Introducción a Haskell

Algoritmos y Estructuras de Datos I

Pablo Castro

Departamento de Computación, FCEFQyN, UNRC, Argentina

El Lenguaje Haskell

Haskell fue introducido en 1987 con el objetivo de introducir un lenguaje funcional moderno

- Hugs, es un interprete de Haskell muy usado, se puede obtener en www.haskell.org/hugs

- Glasgow Haskell, es un compilador para Haskell se puede obtener en http://www.haskell.org/ghc/.

ghc es más completo y también tiene un interprete ghci

Tipos Básicos de Haskell

Haskell tiene un conjunto rico de tipos básicos de datos

- **Booleanos**, tipos de booleanos con las operaciones lógicas,
- **Int**: Enteros de precisión fija,
- **Char**: 'a', 'b', 'c', etc
- **Integer**: Enteros de precisión variable,
- **Float**: Números reales.

Escribimos: `E::T`

Cuando `E` es de tipo `T`

El Tipo Bool

El tipo `Bool` tiene dos valores `true` y `false`, y las siguientes operaciones:

- `&& :: Bool->Bool->Bool`
- `|| :: Bool->Bool->Bool`
- `not :: Bool->Bool`

Cualquier función: `f::A->Bool` es llamado predicado, y puede utilizarse con estas operaciones.

```
==::A->A->Bool
```

La igualdad es la más conocida

El Tipo Char

El tipo `char` contiene los valores `‘a’,‘b’,‘c’,` ... etc, y las siguientes funciones:

- `ord::Char -> Int` convierte caracteres a enteros.
- `chr::Int -> Char` convierte enteros a caracteres.

Los Strings se modelan como una lista de chars.

Sistema de Números

Haskell tiene varios tipos numéricos:

- `Int`, enteros con precisión limitada $[-2^{29}, 2^{29})$.
- `Integer`, enteros con precision variable,
- `Float`, reales 3.14159
- `Double`, reales con doble precisión.

Tenemos funciones de conversión entre ellos, por ejemplo:

```
fromInteger
```

Permite convertir un entero a otro tipo numérico

Tuplas

Usando los tipos básicos podemos construir tuplas y listas.
Dados tipos `A` y `B`:

`(A,B)` El tipo de pares de `A` y `B`

Por ejemplo: `(True,1)::(Bool,Int)`

Operaciones:

`fst::(a,b)->a` Devuelve el primer componente

`snd::(a,b)->b` Devuelve el segundo componente

Listas

Dado un cualquier tipo `a`

`[a]` — Es el tipo a las listas de tipo `a`

Donde:

- `[]` es la lista vacía
- `x:xs` es la lista con x a la cabeza y luego xs a la cola

Todos los elementos de la lista son del mismo tipo.

Funciones sobre Listas

Algunas funciones útiles sobre listas:

- `head::[a]->a`, devuelve la cabeza de la lista.
- `last::[a]->a`, devuelve el último elemento.
- `tail::[a]->[a]`, devuelve la cola de la lista.
- `++::[a]->[a]->[a]`, concatena dos listas.

Funciones

Dados dos tipos a y b:

`a->b`

Es el tipo de las funciones de `a` en `b`

Por ejemplo:

`Not:Bool->Bool`

Función de `Bool` en `Bool`

Las funciones de alto orden son aquellas que toman como parámetros funciones o retornan funciones

`.:(b->c)->(a->b)->(a->c)`

Definir la composición de funciones

Definición de Funciones

Una función se puede definir por casos:

```
sign : Int->Int
sign x | x>=0=1
       | x<0 =-1
```

También por pattern matching:

```
take :: Int->[a]->[a]
take 0 xs = []
take n [] = []
take n (x:xs) = x:take (n-1) xs
```

Toma los primeros n elementos de una lista

Se pueden usar los constructores de los tipos

Funciones Estrictas

La expresión:

undefined :: a

representa un "error" de tipo a. Intuitivamente, una función que todavía no está implementada

Una función $f :: a_0 \text{->} a_1 \text{->} a_2 \text{->} \ldots \text{->} a_n$ se dice estricta en el parámetro i si:

$$f\ x_0\ x_1\ \ldots\ x_{i-1}\ \text{undef}\ x_{i+1}\ \ldots\ x_n = \text{undef}$$

Por ejemplo:

```
True  && b = b
False && _ = False
```

Es estricta en su primer parámetro

Polimorfismo

Consideremos la siguiente función:

```
drop::Int->[a]->[a]
drop n [] = []
drop 0 xs = xs
drop n (x:xs) = drop (n-1) xs
```

Descarta los primeros n elementos de la lista

En `[a]`, `a` puede ser cualquier tipo, se llama variable de tipos, y `drop` se dice que es polimorfica.

