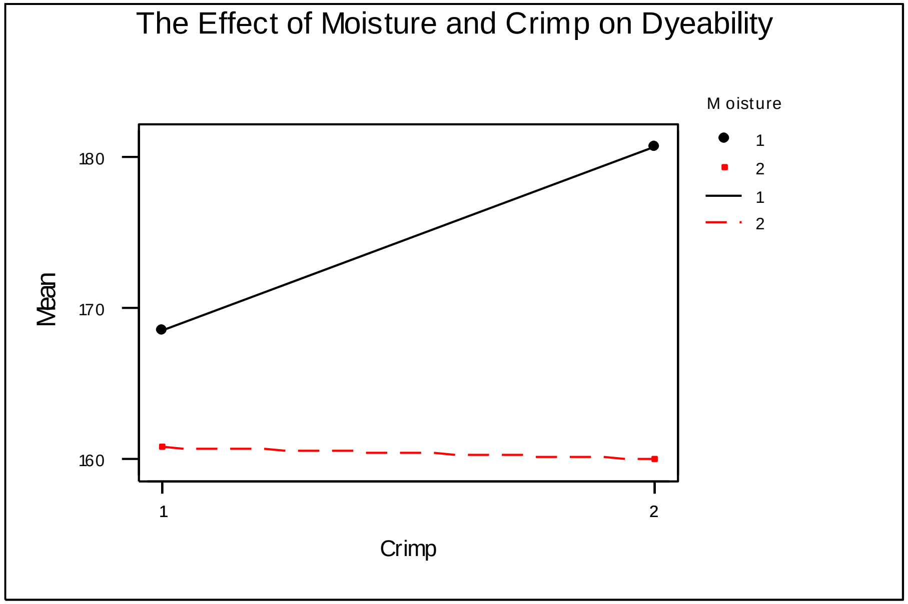
Expériences factorielles complètes



Le but des expériences factorielles

- Comprendre les avantages des expériences factorielles par rapport à celles d'un facteur à la fois.
- Déterminer comment on analyse les expériences factorielles générales.
- Comprendre le concept de l'interaction statistique.
- Analyser les expériences à deux et trois facteurs.
- Utiliser les techniques de diagnostic pour évaluer »l'adéquation » (les valeurs résiduelles) du modèle statistique.
- Identifier les facteurs critiques c'est-à-dire les plus importants dans les expériences.
- Les expériences factorielles complètes sont souvent utilisées pour optimiser un processus.

OFAT et l'interaction

Supposons que nous réalisions une étude OFAT (un facteur à la fois) comme indiqué ci-dessous.

	Pression 1	Pression 2
Température 1	20	40
Température 2	50	12

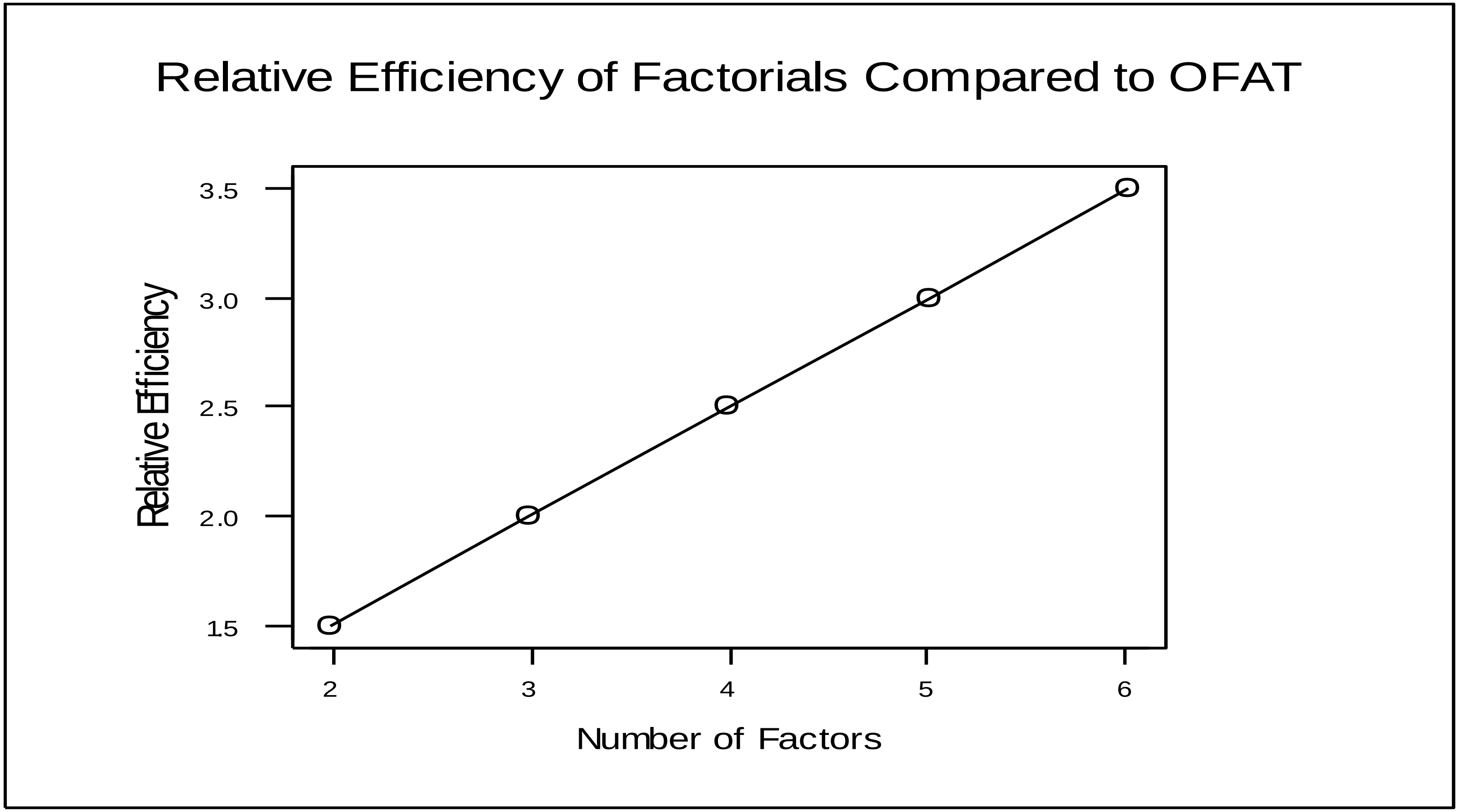
Premier passage en machine

Deuxième passage

- **Si nous gardions la température constante au niveau 1 et si nous varions la pression, nous conclurions que la pression au niveau 2 est la meilleure.**
- **Puis, tout en maintenant la pression constante au niveau 2, nous varions la température et constatons que la température 1 est la meilleure.**
- **Bien que nous ayons apporté des améliorations, nous aurions raté le point optimal.**

- **Plus efficaces que les expériences OFAT (un facteur à la fois).**
- **Permettent d’examiner les effets combinés de plusieurs facteurs (interactions).**
- **Couvrent un domaine expérimental plus vaste que les études OFAT.**
- **Identifient les facteurs critiques.**
- **Plus efficaces pour estimer les effets à la fois des données de départ et des variables parasites sur les valeurs d’arrivée.**

Efficacité relative des factorielles par rapport aux expériences OFAT



Expériences à deux facteurs - les effets principaux

Dans une expérience factorielle, l'effet principal d'un facteur est défini comme le changement moyen de la variable d'arrivée produit lorsque les niveaux du facteur changent. Considérons les informations ci-dessous où nous avons deux facteurs, la température et la pression.

	Pression 1	Pression 2
Température 1	20	30
Température 2	40	52

Pour déterminer l'effet principal pour la température, nous calculons le rendement moyen à chaque niveau de température et soustrayons le faible niveau du niveau élevé, comme ci-dessous:

$$\text{Effet Temp} = \frac{40+52}{2} - \frac{20+30}{2} = 21 = \bar{Y}_{T+} - \bar{Y}_{T-}$$

A mesure que la température augmente du niveau 1 jusqu 'au niveau 2, le rendement augmente de 21 points. Nous déclarons donc que l'effet principal de la température est de 21 points.

Expériences à deux facteurs - les effets principaux

De même, pour déterminer l'effet principal pour la pression:

	Pression 1	Pression 2
Température 1	20	30
Température 2	40	52

Nous effectuons le calcul suivant:

$$\text{Pression} = \frac{30+52}{2} - \frac{20+40}{2} = 11 = \bar{Y}_{P+} - \bar{Y}_{P-}$$

Lorsque la pression augmente du niveau 1 au niveau 2, le rendement augmente de 11 points. Par conséquent l'effet principal de la pression est de 11 points.

Dans certaines expériences, nous constatons que l'effet entre les niveaux d'un facteur n'est pas le même pour divers niveaux d'autres facteurs.

Considérons les données initiales:

	Pression 1	Pression 2
Température 1	20	40
Température 2	50	12

Au premier niveau de pression, l'effet pour la température est:

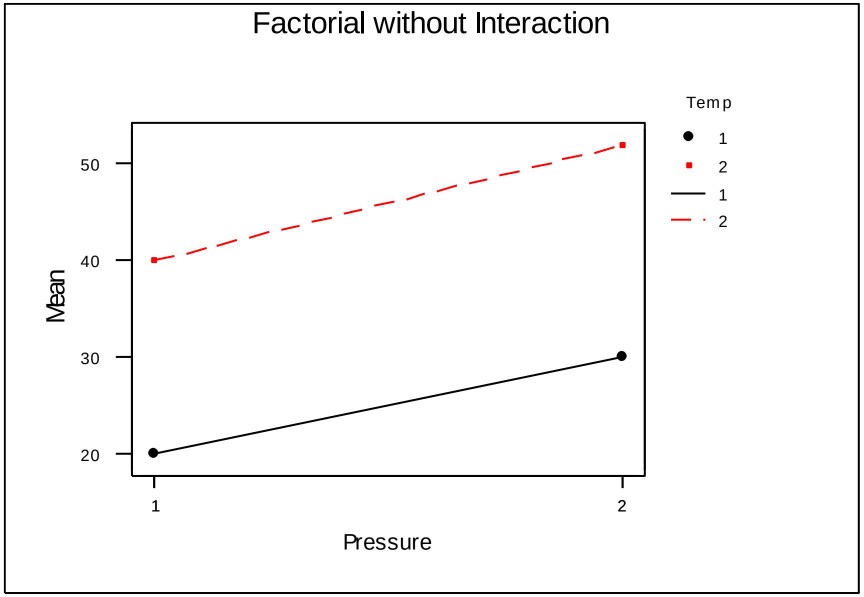
Température = 50 - 20 = 30

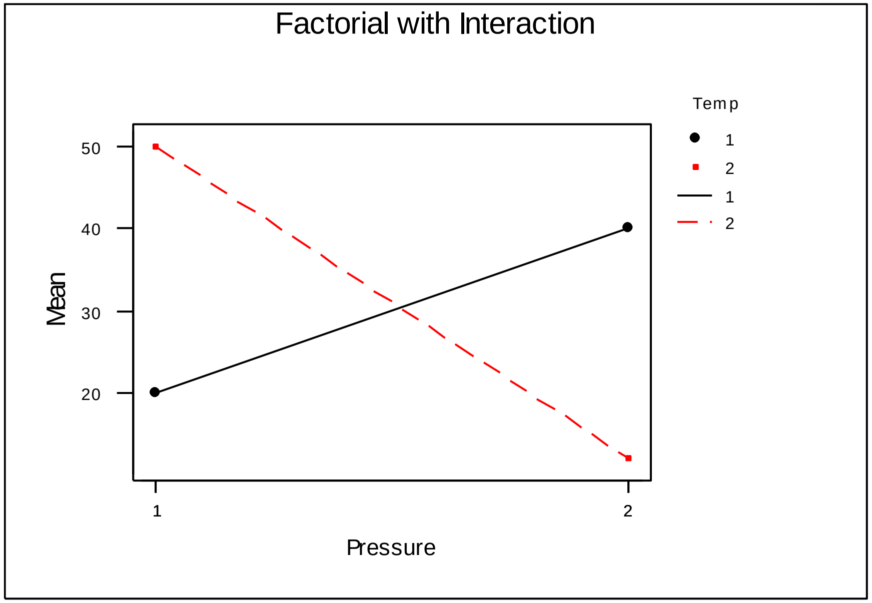
et au deuxième niveau de pression, l'effet pour la température est :

Température = 12-40 = -28

Etant donné que l'effet de la température sur le rendement dépend du niveau de la pression, nous disons qu'il y a une interaction entre la température et la pression.

Analyser les graphiques d'interaction





Pression **Pression**

Pas d'interaction:

Au fur et à mesure que nous passons de la pression 1 à la pression 2 à une température constante de soit 1 soit 2, nous observons le même effet, le rendement augmente dans les deux cas. Toutefois, le rendement est plus élevé pour la Temp. 2

Interaction:

Au fur et à mesure que nous passons de la pression 1 à la pression 2 à une température constante de soit 1 soit 2, nous observons un effet opposé, le rendement va dans des directions différentes aux deux niveaux de température. Etant donné que nous désirons un rendement plus élevé, nous devons déterminer quelles sont les meilleures conditions.

