

Práctico 6.

Simulación Monte Carlo, estimación puntual y por intervalos de confianza

Ejercicio 1.

La variable X mide el tiempo de transferencia de datos (min) entre una computadora “trabajador” y una computadora “maestro” 3 en un sistema de red informática¹. Por estudios anteriores se sabe que X tiene una distribución gamma con media 37.5 min y desvío 21.6.

Una característica θ en la que los técnicos de la producción están interesados en estimar es el tercer cuartil del tiempo de transferencia de datos.

- a) Graficar la densidad de X .
- b) Hallar el tercer cuartil o cuantil .75 de la variable X .
- c) Un posible estimador de θ basado en una muestra de tamaño n es el cuantil muestral .75, al que denotaremos con $\hat{\theta}_n$.
Asumiendo que $n = 25$, hallar una estimación de $E(\hat{\theta}_n)$ basada en $R = 800$ réplicas y con una semilla de 34.
- d) ¿El experimento anterior sugiere alguna relación entre $E(\hat{\theta}_n)$ y θ ?
- e) Basado en el experimento, ¿qué información es posible dar sobre el error estándar del estimador?

Ejercicio 2.

Si X es una variable aleatoria con $E(X) = \mu$ y $\text{VAR}(X) = \sigma^2$ probar que la media muestral \bar{X}_n y la varianza muestral s_n^2 son estimadores insesgados para μ y σ^2 , respectivamente.

Ejercicio 3.

- a) Si $X \sim E(\lambda)$ probar que el emv de λ es

$$\hat{\lambda}_n = \frac{1}{\bar{X}_n}.$$

- b) Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ con $\mu = \mu_0$ conocido hallar el emv de σ^2 .

Ejercicio 4.

Una muestra de tamaño $n = 100$ produce una media muestral $\bar{X}_n = 16$. Asumiendo normalidad y que el desvío estándar poblacional es 3, computar un intervalo del 95 % de confianza para la media poblacional.

¹El enunciado está tomado parcialmente de Devore, 2001

Ejercicio 5.

Observamos 28 éxitos en 70 ensayos de Bernoulli independientes. Computar un intervalo del 90 % de confianza para el parámetro poblacional p .

Ejercicio 6.

Asumiendo normalidad de la variable de la cual provienen los datos y que el desvío estándar poblacional es $\sigma = 3$, ¿cuán grande debería ser el tamaño de la muestra para estimar la media poblacional de tal modo que el margen de error no exceda 0.5?

Ejercicio 7.

En una cooperativa de producción a gran escala se quiere estimar el tiempo medio que insume el montaje de un nuevo componente electrónico. Asumamos que el desvío estándar del tiempo del proceso de ensamblaje es de 3.6 minutos.

- a) Después de observar 120 ensamblajes, el promedio del tiempo fue 16.2 minutos. Construir un intervalo de confianza del 92 % para el tiempo medio de ensamblaje.
- b) ¿Cuántos ensamblajes deberían ser incluidos en este estudio para que el tiempo medio poblacional pueda ser estimado en ± 15 segundos con un 92 % de confianza?