Patrones de Recursión

Consideremos la función:

```
sum [] = 0
sum (x:xs) = x+(sum xs)
```

Si ejecutamos esta función para [1,..,n] obtenemos:

```
1+(2+(3+(…+n)))
```

Asocia a la derecha

De la misma forma podríamos reemplazar el + por *

```
1*(2*(3*(…*n)))
```

Patrones de Recursión

Podemos generalizar esto para una operación @

Para `[`X_0`,`X_1`,…,`X_n`]` calculamos

$$X_0 @ (X_1 @ (\ldots @ X_n))$$

Captura un **patrón** de recursión

Esto se define por medio de la función `foldr`:

z es el elemento que devolvemos en el caso []

```
foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
foldr f z [] = z
foldr f z (x:xs) = f x (foldr f z xs)
```

Ejemplo: `foldr @ e [`X_0`,`X_1`,`X_2`]` = $X_0 @ (X_1 @ (X_2 @ e))$

Ejemplos

- `sum xs  = foldr (+) 0 xs`
- `mult xs = foldr (*) 1 xs`
- `conj xs = foldr (&&) true xs`
- `disj xs = foldr (||) false xs`

Todas estas funciones son asociativas, es decir, no importa como asociemos, pero:

`foldr (-) 0 xs`

No es asociativa

Foldl, Asociando a la Izquierda

También podríamos haber asociado a la izquierda:

```
sum n [] = n
sum n (x:xs) = sum (n+x) xs
```

Si ejecutamos `sum 0 [1,2,3]` obtenemos:

```
((0+1)+2)+3
```

Es decir, asocia a la izquierda

Este patrón se computa con `foldl`:

```
foldl :: (a->b->a)->a->[b]->a
foldl f z [] = z
foldl f z (x:xs) = foldl f (f z x) xs
```

Foldl

Por ejemplo:

$$\texttt{foldl (+) 0 } [X_0, X_1, X_2] = ((0+X_0)+X_1)+X_2$$

Foldl vs Foldr:

- Evalúan igual si `f` es asociativa y su dos parámetros tienen el mismo tipo sobre listas finitas
- Si la función `f` no es **estricta** en su segundo parámetro, entonces foldr puede funcionar para listas infinitas

Ejemplo:

```
foldr (&&) false [false,false,…] = false
foldl (&&) false [false,false,…] stack overflow
```

Foldl’

Foldl tiene una versión una versión estricta llamada foldl’, esta usa el operador seq:

```
seq:: a -> b -> b
```

Fuerza la evaluación del primer parámetro y después evalúa el segundo

La definición es la siguiente:

```
foldl' f z []     = z
foldl' f z (x:xs) = let z' = z `f` x
                    in seq z’(foldl' f z' xs)
```

va resolviendo el acumulador antes de la recursión

Map

Map, dada una función y una lista aplica esa función a cada elemento de la lista

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map f [] = []
map f (x:xs) = f x : (map f xs)
```

Es decir:

$$\text{map } f\ [X_0,X_1,X_2,..,X_n] = [f\ X_0, f\ X_1, \ldots, f\ X_n]$$

Por ejemplo:

```
map (*2) [1,2,3,4,5] = [2,4,6,8,10]
```

Filter

Dada una lista filtra los elementos de la lista usando un predicado:

```
filter :: (a->Bool)->[a]->[a]
filter f [] = []
filter f (x:xs)
              | f x =x:(filter f xs)
              | Otherwise = filter f xs
```

Puede funcionar para listas infinitas

Por ejemplo:

```
filter (isEven) [1,2,3,4,5] = [2,4]
```

Listas por Comprensión

En conjuntos podemos hacer:

$$\{2 * x \mid x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$$

En Haskell tenemos listas por comprensión, por ejemplo:

