuación, se calcula el coeficiente relacional gris a partir de los valores normalizados para expresar la relación entre los valores deseados y reales. Para calcular , se usa la siguiente fórmula:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

donde y son el mínimo y máximo valor normalizados respectivamente, es un coeficiente distintivo cuyo valor está entre cero y uno (en general ) y es la diferencia absoluta entre el valor ideal existente y el valor actual .

Luego, se calcula el grado relacional gris de cada alternativa promediando el coeficiente relacional gris correspondiente a cada atributo. Para calcular se utiliza la siguiente fórmula:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es el peso asignado al -ésimo atributo.

La evaluación general de las alternativas se basa en el grado relacional gris . Como resultado, la optimización de los valores de atributos para una alternativa se puede convertir en la optimización de un solo grado relacional gris. Finalmente, la selección de la mejor alternativa está dada por:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **TOPSIS** | |
| **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo o beneficio, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. |
| **01:** |  |
| **02:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **03:** | **Si** **realizar** |
| **04:** | → Ec. (9) |
| **05:** | → Ec. (10) |
| **06:** | **Si no realizar** |
| **07:** | → Ec. (9) |
| **08:** | → Ec. (10) |
| **09:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** |
| **10:** |  |
| **11:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **12:** | → Ec. (11) |
| **13:** | → Ec. (12) |
| **14:** |  |
| **15:** | / → Ec. (13) |
| **16:** | → Ec. (14) |
| **Salida:** |  |

*3.4.6 Ranking de Compromiso Multicriterio (VIKOR, por sus siglas en bosnio)*. Fue desarrollado para la optimización multicriterio de sistemas complejos. El método determina una lista ordenada y clasificada de “compromisos”, una o más soluciones compromiso (dependiendo de ciertas condiciones) y el intervalo de peso para la estabilidad de preferencia de la solución compromiso obtenida. La solución compromiso es una solución factible la cual es la más “próxima” a la solución ideal. La clasificación de compromiso podría realizarse comparando la medida de proximidad con la alternativa ideal. La medida multicriterio para la clasificación de compromiso se desarrolla a partir de la métrica utilizada como función de agregación en un método de programación de compromiso (Yu, 1973; Zeleny, 1982).

El desarrollo del método VIKOR parte de la siguiente fórmula, que se aplica a cada alternativa :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es el peso asignado a -ésimo atributo, es el valor normalizado de la tupla , y son el mejor y el peor valor encontrados en el conjunto de alternativas de la matriz de decisión para el -ésimo atributo y es el índice que determina el tipo de métrica . Las métricas (distancia de Manhattan) y (distancia de Chebyshev) son las medidas de proximidad que determinan la clasificación de alternativas. Se denotan a estas medidas como y respectivamente.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

La solución obtenida por está relacionada con la utilidad de grupo máxima (regla de la "mayoría"), y la solución obtenida por está relacionada con el mínimo arrepentimiento individual del “oponente”.

Primeramente, se hallan el mejor y peor valor ( y ) de cada atributo según las ecuaciones (9) y (10). Luego se determinan las listas y usando las ecuaciones () y (). Seguidamente se calcula una lista de compromisos la cual integra las listas anteriores con un índice de peso de estabilidad de preferencia . El cálculo se puede ver en la siguiente ecuación:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde representa el peso de estrategia para la utilidad máxima grupal (regla de la mayoría), representa el peso de estrategia para el arrepentimiento mínimo individual, , , y están definidos como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Posteriormente, se ordenan los valores de y en forma decreciente. La alternativa es aquella que cumpla ser el mínimo en la lista ordenada será la solución compromiso propuesta, si cumple con las siguientes dos condiciones:

C.1. Ventaja aceptable:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es la alternativa siguiente en la lista ordenada , , ( es el número de alternativas de la matriz de decisión).

C.2. Estabilidad aceptable en toma de decisión: La alternativa también tiene que ser la mejor clasificada en alguna de las listas o , o en ambas. Esta solución compromiso es estable dentro de un proceso de toma de decisión, que puede ser: votación por regla de mayoría (cuando es necesario), por consenso () o con veto (). Si una de las condiciones no es satisfecha, entonces un conjunto de soluciones compromiso es propuesta, que consiste en:

* Alternativas y solo si la condición C.2 no es satisfecha, o
* Alternativas , …, si la condición C.1 no es satisfecha; y es determinada por la relación para el máximo .

