

Support de cours :
Electronique des Composants

Réalisé par : Walid Nsibi

Année 2020 - 2021

Table des matières

Avant-propos	<i>i</i>
Chapitre 1 Notions de base de l'électricité	
1. Electricité	1
2. Courant électrique.....	1
2.1 Courant continu et alternatif	1
2.2 Déplacement des électrons	1
2.3 Sens conventionnel du courant électrique	2
2.4 Intensité du courant électrique.....	2
2.5 Quantité de l'électricité.....	2
2.6 Différence de potentiel-tension électrique.....	3
2.7 Force électromotrice	4
2.8 Puissance électrique.....	5
3. Les dipôles	5
3.1 Définition – Conventions.....	5
3.2. Types de dipôle.....	6
3.2.1 Dipôle récepteur passif	6
3.2.1.a Résistance	6
3.2.1.b Condensateur	10
3.2.1.c Bobine	12
3.2.1.d Association des dipôles.....	13
3.2.2 Dipôles actifs	24
3.2.2.a Dipôle générateur.....	24
3.2.2.b Le dipôle récepteur actif	32
Exercices.....	38
Chapitre 2 : Théorèmes et principes généraux de résolution des circuits	
1. Théorèmes généraux	40
2. Réseau électrique	40
2.1 Nœuds – Branches – Mailles	40
2.2 Résolution d'un réseau électrique	41
2.2.1 Méthode de résolution d'un réseau électrique.....	41
2.2.1.a Lois de Kirchhoff.....	41
2.2.1.b Théorème de Superposition	49
2.2.1.c Théorème de Thévenin	52
2.2.1.d Théorème de Norton	57
2.2.1.e Théorème de Kennelly	59
2.2.1.f Théorème de Millman (Théorème des Nœuds).....	62
2.2.1.g Théorème d'Équivalence Thévenin-Norton	64
Exercices.....	69
Chapitre 3 : Les quadripôles électriques	
1. Définition.....	74
2. Différents types de Quadripôles	74
2.1 Quadripôles actifs	74

2.2 Quadripôles passifs	74
3. Représentation matricielle d'un quadripôle	74
3.1 Matrice impédance [Z]	75
3.2 Matrice admittance [Y].....	77
3.3 Matrice hybride [H]	80
3.4 – Matrice de transfert [T].....	82
4 Association de quadripôles	84
4.1 Association en série de deux quadripôles.....	84
4.2 Association en parallèle de deux quadripôles.....	85
4.3 Association en cascade de deux quadripôles	86
4.4 Association hybride de deux quadripôles	87
5 Les quadripôles en charge	87
5.1 Les grandeurs fondamentales	87
5.1.1 Impédance d'entrée Z_e	88
5.1.2 Impédance de sortie Z_s	89
5.1.3 Gain en tension	89
5.1.4 Gain en courant.....	90
6. Relations entre les différents paramètres	90
6.1 Relation entre les paramètres impédances et les paramètres admittances.....	90
6.2 Relation entre les paramètres de chaîne et les paramètres impédances.....	91
Exercices.....	92
Chapitre 4 : Les filtres passifs	
1. Définition.....	94
2. Classification des filtres.....	94
3. Deux catégories de filtres	95
3.1 Filtres passifs	95
3.2 Filtres actifs	95
4. Les paramètres de filtres	95
4.1 Fonction de transfert d'un filtre.....	95
4.2 Gain d'un filtre	95
4.3 Fréquence de coupure	95
4.4 Bande passante.....	96
4.5 La fréquence centrale.....	96
5. Diagramme de Bode	96
6. Ordre d'un filtre.....	97
6.1 Filtres du 1 ^{er} ordre.....	97
6.1.1 Filtre RC série	97
6.1.2 Filtre CR série	100
6.2 Filtres du 2 ^{eme} ordre	102
6.2.1 Filtre LCR série	102
Exercices.....	105
Chapitre 5 : Les diodes	
1. Semi-conducteur	108
1.1 Semi-conducteur pur (intrinsèque)	108

1.2 Dopage	108
1.2.1 Dopage type N	108
1.2.2 Dopage type P	109
2. Jonction PN	109
2.1 Jonction PN à l'équilibre	109
2.2 Polarisation de la diode (la jonction PN hors l'équilibre)	110
2.2.1 Diode polarisé en direct	110
2.2.2 Diode polarisée en inverse	110
3. Diode à jonction	111
3.1 Caractéristique statique courant-tension de la diode	112
3.2 Schémas équivalents de la diode	113
3.2.1 Diode idéale (1 ^{ère} approximation)	113
3.2.2 Diode parfaite (2 ^{ème} approximation)	113
3.2.3 Diode réelle (3 ^{ème} approximation)	113
4. Diode Zener	115
4.1 Caractéristique statique courant-tension	116
4.2 Stabilisation par diode Zener	117
5. Les circuits à diodes	118
5.1 Redresseur simple et double alternance	118
5.2 Écrêtage	123
5.3 Filtrage par condensateur : lissage de la tension	123
6. Autres diodes usuelles	124
6.1 Diode Schottky	124
6.2 Diode Electroluminescente (DEL)	125
6.3 Diode Varicap	125
6.4 Photodiode, Cellule solaire	125
Exercices	125

Chapitre 6 Les transistors bipolaires

1. Définition	127
2. Principe de fonctionnement du transistor (l'effet de transistor)	127
3. Configuration de transistor	128
4. Réseau de caractéristiques (montage émetteur commun)	129
5. Les modes de fonctionnement du transistor	130
6. Les transistors en commutation	132
7. Transistor en amplification	133
7.1 Le transistor bipolaire en régime statique	133
7.1.1 Polarisation du transistor	133
7.1.2 Le transistor Darlington	136
7.2 Le transistor bipolaire en régime dynamique	136
7.2.1 Schéma équivalent alternatif petits signaux du transistor: paramètres hybrides	136
7.2.2 Paramètres de l'amplificateur	138
7.2.3 Amplificateurs à plusieurs étages	138
7.2.4 Montage amplificateur émetteur commun	139
7.2.5 Montage amplificateur collecteur commun	141

