Métodos Numéricos en Ciencia de Datos

PEC 1

Alan Coila Bustinza

22/2/2022

# Métodos numéricos aplicados a los conceptos básicos del álgebra lineal

## 1. Suma de las potencias de los valores propios de L

### a. Introducir la matriz L

Primero crearemos la matriz y la almacenaremos en la variable L, la función matriz acepta los argumentos:

1. Los datos numéricos concatenados
2. El argumento nrow indica el numero de filas de la matriz
3. El argumento ncol indica el numero de columnas de la matriz
4. byrow nos permite indicar que los valores de primer argumento sean ingresado en nuestra matriz fila por fila

```
L<-matrix(c(2,35,-36,-180,1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,0),nrow=4,ncol=4,byrow=TRUE)
L
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    2   35  -36 -180
## [2,]    1    0    0    0
## [3,]    0    1    0    0
## [4,]    0    0    1    0
```

### b. Cálculo de los valores s1, s2, s3, s4

Calculamos la traza de las potencias de la matriz L

Para ello utilizaremos la formula $s_n = Tr(L^n)$, por lo que necesitaremos obtener las matrices $L^n$ y el valor de su traza. La traza de una matriz es la suma de los elementos que se encuentran en su diagonal, por lo que podremos usar las funciones ***sum()*** y ***diag()*** . Realizamos el cálculo de las trazas de la matriz L elevada a las diferentes potencias requiridas y obtenemos el valor de sus respectivas trazas.

```
L2 = L %*% L
L3 = L2 %*% L
L4 = L3 %*% L

s1 = sum(diag(L))
s2 = sum(diag(L2))
s3 = sum(diag(L3))
s4 = sum(diag(L4))
```

Ahora comparemos la igualdad con la formula de Leverrier $s_n = \lambda_1^n + \lambda_2^n + \lambda_3^n + \lambda_4^n$, necesitaremos conseguir lo valores propios, elevarlos a las respectivas potencias y almacenar su sumatoria.

```
lambda <- eigen(L)$values
s1_1 = sum(lambda)
s2_1 = sum(lambda**2)
s3_1 = sum(lambda**3)
s4_1 = sum(lambda**4)
```

Comprobamos que los valores son iguales

```
sprintf(paste(s1, s2,s3,s4))
```

```
## [1] "2 74 110 2018"
```

```
sprintf(paste(s1_1, s2_1,s3_1,s4_1))
```

```
## [1] "2 73.9999999999999 110 2018"
```

## 2: Cálculo de los coeficientes del polinomio característico

Calcularemos los coeficientes segun las igualdades de Leverrier.

```
c1 = -s1
c2 = (0.5)*(-s2 - c1*s1)
c3 = (1/3)*(-s3 - c1*s2 - c2*s1)
c4 = (0.25)*(-s4 - c1*s3 - c2*s2 - c3*s1)
```

De donde tenemos:

```
sprintf(paste(c1, c2, c3, c4))
```

```
## [1] "-2 -35 36 180"
```

Por lo que el polinomio caracteristico es:

$$\begin{aligned} P(\lambda) &= \lambda^4 + c_1\lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_3\lambda + c_4 \\ &= \lambda^4 + (-2)\lambda^3 + (-35)\lambda^2 + (36)\lambda + (180) \\ &= \lambda^4 - 2\lambda^3 - 35\lambda^2 + 36\lambda + 180 \end{aligned}$$

## 3: Matriz de compañia del polinomio característico.

Sabemos que a cada polinomio caracteristico le corresponde una matriz de compañia, donde se cumple lo siguiente:

$$p(t) = c_0 + c_1 t + \cdots + c_{n-1} t^{n-1} + t^n$$

$$C(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -c_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -c_1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -c_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Por lo tanto la matriz de compañia del polinomio caracteristico $P(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^3 - 35\lambda^2 + 36\lambda + 180$, sera la siguiente:

$$C(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -180 \\ 1 & 0 & 0 & -36 \\ 0 & 1 & 0 & 35 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$