La mejor alternativa , clasificada por , es aquella con el mínimo valor en , esto se expresa como:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **TOPSIS** | |
| **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo o beneficio, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. |
| **01:** |  |
| **02:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **03:** | **Si** **realizar** |
| **04:** | → Ec. (9) |
| **05:** | → Ec. (10) |
| **06:** | **Si no realizar** |
| **07:** | → Ec. (9) |
| **08:** | → Ec. (10) |
| **09:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** |
| **10:** |  |
| **11:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **12:** | → Ec. (11) |
| **13:** | → Ec. (12) |
| **14:** |  |
| **15:** | / → Ec. (13) |
| **16:** | → Ec. (14) |
| **Salida:** |  |

*3.4.7 Método de Evaluación Combinativa Basada en la Distancia (CODAS, por sus siglas en inglés)*. En este método, la conveniencia de alternativas se determina utilizando dos medidas. La medida principal y primaria está relacionada con la distancia euclidiana de las alternativas a la solución negativa ideal. La medida secundaria es la distancia del taxi. Está claro que la alternativa que está a mayor distancia de la solución negativa ideal es más deseable. En este método, si tenemos dos alternativas incomparables según la distancia euclidiana, se utiliza la distancia del taxi como medida secundaria.

El primer paso es calcular las distancias mencionadas. La distancia euclidiana de la alternativa a la solución negativa ideal está definida en la ecuación (10). La distancia del taxi para cada alternativa está definida como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es el peso asignado al -ésimo atributo, el valor normalizado de la tupla y el valor negativo ideal encontrado en el conjunto de alternativas de la matriz de decisión para el -ésimo atributo. Una vez obtenidas las distancias, se procede a generar una matriz de evaluación relativa donde cada componente se define como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde y son los índices del conjunto de alternativas , es una función umbral para reconocer la igualdad de las distancias euclidianas de dos alternativas, y se define como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es un valor umbral definido por el tomador de decisión, se sugiere que esté en el rango . Para puntuar cada alternativa, se realiza el siguiente cálculo para cada fila de :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

la mejor alternativa está dada por la alternativa con mayor sumatoria , esto se denota como:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **TOPSIS** | |
| **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo o beneficio, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. |
| **01:** |  |
| **02:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **03:** | **Si** **realizar** |
| **04:** | → Ec. (9) |
| **05:** | → Ec. (10) |
| **06:** | **Si no realizar** |
| **07:** | → Ec. (9) |
| **08:** | → Ec. (10) |
| **09:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** |
| **10:** |  |
| **11:** | **Desde** criterio hasta **realizar** |
| **12:** | → Ec. (11) |
| **13:** | → Ec. (12) |
| **14:** |  |
| **15:** | / → Ec. (13) |
| **16:** | → Ec. (14) |
| **Salida:** |  |

3.4.8 Comparación de Áreas de Aproximación al Borde Multiatributo (MABAC, por sus siglas en inglés). El método se basa en la definición de la distancia de la tupla al área de aproximación al borde.

Primero, calculamos los valores normalizados y ponderados de la matriz de decisión según la ecuación ().

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Donde es el peso asignado al -ésimo atributo y el valor normalizado de la tupla . Luego determinamos el área de aproximación al borde para cada atributo. Este valor representa la media geométrica según la ecuación ().

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Donde es el valor normalizado ponderado para la alternativa en el -ésimo atributo. Seguidamente, se calcula la distancia de cada alternativa al área de aproximación al borde.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La alternativa puede pertenecer al área de aproximación al borde , al área de aproximación superior o al área de aproximación inferior , esto es, . El área de aproximación superior es el área que contiene la alternativa ideal , mientras que el área de aproximación inferior es el área que contiene la alternativa no ideal . La pertenencia de está determinada en base a la ecuación ().

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

donde es la distancia de la alternativa al área de aproximación al borde para el -ésimo atributo.

Para que la alternativa sea seleccionada como la mejor en el conjunto de alternativas, es necesario que tenga tantos atributos como sea posible pertenecientes al área de aproximación superior . Si, por ejemplo, la alternativa tiene 5 atributos (de un total de 6) pertenecientes a y un atributo perteneciente a significa que, para los 5 atributos, la alternativa está cerca o es igual a la alternativa ideal , mientras que para el atributo restante está cerca o es igual a la alternativa no ideal .