```
[2*x | x<-[0,1,2,3,4]]
```

Generador

Retorna la lista:

```
[0,2,4,6,8]
```

Listas por Comprensión

Podemos tener muchos generadores:

```
[(x,y) | x<-[0,1,2],y<-[2,3,4]]
```

Devuelve:

```
[(0,2),(0,3),(0,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4)]
```

Podemos utilizar guardas para filtrar elementos:

```
[x | x<-[0..], isEven x]
```

Devuelve:

```
[0,2,4,6,8,10,…]
```

Ejemplos:

Remueve todos los caracteres que no son mayúsculas de una cadena

```
• removeNonUppercase st = [c | c <-st, c `elem` [‘A'..'Z']]

• triplasPit = [(a,b,c) | c<-[1..], b<-[1..c], a<-[1..b], c^2 == a^2+b^2]

• factores n = [x | x<-[0..n], n `mod` x == 0]

• esPrimo n = (factores n) == [1,n]
```

Devuelve todas las triplas pitagóricas: $x^2 + y^2 = z^2$

Devuelve todos los factores de un número

Dice si un número es primo o no

Declarando Tipos Nuevos

Podemos definir nuevos tipos con el constructor `type`:

```
type String = [Char]
```

Es la definición de String en Haskell

También por ejemplo:

```
type Pos =(Int,Int)
```

Posiciones en un tablero

Y podemos usar este tipo nuevo:

```
type Board =[Pos]
```

Un tablero es una lista de posiciones

Tipos Nuevos

Podemos definir tipos con nuevos valores:

```
data Bool = False|True
```

Y se pueden definir tipos inductivos

```
data Nat = Zero|Succ Nat
```

Definen los naturales por medio de dos constructores:

`Zero::Nat` y `Succ::Nat->Nat`

Cuyos valores son:

```
Zero, Succ Zero, Succ (Succ Zero), …
```

Usando Notación de Registros

Cuando definimos tipos que tienen varios “campos” de información podemos usar la notación registro.

Por ejemplo, en vez de:

```
data Person = Person String String Int Float String String deriving (Show)
```

Podemos usar:

```
data Person = Person { firstName :: String
                     , lastName :: String
                     , age :: Int
                     , height :: Float
                     , phoneNumber :: String
                     , flavor :: String
                     } deriving (Show)
```

Nos da una función para acceder a cada campo.

Árboles Binarios

Los árboles binarios son un tipo de datos muy útil:

```
Data BinTree a = Nil | Node (BinTree a) a
                 (BinTree a)
```

Hijo izquierdo

Hijo derecho

Un ejemplo de función sobre árboles:

```
size:: Tree a->Int
size Nil = 0
size (Node hi r hd) = 1+size hi+size hd
```

Clases en Haskell

Una operación se dice sobrecargada si puede utilizarse para varios tipos.

Solo está bien definida si el tipo tiene la igualdad definida

```
elem x [] = False
elem x (y:ys) | x==y = True
              | otherwise = elem x ys
```

Una **clase** en Haskell define una colección de tipos que tienen una operación en común

Clases en Haskell

La clase que tiene la igualdad se define:

Todos los tipos que **instancien** esta clase deben tener la igualdad definida

```
Class Eq a where
     (==):: a -> a -> Bool
```

Por ejemplo, para decir que Nat pertenecen a Eq:

```
instance Eq Nat where
  Zero == Zero = True
  Zero == Succ n = False
  Succ n == Succ m = n == m
```

Utilizando Clases

En el ejemplo anterior el perfil de la función sería:

```
elem:: Eq a => a->[a]->Bool
```

Dado que el tipo a pertenece a la clase Eq

La función tiene este perfil

Si derivamos la igualdad con "deriving" Haskell la deriva de la forma más simple posible: dos expresiones son iguales cuando se escriben igual

Cuando no queremos esta igualdad, la tenemos que instanciar nosotros.

La Clase Show

En la clase Show "están" todos los tipos que tienen implementado el método show, se define:

```
class Show a where
    show :: a -> String
```

El que usa Haskell para mostrar por pantalla

Si la instanciamos con "deriving" Haskell mostrará las expresiones de la misma forma que se escriben. Si queremos algo mejor podemos hacerlo, por ejemplo:

```
instance Show a => Show (BinTree a) where
    show Nil = "<>"
    show (Node Nil r Nil) = "<"++ show r ++">"
    show (Node hi r hd) = "<"++ show hi ++ "," ++show r ++ "," ++ show hd ++ ">"
```

La Clase Ord

Los miembros de la clase Ord proveen un orden sobre sus elementos:

```
class Eq a => Ord a where
  compare :: a -> a -> Ordering
  (<) :: a -> a -> Bool
  (<=) :: a -> a -> Bool
  (>) :: a -> a -> Bool
  (>=) :: a -> a -> Bool
  max :: a -> a -> a
  min :: a -> a -> a
```

Eq se dice **superclase** Ord

Solo implementando uno de ellos es necesario

Los miembros de la clase Ord proveen un orden sobre sus elementos:

```
instance Ord Nat where
  Zero <= _ = True
  Succ n <= Zero = False
  Succ n <= Succ m = n <= m
```

Instanciamos el ord para los naturales

La Clase Num

Intuitivamente, la clase Num provee los métodos básicos que un tipo númerico tiene que tener

```
class Num a where
  (+) :: a -> a -> a
  (-) :: a -> a -> a
  (*) :: a -> a -> a
  negate :: a -> a
  abs :: a -> a
  signum :: a -> a
  fromInteger :: Integer -> a
```

Para instanciar la clase Num debemos implementar estos métodos

Ejercicio: Instanciar Num con Nat

Quicksort

Quicksort en C:

```
/* low  -> Starting index,  high  -> Ending index */
quickSort(arr[], low, high) {
    if (low < high) {
        /* pi is partitioning index, arr[pi] is now at right place */
        pi = partition(arr, low, high);
        quickSort(arr, low, pi - 1);  // Before pi
        quickSort(arr, pi + 1, high); // After pi
    }
}

/* This function takes last element as pivot, places the pivot element at its correct
position in sorted array, and places all smaller (smaller than pivot) to left of pivot and all greater elements to right of pivot */
partition (arr[], low, high){
    // pivot (Element to be placed at right position)
    pivot = arr[high];
    i = (low - 1)  // Index of smaller element and indicates the
    // right position of pivot found so far
    for (j = low; j <= high- 1; j++){
        // If current element is smaller than the pivot
        if (arr[j] < pivot){
            i++;    // increment index of smaller element
            swap arr[i] and arr[j]
        }
    }
    swap arr[i + 1] and arr[high])
    return (i + 1)
}
```

QuickSort en Haskell

```
qsort [] = []
qsort (x:xs) = qsort left ++ [x] ++ qsort
right
          where
          left = [a | a <- xs, a <= x ]
          right = [b | b <- xs, b > x ]
```

Permite un nivel de abstracción más alto

Cambiando el Orden de Evaluación

Muchas veces cambiar el orden de ejecución puede mejorar la eficiencia de las funciones

Acumula en el parámetro

```
sum n [] = n
sum n (x:xs) = sum (n+x) xs
```

Podemos mejorar el uso del espacio mediante $!

