

4 de octubre de 2024

## Primer Parcial

Número de Grupo:

Nombre y Apellido de los Integrantes:

Nombre y Apellido del representante del grupo:

**Nota importante:** cada respuesta debe estar debidamente fundamentada, citando el material teórico, los prácticos o los textos de la bibliografía.

**Ejercicio 1** (3 puntos)

- a) De un mazo de póquer de 52 cartas se extraen dos cartas (no hay reposición). Hallar la probabilidad de que la segunda sea de corazón.
- b) Considere  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  un espacio de probabilidad. Las siguientes igualdades que tiene que probar son casos particulares de la igualdad dada en 5) de la Proposición 1 de la Unidad 1 de la Teoría.
  - i) Dados dos eventos  $A$  y  $B$  demostrar que es válida la siguiente igualdad:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- ii) Dados tres eventos  $A_1, A_2$  y  $A_3$  probar utilizando i) que es válida la siguiente igualdad:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = \sum_{1 \leq i \leq 3} P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq 3} P(A_i \cap A_j) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$$

**Ejercicio 2** (2.5 puntos)

Supongamos que  $X \sim N(0, 1)$  modela la temperatura- en  $^{\circ}\text{C}$ - en cierto momento del año en Río Cuarto, mientras que  $Y = (X + 1)/3$  modela la temperatura en una ciudad cercana.

- a) Hallar la densidad de  $Y$ .
- b) Calcular  $P(-2 < X < 3)$ .
- c) Hallar el intervalo  $(a, b)$  tal que los eventos  $[-2 < X < 3]$  y  $[a < Y < b]$  sean iguales.
- d) Graficar las probabilidades  $P(-2 < X < 3)$  y  $P([a < Y < b])$  en relación a sus correspondientes funciones de densidad.
- e) ¿Cuál es el valor de la temperatura esperada y de la varianza en la ciudad cercana a Río Cuarto?

### Ejercicio 3 (2 puntos)

Una tienda vende unidades de memoria flash, ya sea con 1 GB, 2 GB, 4 GB, 8 GB o 16 GB de memoria. La siguiente tabla muestra la función de probabilidad de masa de la variable aleatoria  $Y$  : “la cantidad de memoria en un disco comprado”

$y$	1	2	4	8	16
$f_Y(y)$	0.05	0.10	0.35	0.40	0.10

- a) Hallar  $F_Y$ , la función de distribución de  $Y$  y graficarla.
- b) Hallar las siguientes probabilidades utilizando  $F_Y$ :
  - i)  $P(Y = 5)$
  - ii) La probabilidad de que la cantidad de memoria en un disco no supere 4 GB
  - iii)  $P(Y = 24)$
  - iv)  $P(Y < 4)$
- c) Computar el número esperado de memoria.

### Ejercicio 4 (2.5 puntos)

Suponga que la función de densidad de probabilidad de la magnitud  $X$  de una carga dinámica sobre un puente (en Newtons) está dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{3}{8}x & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

- a) Hallar la función de distribución  $F$  de  $X$ .
- b) Graficar tanto la función de densidad como  $F$ .
- c) Hallar  $P(1 \leq X \leq 3)$  y representarla en el gráfico de  $f$  y de  $F$ .
- d) Calcular la probabilidad de que la carga sea a lo sumo de 1 Newton.