Para puntuar las alternativas, se realiza un cálculo sobre los valores , el cual es la suma de los mismos. Al hacer la suma por filas obtenemos la puntuación final para cada alternativa .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La selección de la mejor alternativa está dada por el máximo valor de y se expresa como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| |  |  | | --- | --- | | **TOPSIS** | | | **Entrada:** | Matriz de decisión (, arreglo booleano para indicar si un criterio es de costo o beneficio, tipo de normalización (ej: Max-min, lineal, etc.), arreglo de pesos para cada criterio. | | **01:** |  | | **02:** | **Desde** criterio hasta **realizar** | | **03:** | **Si** **realizar** | | **04:** | → Ec. (9) | | **05:** | → Ec. (10) | | **06:** | **Si no realizar** | | **07:** | → Ec. (9) | | **08:** | → Ec. (10) | | **09:** | **Desde** alternativa hasta **realizar** | | **10:** |  | | **11:** | **Desde** criterio hasta **realizar** | | **12:** | → Ec. (11) | | **13:** | → Ec. (12) | | **14:** |  | | **15:** | / → Ec. (13) | | **16:** | → Ec. (14) | | **Salida:** |  | |  |

4 EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS

Se tomaron 10 radiografías de pulmones aleatorias de una base de datos pública de pacientes diagnosticados con COVID-19 alojada en [https://arxiv.org/abs/2003.11597](https://arxiv.org/abs/2003.11597%20). La implementación de CLAHE, entropía y SSIM se pueden encontrar en [14]. La implementación del SMPSO se puede encontrar en [11]. En la Tabla 1 se especifican todos los parámetros elegidos para el SMPSO-CLAHE. Por pruebas empíricas se determinó que el peso inercial con mejor desempeño es el Chaotic Inertia Weight [12]. El framework consta de dos fases, la primera es la generación del Frente Pareto y la segunda es la selección de una solución del Frente a través de métodos de selección multicriterio.

Se ejecutó el algoritmo evolutivo veces por cada imagen y en cada ejecución se realizó iteraciones, es decir, se generaron 10.000 partículas. El motivo de la alta cantidad de iteraciones es el descubrimiento del mayor espacio de búsqueda posible en el área de compromiso del Frente Pareto. Este consta en promedio de 500 partículas no dominadas en las pruebas realizadas.

La Tabla 2 muestra los parámetros elegidos para los métodos de selección del Frente Pareto. El peso elegido para los criterios es el establecido por Roberts & Goodwing para decisiones multicriterio teniendo en cuenta solamente el orden de prioridad de los atributos [16], dando mayor prioridad a la entropía y menor prioridad al SSIM. En cuanto a la normalización de valores se elige la normalización Max-Min como se describe en [].

**Tabla 2:** Parámetros del SMPSO-CLAHE.

La [Figura 2](#Figura2) muestra un Frente Pareto de 263 partículas (a) y las selecciones de cada método de decisión (b). Las soluciones se encuentran bien distribuidas en la delimitación del área de compromiso. Se puede ver que los métodos GRA, CODAS, MABAC y PROMETHEE II coinciden en la selección de la misma solución. El método VIKOR tiene elecciones tendiendo hacia la entropía independientemente al peso asignado. En cambio, el método de Bellman-Zadeh tiende a elegir soluciones cuya aplicación resulta en imágenes que tienden a un mayor valor de SSIM. Los métodos VIKOR, PROMETHEE II y Bellman-Zadeh son afectados por los pesos de los criterios en menor magnitud respecto a los demás métodos.

|  |
| --- |
| **a**. Frente Pareto de la radiografía de muestra. |
| **b**. Selección de soluciones de los métodos de decisión sobre el Frente Pareto. |

**Figura 2**. Fases intermedia y final del flujo de procesamiento propuesto.

La [Figura 3](#Figura) muestra la imagen radiográfica de entrada (a) y las imágenes radiográficas mejoradas con las soluciones que fueron seleccionadas por los métodos de decisión (b, c, d, e, f, g, h, i). Analizando la imagen de muestra, el método SMARTER seleccionó una solución cuya aplicación brinda una imagen con alta preservación de detalles visuales en los tejidos blandos. El método TOPSIS también proporciona una imagen muy similar a SMARTER, pero con menos contraste.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **a**. Original | **Imagen que contiene radiografía, naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **b**. SMARTER | **Imagen que contiene radiografía, naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **c**. TOPSIS |
| **Imagen que contiene radiografía, agua, cascada, mujer  Descripción generada automáticamente**  **d**. Bellman-Zadeh | **Imagen que contiene naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **e**. GRA | **Imagen que contiene naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **f.** CODAS |
| **Imagen que contiene naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **g**. MABAC | **Imagen que contiene naturaleza, radiografía, cascada, agua  Descripción generada automáticamente**  **h**. VIKOR | **Imagen que contiene naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **i**. PROMETHEE II |

