Práctico 4.

Distribuciones de Sumas de Variables Aleatorias y Grandes Muestras

Ejercicio 1

El tiempo de vida de cierto componente electrónico es una variable aleatoria Gaussiana con una esperanza de 5000 horas y un desvío estándar de 100 horas. ¿Cuál es la probabilidad que el promedio de vida de 4000 componentes sea menor que 5002 horas?

Ejercicio 2

La compilación de un programa de computadora consta de 3 bloques que se procesan de manera secuencial, uno tras otro. Cada bloque lleva un tiempo con distribución exponencial con una media de 5 minutos, y es independiente de los otros bloques.

a) Hallar la esperanza y la varianza del tiempo total de compilación.

b) Calcular la probabilidad de que el programa entero sea compilado en menos de 12 minutos.

Ejercicio 3

La actualización de un determinado paquete de software requiere la instalación de 68 archivos nuevos. Los archivos están instalados consecutivamente. El tiempo de instalación es aleatorio, se puede asumir que tiene distribución normal y, en promedio tarda 15 segundos en instalarse un archivo, con una varianza de 11 seg ^{2}.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que todo el paquete se actualice en menos de 12 minutos?

b) Se lanza una nueva versión del paquete. Requiere solo N nuevos archivos para ser instalado, y se afirma que el 95 % de las veces el tiempo de actualización lleva menos de 10 minutos. Dada ésta información, hallar N.

Ejercicio 4

Entre todos los chips de computadora producidos por una determinada fábrica, el 6 % son defectuosos. Se selecciona una muestra de 400 chips para su inspección y se asume que el resultado de cada inspección es independiente del otro.

a) Cuál es la probabilidad de que esta muestra contenga entre 20 y 25 chips defectuosos? (incluir los valores 20 y 25).

b) Comparar la probabilidad exacta con la aproximación que provee el teorema central del límite.

Ejercicio 5

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una variable aleatoria $X \sim$Bernoulli(p), $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ y considere $Z_n = \frac{S_n - \mathrm{E}(S_n)}{\sqrt{\mathrm{VAR}(S_n)}}$ la suma estandarizada, como en el enunciado del teorema central del límite. Definamos

$$\forall x : F_{n,p}(x) = P(Z_n \leq x)$$

la función de distribución de Z_n.

a) Utilizando R definir una función `fdistBer` que dependa de x, n y p y que compute $F_{n,p}(x)$.

b) Utilizando una secuencia de valores, por ejemplo

```
x<- seq(-4,4,0.01)
```

estudiar la aproximación provista por el teorema central del límite comparando las gráficas de `fdistBer`(x,n,p) y de $\Phi(x)$, para diferentes valores de p y n.