7.2.6 Montage amplificateur base commune	143
Exercices.....	145
Chapitre 7 Les transistors à effet de champ	
1 Transistor a effet de champ FET	148
1.1 Transistor à effet de champ à jonction JFET	148
1.1.1 Description.....	148
1.1.2 Symboles schématique.....	149
1.1.3 Fonctionnement de JFET	149
1.1.4 Réseau caractéristiques de JFET à canal N	150
1.1.5 Polarisation du transistor JFET.....	151
1.1.5.a Polarisation automatique.....	152
1.1.5. b Polarisation par diviseur de tension.....	153
1.1.6 JFET en régime dynamique	154
1.1.6.a Schéma équivalent du JFET	154
1.1.6.b Montage amplificateur source-commune	155
1.1.6.c Montage amplificateur drain-commun	156
1.1.6.d Montage amplificateur grille-commune	158
1.2 Transistor à effet de champ MOSFET	159
1.2.1 Description.....	159
1.2.1.a MOS à appauvrissement ou déplétion	160
1.2.1.b MOS à enrichissement.....	161
1.2.2 Fonctionnement du MOSFET	161
1.2.3 Réseau caractéristiques de NMOS à appauvrissement	162
1.2.4 Réseau caractéristiques de NMOS à Enrichissement	163
1.2.5 Polarisation du MOSFET à enrichissement (E-MOSFET)	165
1.2.6 Polarisation du MOSFET à appauvrissement (D-MOSFET)	165
1.2.7 Le transistor à effet de champ D-MOSFET en amplification.....	167
1.2.7.1 Schéma équivalent du MOSFET en régime dynamique.....	167
Exercices.....	168

Chapitre 1 : Notions de base de l'électricité

1. Electricité

Forme d'énergie produite par le déplacement de particules élémentaires de la matière et se manifestant par différents phénomènes tels que attraction et répulsion (électricité statique), calorifiques, chimiques, lumineux, magnétiques, mécaniques (électricité dynamique) [1].

- **L'Électricité statique:** quand les charges sont immobiles par rapport à leur environnement.
- **L'Électricité dynamique:** quand elles se déplacent.

2. Courant électrique

Est un déplacement d'ensemble des porteurs de charge électrique (une particule qui porte une charge électrique), en se déplaçant les porteurs de charge créant un courant électrique.

Exemple : Les ions dans les solutions liquides.

Les électrons dans les solides.

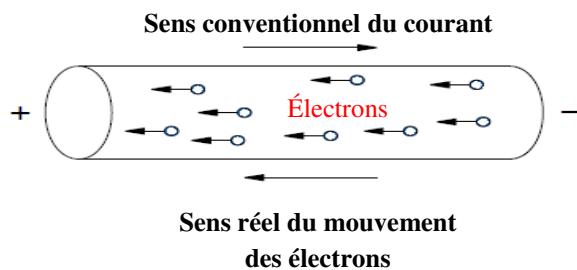


Figure 1.1-Sens du courant.

2.1 Courant continu et alternatif

Un courant électrique est généré à partir de l'électricité dynamique. Les charges électriques se déplacent dans un matériau conducteur. Le courant est dit « continu » lorsque des électrons se déplacent dans une même direction au sein de ce conducteur et « alternatif » quand leur mouvement alterne entre un sens et un autre.

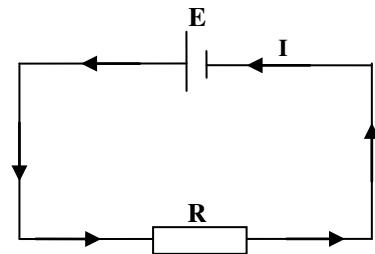
2.2 Déplacement des électrons

Entre les deux bornes d'un pile existe continuellement une différence de densités des électrons libres, la borne négative possède une concentration plus forte que la normale tandis que la borne positive est déficiente en électrons, si un circuit électrique est relié à la pile, les électrons libres du circuit sont attirés par la borne positive, repoussés par la borne négative de

la pile. Ils circulent de la borne moins (-) vers la borne plus (+) à l'extérieur du générateur, la différence de potentiel qui existe entre les bornes de la pile est encore appelé force électromotrice car elle est capable de mettre en mouvement les électrons libres du circuit.

2.3 Sens conventionnel du courant électrique

Par convention dans circuit en boucle simple et en courant continu le courant électrique sort du générateur par la borne positive (+) traverse le circuit électrique et revient au générateur par sa borne négative.



Le sens conventionnel du courant est orienté du pole positif (potentiel le plus élevé) au pole négatif (potentiel le moins élevé) c'est-à-dire l'inverse du sens de déplacement des électrons [le déplacement des électrons est orienté du pole négatif au pole positif] [2].

2.4 Intensité du courant électrique Elle mesure le débit de charges électriques, c'est-à-dire le nombre de charges circulant en un point du circuit par unité de temps, Pour mieux comprendre cette définition, nous allons prendre le cas d'un courant qui se déplace dans un fil cylindrique. Nous allons prendre une section S, perpendiculaire au fil. L'intensité est égal au nombre de charges qui passent dans cette section, par unité de temps. On exprime cette relation par l'équation suivante :

$$I = \frac{dQ}{dt} \implies \begin{cases} Q: \text{la quantité d'électricité en coulomb (C)} \\ t : \text{le temps en second (s)} \\ I: \text{l'intensité du courant en ampère (A)} \end{cases}$$

Ampère : Un ampère correspond au passage d'une charge de 1 coulomb par seconde donc $1\text{A} = 1\text{ C/s}$ (1 coulomb est la charge électrique portée par 6.25×10^{18} électrons).

2.5 Quantité de l'électricité

est le nombre d'électrons transportés par un courant électrique ou emmagasinés dans une source [le courant étant un déplacement d'électrons, la quantité d'électricité sera égale au nombre d'électrons déplacés].

La quantité d'électricité se désigne par le symbole Q et s'exprime par le coulomb (C) ou ampère heure (Ah) : $1\text{Ah} = 1\text{A} \times 1\text{h} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}} \times 3600 \text{ s} = 3600 \text{ C}$.

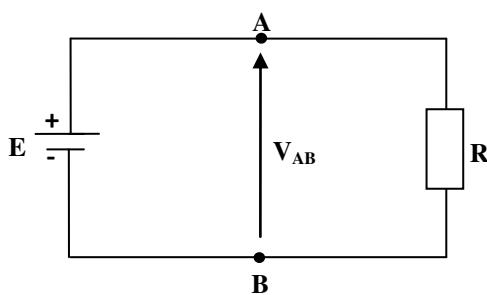
La quantité d'électricité est donnée par :

$$Q = N \times q \implies \begin{cases} N : \text{nombre d'électrons dans une charge} \\ q : \text{la charge élémentaire } q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \end{cases}$$

Remarque : Le passage du courant électrique, entre deux points d'un circuit n'est possible que si on applique une tension électrique (volts : V), Cette tension résulte d'une différence de potentiel entre les deux points du circuit.