**Figura 3**. Radiografías mejoradas con las soluciones elegidas por los métodos de decisión.

La [Tabla 1](#Tabla1) expone los mejores parámetros de entrada para CLAHE de la radiografía de la [Figura 3 (a)](#Figura3a) según cada método de decisión. Además, se tienen los valores de entropía y SSIM de las imágenes de salida mejoradas con esos parámetros de CLAHE.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Parámetros de CLAHE** | | | **Funciones objetivo** | |
|  |  |  | **Entropía** | **SSIM** |
| *SMARTER* | 2 | 2 | 0,0280 | 7,7311 | 0,7324 |
| *Bellman-Zadeh* | 2 | 2 | 0,0173 | 7,5011 | 0,8082 |
| *TOPSIS* | 2 | 2 | 0,0234 | 7,6655 | 0,7628 |
| *GRA* | 2 | 5 | 0,9150 | 7,9460 | 0,6185 |
| *CODAS* | 2 | 5 | 0,9150 | 7,9460 | 0,6185 |
| *MABAC* | 2 | 5 | 0,9150 | 7,9460 | 0,6185 |
| *VIKOR* | 594 | 2 | 0,0902 | 7,9712 | 0,5323 |
| *PROMETHEE II* | 2 | 5 | 0,9150 | 7,9460 | 0,6185 |

**Tabla 1**. Datos resultantes de cada método de decisión.

En las demás pruebas hechas los métodos VIKOR y PROMETHEE II tienden a elegir soluciones que se encuentran en los extremos de la entropía o el SSIM. Los métodos SMARTER, TOPSIS y Bellman-Zadeh se inclinan a elegir soluciones equilibradas en entropía y SSIM, siendo estas soluciones muy cercanas entre sí. Los métodos GRA, CODAS y MABAC eligen soluciones que si bien están cerca de los extremos en entropía y SSIM, igual brindan soluciones satisfactorias. Análogamente, las mismas informaciones para cada prueba realizada se pueden visualizar en las Figuras 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y en las Tablas 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

|  |
| --- |
| **a**. Frente Pareto de la radiografía del primer test. |
| **b**. Selección de soluciones de los métodos de decisión sobre el Frente Pareto. |

**Figura 4**. Fases intermedia y final del flujo de procesamiento propuesto.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **a**. Original | **Imagen que contiene radiografía, naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **b**. SMARTER | **Imagen que contiene radiografía, naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **c**. TOPSIS |
| **Imagen que contiene radiografía, agua, cascada, mujer  Descripción generada automáticamente**  **d**. Bellman-Zadeh | **Imagen que contiene naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **e**. GRA | **Imagen que contiene naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **f.** CODAS |
| **Imagen que contiene naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **g**. MABAC | **Imagen que contiene naturaleza, radiografía, cascada, agua  Descripción generada automáticamente**  **h**. VIKOR | **Imagen que contiene naturaleza, agua, cascada  Descripción generada automáticamente**  **i**. PROMETHEE II |

**Figura 5**. Radiografías mejoradas con las soluciones elegidas por los métodos de decisión.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Método** | **Parámetros de CLAHE** | | | **Funciones objetivo** | |
|  |  |  | **Entropía** | **SSIM** |
| *SMARTER* | 2 | 2 | 0,0280 | 7,7311 | 0,7324 |
| *Bellman-Zadeh* | 2 | 2 | 0,0173 | 7,5011 | 0,8082 |
| *TOPSIS* | 2 | 2 | 0,0234 | 7,6655 | 0,7628 |
| *GRA* | 2 | 5 | 0,9150 | 7,9460 | 0,6185 |
| *CODAS* | 2 | 5 | 0,9150 | 7,9460 | 0,6185 |
| *MABAC* | 2 | 5 | 0,9150 | 7,9460 | 0,6185 |
| *VIKOR* | 594 | 2 | 0,0902 | 7,9712 | 0,5323 |
| *PROMETHEE II* | 2 | 5 | 0,9150 | 7,9460 | 0,6185 |

**Tabla 2**. Datos resultantes de cada método de decisión.

5 CONCLUSIONES

El peso utilizado para la ponderación de métricas visuales demostró ser efectivo, teniendo influencia en la mayoría de los métodos de decisión. Por medio de las pruebas, identificamos aquellos métodos que no se ven afectados por el peso del criterio. Los métodos que no sufren grandes alteraciones en su criterio de decisión son: método difuso de Bellman-Zadeh, PROMETHEE II y VIKOR.