Modélisation statistique

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

Où

μ = Moyenne globale

τ_i = l'effet du niveau i du facteur τ

β_j = l'effet du niveau j du facteur β

$(\tau\beta)_{ij}$ = l'effet de l'interaction τ_i et β_j

ε_{ijk} = composante d'erreur aléatoire

Ho : $\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_a$

Ha : au moins un $\tau_i \neq 0$

Ho : $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_b$

Ha : au moins un $\beta_j \neq 0$

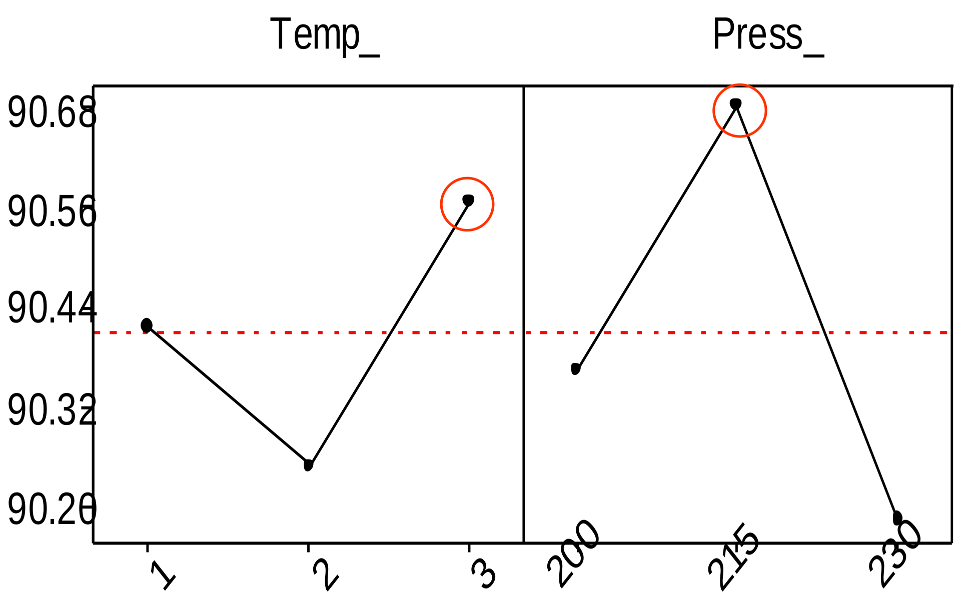
Ho : $(\tau\beta)_{ij} = 0$ pour tous j i,

Ha : au moins $(\tau\beta)_{ij} \neq 0$

Exemple Analyse des effets principaux

<u>Analyse graphique pour déterminer les réglages optimaux</u>

Etant donné que les effets principaux sont significatifs, nous allons examiner la nature de leurs relations.



- **Pour maximiser le rendement, les réglages optimaux sont la température au niveau 3 et la pression à 215**
- **Avant d'appliquer ces réglages, les vérifier en reproduisant les conditions optimales. S'ils sont acceptables, les appliquer.**

12 étapes: expérience factorielle complète

- Etape 1: Enoncer le problème pratique et l'objectif
- Etape 2: Enoncer les facteurs et niveaux d'intérêt.
- Etape 3: Sélectionner la taille d'échantillon appropriée.
- Etape 4: Créer une feuille des données de l'expérience, avec les facteurs dans leurs colonnes respectives. Randomiser les passages en machine d'expériences dans la feuille de données.
- Etape 5: Exécuter l'expérience.
- Etape 6: Réaliser le tableau ANOVA pour le modèle entier
- Etape 7: Revoir le tableau ANOVA et supprimer les effets qui ont des valeurs-p supérieures à .05. Traiter le modèle réduit pour inclure ces valeurs-p que l'on juge significatives.
- Etape 8 : Analyser les valeurs résiduelles du modèle réduit pour s'assurer que l'on a un modèle adéquat. Calculer l'adéquation et les résiduelles.

12 étapes expérience factorielle complète

- **Etape 9: Déterminer les réglages optimaux en analysant graphiquement les interactions significatives (p-value <.05). Evaluer d'abord la signification la plus importante.**
- **Pour les interactions à 3 directions, analyser les données. Une fois que les interactions les plus importantes ont été interprétées, analyser l'ensemble suivant d'interactions moins importantes.**

  Examiner les effets principaux (valeur-p <.05)
- **Etape 10: Pour des raisons pratiques, calculer les valeurs epsilon au carré**
- **Etape 11: Reproduire les conditions optimales. Planifier la prochaine expérience ou mettre en œuvre le changement.**
- **Etape 12: Rédiger le rapport final.**

Expériences factorielles 2^K

But

A la fin de cette section, vous comprendrez comment:

- **Décrire le concept global des factorielles 2^k**
- **Créer des expériences standard**
- **Concevoir et analyser des factorielles 2^k en utilisant:**
  - ANOVA
  - Les graphiques d'effets
  - Les graphiques et graphiques résiduels

Avantages des expériences factorielles 2^k

L'utilité de l'expérience 2k Factoriel:

. Obtenir l'équation de prédiction qui caractérise: Y = f(x1, x2, x3, .)

. L'équation de prédiction nous permet d'identifier non seulement les facteurs critiques mais aussi leurs meilleures niveaux.

. L'expérience 2k factoriel nous permet aussi d'investiguer simultanément plusieurs nombre de facteurs avec un peu d'essai.

. Le concept 2k est fréquemment utilisé dans les applications DOE industriel car il est facile à analyser et à réaliser.

Avantages des expériences factorielles 2^k

- Elles nécessitent relativement peu de passages en machine par facteur étudié.
- Peuvent former la base de conceptions plus élaborées.
- Elles sont bonnes pour les premières enquêtes - peuvent examiner un nombre important de facteurs avec relativement peu de passages en machine.
- Elles se prêtent bien aux études séquentielles.
- Leur analyse est assez facile.

Les factorielles 2^k se rapportent aux facteurs k, ayant chacun 2 niveaux. Une factorielle 2^2 est une factorielle 2x2. Cette conception a deux facteurs ayant chacun deux niveaux et peut être exécutée en 2x2 ou 4 fois. De même, une factorielle 2^3 possède 3 facteurs ayant chacun deux niveaux. Cette expérience peut être exécutée en 2x2x2 ou 8 fois.

Ordre standard des expériences 2^k

- **Le modèle de conception des expériences factorielles 2^k est en général représenté dans l'ordre standard.**
- **Le bas niveau d'un facteur est désigné d'un "-" ou -1 tandis que le niveau élevé est assorti d'un "+" ou 1. Un exemple d'une conception de factorielle 2^2 se présenterait comme suit:**

Temp	Conc
-1	-1
1	-1
-1	1
1	1

Une factorielle 2^3 se présente ainsi:

Temp	Conc	Catalyst
-1	-1	-1
1	-1	-1
-1	1	-1
1	1	-1
-1	-1	1
1	-1	1
-1	1	1
1	1	1

Facteur	**Niveau**	
	Bas	**Elevé**
Température (A)	**-1**	**1**
Concentration (B)	**-1**	**1**
Catalyseur (C)	**-1**	**1**

La réponse du modèle

Modèle 2^2

(2x2) 4 passages

Modèle 2^3

(2x2x2) 8 passages

a	b	c	d
-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1
1	1	-1	-1
-1	-1	1	-1
1	-1	1	-1
-1	1	1	-1
1	1	1	-1
-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1
-1	1	-1	1
1	1	-1	1
-1	-1	1	1
1	-1	1	1
-1	1	1	1
1	1	1	1

- **Ces factorielles 2^k sont représentées dans l'ordre standard.**
- **C'est ainsi que Minitab crée le modèle, sauf si vous demandez à Minitab de randomiser les passages en machine.**

Modèle 2^4

(2 x 2 x 2 x 2) 16 passages

Exemple d'une expérience factorielle 2^3

- Cet exemple concerne deux variables de départ quantitatives (température et concentration) et une donnée de départ qualitative (catalyseur) pour le rendement.
- Facteurs et niveaux:
  - Temp: 160º C (-1), 180º C (1)
  - Concentration (%): 20 (-1), 40 (1)
  - Catalyseur: Marque A (-1), Marque B (1)
- Le modèle de l 'expérience avec ses résultats se présente ainsi:

Temp	Conc	Catalyseur	Rendement
-1	-1	-1	60
1	-1	-1	72
-1	1	-1	54
1	1	-1	68
-1	-1	1	52
1	-1	1	83
-1	1	1	45
1	1	1	80

C'est un exemple d'expérience factorielle complète avec une seule observation par combinaison de traitement .

2^3 - Calcul des effets principaux

Nous allons maintenant calculer les effets de l'expérience. D'abord, regardons la température. Nous ajoutons simplement les rendements associés à (-1) et ceux associés à (1) puis nous calculons la moyenne de chacun et soustrayons la valeur au niveau "1" de celle au niveau "-1".

Temp.	Conc	Catalyseur	Rendement
-1	-1	-1	60
1	-1	-1	72
-1	1	-1	54
1	1	-1	68
-1	-1	1	52
1	-1	1	83
-1	1	1	45
1	1	1	80

$$\text{Effet de la température} = \frac{(72+68+83+80)}{4} - \frac{(60+54+52+45)}{4}$$

$$= 75.72 - 52.75 = 23$$

Ceci peut être interprété comme le rendement qui augmente d 'environ 23 points lorsque la température passe de 160°C à 180°C

2^3-Calcul des effets principaux

Maintenant nous calculons l'effet de la concentration de la même façon

Temp	Conc	Catalyseur	Rendement
-1	-1	-1	60
1	-1	-1	72
-1	1	-1	54
1	1	-1	68
-1	-1	1	52
1	-1	1	83
-1	1	1	45
1	1	1	80

Effet de la concentration $= \frac{(54+68+45+80)}{4} - \frac{(60+72+52+83)}{4} = -5$

Ceci indique que lorsque la concentration passe de 20% à 40% le rendement baisse d'environ 5 points.

2^3 -Calcul des effets principaux

Maintenant calculez l'effet du catalyseur et interprétez-le

Temp	Conc	Catalyseur	Rendement
-1	-1	-1	60
1	-1	-1	72
-1	1	-1	54
1	1	-1	68
-1	-1	1	52
1	-1	1	83
-1	1	1	45
1	1	1	80

Total -	-211	-267	
Total +	303	247	
Somme	92	-20	
Eff. moy.	23	-5	

Effet du catalyseur $= \dfrac{(\_+\_+\_+\_)}{4} - \dfrac{(\_+\_+\_+\_)}{4} = \_$

2^3 - Calcul des effets principaux

Temp	Conc	Catalyseur	Rendement
-1	-1	-1	60
1	-1	-1	72
-1	1	-1	54
1	1	-1	68
-1	-1	1	52
1	-1	1	83
-1	1	1	45
1	1	1	80

En passant du catalyseur A au catalyseur B, nous améliorons notre rendement de 1.5 points.

Total -	-211	-267	-254
Total +	303	247	260
Somme	92	-20	6
Eff. moy.	23	-5	1.5

Pour cette expérience, nous avons juste calculé les principaux effets. Autrement dit, nous avons uniquement examiné les effets de la température, de la concentration et du catalyseur, pris un par un.

Comprendre l’effet de l’interaction

- Nous nous intéressons aussi aux effets combinés de ces trois facteurs. La question à laquelle il faut répondre est « Y-a-t-il une combinaison particulière de réglages qui améliore davantage le rendement, par rapport à un effet pris tout seul ? »

- Nous allons approfondir l’expérience factorielle 2x2 et apprendre comment les termes de l’interaction sont représentés statistiquement. Puis nous reviendrons sur notre exemple.

Calculer les effets de l'interaction

- L'effet de l'interaction est représenté en multipliant les colonnes à représenter.
- Pour l'exemple 2x2, le contraste d'interaction Température x Concentration est créé en multipliant le contraste de température par le contraste de concentration.

Modèle des effets principaux

Temp	Conc
-1	-1
1	-1
-1	1
1	1

Modèle des effets d'interaction

Temp	Conc	TxC
-1	-1	1
1	-1	-1
-1	1	-1
1	1	1

TxC = Temp * Conc

Calculer l'effet d'interaction-2^3

Pour simplifier, disons que nous avons les facteurs A, B et C. Les interactions que nous pouvons tester seront A*B, A*C, B*C et A*B*C.

Temp(T)	Conc (C)	Cat (K)	T*C	T*K	C*K	T*C*K	Rendt
-1	-1	-1					60
1	-1	-1					72
-1	1	-1					54
1	1	-1					68
-1	-1	1					52
1	-1	1					83
-1	1	1					45
1	1	1					80

Calculer les contrastes d'interaction pour cette expérience.

Calculer l’effet d’interaction

Calculer à la main les effets d’interaction

Temp(T)	Conc(C)	Cat(K)	T*C	T*K	C*K	T*C*K	Rendt
-1	-1	-1	1	1	1	-1	60
1	-1	-1	-1	-1	1	1	72
-1	1	-1	-1	1	-1	1	54
1	1	-1	1	-1	-1	-1	68
-1	-1	1	1	-1	-1	1	52
1	-1	1	-1	1	-1	-1	83
-1	1	1	-1	-1	1	-1	45
1	1	1	1	1	1	1	80

Total -	-211	-267					
Total +	303	247					
Somme	92	-20					
Eff. moy.	23	-5					

Calculer l’effet d’interaction

Voici la liste finale des effets:

	Temp(T)	Conc (C)	Cat (K)	T*C	T*K	C*K	T*C*K	Rendt
	-1	-1	-1	1	1	1	-1	60
	1	-1	-1	-1	-1	1	1	72
	-1	1	-1	-1	1	-1	1	54
	1	1	-1	1	-1	-1	-1	68
	-1	-1	1	1	-1	-1	1	52
	1	-1	1	-1	1	-1	-1	83
	-1	1	1	-1	-1	1	-1	45
	1	1	1	1	1	1	1	80
Total -	-211	-267						
Total +	303	247						
Somme	92	-20						
Eff. Moy.	23	-5	1.5	1.5	10	0	0.5	

Maintenant le défi consiste à savoir quels sont les effets qui sont importants (significatifs).