2.6 Différence de potentiel-tension électrique (ou plus simplement ddp)

La différence de potentiel (ddp) représente la différence de niveau électrique entre deux points d'un circuit. Entre les pôles d'une batterie, il y a une différence de densité d'électrons libres, le pôle positif manque d'électrons, Alors que la pôle négatif est caractérisée par une forte densité d'électrons, cette différence de densité des électrons est appelée différence de potentiel ou tension électrique.



La tension est donnée par : $V_{AB} = V_A - V_B$

La tension est une grandeur algébrique :

$V_{AB} = -V_{BA} = -(V_B - V_A)$ ou V_A la haute tension et V_B la basse tension.

Le courant peut être comparé au débit d'eau circulant dans un tuyau souple. L'intensité du courant I équivaut au débit de l'eau D.

Voir la figure ci-dessous. Le débit d'eau entre deux réservoirs entre lesquels un tube ne peut arriver automatiquement que s'il y a une différence de niveau entre A et B [3].

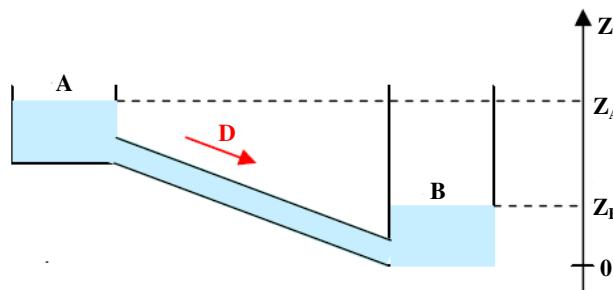


Figure 1.1- Analogie hydraulique et différence de potentiel.

Le débit d'eau s'arrête lorsque la différence entre les deux niveaux est nulle :

$$Z_{AB} = Z_A - Z_B = 0$$

On peut définir aussi la différence de potentiel d'une charge électrique par la quantité de travail effectuée pour transporter une quantité d'électricité entre deux points. Le courant électrique est le mouvement des charges électriques. Ce mouvement est créé après que l'on aie

séparé des charges négatives de charges positives. Le travail requis pour effectuer cette séparation est transformé en énergie potentielle électrique. Une fois que les charges sont séparées on peut leur permettre de revenir les unes vers les autres, c'est ce qui produit le courant électrique. L'énergie potentielle de la charge au point A était différente de son énergie potentielle au point B. Le travail accompli pour créer cette différence de potentiel divisé par la charge est appelé la différence de potentiel électrique de la charge : $V = \frac{W}{Q}$ [5]. Une tension électrique se note généralement « V ou U » et se mesure en volt (symbole : V).

La tension aux bornes A et B d'un dipôle est représentée sur un schéma de circuit par une flèche parallèle au dipôle est noté V_{AB} . la flèche orientée du talon B (ou point origine) vers la pointe A (le point A est plus haut électriquement que B).

Volt (unité de différence de potentiel et de force électromotrice) : un volt est la différence de potentiel électrique qui existe entre deux points d'un circuit, quand chaque coulomb y passe, abandonne une énergie de 1 joule $1V = \frac{1J}{1C}$.

NB : L'abréviation V servant à exprimer l'unité volt et le symbole qui désigne la différence de potentiel électrique. Il convient de souligner que parfois, le même symbole sert à indiquer des réalités différentes.

Remarque : -Quand la charge se déplace d'un point à un autre d'un circuit électrique, il y a dégagement d'énergie. Ceci a pour effet de diminuer le potentiel électrique. La diminution du potentiel électrique implique qu'il y a une différence de potentiel électrique entre les deux points.

- Chaque point d'un circuit a un potentiel, quand le potentiel entre deux points sont égaux, la tension est nulle ($A = B \Rightarrow V_{AB} = V_A - V_B = 0$).
- Le potentiel de la Terre est arbitrairement mis à zéro ($V = 0$).

2.7 Force électromotrice

Un générateur présente un excès d'électrons (charges négatives) à sa borne négative, et un déficit d'électrons à sa borne positive. La grandeur qui représente la concentration des charges est appelée potentiel électrique. Entre les bornes positive et négative du générateur il existe donc une différence de potentiel, grâce à laquelle le générateur est capable de mettre en mouvement les électrons libres : on parle alors de force électromotrice du générateur. Qui définit par le travail effectué pour transporter une quantité d'électricité à l'intérieur et à l'extérieur de la source [6].

Remarque : la différence de potentiel qui existe entre les bornes de générateur est appelé force électromotrice car elle est capable de mettre en mouvement les électrons libres du circuit $V_{AB} = E$.

2.8 Puissance électrique La puissance reçue (fournie) par un système est numériquement égale à l'énergie reçue (fournie) par unité de temps : $P = \frac{W}{t}$

D'où $W = P \times t$ avec la tension $V = \frac{W}{Q} \Rightarrow W = V \times Q$ et l'intensité de courant $I = \frac{Q}{t}$

Donc $W = V \times Q = V \times I \times t$ ce qui nous donne : $P = V \times I$

La puissance électrique reçue (de la part d'un courant électrique) par un récepteur, et la puissance électrique fournie par un générateur (à un courant électrique) s'écrivent :

$$P_{\text{elect}} = V \times I$$

Où V est la tension positive aux bornes du récepteur/générateur, I l'intensité du courant circulant à travers le récepteur/générateur, et Δt la durée pendant laquelle le courant a circulé.

Watt : un watt est la puissance d'un système dans lequel une énergie de 1 joule est transférée uniformément pendant 1 seconde.

3. Les dipôles

3.1 Définition – Conventions

Un dipôle est un récepteur ou un générateur d'énergie électrique, susceptible de convertir l'énergie électrique en une énergie de type différent (chimique, mécanique, radiative, thermique). Il est relié à l'extérieur par deux bornes A et B, le courant entrant par l'une est égal au courant sortant par l'autre. La tension V et le courant I sont des grandeurs algébriques.

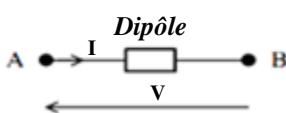
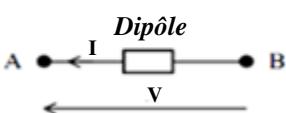
Convention récepteur	Convention générateur
 Les flèches du courant et de la tension sont en sens inverse.	 Les flèches du courant et de la tension sont dans le même sens

Figure 1.2 – Conventions d'étude d'un dipôle.

3.2. Types de dipôle Le dipôle passif ne peut pas fournir d'énergie autre que de l'énergie thermique (résistance, bobine, condensateur, diode, interrupteur ...).

Le dipôle actif fournit de l'énergie électrique à partir d'une autre forme d'énergie ou il consomme de l'énergie électrique pour la convertir en une énergie d'une autre forme (autre que thermique) par exemple : générateur de tension ou de courant, piles, photodiode éclairé, moteur.....

