A.U : 2022/2023. **Classes : 1 TA.**
Nombre de pages : 1.

Série 4 :Notion de distribution sur $\mathbb{R}^n$

Exercice 1 :

Est ce que les fonctions suivantes sont à support compact ? répondre avec justification.
- $\sin(t)$.
- $\sin(t).\varphi(t)$, avec $\varphi \in D(\mathbb{R}^n)$.

Exercice 2 :

1) $T_1(\varphi) = \prec T_1, \varphi \succ = \int_0^1 \varphi(t)dt$ est-elle une distribution ?
2) $T_2(\varphi) = \prec T_2, \varphi \succ = \int_0^1 \mid \varphi(t) \mid dt$ est-elle une distribution ?
3) $T_3(\varphi) = \prec T_3, \varphi \succ = \int_0^{+\infty} t^2\varphi(t)dt$ est-elle une distribution ?
4) Même question pour $T_4(\varphi) = \prec T_4, \varphi \succ = \int_0^1 \varphi^2(t)dt$.

Exercice 3 :

Soients $\prec T_1, \varphi \succ = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{\partial f}{dx_1} dt$
$\prec T_2, \varphi \succ = \int_{\mathbb{R}} \left(\int_0^{+\infty} \frac{\partial^2 f}{dx_1^2}(t_1, t_2)dt_1 \right) dt_2$; $\prec T_3, \varphi \succ = \int_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2} f(\sin xy)dxdy$.
Justifiez que T_i, $i = 1, 2, 3$ sont des distributions.

Exercice 4 :

1) Montrer que $< T, \phi > = \int_0^{+\infty} \ln(x)\phi(x)dx$ définit une distribution.
2) Trouver la dérivée de cette distribution.

Exercice 5 :

Montrer que la fonction $F(x) = \ln(|x|)$ définit une distribution, et que $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = vp(\frac{1}{x})$.

Exercice 6 :

1) Montrer que $v_p(\frac{1}{x})$ est une distribution.
2) Montrer que $Pf(\frac{1}{x^2})$ est une distribution.