Exemple d’expérience factorielle

- **Etape 1: Enoncer l’objectif: déterminer l’effet que la température, la concentration et le catalyseur ont sur le rendement de notre processus**

- **Etape 2: Déterminer les facteurs et leurs niveaux respectifs:**

Temp (-1) 160°C (1) 180°C

Conc (-1) 20% (1) 40%

Catalyseur (-1) Marque A

(1) Marque B

Catalyst	Temperature	Concentration	% react
-1	-1	1	56
-1	-1	-1	53
1	-1	-1	63
1	-1	1	65
-1	-1	-1	53
-1	-1	1	55
1	-1	1	67
1	-1	-1	61
-1	1	-1	69
-1	1	1	45
1	1	1	78
1	1	-1	93
-1	1	1	49
-1	1	-1	60
1	1	-1	95
1	1	1	82

- **Etape 3-4 Déterminer la taille de l’échantillon et randomiser les passages en machine**

Répitition: 02

Formules

Effets

Effets estimés de chaque facteur. Les effets sont uniquement calculés pour les modèles à 2 niveaux, mais pas pour les modèles factoriels généraux. La formule de l'effet d'un facteur est la suivante :

Effet = Coefficient * 2

Coefficients (Coeff)

Estimations des coefficients de régression de population dans une équation de régression. Pour chaque facteur, on calcule k - 1 coefficients, où k correspond au nombre de niveaux dans le facteur. Pour un modèle factoriel complet à 2 niveaux et à 2 facteurs, les formules des coefficients pour les facteurs et les interactions sont les suivantes :

$$\text{Coeff } A = \bar{y}_A - \bar{y}_{...} \qquad \text{Coeff } B = \bar{y}_B - \bar{y}_{...} \qquad \text{Coeff } AB = \bar{y}_{AB} - \bar{y}_A - \bar{y}_B + \bar{y}_{...}$$

L'erreur type du coefficient pour ce modèle factoriel complet à 2 facteurs et à 2 niveaux est la suivante :

$$\sqrt{\frac{CME}{n}}$$

Somme des carrées: modèle sans répétition/réplique

$$SC(A) = nb\Sigma_i(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 \qquad SC(B) = na\Sigma_j(\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 \qquad SC(\text{Effets principaux}) = SC(A) + SC(B) \qquad SC \text{ totale } = \Sigma_i\Sigma_j\Sigma_k(y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$$

$$SC(AB) = SC \text{ totale } - SC \text{ Erreur } - SC(A) - SC(B) \qquad SC \text{ Erreur } = SC \text{ totale } - SC(A) - SC(B) - SC(AB)$$

Somme des carrées: modèle avec répétition/réplique

$$SC \text{ Erreur pure } = \Sigma_i\Sigma_j\Sigma_k(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2 \qquad SC \text{ Inadéquation de l'ajustement } = \sum_{i=1} n_i(\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$$

StdOrder	RunOrder	Blocks	CenterPt	Concentration (B)	Catalyst (C)	Temperature (A)	AB	AC	BC	ABC	% react	SST
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	56	85,56
2	2	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	53	150,06
3	3	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	63	5,06
4	4	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	65	0,06
5	5	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	53	150,06
6	6	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	55	105,06
7	7	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	67	3,06
8	8	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	61	18,06
9	9	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	69	14,06
10	10	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	45	410,06
11	11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	78	162,56
12	12	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	93	770,06
13	13	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	49	264,06
14	14	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	60	27,56
15	15	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	95	885,06
16	16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	82	280,56

Moyenne	N+1	62,125	75,5	71,375	60,5	70,625	65,875	65,5	65,25	3331,00
	N-1	68,375	55	59,125	70	59,875	64,625	65		
Effet		-6,25	20,5	12,25	-9,5	10,75	1,25	0,5		
Coef		-3,125	10,25	6,125	-4,75	5,375	0,625	0,25		
Somme des carrées		156,25	1681,00	600,25	361,00	462,25	6,25	1		

Exemple factoriel (suite)

Etape 6: Réaliser le tableau ANOVA pour le modèle entier

Source	DF	SS	MS	F-Value	P-Value
Model	6	3267	544,50	76,57	0,0000
Linéaire	3	2437,50	812,50	114,26	0,0000
Concentration (B)	1	156,25	156,25	21,97	0,0011
Catalyst (C)	1	1681,00	1681,00	236,39	0,0000
Temperature (A)	1	600,25	600,25	84,41	0,0000
Intéraction	3	829,50	276,50	38,88	0,0000
AB	1	361,00	361,00	50,77	0,0001
AC	1	462,25	462,25	65,00	0,0000
BC	1	6,25	6,25	0,88	0,3730
Erreur	9	64	7,11		
l'inadéquation de l'ajustement	1	1,00			
Erreur Pure	8	63,00			
Total	15	3331,00			

INTERACTION NON SIGNIFICATIVE

,;

Etape 7: Revoir le tableau ANOVA et supprimer les effets qui ont des valeurs-p supérieures à .05. Traiter le modèle réduit pour inclure ces valeurs-p que l'on juge significatives.

Tableau ANOVA réduit

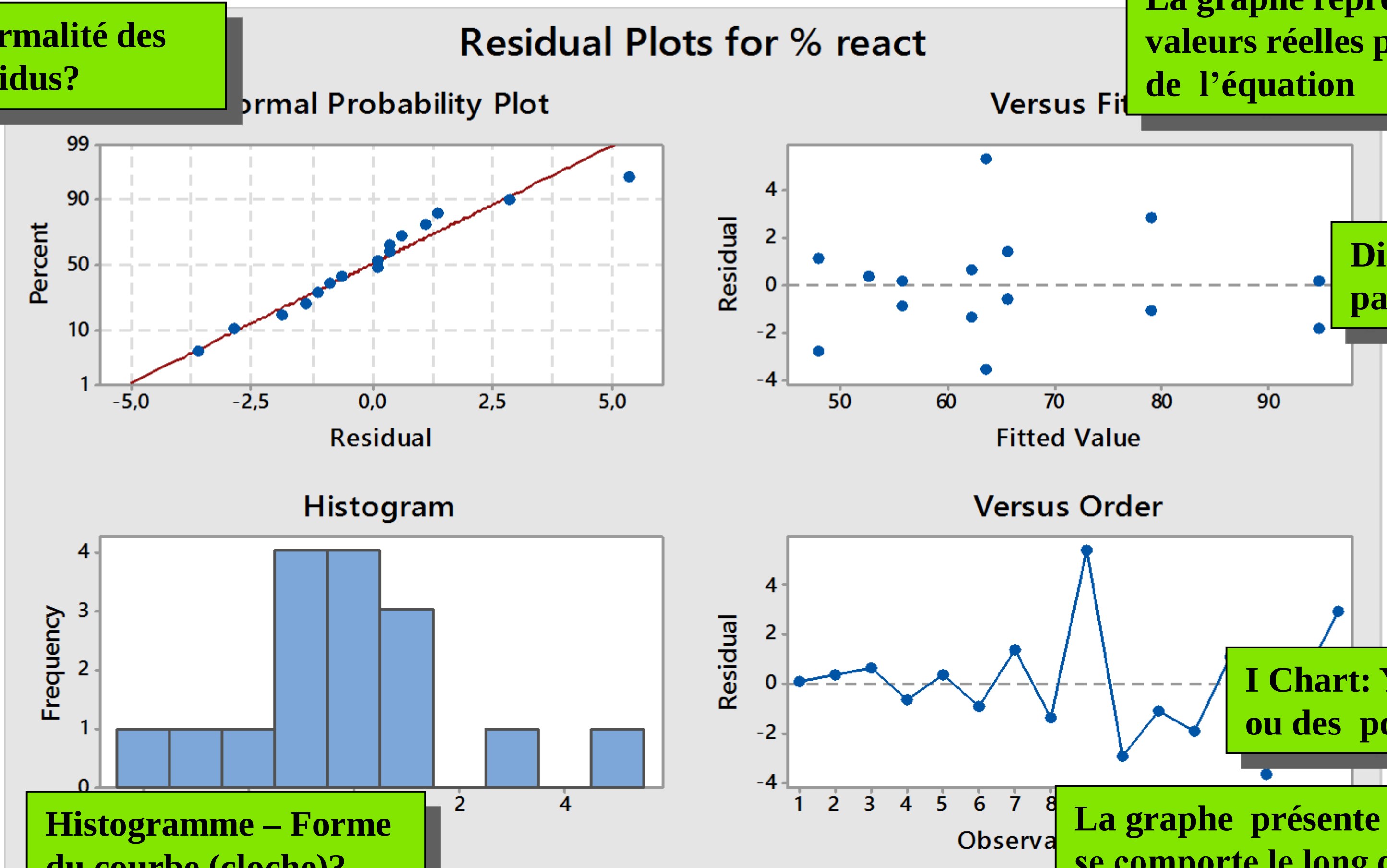
Source	DF	SS	MS	F-Value	P-Value
Model	5	3261	652,15	92,83	0,0000
Linéaire	3	2437,50	812,50	115,66	0,0000
Concentration (B)	1	156,25	156,25	22,24	0,0008
Catalyst (C)	1	1681,00	1681,00	239,29	0,0000
Temperature (A)	1	600,25	600,25	85,44	0,0000
Intéraction	2	823,25	411,63	58,59	0,0000
AB	1	361,00	361,00	51,39	0,0000
AC	1	462,25	462,25	65,80	0,0000
Erreur	10	70,25	7,03		
Inadéquation de l'ajustement	2	7,25	3,63	0,46	0,6438
Erreur Pure	8	63,00	7,88		
Total	15	3331,00			

Analyse graphes résidus

Etape 8 : Analyser les valeurs résiduelles du modèle réduit pour s'assurer que l'on a un modèle adéquat. Calculer l'adéquation et les résiduelles.

Normalité des résidus?

La graphe représente la position des valeurs réelles par rapport aux valeurs de l'équation



Dispersionn aléatoire et pas de tendance?

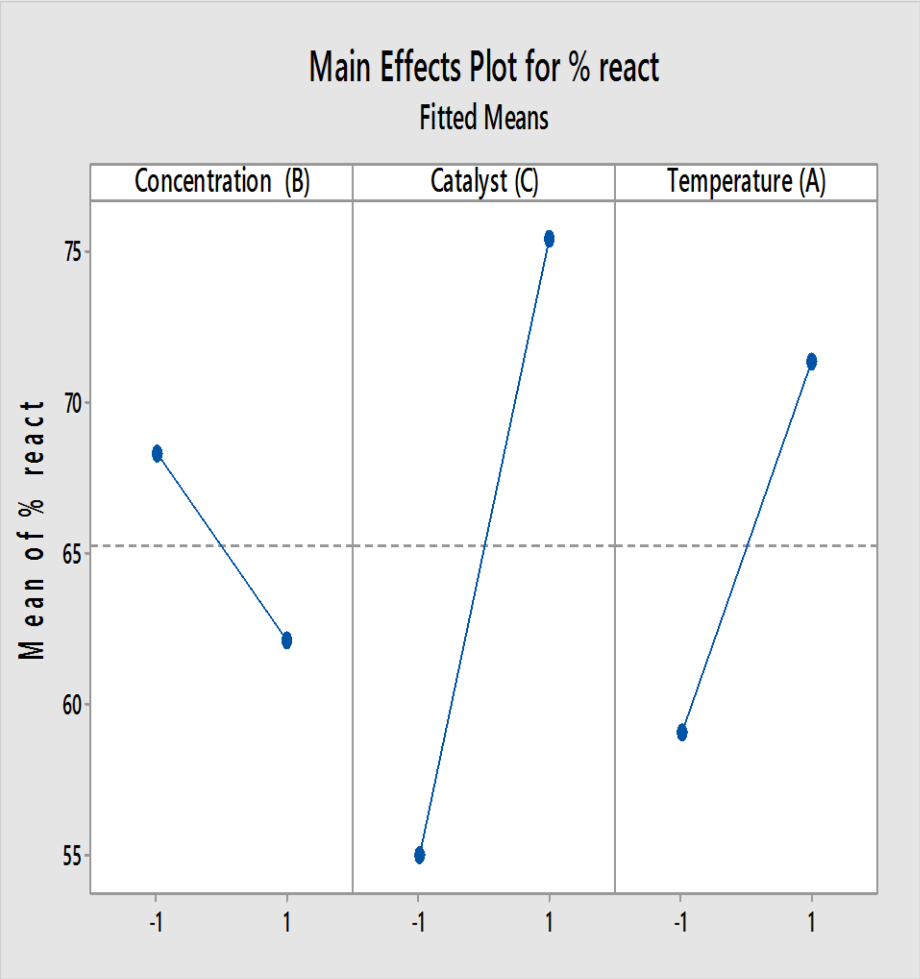
I Chart: Ya t-il une tendance ou des points aberrantes?

