

Devoir surveillé du 1^{er} Semestre (2021-2022)

1^{ère} Année TA

Matière : Mécanique des Fluides

Durée: 1h30

Documents non autorisés

Vendredi 12 novembre 2021

Enseignant : Samir Jomaa

Exercice n° 1. (5 points)

La pression relative de 72 MPa a été mesurée à une profondeur $H = 7\,000$ m dans l'océan. A la surface libre de l'eau, le poids volumique est $10,05 \text{ kN/m}^3$. Le module d'élasticité (bulk modulus of elasticity) est estimé à 2,34 GPa. Calculer (et exprimer tous les résultats en unités du système international) :

- La variation du volume spécifique (Specific Volume) entre la surface de l'eau et la profondeur H ;
- Le volume spécifique à la profondeur H ;
- Le poids et la masse volumiques de l'eau à la profondeur H .

Exercice n° 2. (5 points)

Donner l'expression de l'ascension h de l'eau entre deux plaques en verre séparées d'une distance W placées dans un récipient contenant de l'eau. Si on néglige l'inclinaison des forces capillaires avec la verticale, calculer h pour une température d'eau de 25°C ? La séparation W entre les plaques est égale à 0,5 mm. La masse volumique de l'eau est ρ telle spécifiée dans le Tableau ci-bas.

Exercice n° 3. (10 points)

Une plaque mobile est placée au milieu entre deux plaques fixes. En dessus de la plaque mobile on place une couche d'huile afin de faciliter la lubrification. En dessous de la plaque mobile, une couche d'eau s'est formée dont la température est T . Durant le fonctionnement de ce dispositif, la contrainte de cisaillement dans la couche d'huile peut atteindre jusqu'à 8 fois la contrainte de cisaillement dans la couche d'eau. La viscosité cinématique de l'huile est $0,016 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ et son poids volumique est $8,83 \text{ kN/m}^3$. La vitesse de la plaque mobile est constante $U = 5 \text{ m/s}$. On suppose que les couches d'huile et d'eau se comportent comme des fluides Newtoniens.

- Démontrer la loi de Newton pour la viscosité (Identifier clairement les différentes variables utilisées):

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

- Faites un schéma explicatif en précisant les profils des vitesses dans la couche d'huile et dans la couche d'eau ;
- Calculer la viscosité dynamique dans la couche d'huile ;
- Calculer la viscosité dynamique dans la couche d'eau puis déterminer la température de fonctionnement, T ;
- Si la distance entre les deux plaques fixes est 2 cm, l'épaisseur de la plaque mobile 4 mm, calculer les contraintes de cisaillement dans la couche d'huile puis dans la couche d'eau ?

Tableau - Propriétés Physiques de l'eau

Temperature (°C)	Density, ρ (kg/m ³)	Specific Weight ^b , γ (kN/m ³)	Dynamic Viscosity, μ (N·s/m ²)	Kinematic Viscosity, ν (m ² /s)	Surface Tension ^c , σ (N/m)
0	999.9	9.806	1.787 E - 3	1.787 E - 6	7.56 E - 2
5	1000.0	9.807	1.519 E - 3	1.519 E - 6	7.49 E - 2
10	999.7	9.804	1.307 E - 3	1.307 E - 6	7.42 E - 2
20	998.2	9.789	1.002 E - 3	1.004 E - 6	7.28 E - 2
30	995.7	9.765	7.975 E - 4	8.009 E - 7	7.12 E - 2
40	992.2	9.731	6.529 E - 4	6.580 E - 7	6.96 E - 2
50	988.1	9.690	5.468 E - 4	5.534 E - 7	6.79 E - 2
60	983.2	9.642	4.665 E - 4	4.745 E - 7	6.62 E - 2
70	977.8	9.589	4.042 E - 4	4.134 E - 7	6.44 E - 2
80	971.8	9.530	3.547 E - 4	3.650 E - 7	6.26 E - 2
90	965.3	9.467	3.147 E - 4	3.260 E - 7	6.08 E - 2
100	958.4	9.399	2.818 E - 4	2.940 E - 7	5.89 E - 2

Devoir surveillé du 1^{er} Semestre (2021-2022) Solution
1^{ère} Année TA Matière : Mécanique des Fluides Durée: 1h30
Documents non autorisés Vendredi 12 novembre 2021 Enseignant : Samir Jomaa

