

## Systèmes de coordonnées

La géodésie est la science de la forme et de la dimension de la Terre et de son champ de pesanteur



Pour se localiser sur la terre, il est nécessaire d'utiliser un système géodésique duquel découlent les coordonnées géographiques figurant sur les cartes.

## **Sommaire**

### **A - Systèmes de coordonnées**

Pour se localiser sur la terre, il est nécessaire d'utiliser un système géodésique duquel découlent les coordonnées géographiques figurant sur les cartes.

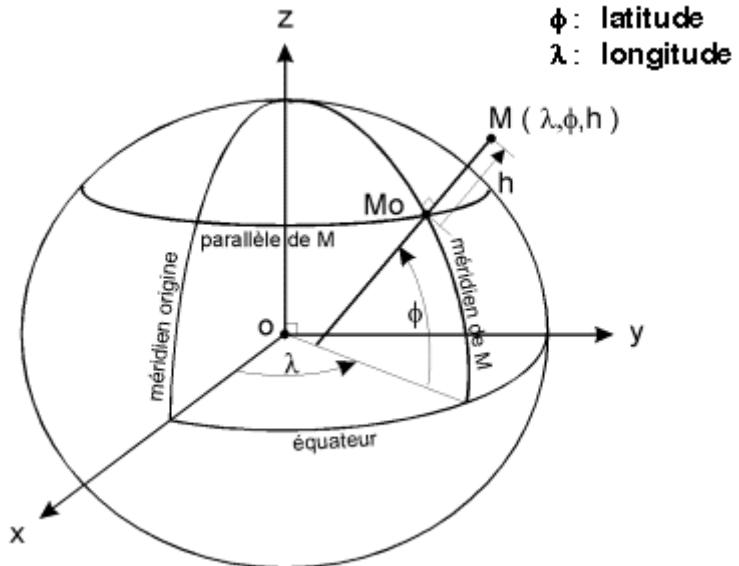
- 1 - Coordonnées géographiques ( $\lambda, \Phi, h$ )
- 2 - Coordonnées planes
- 3 - Transformation de coordonnées

Les coordonnées peuvent être exprimées :

- en représentation plane  
(coordonnées dites en "projection")

- sous la forme de coordonnées cartésiennes géocentriques ( $X, Y, Z$ ) relatives aux 3 axes d'un repère ayant son origine au centre des masses de la Terre.

Ces coordonnées peuvent être utilisées, par exemple, comme intermédiaire lors de calculs de changement de systèmes géodésiques de références.



$\phi$  : latitude  
 $\lambda$  : longitude

- sous la forme de coordonnées géographiques.

La lettre grecque ( $\lambda$ ) désignant la longitude

La lettre grecque ( $\Phi$ ) la latitude

La lettre  $h$  correspond à la hauteur ellipsoïdale (à ne pas confondre avec l'altitude). Elle est définie dans un système de référence géodésique et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres.

## A - Systèmes de coordonnées

### 1 - Coordonnées géographiques ( $\lambda, \phi, h$ )

Exprimées en grades ou en degrés sexagésimaux, les coordonnées géographiques donnent la latitude et la longitude d'un lieu par rapport à un méridien origine :

Notation des unités angulaires pour les latitudes et longitudes :	
degrés, minutes, secondes sexagésimaux	$^{\circ} \text{'} \text{''}$
degrés, minutes décimales	$^{\circ} \cdot$
degrés décimaux	$^{\circ}$
grades (ou gon)	gr
radians	rd

Approches numériques :		
$1^{\circ}$	$= 60'$	$= 3 600''$
$180^{\circ}$	$= 200$ gr	$= 3.141592654$ rd
$48.61^{\circ}$	$= 48^{\circ} 36.6'$	$= 48^{\circ} 36' 36''$
$48.60^{\circ}$	$= 54$ gr	

Un degré de longitude équivaut à environ 111 km sur l'équateur mais ne vaut plus que 74 km à une latitude de 48 degrés et devient 0 km au pôle Nord

En considérant une terre sphérique de rayon 6360 km :

1° de longitude = cosinus (latitude) \* 111 km

1° de latitude = 11 km.

### Méridien origine

Les longitudes sont le plus souvent comptées positivement vers l'est, par rapport à un méridien origine. Ce méridien origine peut être celui de Greenwich (méridien international), ou encore propre à la géodésie d'un pays (méridien de Paris pour la France).

Chaque méridien origine est défini numériquement par sa longitude par rapport au méridien international. Le méridien de Paris est à 2° 20' 14.025" à l'est de celui de Greenwich.

