Untitled

Alan Coila Bustinza

2022-06-01

```r
library(knitr)     # For knitting document and include_graphics function
library(ggplot2)  # For plotting
library('png')
```

pregunta 1

```r
img1_path <- "preg1.png"
include_graphics(img1_path)
```

Sabemos que cierta función pasa por los siguientes puntos:

$$\begin{bmatrix} x_i & 0 & 1 & 2 & 5 & 8 \\ f(x_i) & 4 & -4.65 & 7.24 & 9.351 & 4.381 \end{bmatrix}$$

Sabiendo que la función original es $9 \cdot \mathrm{sen}(4 \cdot x) + 4 \cdot \cos(x)$, calcula el error dado por el polinomio de Lagrange en el punto

Primero calculamos el valor real con la ecuacion y el valor de X

```r
fun1 <- function(x){
  9*sin(4*x)+4*cos(x)
}
fun1(6)
```

```
## [1] -4.309524
```

```r
x=c(0,1,2,5,8)
y=c(4,-4.65,7.24,9.351,4.381)
```

```r
polinomio_L<-function(x,X){

# Recibe los parámetros:
#   x : punto a evaluar
#   L : valores de X en un vector


  L=c(0)
  # iniciamos el polinomio para poder utilizarlo en la iteración
```

```r
  for(i in 1:length(X)){
    L[i]=1
    for(j in 1:length(X)){
      # debemos tener en cuenta la condición de la formula de Lagrange
      # i debe ser diferente de j
      if (i!=j){
        # realizamos el productorio, con cada iteración se añade un factor
        L[i]=L[i]*((x-X[j])/(X[i]-X[j]))
      }
    }
  }
  return(L) # retorna coeficientes
}

p_interpolación<- function(y,L){
# Recibe los parámetros:
#   y : vector con las abscisas
#   L : un polinomio de lagrange para un valor de x en coeficietnes

  p=0
  for(i in 1:length(y)){
    p=p+(y[i]*L[i])
  }
  return(p)
}
L <- polinomio_L(6,x)
r <- p_interpolación(y,L)
r
```

```
## [1] -9.048548
```

finalmente restamos los resultados para obtener la respuesta

```r
fun1(6)-r
```

```
## [1] 4.739024
```

pregunta 2

```r
img1_path <- "preg2.png"
include_graphics(img1_path)
```

Usando el método de Romberg, queremos calcular

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}.$$

Una parte del esquema triangular toma la siguiente forma:

Nivel 0	*Nivel* 1	...
0.75000000		
0.70833333	0.69444444	
0.69702381	0.69325397	0.69317460
0.69412185	α	0.69314790
0.69339120	0.69314765	0.69314719

Entonces, el valor de α y la aproximación de la integral es:

```
# primero definir la funcion
f2 <- function(x){
  return(1/(1+x))
}
# luego formula del trapecio compuesta para funcion f
trap=function(f,a,b,m)
{
  x=seq(a,b,length.out=m+1)
  y=f(x)
  p.area=sum((y[2:(m+1)]+y[1:m]))
  p.area=p.area*abs(b-a)/(2*m)
  return(p.area)
}
# para generar el primer nivel 0 ver el numero de valores en nivel 0:

n0 <- function(valores,f,a,b){

  n=c()
  for(i in 2^(0:(valores-1))){
    n=c(n,trap(f2,0,1,i))
  }
  return(n)
}
v0 <- n0(5,f2,0,1)
k=length(v0)
nk <- function(ncero){

  mat <- matrix(0, length(ncero), k)
  mat[,1] <- ncero
  # ((4*n1[i+1]-n1[i])/(4-1))
  # for(i in 2:k){
  #   a=i
  #   b=i+1
  #   mat[,k] <- 4**(k-1)*mat[k,k-1]
  # }
  return (mat)
```

```r
}
mat <- nk(v0)

for(i in 1:k){
  vect=c()
  for(j in 1:(k-i)){
    if(j>0){
      a=mat[j+1,i]
      b=mat[j,i]
      pot= 4**i
      vect <- c(vect ,(pot*a-b)/(pot-1))
    }
  }
  if(i<k){
     mat[,i+1] <- vect[1:k]
  }
}

mat
```

```
##           [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
## [1,] 0.7500000 0.6944444 0.6931746 0.6931475 0.6931472
## [2,] 0.7083333 0.6932540 0.6931479 0.6931472        NA
## [3,] 0.6970238 0.6931545 0.6931472        NA        NA
## [4,] 0.6941219 0.6931477        NA        NA        NA
## [5,] 0.6933912        NA        NA        NA        NA
```