3.2.1 Dipôle récepteur passif

Le dipôle récepteur passif est un récepteur qui transforme la totalité de l'énergie absorbée en chaleur [7].

3.2.1.a Résistance, **R**

En électricité, le terme résistance désigne différentes choses, qui restent toutefois liées :

- **Propriété physique :** C'est la propriété d'un matériau à s'opposer au passage d'un courant électrique. La résistance trouve son origine dans les chocs des charges électriques en mouvement avec les atomes du milieu.
- **Dipôle électrique :** Une résistance est un dipôle électrique qui résiste au passage du courant électrique, Elle est souvent désignée par la lettre **R** et son unité de mesure est l'ohm **Ω** (**Ω** se lit oméga). Elle dispose de deux symboles :

Symbol Europeen	Symbol Americain
	

Figure 1.3 – Représentation symbolique de la résistance.

Ce fait de résister au passage du courant est utilisé pour contrôler et réguler le courant électrique dans un circuit électrique ou électronique. La résistance électrique est aussi utilisée pour produire de la chaleur par effet joule. Nous avons ici la transformation de l'énergie électrique reçue par la résistance en énergie thermique. C'est le cas des fours électriques, des fers à repasser, etc. Lorsque le dégagement de chaleur n'est pas souhaité, on procède à la ventilation. C'est le cas des processeurs dans les ordinateurs.

La différence de potentiel ou tension **V** (en volts) aux bornes d'une résistance **R** (en ohms) est proportionnelle à l'intensité du courant électrique **I** (en ampères) qui la traverse :

$$I = \frac{V}{R} \left[A = \frac{V}{\Omega} \right] \text{ et } R = \frac{V}{I} = \frac{1}{G} \left[\Omega = \frac{1}{S} \right]$$

□ Conductance, G

La conductance électrique est l'aptitude d'un matériau à laisser les charges électriques se déplacer librement, autrement dit à permettre le passage du courant électrique, elle s'exprime en Ω^{-1} ou siemens (S), La conductance est donné par la formule : $G = \frac{I}{V} \left[\frac{A}{V} = S \right]$, L'inverse de la conductance est la résistance $R = \frac{1}{G}$ [8].

□ Loi de Pouillet pour le calcul d'une résistance

Pour éviter une perte importante d'énergie électrique (en chaleur) dans les fils conducteurs, on a intérêt à choisir des conducteurs à faible résistance électrique.

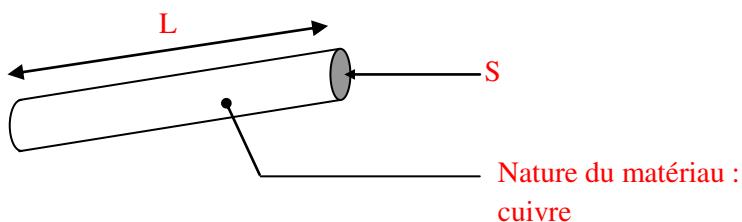


Figure 1.4 – Une section longitudinale d'un connecteur de fil.

La résistance d'un conducteur est directement proportionnelle à sa résistivité (ρ) et à sa longueur (L) ; elle est inversement proportionnelle à la section (S) de ce conducteur : $R = \rho \frac{L}{S}$. Où R est la résistance du composant (en Ω), ρ la résistivité du matériau (en $\Omega \cdot m$), L la longueur du composant (en m), S l'aire de la section du composant (en m^2). L'aire d'une section circulaire est donnée par : $S = \pi r^2$.

Où r représente le rayon du cercle.

Remarque : En doublant la longueur d'un conducteur on double sa résistance électrique. En augmentant la section d'un conducteur on diminue sa résistance.

Exemple : Trouver la résistance d'un fil de cuivre de 100 m de long et de rayon $r = 1$ mm. La résistivité ρ du cuivre est égale à $1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$.

Solution :

$$R = \rho \times \frac{L}{S} = \rho \times \frac{L}{\pi \times r^2} = 1.7 \times 10^{-8} \times \frac{100}{\pi \times (10^{-3})^2} = 0.548 \Omega$$

□ Résistivité, ρ

Dans l'expression précédente ρ caractérise la nature du conducteur (la nature du matériau qui le constitue ou chaque matériau à sa propre résistivité). Ce coefficient ρ (prononcer rho)

s'appelle la résistivité. Plus cette valeur est faible, plus le matériau est conducteur. Elle se mesure en Ohm-mètre ($\Omega \cdot m$) et elle se calcule avec la formule : $\rho = R \frac{s}{L}$ avec : ρ en $\Omega \cdot m$, R en Ω , s en m^2 et L en m .

la résistivité ρ correspond à la résistance d'un matériau de 1 m de longueur et de 1 m^2 de section : $\rho = R \frac{s}{L} = R \frac{1 \text{ } m^2}{1 \text{ } m} = R \Rightarrow \rho = R$.

□ Conductivité

L'inverse de la résistivité s'appelle la conductivité (σ se lit sigma), elle correspond à la conductance d'une portion de matériau de 1 m de longueur et de 1 m^2 de section, elle s'exprime en $(\Omega \cdot m)^{-1}$ ou S/m , où on peut en déduire que $1 S = 1 \Omega^{-1}$ (un siemens (S) est l'inverse d'un ohm (Ω)), et elle est donnée par : $\sigma = \frac{1}{\rho}$

□ Conducteur-isolant-semi-conducteur

Les matériaux solides peuvent être classés en trois groupes que sont les isolants, les semi-conducteurs et les conducteurs selon leur résistivité ρ (ou conductivité σ) :

Conducteur ($\sigma > 10^3 \text{ } S/cm$) tout matériau capable de conduire le courant électrique, donc il doit contenir des porteurs de charges mobiles et de faible résistance.

Exemple : argent $\sigma = 10^6 \text{ } S/cm$.

Isolant : ($\sigma < 10^{-8} \text{ } S/cm$) est tout matériau qui ne peut en aucun cas de conduire le courant électrique.

Exemple : diamant $\sigma = 10^{-14} \text{ } S/cm$.

Semi-conducteur ($10^{-8} < \sigma < 10^3 \text{ } S/cm$) sont des matériaux dont les propriétés de conductivité sont intermédiaire entre celles des métaux et celles des isolant, un semi-conducteurs est un isolant parfait au zéro kelvin [$0^\circ K = 273.15^\circ C$]. Mais en augmentant la température, il peut y avoir une libration des électrons, par conséquent le semi-conducteur deviendra à ce moment là un conducteur électrique.

Exemple : Silicium $\sigma = 10^{-5} \text{ } S/cm$ [9].