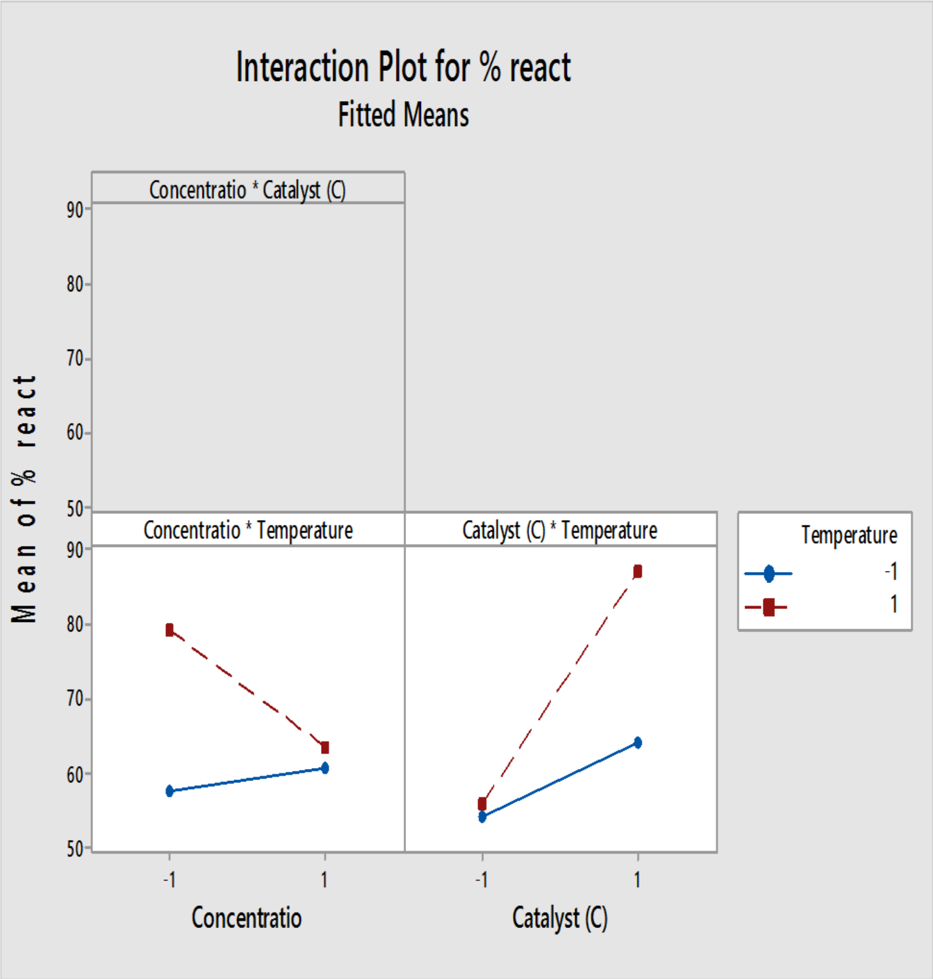
Histogramme – Forme du courbe (cloche)?

La graphe présente comment le résidus se comporte le long de l'expérience.

La présentation doit être aléatoire

Graphes des effets





Exemple factoriel (suite)

- **Etape 9: Enoncer le modèle mathématique obtenu. Si possible calculer la valeur epsilon au carré et déterminer la signification pratique.**

Terme	Effet		Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
Constante			65,25	0,663	98,42	0,000
Concentration (B)	-6,25		-3,13	0,663	-4,71	0,001
Catalyst (C)	20,5		10,25	0,663	15,46	0,000
Temperature (A)	12,25		6,13	0,663	9,24	0,000
AB	-9,5		-4,75	0,663	-7,16	0,000
AC	10,75		5,38	0,663	8,11	0,000

$$t_i = \frac{\hat{\beta}_i}{ErT(\hat{\beta}_i)}$$

DL = n-1-p

ErT = $(X'X)^{-1}s^2$

$$s = \sqrt{CME}$$

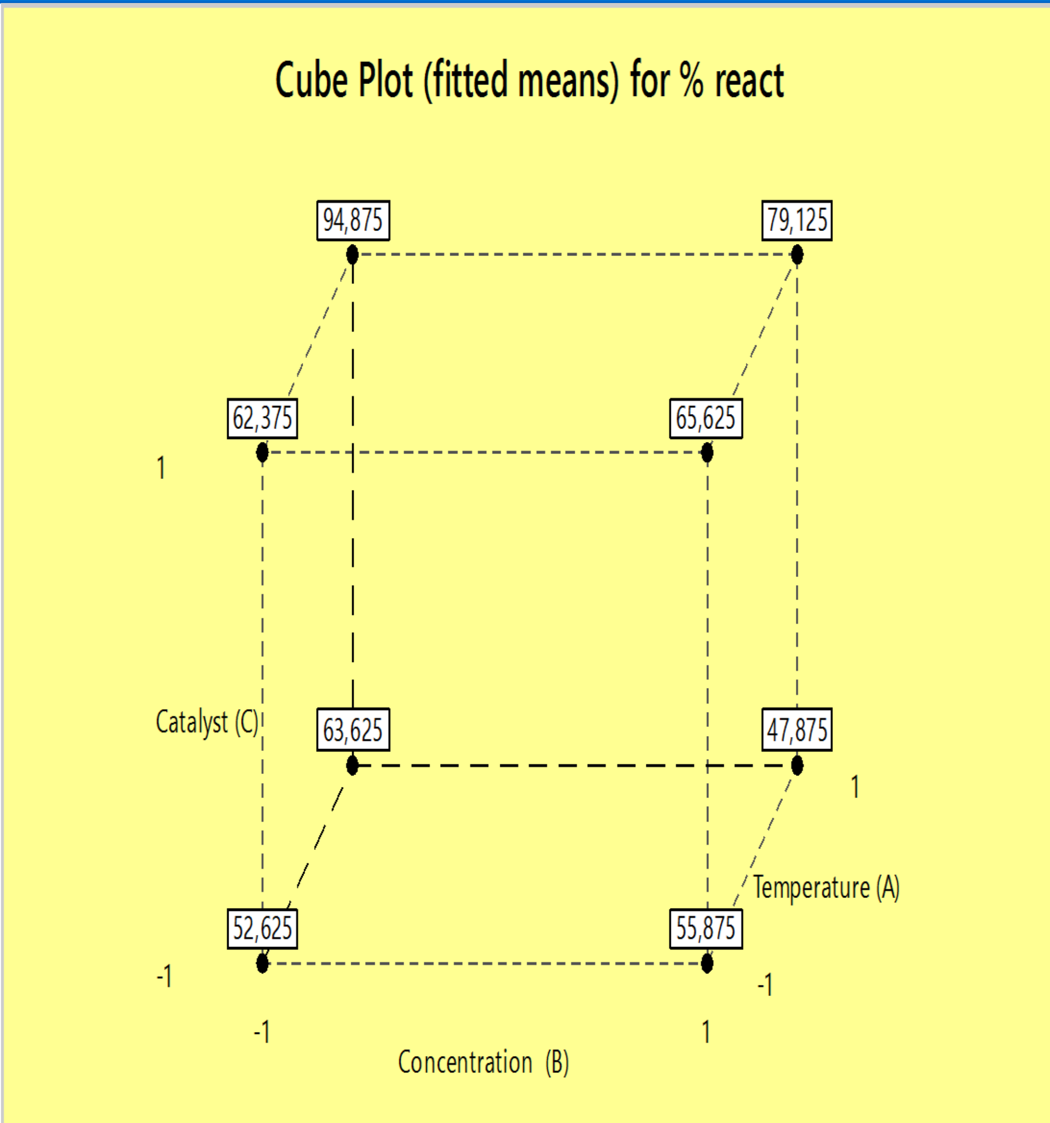
Nous pouvons utiliser les coefficients de l'analyse pour en dériver le modèle mathématique suivant:

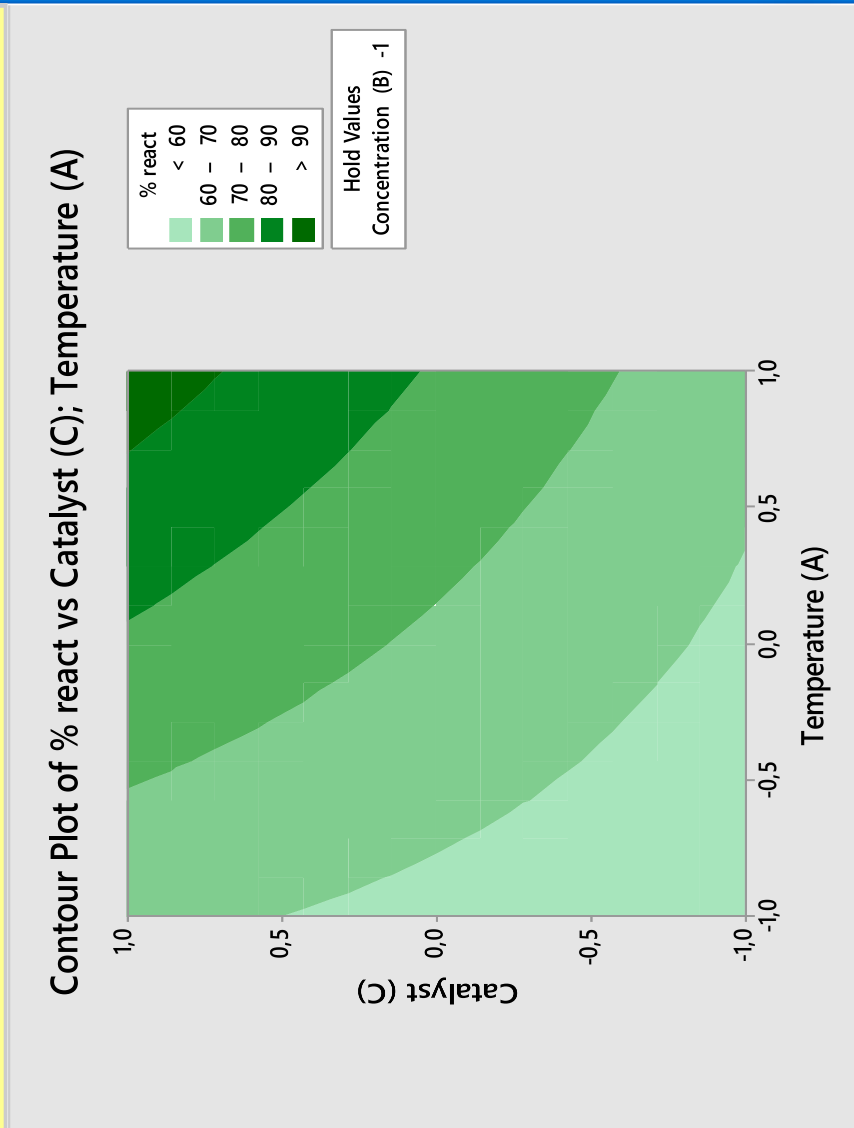
Rendement = 65.25 + 6,125 (T) - 3.125(Conc) + 10,25 (Cat) -4.75(T*Conc)+ 5.375(T*Cat)

Exemple factoriel (suite)

- **Pour calculer Epsilon au carré, nous devons utiliser ANOVA afin d'obtenir la somme des carrés pour les effets significatifs.**

Source	SS	MS	ε^2	R^2	R^2 Ajust
Model	3261	652	97,9%	97,89%	96,84%
Linéaire	2438	813	73,2%		
Concentration (B)	156	156	4,7%		
Catalyst (C)	1681	1681	50,5%		
Temperature (A)	600	600	18,0%		
Intéraction	823	412	24,7%		
AB	361	361	10,8%		
AC	462	462	13,9%		
Erreur	70	7	2,1%		
Total	3331	222			

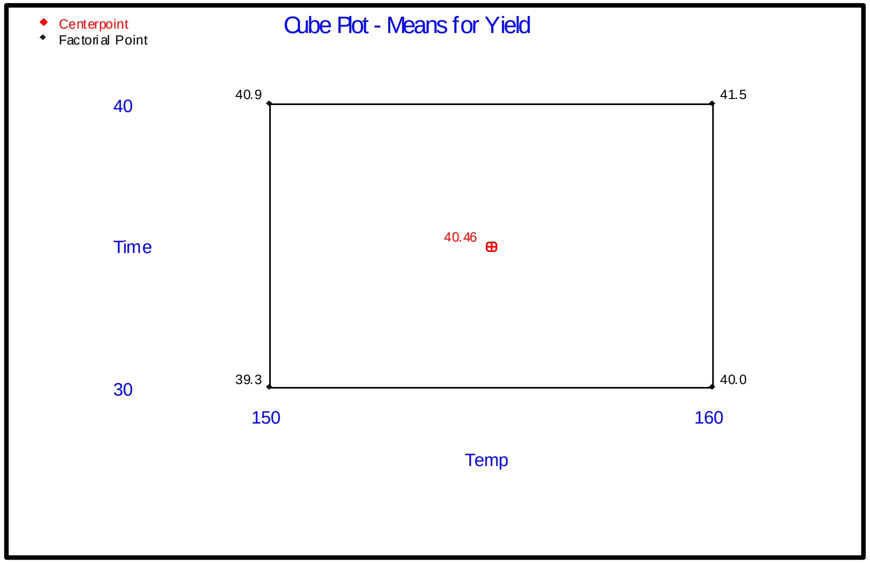

Cube Plot (fitted means) for % react
94,875
79,125
62,375
65,625
63,625
47,875
52,625
55,875
1
-1
Catalyst (C)
Temperature (A)
1
-1
-1
1
Concentration (B)


Contour Plot of % react vs Catalyst (C); Temperature (A)
% react
< 60
60 – 70
70 – 80
80 – 90
> 90
Hold Values
Concentration (B) -1
Catalyst (C)
Temperature (A)
1,0
0,5
0,0
-0,5
-1,0

Exemple factoriel (suite)

- **Etape 10: Traduire le modèle mathématique en termes de processus et formuler des conclusions et des recommandations.**
  - Les facteurs température et catalyseurs joue un rôle clé dans le rendement du processus (% réaction).
  - Recommandations: pour améliorer le rendement, il faut que le processus tourne avec la température et le catalyseur à leurs niveaux élevés. La concentration doit être fixée au niveau bas .
    - Temp = 180°C
    - Catalyseur = Marque B
    - Concentration = 20%
- **Etape 11: Reproduire les conditions optimales. Planifier l'expérience suivante ou mettre en œuvre le changement.**

Expériences factorielles 2^K: Points centraux et blocage



Ajouter des points centraux

- **Pourquoi ajouter des points centraux -**
  - Dans les expériences à 2 niveaux, il y a toujours un risque de manquer une relation curviligne en n'incluant que deux niveaux de la variable de départ.
  - L'ajout de points centraux est une méthode efficace pour tester la courbe sans rajouter un grand nombre de passages en machine de l'expérience.
- **Prenons l'exemple suivant:**
  - Un ingénieur chimique veut améliorer le rendement. Il y a deux données de départ concernées: la durée de réaction et la température de réaction.
  - L'ingénieur décide d'effectuer l'expérience à l'aide d'un modèle 2x2 (durée de réaction x température de réaction), mais ajoutera cinq points centraux pour estimer l'erreur expérimentale et la courbe.
    - Température de réaction: 150, 155 et 160
    - Durée de réaction: 30, 35 et 40.