### Ellipsoïdes

L'ellipsoïde de révolution ("sphère aplatie aux pôles") est un modèle mathématique utilisé pour le calcul et que l'on définit pour qu'il soit le plus près possible du géoïde. Il existe de nombreux modèles d'ellipsoïdes. A chaque référentiel géodésique est associé un ellipsoïde sur lequel on a fixé un méridien comme origine des longitudes et qui est parfaitement défini par le demi - grand axe  $a$  et une des différentes valeurs :

demi grand - axe	$a$
demi petit - axe	$b$
inverse de l'aplatissement	$\frac{1}{f} = \frac{a}{a-b}$
première excentricité	$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$
carré de l'excentricité	$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$
deuxième excentricité	$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$

Modèles d'ellipsoïde en usage en France					
Système géodésique	Ellipsoïde associé	$a$	$b$	$1/f$	$e$
NTF	Clarke 1880 IGN	6378249,2	6356515,0	293,466021	0,08248325676
ED50	Hayford 1909	6378388,0	6356911,9461	297,000000	0,08199188998
WGS84	IAG GRS 1980	6378137,0	6356752,314	298,257222	0,08181919106

### Hauteur ellipsoïdale

Cette valeur est définie dans un **système géodésique** et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres. Elle correspond à une distance entre le point considéré et le pied de la normale à l'ellipsoïde. Tous les systèmes de positionnement par satellites fournissent une **hauteur ellipsoïdale** et non une **altitude**.

Il existe des modèles de géoïde (formules de conversion d'hauteur sur ellipsoïde vers une altitude (type niveling)) permettant de passer de valeurs d'altitudes à des hauteurs ellipsoïdales avec une précision décimétrique). Il est possible très localement d'assimiler des différences de hauteurs ellipsoïdales à des différences d'altitudes. En faisant cela on néglige la "pente du géoïde" (correspondant à l'écart entre la verticale et la normale à l'ellipsoïde), qui est plus importante en région montagneuse.

## 2 - Coordonnées planes

On utilise une représentation plane de la terre ou projection afin :

- de représenter sur une surface plane une partie d'un modèle ellipsoïdal de la surface de la terre.
- d'obtenir des valeurs métriques plus exploitables que l'unité angulaire.
- de rendre plus facile une évaluation des distances.

Mais une projection ne peut jamais se faire sans qu'il y ait de déformations. Pour s'en convaincre, il suffit d'essayer d'aplatir la peau d'une orange !

Néanmoins, par calcul, il est possible de définir le type et les paramètres d'une projection dans le but de minimiser certaines déformations. On choisit alors :

- soit de conserver les surfaces (projections équivalentes).
- soit de conserver localement les angles (projections conformes).
- soit d'opter pour une représentation ne conservant ni les angles ni les surfaces (projections dites "aphylactiques")

Une projection dite "équidistante" conserve les distances à partir d'un point donné. Dans tous les cas, aucune projection ne peut conserver toutes les distances. On introduit alors les notions de **module linéaire** et d'**altération linéaire**. Aujourd'hui, la plupart des projections utilisées en géodésie et topographie sont conformes. La cartographie à petite échelle utilise souvent des projections équivalentes.

Dans la plupart des projections, le Nord de la projection n'indique pas la direction du pôle Nord géographique. On introduit alors la notion de **convergence des méridiens** définie comme suit : la convergence des méridiens en un point est le **gisement** de l'image (dans la projection) du méridien qui passe par ce point.

Sur une carte donnée, les valeurs de convergence des méridiens et de module linéaire (donc d'altération linéaire) sont variables selon la position du point.

Aux notions de Nord géographique et de "Nord de la projection", on peut ajouter celle de Nord magnétique. L'angle entre le Nord magnétique et le Nord géographique s'appelle **déclinaison magnétique**.