□ Effet de joule

Est une propriété de l'électricité très utilisé pour chauffer, lorsqu'un courant électrique passe dans un fils conducteur ou un dipôle électrique celui-ci s'échauffe et libre de la chaleur, (cet échauffement est provoqué par sa résistance où chaque composant électrique ainsi que les conducteurs possèdent une résistance), on peut calculer l'énergie dissipée en chaleur en appliquant la loi : $W = RI^2t$.

Avec : W est l'énergie électriques en joules (J), R est la valeur de résistance en ohms (Ω), I est l'intensité en ampères (A) et t est le temps en secondes (s)

Remarque : l'effet de Joule est un effet souhaité pour les résistances de chauffage et un effet néfaste pour les pertes de Joule.

□ **Loi d'ohm**

Est une loi qui lie l'intensité du courant électrique traversant un dipôle à la tension à ses bornes, elle est donnée par : $V = R \times I$.

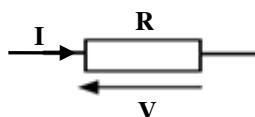


Figure 1.5 – Représentation symbolique d'une tension aux bornes d'une résistance R et du courant qui la traverse.

Où V est la tension en Volt (V), I l'intensité du courant qui circule à travers la résistance en Ampère (A).

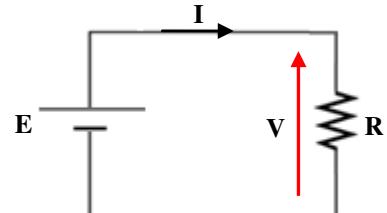
Ce loi est basée sur la logique : effet = cause/frein \Rightarrow courant = tension/résistance.

L'effet (le courant) sera d'autant plus important que la cause est élevé (la tension) et que le frein est faible (résistance).

Exemple :

Calculer la tension aux bornes de la résistance R lorsqu'elle traversée par un courant I, pour le circuit présenté ci-contre.

Sachant que : $E = 5 \text{ V}$, $I = 0.1 \text{ A}$, $R = 50 \Omega$.



Solution :

Pour calculer la tension électrique aux bornes d'une résistance R de 50Ω qui est traversé par un courant de 0.1 A , on applique la loi d'Ohm :

$$V = R \times I = 50 \times 0.1 = 5 \text{ V}$$

La tension aux bornes d'une telle résistance sera donc de 5 V .

3.2.1.b Condensateur

Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant appelé diélectrique (ce isolant peut être de l'air sec, du mica, de la céramique, du téflon, un polyester, etc). Les condensateurs peuvent être plans, cylindriques et sphériques.

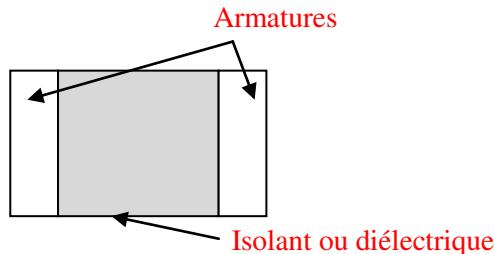


Figure 1.6 – La constitution d'un condensateur.

- Le condensateur est caractérisé par sa capacité. On définit la capacité électrique d'un élément comme étant son aptitude à accumuler une certaine charge électrique, elle s'exprime en Farad (F). La capacité C d'un condensateur est définie par le quotient de sa charge sur le potentiel qui lui est appliqué : $C = \frac{Q}{V}$.

On symbolisera le condensateur en convention récepteur de la manière suivante :

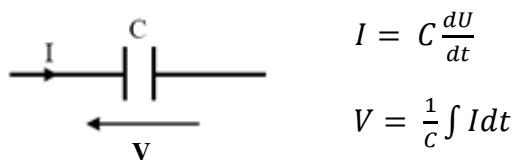


Fig.1.7 – Symbole du condensateur.

La charge de condensateur Q (ou la quantité de l'électricité) est donné par : $Q = I \times t$

La capacité électrique d'un condensateur se détermine essentiellement en fonction de la géométrie des armatures et de la nature du ou des isolants ; la formule simplifiée suivante est souvent utilisée pour estimer sa valeur : $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$

avec S : la surface des armatures (en mètre carré (m^2)), d la distance entre les armatures (en mètre (m)) et $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ la permittivité du vide (ou de l'air).

Si le même condensateur est rempli par un isolant, sa capacité devient : $C = \epsilon \frac{S}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$

Où la permittivité du milieu est : $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ (en Farad/Mètre (Fm^{-1})) et ϵ_r la permittivité relative, également appelée constante diélectrique.

-Pour l'air, et le vide, $\epsilon_r = 1$. Donc $\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

-Pour tous les autres isolants, $\epsilon_r > 1$.

Exemple : Le mika $\epsilon_r = 6$ donc $\epsilon = 6\epsilon_0$ (six fois la permittivité du vide ϵ_0).

Remarque : Pour obtenir des condensateurs de grande capacité, il est indispensable de disposer d'une grande surface commune aux deux électrodes avec une faible distance entre elles et d'un diélectrique à haute permittivité relative.

- **Charge et décharge de condensateur**
- **En courant continu**

Le principe de fonctionnement du condensateur en régime continu est relativement simple à comprendre. On peut le brancher sur un générateur continu, il se charge ; on débranche le condensateur du générateur et on connecte une charge (résistor) à ses bornes, le condensateur se décharge.

On considère le circuit constitué d'un condensateur C en série avec une résistance R et un interrupteur K alimenté par une source de tension continue E. Le circuit est initialement au repos (pas d'énergie emmagasinée dans le condensateur). A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

- Lorsqu'on branche un condensateur aux bornes d'un générateur (l'interrupteur en position 1), ce dernier extrait des électrons libres du métal de l'armature A et les fait circuler vers l'armature B, créant ainsi un déplacement de charges, donc un courant électrique. Les charges ne peuvent pas traverser le condensateur car ses deux armatures sont séparées par un isolant. Elles ne peuvent que s'accumuler sur ses armatures : le condensateur se charge. A l'instant t, une charge Q_A positive (due à un déficit d'électrons) et une charge Q_B négative (due à un excès d'électrons) se sont accumulées sur les armatures A et B respectivement. L'armature reliée au pôle positif du générateur est l'armature positive. L'électrisation des armatures crée une différence d'état électrique entre A et B : il apparaît alors une tension V_{AB} non nulle. Elle augmente jusqu'à égaler la tension aux bornes du générateur : à partir de cet instant, l'intensité du courant est nulle, c'est ce qu'on appelle la charge de condensateur.