Température	Durée
1	1
-1	1
0	1
1	0
-1	0
0	0
1	-1
-1	-1
0	-1

On prend les points centraux comme un troisième niveau on aura un nombre d'essai 3*3 =9

Point central	Température	Durée
1	1	1
1	-1	1
1	1	-1
1	-1	-1
0	0	0
0	0	0

On reste dans le modèle 2^k factoriel et juste on ajoute un nombre d'essai avec les points centraux 2^2 + 2 pc = 06

Blocage avec factoriels 2k

- **<u>Variable de blocage:</u> un facteur dans une expérience qui peut avoir une influence indésirable comme source de variabilité s'appelle un "bloc". Ce bloc peut être un lot de matières premières, un jour de travail, un opérateur, une machine etc.**

- **Supposons que on veut exécuter une expérience factorielle 2x2x2. on a besoin de deux sacs de catalyseur pour réaliser l'expérience toute entière. Le défi consiste à effectuer l'expérience tout en minimisant l'effet de la variable perturbatrice; le catalyseur.**

Passage	A	B	C
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	-1	1	1
8	1	1	1

- **Il est facile à voir que si nous exécutions nos quatre premiers passages en machine avec le sac 1 de catalyseur et les 4 autres passages avec le sac 2, nous confondrions complètement le facteur C. Nous ne saurions pas séparer l'effet C de l'effet du catalyseur.**

Confusion et blocage

On doit trouver un moyen “d’étaler” les effets du catalyseur sur l’ensemble de l’expérience pour neutraliser son impact sur nos résultats. On réalise le modèle d’expérience qui montre les contrastes pour toutes les interactions de l’expérience.

Passage en machine

Run	A	B	C	A*B	A*C	B*C	A*B*C
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1

En général, les interactions à 3 directions dans les expériences ne sont ni significatives ni importantes. On peut donc utiliser cette colonne pour définir notre stratégie de blocage. Le nouveau concept serait:

Confusion et blocage

Run	A	B	C	A*B	A*C	B*C	A*B*C	Block
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	I
2	1	-1	-1	-1	-1	1	1	II
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	II
4	1	1	-1	1	-1	-1	-1	I
5	-1	-1	1	1	-1	-1	1	II
6	1	-1	1	-1	1	-1	-1	I
7	-1	1	1	-1	-1	1	-1	I
8	1	1	1	1	1	1	1	II

Passage en machine

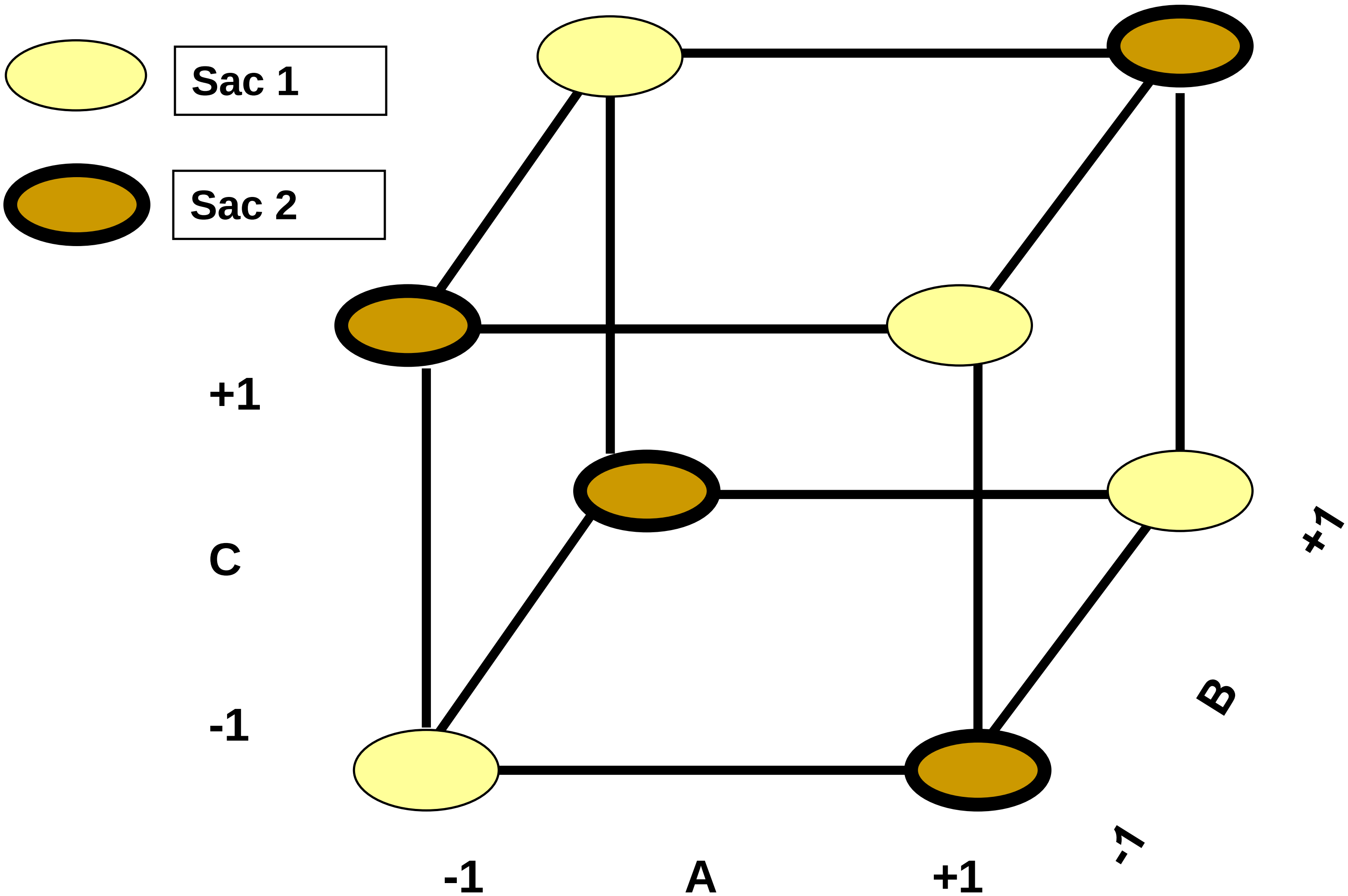
Bloc

On exécute donc les passages 1, 4, 6 et 7 avec le sac 1 et les passages 2, 3, 5 et 8 avec le sac 2. Cette expérience ne permet pas de tester l'interaction à 3 directions, mais permet d'examiner les effets principaux et les interactions à 2 directions sans nous soucier des effets du catalyseur.

Run	A	B	C	Block
1	-1	-1	-1	I
4	1	1	-1	I
6	1	-1	1	I
7	-1	1	1	I
2	1	-1	-1	II
3	-1	1	-1	II
5	-1	-1	1	II
8	1	1	1	II

Nota: dans une expérience réelle, vous randomiseriez les passages en machine à l'intérieur de chaque bloc.

Blocage et confusion



Expériences factorielles fractionnelles 2^K

Utilité des expériences factorielles fractionnelles

- **A mesure qu'augmente le nombre de facteurs, le nombre de passages en machine nécessaires augmente en parallèle.**
  - Factorielle 2x2 = 4 passages en machine
  - Factorielle 2x2x2 = 8 passages en machine
  - Factorielle 2x2x2x2 = 16 passages en machine
  - Factorielle 2x2x2x2x2 = 32 passages en machine, etc...
- **Si l'expérimentateur peut supposer que les interactions importantes sont négligeables, il est possible d'effectuer une fraction de l'expérience factorielle complète tout en ayant de bonnes estimations des interactions peu importantes et des effets principaux.**
- **Les expériences factorielles fractionnelles sont appelées expériences avec "filtrage/screening", dans lesquelles un nombre relativement élevé de facteurs peut être examiné en un nombre relativement limité de passages en machine.**

Définitions: expériences factorielles fractionnelles

- **Expériences avec filtrage (fractionnelles):**
  - **des expériences qui vous permettent d'examiner les principaux effets et/ou les interactions moins importantes sans avoir besoin d'exécuter les expériences factorielles complètes.**
- **Demi-fraction:**
  - **des expériences qui vous permettent d'examiner les principaux effets et/ou les interactions moins importantes sur la moitié des combinaisons de traitements requises pour une expérience factorielle complète.**
- **Quart de fraction:**
  - **des expériences qui vous permettent d'examiner les principaux effets et/ou les interactions moins importantes sur le quart des combinaisons de traitements requises pour une expérience factorielle complète.**
- **Résolution du modèle:**
  - une notation en chiffres romains qui vous permet de décrire le programme de confusion lié au modèle.
- **Repli:**
  - La possibilité d'ajouter des expériences factorielles à une expérience fractionnelle existante avec l'intention d'estimer des effets principaux spécifiques ou des interactions exemptes de problèmes de confusion particuliers.
- **Assimilation à un alias ou confusion:**
  - l'impossibilité de déterminer quels les facteurs/intéraction qui sont la cause du véritable effet. Un ou plusieurs effets ne peuvent pas être attribués avec une certitude absolue à un facteur ou à une interaction.

Notation factorielle fractionnelle

La notation générale pour désigner un modèle d'expérience factorielle fractionnelle est:

$$2_R^{k-p}$$

- **k est le nombre de facteurs à examiner**
- **2^{k-p} est le nombre de passages en machine**
- **R est la résolution**
- **Exemple: la désignation ci-dessous signifie que quatre facteurs vont être examinés en passages en machine. Ce modèle est une résolution IV.**

$$\mathbf{2^3 = 8} \qquad \boxed{2_{IV}^{4-1}}$$

$$\mathbf{2^4 = 16} \quad \boxed{\frac{1}{2}2^5 = 2^{-1}2^5 = 2^5 2^{-1} = 2^{5-1}}$$

factorielle - Demi-fraction

- **Souvenez-vous que ceci est une représentation élargie d'une expérience factorielle 2x2x2. Supposons que nous voulions examiner quatre variables de départ.**

- **Etant donné que tous les contrastes sont indépendants (orthogonaux) nous pouvons sélectionner n'importe quelle interaction comme contraste pour représenter la quatrième variable. En général nous sélectionnons l'interaction la plus importante, dans le cas présent, l'interaction AxBxC.**

Facteur D

A	B	C	AXB	AXC	BXC	AXBXC
-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	1
-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	1	-1	-1
-1	1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1

Dans ce cas présent, lorsque nous remplaçons l'interaction AxBxC par le facteur D, nous disons que ABC a été assimilé à ou confondu avec D. Bien sûr, ABC ne peut alors plus être estimée.

Demi-fraction

Le nouveau modèle d'expérience se présente comme ceci:

A	B	C	D
-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1
-1	1	-1	1
1	1	-1	-1
-1	-1	1	1
1	-1	1	-1
-1	1	1	-1
1	1	1	1

Nous appelons ceci une demi-fraction car une expérience factorielle complète 2x2x2x2 (2^4) nécessiterait 16 passages en machine pour être réalisée en entier. Ici, nous pouvons estimer 4 facteurs en 8 passages. Mais tout à un prix: nous perdons l'interaction la plus importante. Lorsque nous évaluons ce que nous avons à perdre, nous utilisons le concept de la résolution. Il s'agit ici d'un modèle à résolution IV.

La résolution du modèle

- **Les expériences fractionnelles ont un inconvénient, celui d'enlever la possibilité d'estimer les interactions importantes. Nous utilisons donc le concept de la résolution pour décrire ce que nous perdrons dans une expérience.**
- ***Modèles à résolution III*:**
  - Aucun effet principal n'est assimilé aux autres effets principaux. Les effets principaux sont assimilés aux interactions à deux facteurs.
- ***Modèles à résolution IV***
  - Aucun effet principal n'est assimilé aux autres effets principaux ni aux interactions à deux facteurs.
  - Les interactions à deux facteurs sont assimilées à d'autres interactions à deux facteurs.
- ***Modèles à résolution V***
  - Effets principaux OK, interactions à deux facteurs assimilées aux interactions à 3 facteurs.