Los métodos SMARTER y TOPSIS seleccionan imágenes bastante similares y siempre dentro del área de compromiso. Por lo tanto, podemos concluir que los métodos basados en distancia y los métodos basados en funciones de utilidad son apropiados para este tipo de problemas. El método difuso de Bellman-Zadeh también elige soluciones dentro del área de compromiso, pero el contraste es más bajo respecto a los dos primeros métodos mencionados, esto está dado por la naturaleza del método al calcular la intersección difusa. Los métodos PROMETHEE II y VIKOR seleccionan soluciones que están hacia los extremos de las métricas visuales. Teniendo en cuenta que son métodos de puntuación pero que en parte de su cálculo utilizan distancias tanto euclidianas o de Manhattan o Chebyshev, estos no se basan en su totalidad en estas distancias, sino más bien en un orden de preferencia. Como las soluciones en los extremos no son de utilidad para las métricas evaluadas, entonces descartamos estos dos métodos para este tipo de enfoque.

El framework presentado demostró satisfacer las expectativas de un profesional médico encargado de radiografías, donde el profesional tuvo preferencia sobre las imágenes seleccionadas por SMARTER y TOPSIS. Dado que la cantidad de pruebas realizadas es limitada con relación a un universo muy extenso de posibles radiografías toráxicas que comparten las mismas características, se podría extender el trabajo con otro tipo de imágenes médicas. Como extensión del análisis se podría variar los parámetros del framework, considerar otras métricas de evaluación para descubrir patrones que indiquen la conveniencia de un método de selección u otro.

A APÉNDICE

A.1 Introducción

A.2 Flujo Propuesto

A.3 Marco Teórico

A.3.1  Ecualización de Histograma Adaptativo con Límite de Contraste (CLAHE).

A.3.2 Métricas de evaluación consideradas

 A.3.2.1 Entropía.

 A.3.2.2 Índice de Medida de Similaridad Estructural (SSIM).

A.3.3 Optimización Multiobjetivo por Enjambre de Partículas con Velocidad Controlada (SMPSO-CLAHE).

A.3.4 Métodos de selección para el Frente Pareto.

 A.3.4.1  Técnica de Puntuación Multiatributo Simple Explotando Rangos (SMARTER).

 A.3.4.2  Técnica para Preferencia de Orden basado en Similaridad a una Solución Ideal (TOPSIS).

 A.3.4.3  Método difuso de Bellman-Zadeh

 A.3.4.4 Método de Organización de Puntuación basado en Preferencias para Evaluaciones de Enriquecimiento II (PROMETHEE II).

 A.3.4.5 Análisis Relacional de Grises (GRA).

 A.3.4.6 Ranking de Compromiso Multicriterio (VIKOR).

 A.3.4.7 Método de Evaluación Combinativa Basada en la Distancia (CODAS).

 A.3.4.8 Comparación de Áreas de Aproximación al Borde Multiatributo (MABAC).