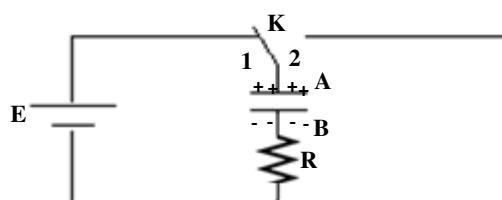


Figure 1.8 – Un condensateur qui se déchargera lorsque l'interrupteur sera fermé.

Lors de décharge (l'interrupteur en position 2), le condensateur se trouve en série uniquement avec la résistance R. En l'absence de générateur dans le circuit, les électrons accumulés sur l'armature négative B lors de la charge du condensateur se déplacent vers l'armature A positive. Un bref courant électrique apparaît alors dans le circuit.

□ **En courant alternatif**

Lorsqu'on raccorde un condensateur à une source de tension alternative, il se charge dans un sens puis se décharge et se recharge dans l'autre sens et cela à chaque alternance de la tension. Le condensateur laisse donc passer le mouvement de va et vient des électrons.

Remarque : Lorsque la résistance du circuit est très faible, le chargement du condensateur se fait très rapidement.

3.2.1.c Bobine

Une bobine est constituée d'un enroulement de spires conductrices autour d'un isolant. Elle admet donc une certaine résistance interne du fait de cette grande longueur de fil [10].

Lorsqu'un courant électrique non constant traverse une bobine, celle-ci crée un champ magnétique qui s'oppose à la variation de l'intensité. Ainsi, lorsqu'on cherche à faire passer un courant d'intensité constante dans une bobine, celui-ci va progressivement s'établir au sein de la bobine : l'intensité passera progressivement de la valeur zéro à la valeur finale constante du courant électrique. C'est pour cela qu'on parle de l'établissement du courant dans une bobine, de façon analogue à la charge d'un condensateur. Une fois le courant établi, la bobine peut être considérée comme un fil puisque la différence de potentiel à ses bornes sera quasi-nulle.

L'inductance propre, ou simplement l'inductance, est la valeur caractéristique d'une bobine, symbolisée par L et elle s'exprime en Henry (H), elle est définie par la capacité d'une bobine de s'opposer à des changements dans le courant circulant à travers elle, elle est donnée par : $L = \frac{\Phi}{I}$ (Le flux produit par une bobine est proportionnel au courant qui la traverse, et L est le coefficient de proportionnalité).

Dans tout circuit fermé baignant dans un champ magnétique, il se crée une force électromotrice d'induction égale à la dérivée du flux magnétique, à travers le circuit, par rapport au temps (c'est-à-dire égale à la vitesse de variation du flux) avec changement de signe, c'est ce que l'on appelle la loi de Faraday-Henry :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

Où le flux Φ est la partie du champ magnétique qui traverse une ligne fermée, une spire par exemple. Son unité est le Weber.

Remarque

Le signe moins (-) qui apparaît dans la loi de Faraday montre qu'il y a opposition entre la f.e.m induite et la variation de flux, ceci est la traduction de la loi de Lenz : les effets s'opposent aux causes.

□ Relation tension-intensité

Dans un schéma électrique, cette force électromotrice est toujours fléchée avec la convention générateur. Ainsi, lorsqu'on utilise la convention récepteur, la tension V aux bornes de ce circuit est égale à la somme des chutes de tension liées à l'intensité I qui le parcourt, retranchées de cette force électromotrice, on obtient :

$$V = rI - e = rI + \frac{d\Phi}{dt} = rI + L \frac{dI}{dt} \text{ (le cas d'une bobine réelle).}$$

Lorsque la résistance interne de la bobine est négligeable, la tension aux bornes d'une bobine s'exprime par : $V = L \frac{dI}{dt}$ (le cas d'une bobine idéale) [11].

La bobine sera donc symbolisée en convention récepteur de la manière suivante :

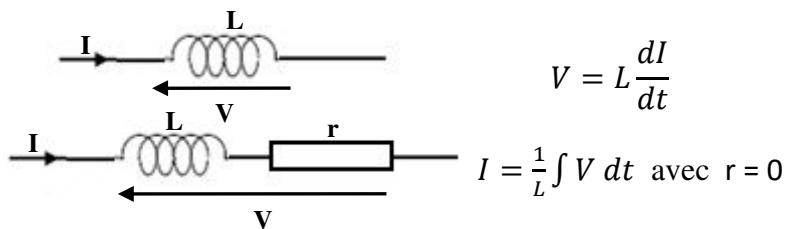


Figure 1.9 – Symbole de la bobine idéale et réelle.

Remarque : - Lorsque l'intensité du courant dans un circuit est constante (En régime permanent), le terme dI/dt est nul et la tension aux bornes de la bobine est rI . Ainsi, la bobine se comporte comme une résistance. La bobine n'a donc un intérêt que lorsque l'intensité du courant dans un circuit varie.

3.2.1.d Association des dipôles

On distingue deux types d'association de dipôles. Les dipôles peuvent être connectés en séries ou en parallèles.

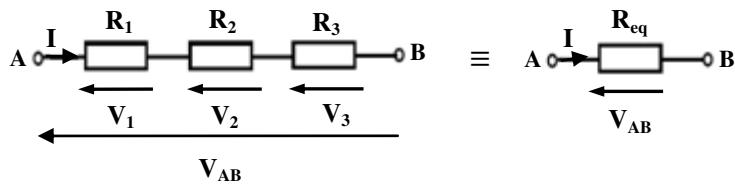
Deux dipôles quelconques sont dits associés en série si une des bornes de l'un est reliée à une des bornes de l'autre, l'ensemble formant un nouveau dipôle. Ils sont dits associés en parallèle si les paires de bornes sont connectées deux à deux.

a. Association des résistances

L'intérêt de rechercher la résistance équivalente à plusieurs résistances est de simplifier un montage en remplaçant tous les résistances du circuit par un seul.

□ Association en série

Deux dipôles sont dits en série s'ils sont parcourus par le même courant et la tension totale aux bornes de l'ensemble est égale à la somme des deux différences de potentiel aux bornes de chacun des deux dipôles.



$$\text{En effet } V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I = R_{eq} I$$

$$\rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

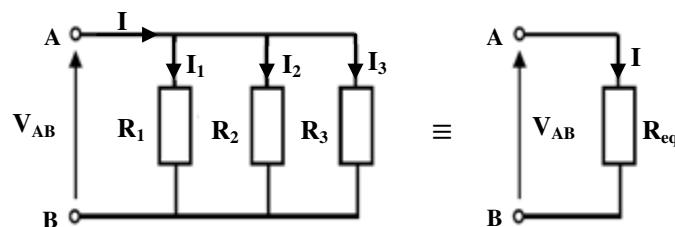
On peut généraliser ce résultat en utilisant plusieurs résistances en série, la démonstration étant similaire à celle pour trois résistances. Pour résumer, la résistance équivalente de plusieurs résistances en série est égale à la somme des résistances :

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i$$

La résistance équivalente est toujours plus grande que la plus grande valeur des résistances qui composent l'association.