Les factorielles fractionnelles

Factorial Design - Available Designs

Available Factorial Designs (with Resolution)

Factors

Runs	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	Full	III												
8		Full	IV	III	III	III								
16			Full	V	IV	IV	IV	III	III	III	III	III	III	III
32				Full	VI	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
64					Full	VII	V	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
128						Full	VIII	VI	V	V	IV	IV	IV	IV

Available Res III Plackett-Burman Designs

Factors	Runs	Factors	Runs	Factors	Runs
2-7	8,12,16,20,...,48	20-23	24,28,32,36,...,48	36-39	40,44,48
8-11	12,16,20,24,...,48	24-27	28,32,36,40,44,48	40-43	44,48
12-15	16,20,24,28,...,48	28-31	32,36,40,44,48	44-47	48
16-19	20,24,28,32,...,48	32-35	36,40,44,48		

Help OK

Créer un modèle de factorielle fractionnelle

Supposons que nous voulions voir les divers modèles possibles pour une expérience avec 5 facteurs mais que nous ne pouvions pas effectuer une expérience factorielle complète de 32 passages en machine

Full Factoriel : 2^5

StdOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	D	E
1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	1	-1	-1	-1
5	1	1	-1	-1	1	-1	-1
6	1	1	1	-1	1	-1	-1
7	1	1	-1	1	1	-1	-1
8	1	1	1	1	1	-1	-1
9	1	1	-1	-1	-1	1	-1
10	1	1	1	-1	-1	1	-1
11	1	1	-1	1	-1	1	-1
12	1	1	1	1	-1	1	-1
13	1	1	-1	-1	1	1	-1
14	1	1	1	-1	1	1	-1
15	1	1	-1	1	1	1	-1
16	1	1	1	1	1	1	-1
17	1	1	-1	-1	-1	-1	1
18	1	1	1	-1	-1	-1	1
19	1	1	-1	1	-1	-1	1
20	1	1	1	1	-1	-1	1
21	1	1	-1	-1	1	-1	1
22	1	1	1	-1	1	-1	1
23	1	1	-1	1	1	-1	1
24	1	1	1	1	1	-1	1
25	1	1	-1	-1	-1	1	1
26	1	1	1	-1	-1	1	1
27	1	1	-1	1	-1	1	1
28	1	1	1	1	-1	1	1
29	1	1	-1	-1	1	1	1
30	1	1	1	-1	1	1	1
31	1	1	-1	1	1	1	1
32	1	1	1	1	1	1	1

1/2 Fraction Factoriel : 2^4

StdOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	D	E
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1
4	1	1	1	1	-1	-1	1
5	1	1	-1	-1	1	-1	-1
6	1	1	1	-1	1	-1	1
7	1	1	-1	1	1	-1	1
8	1	1	1	1	1	-1	-1
9	1	1	-1	-1	-1	1	-1
10	1	1	1	-1	-1	1	1
11	1	1	-1	1	-1	1	1
12	1	1	1	1	-1	1	-1
13	1	1	-1	-1	1	1	1
14	1	1	1	-1	1	1	-1
15	1	1	-1	1	1	1	-1
16	1	1	1	1	1	1	1

1/4 Fraction Factoriel: 2^3

StdOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	D	E
1	1	1	-1	-1	-1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	1	-1	1	-1	-1	1
4	1	1	1	1	-1	1	-1
5	1	1	-1	-1	1	1	-1
6	1	1	1	-1	1	-1	1
7	1	1	-1	1	1	-1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1

Exercice

Etape 1: **énoncer le problème pratique**

Un ingénieur qualité travaillant pour un fabricant de pièces plastique développe un nouveau produit. Il conçoit un plan factoriel complet à 2 niveaux pour étudier les effets de plusieurs facteurs sur la variabilité du poids du composant.

Etape 2: **énoncer les facteurs et niveaux auxquels on s'intéresse, créer une feuille de données de l'expérience avec les facteurs dans leurs colonnes respectives.**

4 Facteurs

1. Cavités du moule	**C1**	**C2**
2. Pression d'injection en bars	**P1 : 75**	**P2: 150**
3. Température d'injection en °C :	**Ti1: 85**	**Ti2: 100**
4. Temps de refroidissement en seconde	**Tr1: 25**	**Tr2: 45**

Exercice

Nombre d'expérience : full factorielle $2^k = 2^4 = 16$

Plan non codé

Cavité	Press Inj	Temp Inj	Temp Refr	Poids
C1	75	85	25	
C2	75	85	25	
C1	150	85	25	
C2	150	85	25	
C1	75	100	25	
C2	75	100	25	
C1	150	100	25	
C2	150	100	25	
C1	75	85	45	
C2	75	85	45	
C1	150	85	45	
C2	150	85	45	
C1	75	100	45	
C2	75	100	45	
C1	150	100	45	
C2	150	100	45	

Plan codé

Cavité	Press Inj	Temp Inj	Temp Refr	Poids
-1	-1	-1	-1	
1	-1	-1	-1	
-1	1	-1	-1	
1	1	-1	-1	
-1	-1	-1	-1	
1	-1	-1	-1	
-1	1	-1	-1	
1	1	-1	-1	
-1	-1	-1	1	
1	-1	-1	1	
-1	1	-1	1	
1	1	-1	1	
-1	-1	-1	1	
1	-1	-1	1	
-1	1	-1	1	
1	1	-1	1	

Exercice

Etape 3: sélectionner la taille d'échantillon appropriée et randomiser les passages en machine. Réaliser l'expérience.

Cavité	Press Inj	Temp Inj	Temp Refr	Poids
-1	-1	-1	-1	13,29
1	-1	-1	-1	19,44
-1	1	-1	-1	17,05
1	1	-1	-1	22,63
-1	-1	-1	-1	14,10
1	-1	-1	-1	19,75
-1	1	-1	-1	16,73
1	1	-1	-1	23,70
-1	-1	-1	1	15,34
1	-1	-1	1	20,35
-1	1	-1	1	19,07
1	1	-1	1	23,13
-1	-1	-1	1	19,78
1	-1	-1	1	24,53
-1	1	-1	1	24,35
1	1	-1	1	27,72

Exercice

Etape 4: élaborer le tableau ANOVA pour le modèle complet

- **Calculer la moyenne de la réponse (poids moyenne) et les moyennes de la réponse pour chaque niveau par facteur M_{-1}; M_{+1}**

Niveau	Poids	Cavité	Pression	T° injection	Temps ref
-1	20,06	17,46	18,32	18,79	18,34
1		22,66	21,80	21,33	21,78

- **Etablir le tableau des interactions**

Moule	PressInj	TempInj	TempRafr	M*PI	M*TI	M*TR	PI*TI	PI*TR	TI*TR	M*PI*TI	M*PI*TR	M*TI*TR	PI*TI*TR	M*PI*TI*TR
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Exercice

- **Calculer les moyennes de la réponse pour chaque niveau d’ interaction I_{-1}; I_{+1}**

Niveau	M*PI	M*TI	M*TR	PI*TI	PI*TR	TI*TR	M*PI*TI	M*PI*TR	M*TI*TR	PI*TI*TR	M*PI*TI*TR
-1	20,16	20,06	20,51	20,01	20,01	19,02	19,97	20,25	20,17	19,96	20,20
1	19,96	20,06	19,61	20,11	20,11	21,10	20,15	19,87	19,94	20,16	19,92

- **Calculer les sommes des carrées pour la réponse, les facteurs et les interactions**

SS	SSt	SSm	SSpi	M*TR	PI*TR	M*PI*TI	M*TI*TR	M*PI*TI*TR
	251,67	107,83	48,22	3,226	0,034	0,131	0,210	0,329
	SSti	SStr	M*PI	M*TI	PI*TI	TI*TR	M*PI*TR	PI*TI*TR
	25,91	47,53	0,157	0,000	0,047	17,272	0,593	0,162

- **Calculer les effets et les coefficients des facteurs principaux de la régression**

	M	PI	TI	TR
Coef	2,60	1,74	1,27	1,72
Effet	5,19	3,47	2,54	3,45

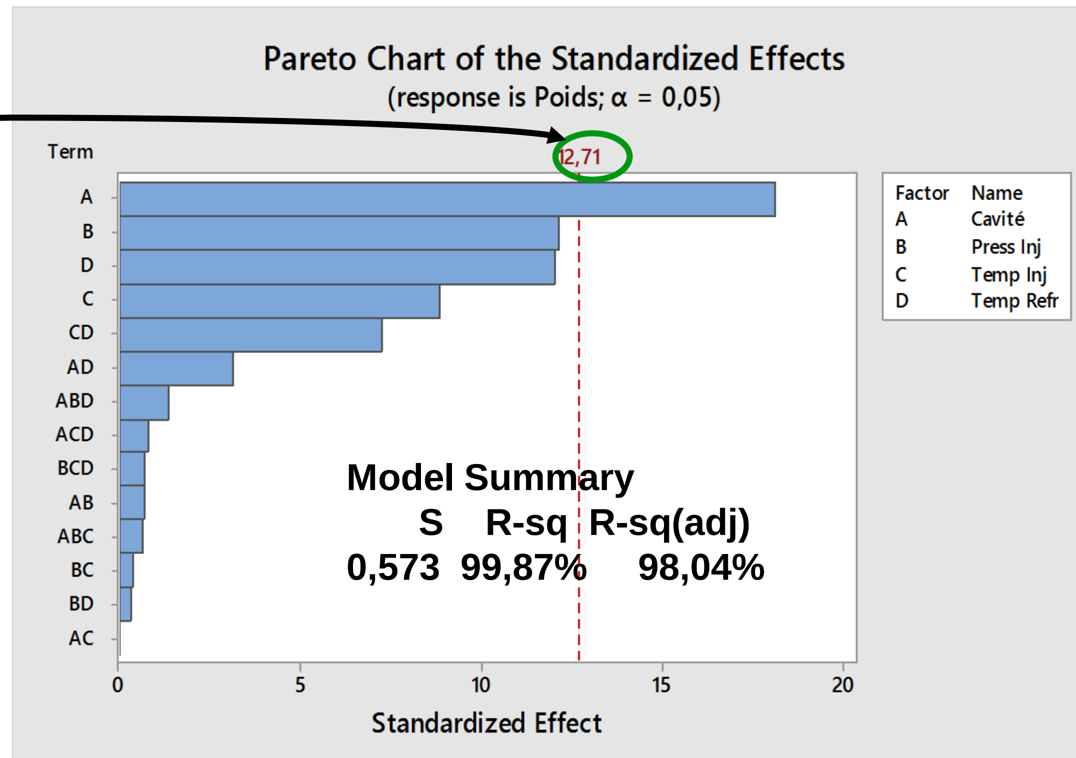
Exercice

- **Calculer les effets et les coefficients des interactions de la régression**

	M*PI		M*TR		PI*TR		M*PI*TI		M*TI*TR		M*PI*TI*TR	
Coef +Effet	(0,099)	(0,198)	(0,449)	(0,898)	0,046	0,092	0,090	0,180	(0,115)	(0,230)	(0,144)	(0,288)
	M*TI		**PI*TI**		**TI*TR**		**M*PI*TR**		**PI*TI*TR**			
	(0,004)	(0,008)	0,054	0,108	1,039	2,078	(0,193)	(0,386)	0,100	0,200		

- **Etablir le tableau ANOVA et procéder au filtrage (screening)**

Source	Df	SS	MSS	F	P
Modèle	14	**251,313**	**17,95**	49,66	0,1108
Linéaire	4	**229,48**	**57,37**	158,72	0,0595
Moule	1	107,83	107,83	298,31	0,0368
Pression	1	48,22	48,22	133,40	0,055
Températur	1	25,91	25,91	71,68	0,0748
Temps ref	1	47,53	47,53	131,49	0,0554
2-Intéraction	6	**20,735**	**3,46**	9,56	0,2426
M*PI	1	0,157	0,16	0,43	0,6292
M*TI	1	0,000	0,00	0,00	0,9851
M*TR	1	3,226	3,23	8,92	0,2056
PI*TI	1	0,047	0,05	0,13	0,7804
PI*TR	1	0,034	0,03	0,09	0,8109
TI*TR	1	17,272	17,27	47,79	0,0915
3-Intéraction	4	**1,095**	**0,27**	0,76	0,6854
M*PI*TI	1	0,131	0,13	0,36	0,655
M*PI*TR	1	0,593	0,59	1,64	0,422
M*TI*TR	1	0,210	0,21	0,58	0,5856
PI*TI*TR	1	0,162	0,16	0,45	0,6248
Erreur	1	**0,361**	0,36	1,00	0,5
Total	15	**251,67**			