Exercice n° 1. (5 points)

La pression relative de 72 MPa a été mesurée à une profondeur $H=7\,000\text{ m}$ dans l'océan. A la surface libre de l'eau, le poids volumique est $10,05\text{ kN/m}^3$. Le module d'élasticité (bulk modulus of elasticity) est estimé à 2,34 GPa. Calculer (et exprimer tous les résultats en unités du système international) :

- La variation du volume spécifique (Specific Volume) entre la surface de l'eau et la profondeur H ; $(1/\rho_0 - 1/\rho_{7000})\text{ m}^3/\text{kg}$
- Le volume spécifique à la profondeur H ; $\rightarrow 1/\rho_{7000} = 0,000947\text{ m}^3/\text{kg}$
- Le poids et la masse volumiques de l'eau à la profondeur H .
 $\rho_{7000} = 1056\text{ kg/m}^3$ et $\gamma_{7000} = 10360\text{ N/m}^3$

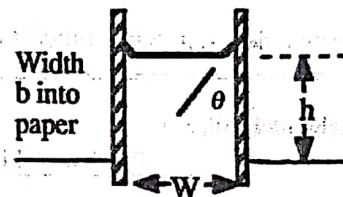
Exercice n° 2. (5 points)

Donner l'expression de l'ascension h de l'eau entre deux plaques en verre séparées d'une distance W placées dans un récipient contenant de l'eau. Si on néglige l'inclinaison des forces capillaires avec la verticale, calculer h pour une température d'eau de 25°C ? La séparation W entre les plaques est égale à $0,5\text{ mm}$. La masse volumique de l'eau est ρ telle spécifiée dans le Tableau ci-bas.

Considérons une surface liquide limitée à un certain contour, on constate que sur l'élément dL de ce contour s'exerce une force dF proportionnelle à cet élément dL dirigée dans le plan de la surface et normale à l'élément : $dF = \sigma \cdot dL$. La constante de proportionnalité, σ s'appelle la tension superficielle qui a pour unité dans le système international des unités N/m et de dimension : $[\sigma] \rightarrow [M/T^2]$.

On définit la tension superficielle, la constante de proportionnalité σ entre une force dF et un élément de longueur dL : $\Delta F = \sigma \Delta L \rightarrow \sigma = \lim_{(\Delta L \rightarrow 0)} \Delta F / \Delta L = dF/dL$

L'ascension d'un liquide de masse volumique ρ qui mouille les deux plaques distantes de W et de largeur b . Les forces capillaires sont exprimées par l'équation $F_{\text{cap}} = 2b\sigma$. La composante verticale des forces capillaires et le poids de la colonne de liquide de hauteur h (Poids = $mg = \rho \cdot \text{Vol} \cdot g = \rho g W b h$) sont en équilibre.



On a donc : $F_{\text{cap}} \cdot \cos\theta = \text{Poids} \rightarrow 2b\sigma \cos\theta = \rho g W b h \rightarrow \sigma = \rho g W h / (2 \cos\theta)$;
 si $\cos\theta = 1$ donc $\sigma = \rho g W h / 2 \rightarrow h = \sigma \cdot 2 / (\rho g W)$

Si $T = 25^\circ\text{C} \rightarrow \rho = 997\text{ kg/m}^3$ et $\sigma = 7,2 \cdot 10^{-2}\text{ N/m}$; $W = 0,5 \cdot 10^{-3}\text{ m}$; $h = 0,0294\text{ m} = 29,4\text{ mm}$

Exercice n° 3. (10 points)

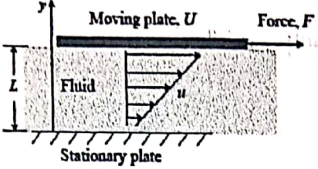
Une plaque mobile est placée au milieu entre deux plaques fixes. En dessus de la plaque mobile on place une couche d'huile afin de faciliter la lubrification. En dessous de la plaque mobile, une couche d'eau s'est formée dont la température est T . Durant le fonctionnement de ce dispositif, la contrainte de cisaillement dans la couche d'huile peut atteindre jusqu'à 8 fois la contrainte de cisaillement dans la couche d'eau. La viscosité cinématique de l'huile est $0,016 \cdot 10^{-3}\text{ m}^2/\text{s}$ et son poids volumique est $8,83\text{ kN/m}^3$. La vitesse de la plaque mobile est constante $U = 5\text{ m/s}$. On suppose que les couches d'huile et d'eau se comportent comme des fluides Newtoniens.