□ Association en parallèle

Deux dipôles sont dits en parallèle (ou en dérivation) s'ils sont reliés aux deux mêmes nœuds, donc soumis à la même tension et le courant total de l'ensemble est la somme des courants électriques partiels qui traversent chaque dipôle.



En effet $I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) V_{AB} = \frac{1}{R_{eq}} V_{AB}$

$$\rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

En généralisant la loi, on obtient :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

L'inverse de la résistance équivalente de plusieurs résistances en parallèle est égal à la somme de leurs inverses. La résistance équivalente est toujours inférieure à la plus petite des résistances qui composent l'association [4].

□ Association mixte

Il suffit tout simplement de travailler alternativement sur un groupe série et parallèle. Pour déterminer la résistance équivalente à une association mixte, il faut rappeler que :

- 1.On calcule d'abord les groupements simples identifiables à l'intérieur du groupement mixte.
- 2.On remplace chaque groupement par leur résistance équivalente.
- 3.On calcule la résistance totale équivalente de chaque résistance équivalente partielle.

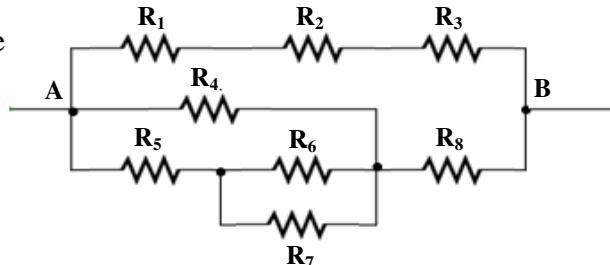
Exemple 1 :

Déterminer la résistance équivalente du dipôle AB.

$$R_1 = R_2 = R_4 = 10 \Omega, R_3 = 2 \Omega$$

$$R_5 = 8 \Omega, R_6 = 12 \Omega, R_7 = 5 \Omega$$

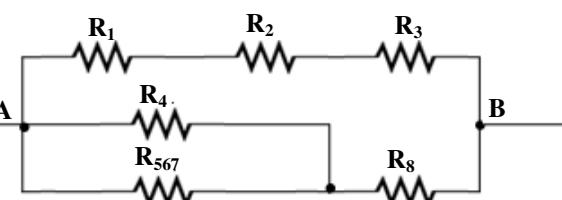
$$\text{et } R_8 = 4 \Omega.$$



Solution :

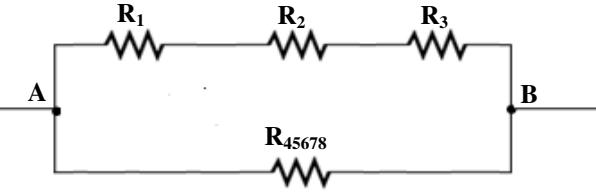
On a tout d'abord mis les résistances R₆ et R₇ en parallèle, puis la résistance équivalente en Série avec R₅ pour obtenir la résistance équivalente R₅₆₇ suivante :

$$\begin{aligned} R_{567} &= (R_6 // R_7) + R_5 \\ &= \frac{R_6 \times R_7}{R_6 + R_7} + R_5 = \frac{12 \times 5}{12 + 5} + 8 \\ &= 11.53 \Omega. \end{aligned}$$



Les deux résistances R_{567} et R_4 sont mises en parallèle puis en série avec R_8 , ce qui nous donne la résistance équivalente R_{45678} qui vaut :

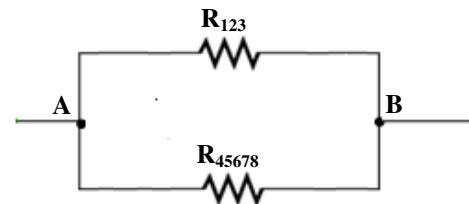
$$\begin{aligned} R_{45678} &= (R_{567}/R_4) + R_8 \\ &= \frac{R_{567} \times R_4}{R_{567} + R_4} + R_8 = \frac{11.53 \times 10}{11.53 + 10} + 4 \\ &= 9.36 \Omega \end{aligned}$$



On voit que R_1 , R_2 et R_3 sont en séries. Il nous faut donc calculer la résistance équivalente de ce groupe.

$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 10 + 2 = 22 \Omega$$

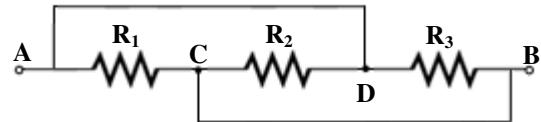
La résistance équivalente de notre branche est donc : $R_{eq} = R_{12345678} = R_{123}/R_{45678}$



$$= \frac{22 \times 9.36}{22 + 9.36} = 6.57 \Omega$$

Exemple 2 :

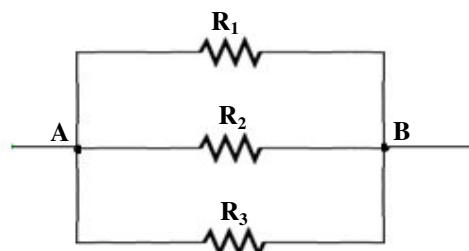
Déterminer l'expression de la résistance équivalente R_{eq} du dipôle AB. Sachant que $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$ et $R_3 = 100 \Omega$.



Solution :

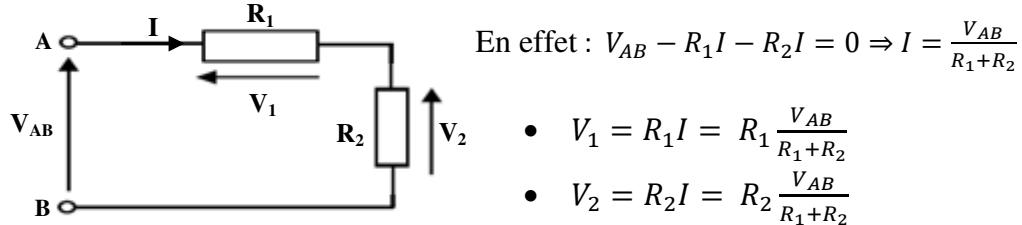
Les points A et D sont un même nœud. Les points C et B sont un même nœud donc les trois résistances sont en parallèle.