Exercice

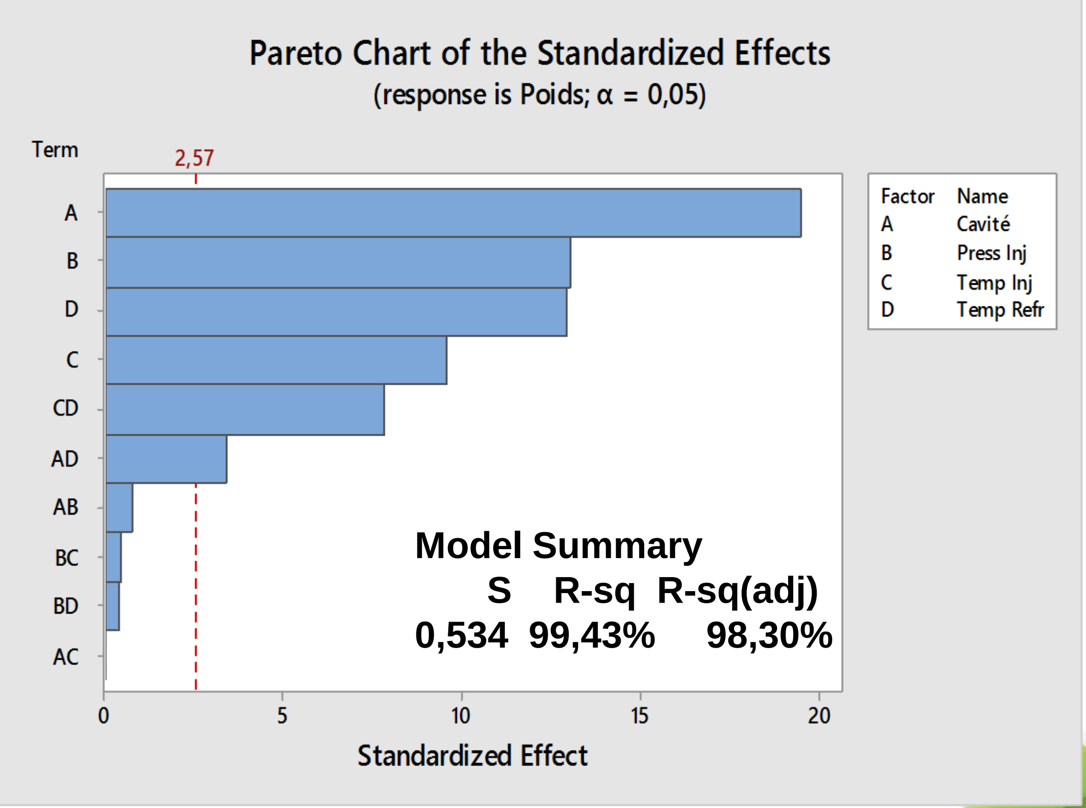
Etape 7: examiner les interactions significatives (valeur-p < .05). Evaluer la signification des interactions les plus importantes d ’abord.

Pour les interactions à 3 directions, déclasser les données superposées et analyser.

Une fois que les interactions les plus importantes ont été interprétées, analyser l’ensemble suivant d’interactions un peu moins importantes.

Etape 8: examiner les interactions significatives (valeur-p < .05).

Source	Df	SS	MSS	F	P
Modèle	10	**250,217**	**25,02**	85,9	0,000
Linéaire	4	**229,48**	**57,37**	196,9	0,000
Moule	1	107,83	107,8	370,1	0,000
Pression	1	48,22	48,22	165,5	0,000
Température	1	25,91	25,91	88,9	0,000
Temps ref	1	47,53	47,53	163,1	0,000
2-Intéraction	6	**20,735**	**3,46**	11,9	0,008
M*PI	1	0,157	0,16	0,5	0,496
M*TI	1	0,000	0,00	0,0	0,980
M*TR	1	3,226	3,23	11,1	0,021
PI*TI	1	0,047	0,05	0,2	0,706
PI*TR	1	0,034	0,03	0,1	0,747
TI*TR	1	17,272	17,27	59,3	0,001
Erreur	5	**1,457**	0,29	1,0	0,500
Total	15	**251,67**			



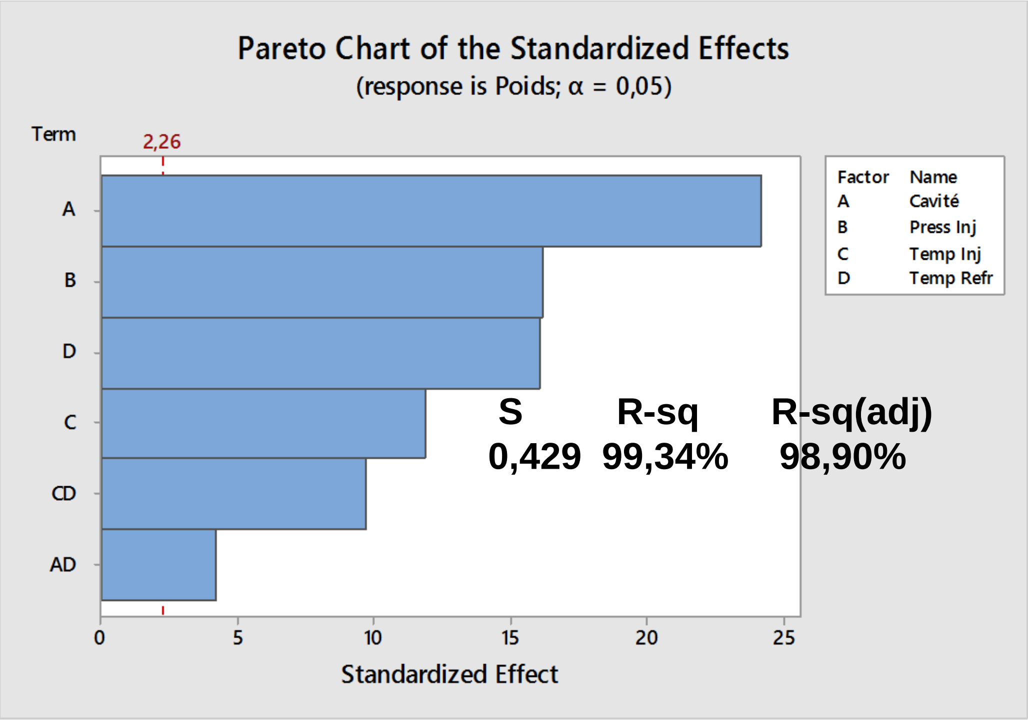
Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)
0,534	99,43%	98,30%

Exercice

- **On élimine les interactions niveaux -2 non significative du modèle et on rétabli le tableau ANOVA**

Source	Df	SS	MSS	F
Modèle	10	**249,980**	**25,00**	85,8
Linéaire	4	**229,48**	**57,37**	196,9
Moule	1	107,83	107,8	370,1
Pression	1	48,22	48,22	165,5
Température	1	25,91	25,91	88,9
Temps ref	1	47,53	47,53	163,1
2-Intéraction	6	**20,498**	**3,42**	11,7
M*TR	1	3,226	3,23	11,1
TI*TR	1	17,272	17,27	59,3
Erreur	5	**1,694**	0,34	1,2
Total	15	**251,67**		



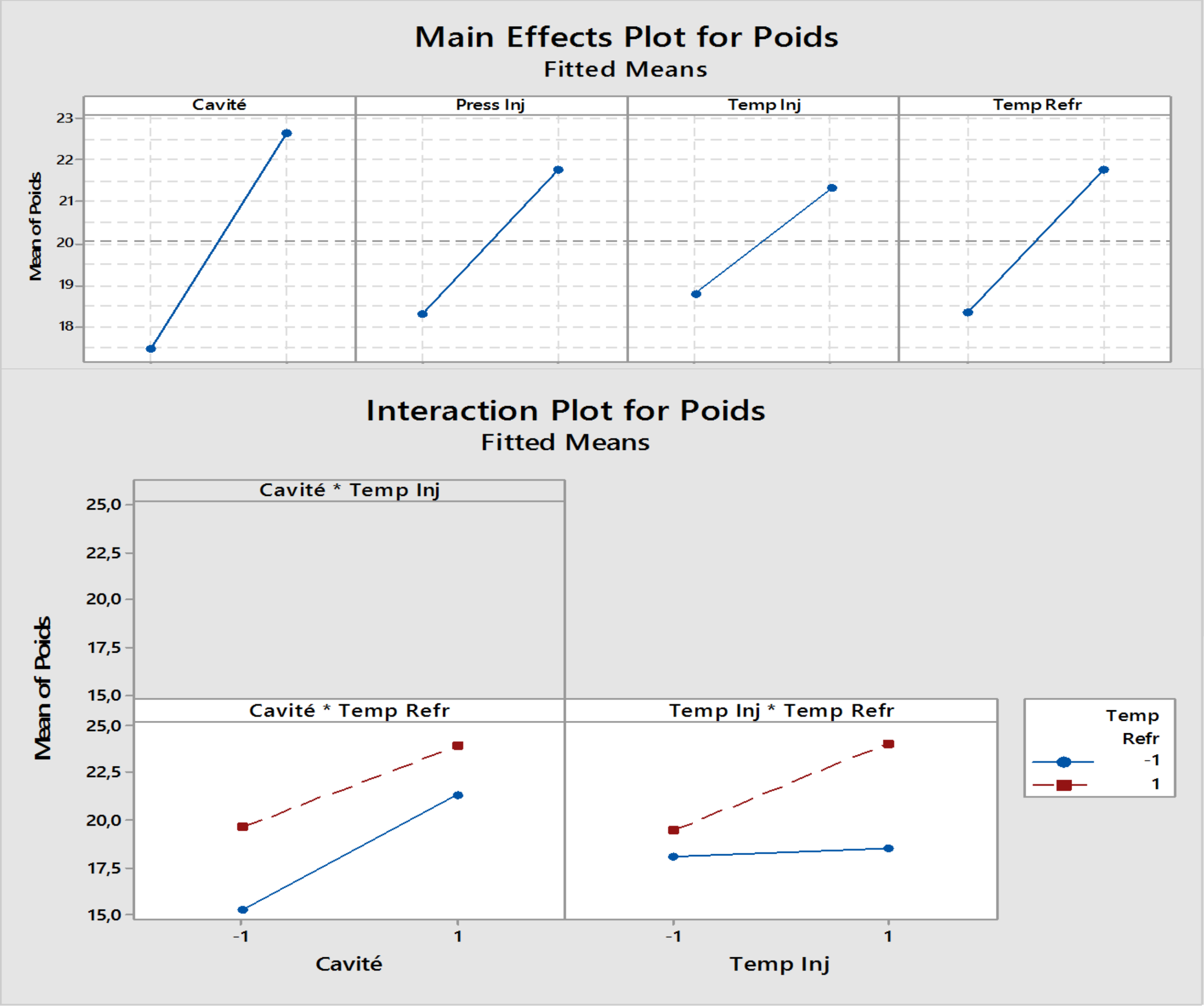
Etape 9: énoncer le modèle mathématique obtenu. Si possible calculer epsilon au carré et déterminer la signification pratique.

Coded Coefficients

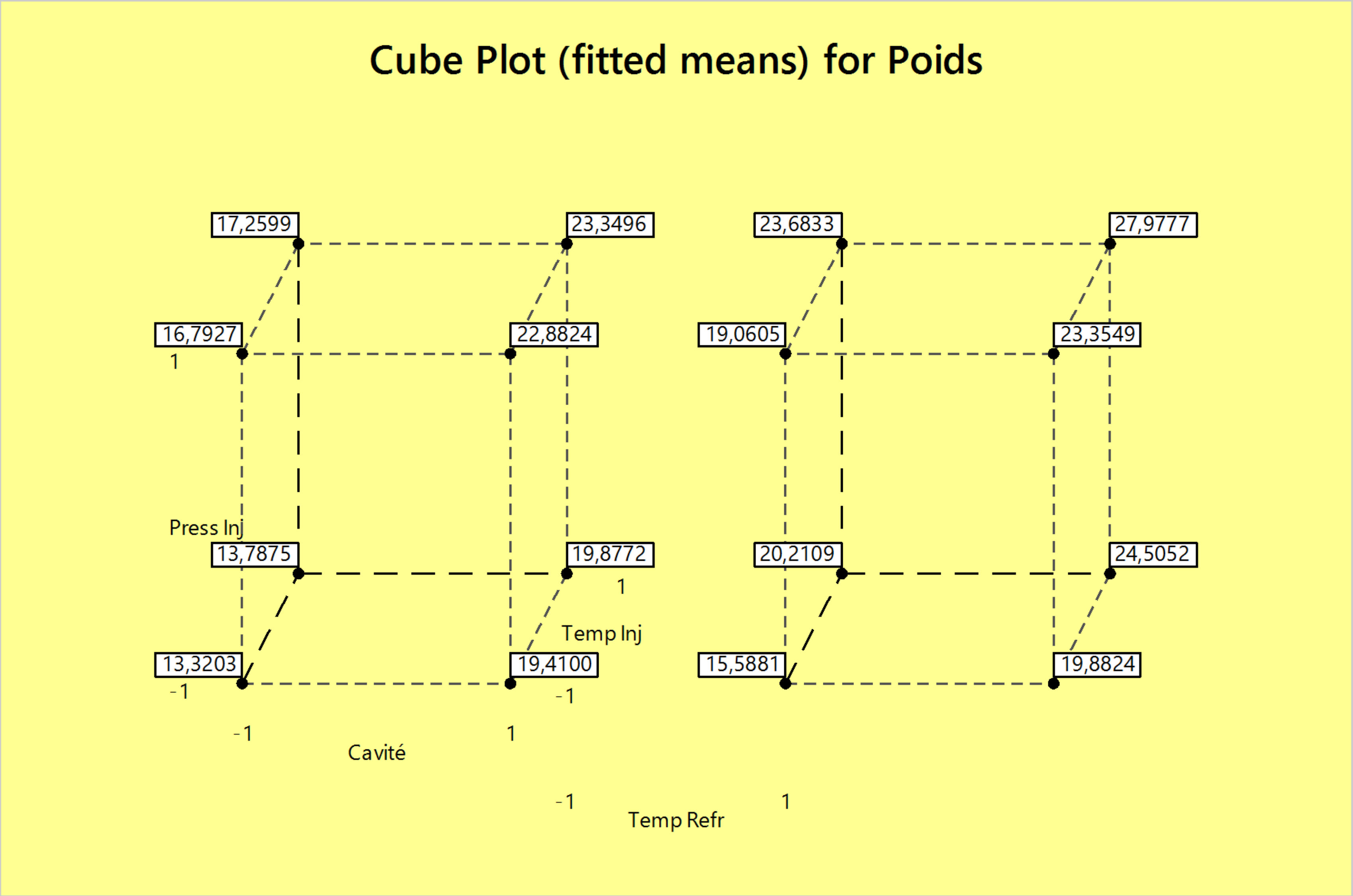
Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
Constant	20,059	0,107	186,76		0,000
Cavité	5,192	2,596	0,107	24,17	0,000
Press Inj	3,472	1,736	0,107	16,16	0,000
Temp Inj	2,545	1,272	0,107	11,85	0,000
Temp Refr	3,448	1,724	0,107	16,05	0,000
Cavité*Temp Refr	-0,898	-0,449	0,107	-4,18	0,002
Temp Inj*Temp Refr	2,078	1,039	0,107	9,67	0,000