pregunta 3

Un río tiene una anchura de fracción 35 entre 36m. En función de la distancia hasta la orilla, la profunidad del río, medida en sección recta, viene dada por la tabla siguiente:

distancia 0 7/36 7/18 1/2 25/36 8/9 35/36
profundidad 3/5 108/173 54/83 2/3 108/155 27/37 108/145

Usando la regla del trapecio compuesta, dad una aproximación del area de la sección.

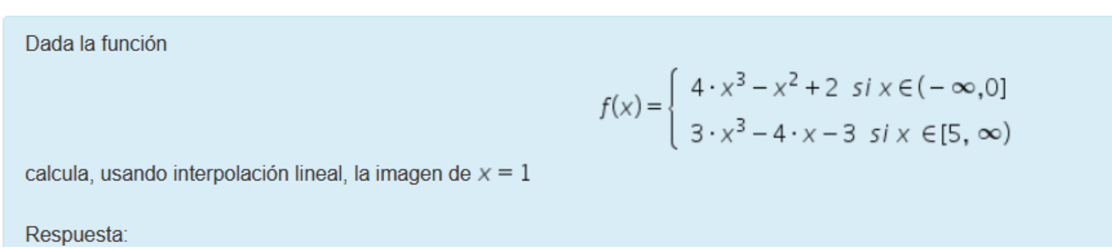
```r
polyinterp=function(x,y)
{
  # comprobamos que la longitud de los vectores sea la misma
  if(length(x)!=length(y))
    stop ("La longitud de los vectores x e y debe ser la misma" )
  # calculamos el valor de n que es el grado del polinomio
  # a partir del numero de puntos menos 1
  n=length(x)-1
  # creamos la primera columna de la matriz de vandermonde
  vandermonde=rep(1,length(x))
  # iteramos para ir agregando las columnas siguientes según
  # el grado del polinomio
  for(i in 1:n)
  {
    # la matriz contiene columnas sucesivas de los valores de x
    # elevados a la nth potencia
```

```
    xi=x^i
    vandermonde=cbind(vandermonde,xi)
  }
  # resolvemos el sistema de ecuaciones
  beta=solve(vandermonde,y, tol=1e-22)
  # borramos los nombres de las columnas (xi)
  names(beta)=NULL
  # nos retorna los coeficientes del polinomio
  return(beta)
}

horner=function(x,coefs){

  y=rep(0,length(x))
  for(i in length(coefs):1)
    y=coefs[i]+x*y

  return(y)
}

trap=function(f,a,b,m)
{
  x=seq(a,b,length.out=m+1)

  y=horner(x,f)
  p.area=sum((y[2:(m+1)]+y[1:m]))
  p.area=p.area*abs(b-a)/(2*m)
  return(p.area)
}

x=c(0,7/36,7/18,1/2,25/36,8/9,35/36)
y=c(3/5,108/173,54/83,2/3,108/155,27/37,108/145)
f <- polyinterp(x,y)
trap(f,0,35/36,100)
```

```
## [1] 0.6486698
```

pregunta 4

Dada la función



Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 4 \cdot x^3 - x^2 + 2 \;\; si\ x \in (-\infty, 0] \\ 3 \cdot x^3 - 4 \cdot x - 3 \;\; si\ x \in [5, \infty) \end{cases}$$

calcula, usando interpolación lineal, la imagen de $x = 1$

Respuesta:

Figure 1: my caption

aqui tenemos que encontrar una linea en los intervalos que no nombra la funcion, es decir entre 0-5, por lo que podemos usarlos puntos x=0 reemplazando en la funcion superior $y = 2$ por lo que tenemos el primer punto (0,2), lo mismo en la funcion inferior para x= 5 , y= 352 , por lo que tenemos el segundo punto (5,352), a partir de alli solo tenemos que crear una linea que pase por los dos puntos