```
sum n [] = n
sum n (x:xs) = (sum $!(n+x)) xs
```

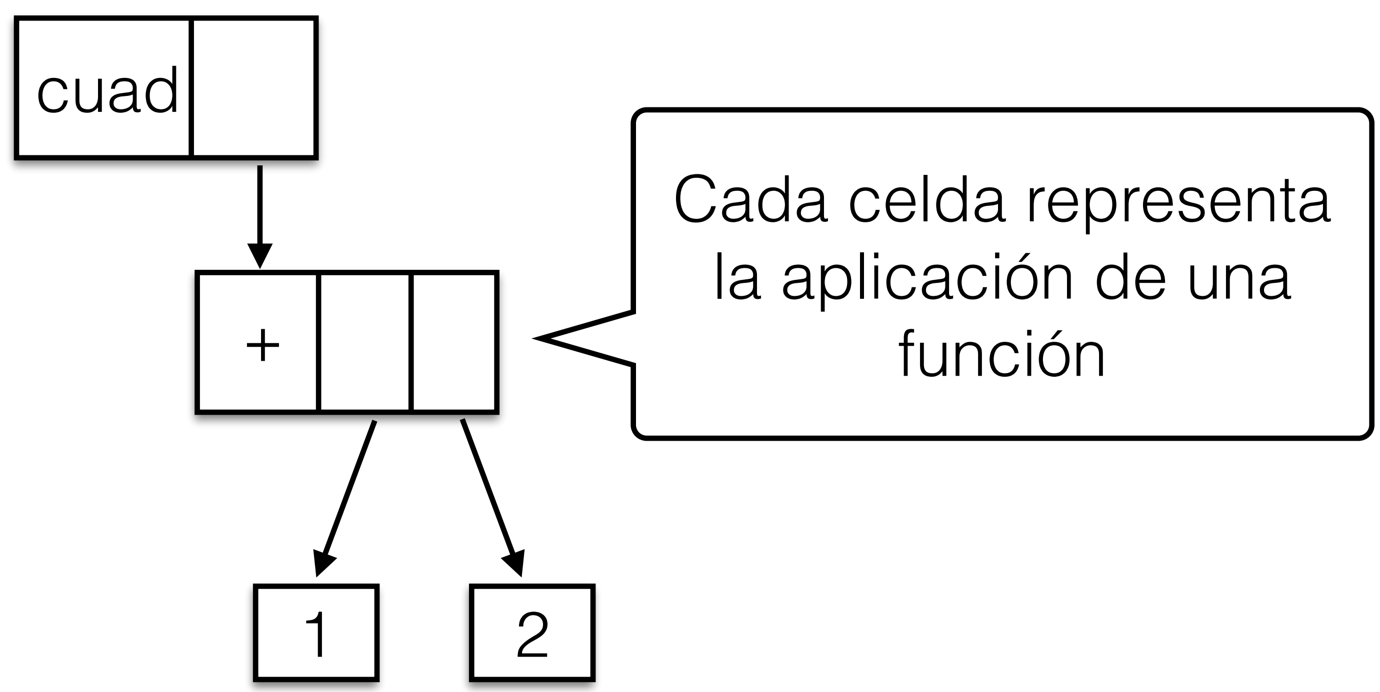
Este parámetro se evalúa antes de la función

Evaluación en Haskell

Haskell usa **evaluación lazy.**

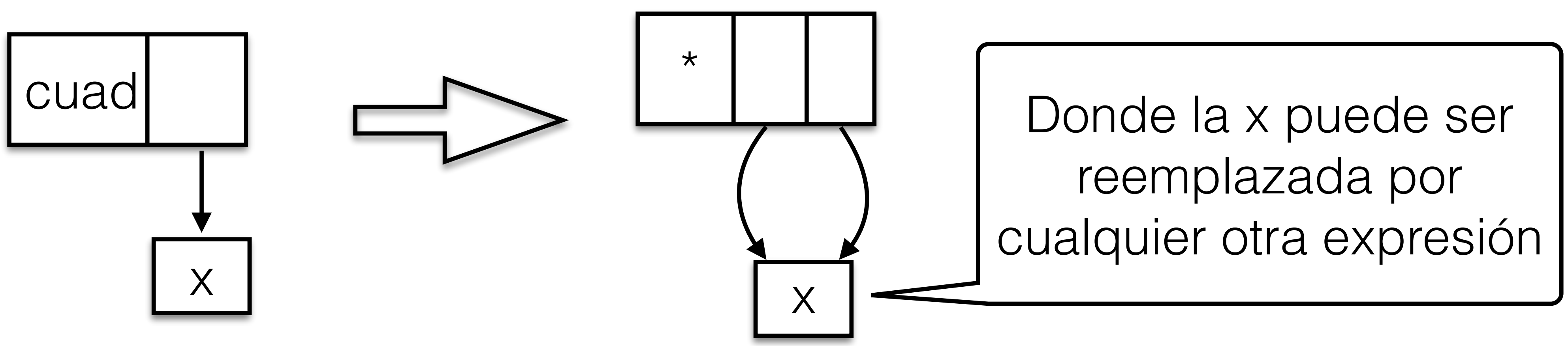
Cada expresión es representa en memoria con punteros.

Por ejemplo: `cuad(1+2)` se representa:



Evaluación en Haskell

Las definiciones son representadas como reglas:



Ejemplo de evaluación: cuad (1+2) en donde cuad x = x*x