## 3 - Transformation de coordonnées

Prenons par exemple un point situé dans l'est de la France, les coordonnées suivantes expriment la position du même détail (à trois mètres près) :

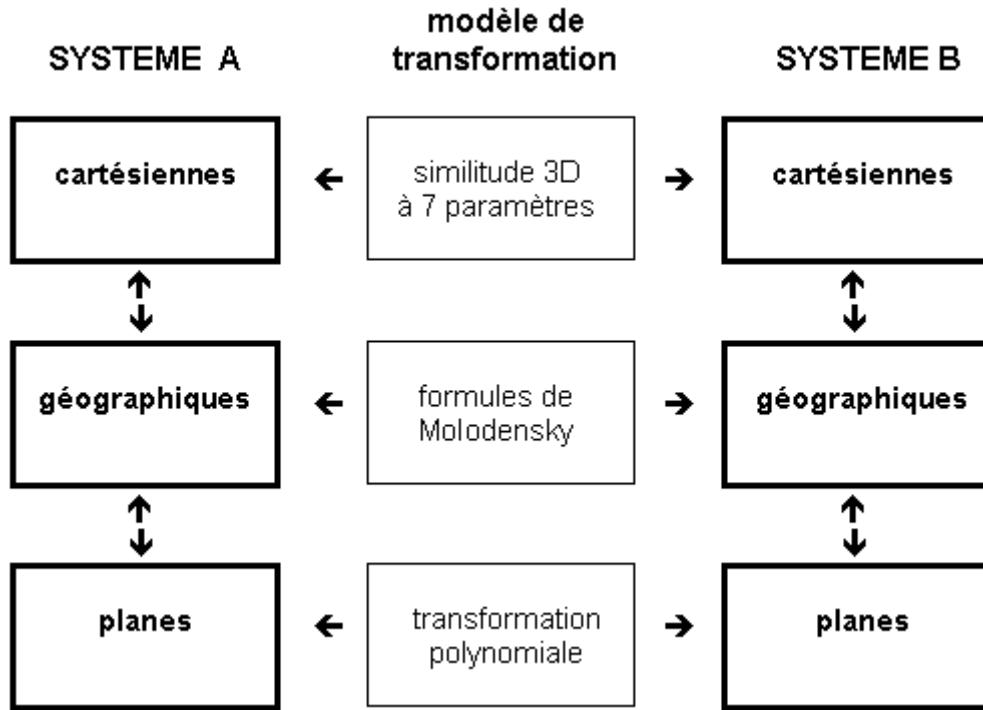
Système de coordonnées	Longitude ou E	Latitude ou N
NTF méridien de Paris	6 gr	54 gr
NTF méridien de Greenwich	7°44'14,0"	48°36'00,0"
ED50 Greenwich	7°44'16,4"	48°36'03,0"
WGS84 Greenwich	7°44'12,2"	48°35'59,9"
NTF Lambert I	997 960 m	114 185 m
NTF Lambert II étendu	998 137 m	2 413 822 m
ED50 UTM fuseau 32 Nord	406 946 m	5 383 958 m
WGS84 UTM fuseau 32 Nord	406 864 m	5 383 757 m
RGF93 en projection Lambert-93	1 049 052 m	6 843 777 m

### Processus de changement de système

Un changement de système géodésique s'effectue le plus souvent au niveau des **coordonnées cartésiennes géocentriques (XYZ)**. Si vous disposez de **coordonnées géographiques (1,j,h)** vous devrez

donc les transformer en cartésiennes géocentriques, et si vous travaillez en projection, il vous faudra passer tout d'abord en géographiques, puis en cartésiennes géocentriques.

Certains récepteurs GPS proposent une liste de systèmes géodésiques voire, parfois, d'entrer soi-même des valeurs de translations. Pour certaines applications plus fines, on devra associer aux translations précédentes des rotations (suivant chaque axe) et un facteur d'échelle.



Le plus utilisé est la similitude 3D car elle présente l'avantage de pouvoir être utilisée "dans les 2 sens" (Les mêmes 7 paramètres servent à transformer des coordonnées exprimées dans le système A vers le système B mais également du système B vers le système A).

Les formules de Molodensky sont des développements limités dont l'ordre influe évidemment sur la précision finale. Le passage inverse nécessite l'application de formules différentes. La transformation polynomiale ne s'applique que sur des zones restreintes (pour conserver une précision comparable à celle obtenue par l'emploi d'une similitude).

#### Utilisation pratique des paramètres de passage NTF --> WGS84

Le système NTF n'étant pas toujours implémenté dans les récepteurs GPS, il conviendra d'utiliser les paramètres suivants, pour la similitude, recommandés à l'IGN : (dits "standards" pour la France)

**NTF vers WGS84 : TX = -168 m TY = -60 m TZ = +320 m.**

pour une précision sur les coordonnées de quelques mètres.

Une précision centimétrique ne peut être obtenue que par l'utilisation d'une **grille** de paramètres dans laquelle les valeurs de translations sont interpolées. Cela permet de prendre en compte les déformations de la NTF liées aux techniques de triangulation mises en oeuvres.