Poids = 20,059 + 2,596 Cavité + 1,736 Press Inj + 1,272 Temp Inj + 1,724 Temp Refr - 0,449 Cavité*Temp Refr + 1,039 Temp Inj*Temp Refr

Exercice



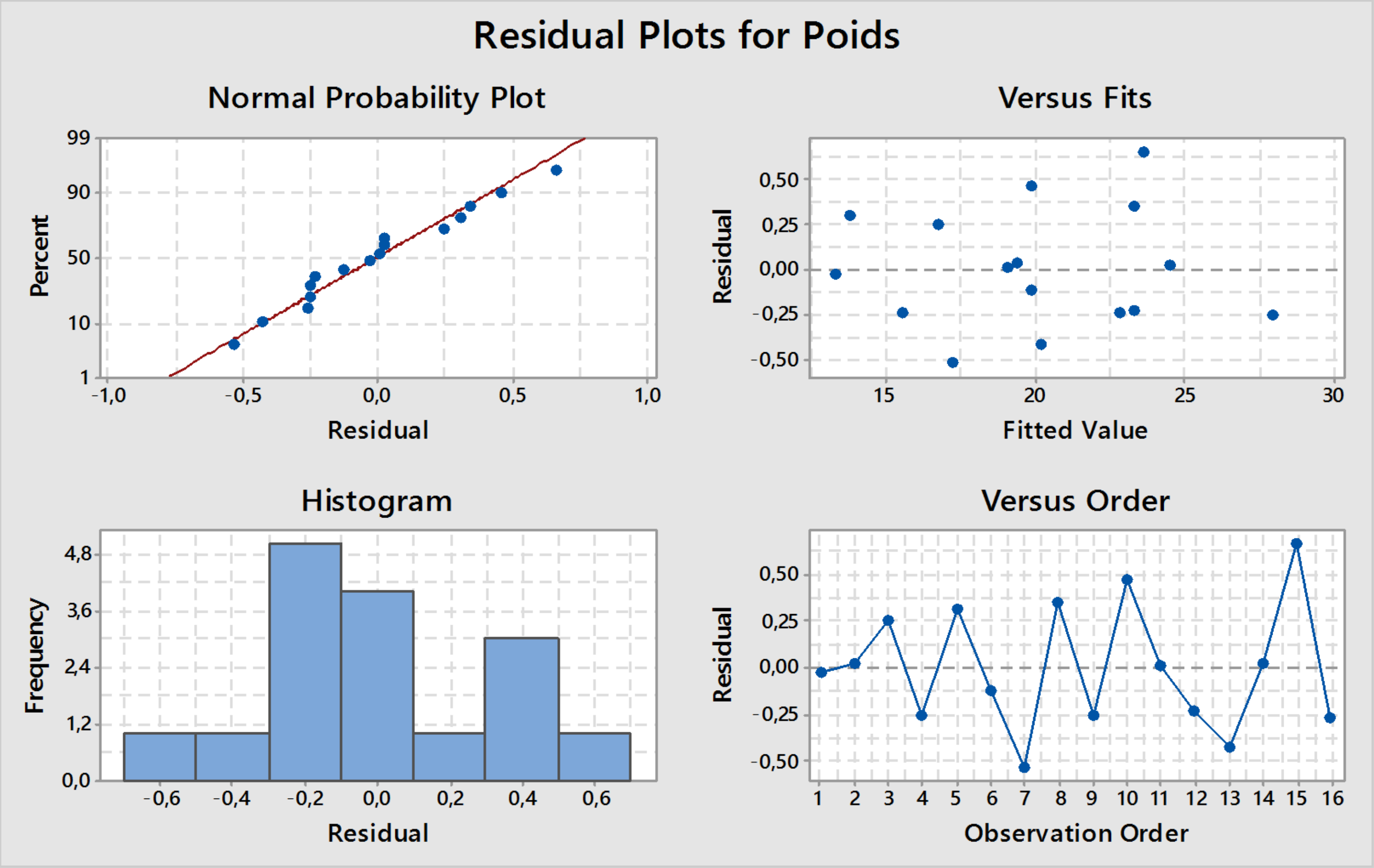
Main Effects Plot for Poids
Fitted Means
Cavité
Press Inj
Temp Inj
Temp Refr
Mean of Poids
23
22
21
20
19
18
Interaction Plot for Poids
Fitted Means
Cavité * Temp Inj
Cavité * Temp Refr
Temp Inj * Temp Refr
Mean of Poids
25,0
22,5
20,0
17,5
15,0
-1
1
Cavité
Temp Inj
Temp
Refr
-1
1



Fethi Derbeli . 2021

Exercice

Etape 6: examiner les graphiques de valeurs résiduelles pour s'assurer que le modèle est adéquat.



Exercice

- **Etape 10: traduire le modèle mathématique en termes de processus et formuler des conclusions et recommandations.**

- **Etape 11: reproduire les conditions optimales. Planifier l 'expérience suivante ou mettre en œuvre le changement.**

½ Fractionnel - Factoriel

Moule (A)	PressInj (B	TempInj ©	Temp ref (D)	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD	Poids	SST
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	13,2905	43,89
1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	22,6308	7,37
1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	19,7534	0,03
-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	16,7295	10,15
1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	20,3478	0,19
-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	19,0723	0,71
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	19,7843	0,02
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	27,7156	60,84

		Moule (A)	PressInj (B	TempInj ©	Temp ref (D)	AB	AC	AD
Moyenne	N+1	22,61	21,54	21,00	21,73	20,86	19,96	19,52
	N-1	17,22	18,29	18,84	18,10	18,98	19,87	20,31
Effet		5,39	3,24	2,16	3,63	1,88	0,08	-0,79
Coef		2,70	1,62	1,08	1,81	0,94	0,04	-0,39
Somme des carrées		58,16	21,04	9,33	26,34	7,07	0,01	1,25

19,9155	123,20

Source	DF	SS	MS	F-Value	P-Value
Model	6	123	20,53	1425,62	0,0203
Linéaire	4	114,87	28,72	1994,14	0,0168
Moule (A)	1	58,16	58,16	4038,82	0,0100
PressInj (B)	1	21,04	21,04	1460,66	0,0167
TempInj ©	1	9,33	9,33	648,16	0,0250
Temp ref (D)	1	26,34	26,34	1828,92	0,0149
Intéraction	2	8,31	4,16	288,58	0,0416
AB	1	7,07	7,07	490,62	0,0287
AD	1	1,25	1,25	86,53	0,0682
Erreur	1	0,01	0,01		
Total	7	123,20			

Terme	Effet	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
Constante		19,9	0,042	469,71	0,000
Moule (A)	5,39	2,70	0,042	63,59	0,000
PressInj (B)	3,24	1,62	0,042	38,24	0,000
TempInj ©	2,16	1,08	0,042	25,48	0,000
Temp ref (D)	3,63	1,81	0,042	42,79	0,000
AB	3,63	1,81	0,042	42,79	0,000
AD	1,88	0,94	0,042	22,16	0,000

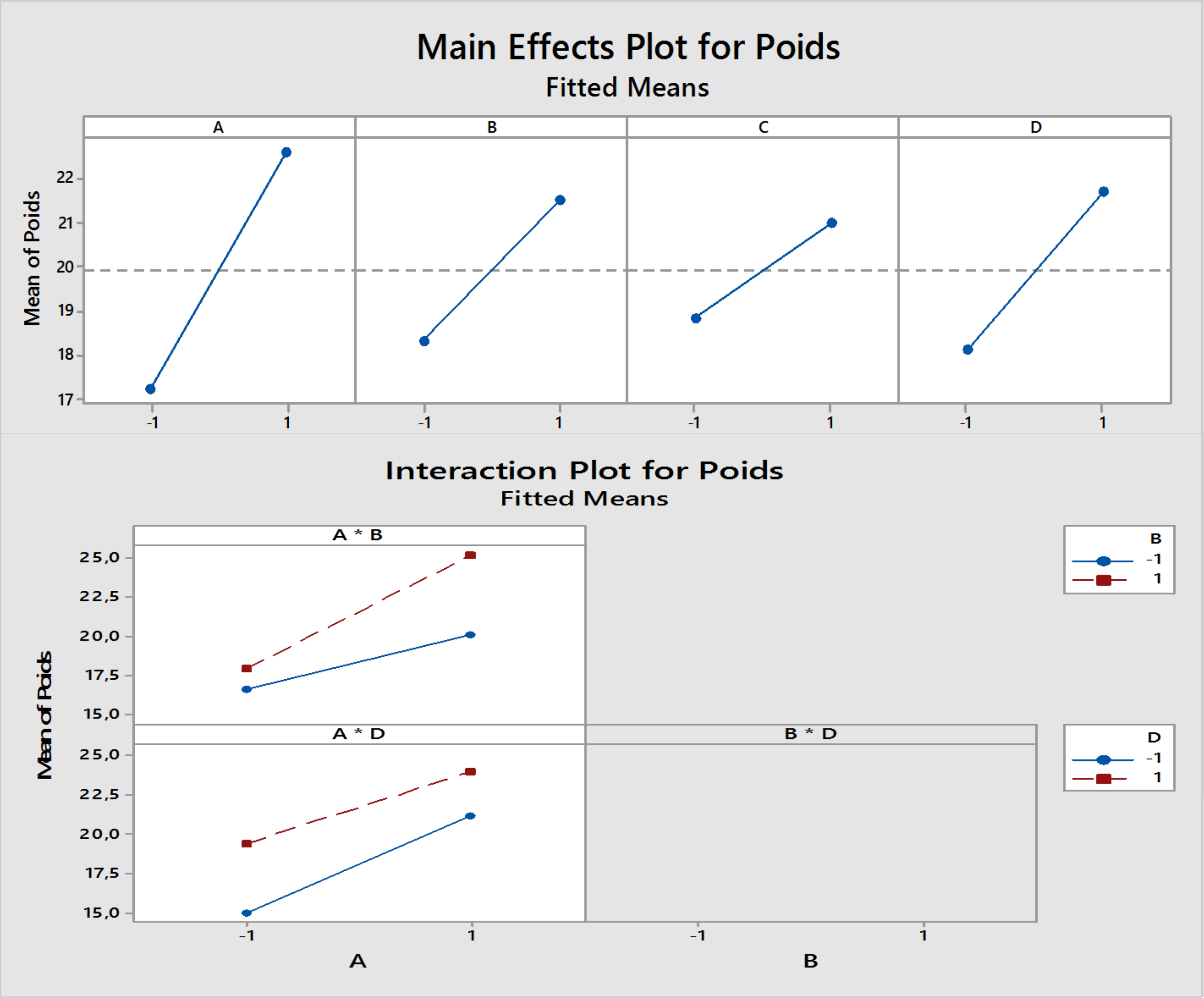
½ Fractionnel-Factoriel

Terme	Effet	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
Constante		19,9	0,281	70,87	0,000
Moule (A)	5,39	2,70	0,281	9,60	0,000
PressInj (B)	3,24	1,62	0,281	5,77	0,000
TempInj ©	2,16	1,08	0,281	3,84	0,004
Temp ref (D)	3,63	1,81	0,281	6,46	0,000
AB	1,88	0,94	0,281	3,34	0,009

Poids = 19,916 + 2,696 A + 1,622 B + 1,080 C + 1,814 D + 0,940 A*B

Source	SS	MS	ε^2	R^2	R^2 Ajust
Model	121,94	20,5	99,0%	98,98%	96,42%
Linéaire	114,87	28,7	93,2%		
Moule (A)	58,16	58,2	47,2%		
PressInj (B)	21,04	21,0	17,1%		
TempInj ©	9,33	9,3	7,6%		
Temp ref (D)	26,34	26,3	21,4%		
Intéraction	8,31	4,2	6,7%		
AB	7,07	7,1	5,7%		
Erreur	1,26	0,6	1,0%		
Total	123,2	17,6			

½ Fractionnel- Factoriel



Questions?