A.4 Experimentación y resultados

A.5 Conclusiones

A.6 Apéndice

A.7 Referencias

REFERENCIAS

|  |  |
| --- | --- |
| [1] | L. G. More, M. A. Brizuela, H. L. Ayala, D. P. Pinto-Roa, J. L. V. Noguera, "Parameter tuning of clahe based on multi-objective optimization to achieve different contrast levels in medical images", Image Processing (ICIP) 2015 IEEE International Conference on, pp. 4644-4648, 2015; doi: http://dx.doi.org/10.1109/ICIP.2015.7351687. |
| [2] | L. G. More, M. A. Brizuela, J. L. Vázquez Noguera, D. P. Pinto-Roa, H. Legal Ayala, "Particle swarm optimization applied to parameter tuning of clahe based on entropy and structural similarity index", Proceedings of the 3rd. Conference of Computational Interdisciplinary Sciences, Oct 2014.. |
| [3] | S.M. Pizer, E.P. Amburn, J.D. Austin, R. Cromartie, A. Geselowitz, T. Greer, B.T.H. Romeny, J.B. Zimmerman, Adaptive histogram equalization and its variations, Comput. Vision Graph. Image Process. 39 (1987) 355–368; doi: http://dx.doi.org/10.1016/S0734-189X(87)80186-X. |
| [4] | A. J. Nebro, J. J. Durillo, J. Garcia-Nieto, C. A. C. Coello, F. Luna, E. Alba, "SMPSO: A new PSO-based metaheuristic for multi-objective optimization", Proc. IEEE Symp. Comput. Intell. Multi-Criteria Decision-Making, pp. 66-73, Mar./Apr. 2009; doi: http://dx.doi.org / 10.1109/MCDM.2009.4938830. |
| [5] | W. Edwards and F. Barron, Smarts and smarter: Improved simple”,  Org. Behavior Human Decision Processes, vol. 60, pp. 306–325,  1994. |
| [6] | K. Yoon and C. Hwang, "TOPSIS (technique for order preference by  similarity to ideal solution)–a multiple attribute decision making, w: Multiple attribute decision making–methods and applications, a state-of-the-at survey," ed: Berlin: Springer Verlag, 1981. |
| [7] | R. O. Parreiras, J. H. R. D. Maciel, and J. A. Vasconcelos, The A  Posteriori Decision in Multiobjective Optimization Problems With  Smarts, Promethee II, and a Fuzzy Algorithm”, IEEE Transactions  on Magnetics, vol. 42, no. 4, april 2006. |
| [8] | Liu, Sifeng; Yang, Yingjie; Forrest, Jeffrey (2017). Grey Data Analysis. Methods, Models and Applications. Singapore: Springer. ISBN 978-981-10-1841-1. |
| [9] | Po Lung Yu (1973) "A Class of Solutions for Group Decision Problems", Management Science, 19(8), 936–946. |
| [10] | Keshavarz-Ghorabaee, Mehdi & Zavadskas, Edmundas & Turskis, Zenonas & Antucheviciene, Jurgita. (2016). A new combinative distance-based assessment (CODAS) method for multi-criteria decision-making. Economic computation and economic cybernetics studies and research / Academy of Economic Studies. 50. 25-44. |
| [11] | Alinezhad A., Khalili J. (2019) MABAC Method. In: New Methods and Applications in Multiple Attribute Decision Making (MADM). International Series in Operations Research & Management Science, vol 277. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15009-9\_25. |
| [12] | Xin Wang, Brian Stephen Wong, and Tui Chen Guan "Image enhancement for radiography inspection", Proc. SPIE 5852, Third International Conference on Experimental Mechanics and Third Conference of the Asian Committee on Experimental Mechanics, (12 April 2005); <https://doi.org/10.1117/12.621707>. |
| [13] | D.-Y. Tsai, Y. Lee, and E. Matsuyama, “Information entropy measure for evaluation of image quality,” Journal of digital imaging, vol. 21, no. 3, pp. 338–347, 2008. |
| [14] | Wang, Zhou; Bovik, A.C.; Sheikh, H.R.; Simoncelli, E.P. (2004-04-01). "Image quality assessment: from error visibility to structural similarity". IEEE Transactions on Image Processing. 13 (4): 600–612. Bibcode:2004ITIP...13..600W. CiteSeerX 10.1.1.2.5689. doi:10.1109/TIP.2003.819861. ISSN 1057-7149. |
| [15] | J. Kennedy, R. Eberhart, "Particle swarm optimization", Proc. IEEE Int. Conf. Neural Network, vol. 4, pp. 1942-1948, 1995. |
| [16] | J. Durillo, A. Nebro, and E. Alba, “The jmetal framework for multi-objective optimization: Design and architecture,” in Evolutionary Computation (CEC), 2010 IEEE Congress on, pp. 1–8, July 2010. |
| [17] | Feng Y., Teng G, Wang A., Yao Y., “Chaotic Inertia Weight in Particle  Swarm Optimization”, Second International Conference on  Innovative Computing, Informatio and Control (ICICIC 2007),  5-7 Sept. 2007. |
| [18] | G. Bradski, “Opencv,” Dr. Dobb’s Journal of Software Tools, 2000. |
| [19] | Edwards, W. “Social Utilities.” The Engineering Economist, Summer Symposium Series, 1971, 119-129, |
| [20] | Roberts R, Goodwin P. Weight approximations in multi-attribute decision models. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis 2002;11:291–303 |