- Démontrer la loi de Newton pour la viscosité (Identifier clairement les différentes variables utilisées):

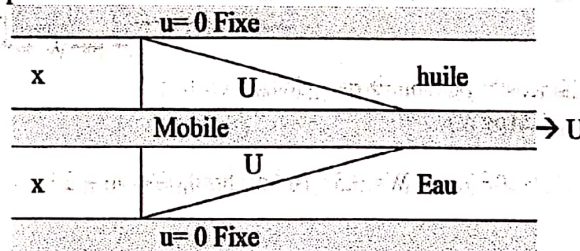
$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

- ii. Faites un schéma explicatif en précisant les profils des vitesses dans la couche d'huile et dans la couche d'eau;
- iii. Calculer la viscosité dynamique dans la couche d'huile;
- iv. Calculer la viscosité dynamique dans la couche d'eau puis déterminer la température de fonctionnement, T;
- v. Si la distance entre les deux plaques fixes est 2 cm, l'épaisseur de la plaque mobile 4 mm, calculer les contraintes de cisaillement dans la couche d'huile puis dans la couche d'eau?

i.

 <p>The velocity induced by the moving plate is expressed as follows:</p> $u(y) = \left(\frac{U}{L}\right)y$	<p>For a large class of fluids, empirically, $F \propto \frac{AU}{L}$</p> <p>Where A is the area of the moving plate:</p> <p>More specifically $F = \mu \frac{AU}{L}$</p> <p>μ is coefficient of viscosity (dynamic viscosity)</p> <ul style="list-style-type: none"> μ [kg/m.s] It is a property of fluid It is function of T and P of the fluid gas: viscosity is affected by very high P only liquids: depends exponentially on P. Importance is function of fluid nature
<p>The shear stress induced by F is then, $\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{L}$</p> <p>From previous slides, the variation of the velocity along the y-axis can be written</p> $\frac{du}{dy} = \frac{U}{L}$ <p>Thus, the shear stress is $\tau = \mu \frac{du}{dy}$</p> <p>The kinematic viscosity is defined as $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ [m²/s]</p>	<p>Newton's Law of viscosity</p> <p>Shear stress due to viscosity at a point: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>τ = Shear stress</p> <p>μ = Viscosity - Absolute viscosity - Dynamic viscosity</p> <p>du/dy = Shear rate, rate of strain or velocity gradient</p> </div>

ii. Schéma explicatif



- iii. La viscosité dynamique dans la couche d'huile (μ_h) = $\rho_h \nu_h$
 $\gamma_h = \rho_h g \rightarrow \rho_h = \gamma_h / g$ donc $(\mu_h) = \nu_h \cdot \gamma_h / g \rightarrow (\mu_h) = \nu_h \cdot \gamma_h / g = 0,016 \cdot 10^{-3} \cdot 8830 / 9,81 = 14,4 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- iv. La viscosité dynamique dans la couche d'eau (μ_e)
 $\tau_e = \mu_e (U/x)$ et $\tau_h = \mu_h (U/x)$; on a $\tau_h = 8 \cdot \tau_e$ donc $8 \cdot [\mu_e (U/x)] = \mu_h (U/x) \rightarrow 8 \cdot \mu_e = \mu_h$
 $\mu_e = \mu_h / 8 = [14,4 \cdot 10^{-3} / 8] \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s} \rightarrow \mu_e = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
 Pour $T = 0^\circ\text{C} \rightarrow \mu_e = 1,787 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s} \sim 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- v. Si la distance entre les plaques fixes est 2 cm, l'épaisseur de la plaque mobile est 4 mm et la vitesse $U = 5 \text{ m/s}$, calculer les contraintes de cisaillement dans les couches d'huile et d'eau ?
 $\tau_h = \mu_h (U/x)$; $x = (20-4)/2 = 8 \text{ mm}$ donc $\tau_h = 14,4 \cdot 10^{-3} \cdot [5/8 \cdot 10^{-3}] \rightarrow \tau_h = 9 \text{ Pa}$ et $\tau_e = 1,125 \text{ Pa}$