$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_{123} = R_1//R_2//R_3 = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)} \\ &= \frac{R_1 \times R_2 \times R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \\ &= \frac{10 \times 5 \times 0.1}{10 \times 5 + 10 \times 0.1 + 5 \times 0.1} = 0.097 \text{ k}\Omega \approx 97 \Omega \end{aligned}$$



□ Pont diviseur de tension

Deux dipôles en série aux bornes desquels on connaît la tension V_{AB} , et parcourus par le même courant I :

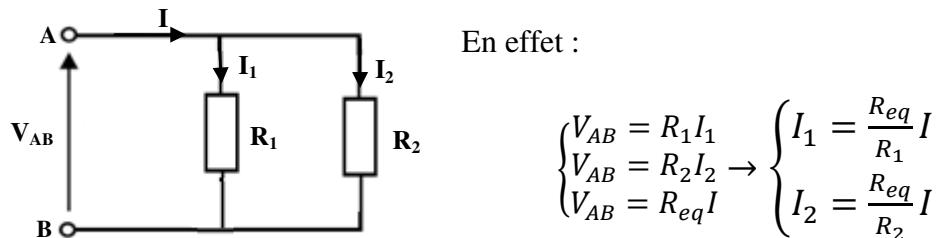


Le principe du pont diviseur de tension : Pour obtenir le résultat de la division de tension, on multiplie la tension de la source par la division de sa propre résistance (celle qui est correspondante à la tension calculée) par toutes les résistances en série dont fait partie le diviseur (R_{eq}).

Remarque : Le principe du pont diviseur de tension ne peut s'appliquer que si les deux résistances sont parcourues par le même courant.

□ Pont diviseur de courant

Deux dipôles en parallèle aux bornes desquels on connaît la tension V_{AB} :



Le principe du pont diviseur de courant : Lorsqu'une source de courant I alimente deux résistances associées en parallèle, chacune des résistances est parcourue par le courant I multiplié par la valeur de l'autre résistance et divisé par la somme des deux [4].

On sait que : $R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$, donc on a :

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times I ; I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times I$$

Remarque : En plus des diviseurs de tension et courant résistifs, il existe également des diviseurs de tension et courant capacitifs (constitués de deux capacités) et inductifs (constitués de deux inductances).

Exemple 1 :

En utilisant les propriétés du diviseur de tension, déterminer la tension aux bornes de chaque résistance.

On donne : $V_{AB} = 32 \text{ V}$, $R_1 = 40 \Omega$,

$R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$ et $R_4 = 15 \Omega$.

Solution : Les résistances sont traversées par le même courant :

$$I = \frac{V_{AB}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{32}{40 + 4 + 10 + 15} = 0.64A$$

La tension partielle aux bornes de la résistance R_1 :

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_{AB} = \frac{40}{40 + 4 + 10 + 15} \times 32 = \frac{40}{69} \times 32 = 18.55 \text{ V.}$$

Pour la tension V_2 aux bornes de la résistance R_2 , on a alors :

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_{AB} = \frac{4}{40 + 4 + 10 + 15} \times 32 = \frac{4}{69} \times 32 = 1.855 \text{ V.}$$

Ainsi, la tension aux bornes des résistances R_3 et R_4 peut aussi s'écrire :

$$V_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_{AB} = \frac{10}{40 + 4 + 10 + 15} \times 32 = \frac{10}{69} \times 32 = 4.64 \text{ V.}$$

$$V_4 = \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_{AB} = \frac{15}{40 + 4 + 10 + 15} \times 32 = \frac{15}{69} \times 32 = 6.96 \text{ V.}$$

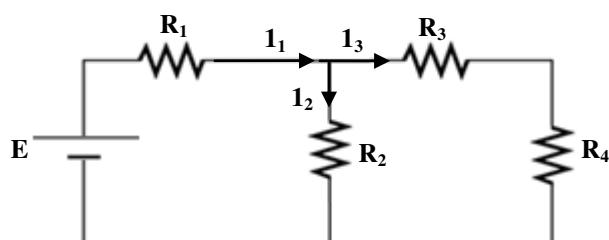
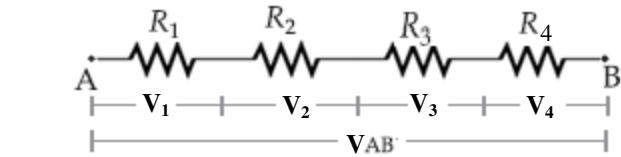
Pour vérifier, La tension totale aux bornes des composantes branchées en série est égale à la somme des tensions de chacune des composantes :

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 18.6 + 1.86 + 4.64 + 6.96 = 32 \text{ V} \text{ la relation est vérifiée.}$$

Exemple 2 :

1. Déterminer la tension à travers R_1 , R_2 , R_3 et R_4 en utilisant le diviseur de tension puis le diviseur de courant.

On suppose que: $E = 20 \text{ V}$, $R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$ et $R_4 = 5 \Omega$.



Solution :

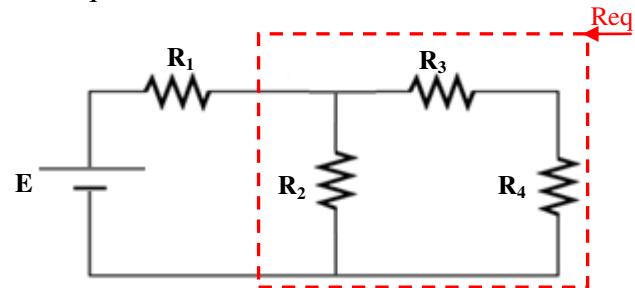
- Calcul des tensions par le diviseur de tension :

Pour simplifier le circuit, on calcule la résistance équivalente :

R_3 et R_4 sont en série et leur équivalent est égale à : $R_{34} = R_3 + R_4 = 30 + 5 = 35 \Omega$.

R_{34} et R_2 sont en parallèles et leur équivalent : $R_{eq} = R_{234} = R_{34}/R_2$

$$= \frac{R_{34} \times R_2}{R_{34} + R_2} = \frac{35 \times 10}{35 + 10} = 7.78 \Omega$$

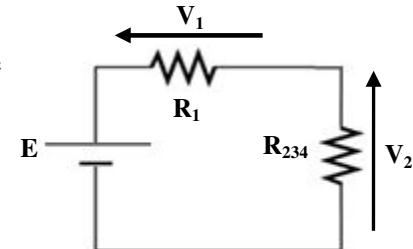


Le circuit devient alors le suivant :

Et la règle de division de tension peut être appliquée

$$\text{directement : } V_1 = V_{R_1} = \frac{R_1}{R_{234} + R_1} E = \frac{15}{15 + 7.78} 20 = 13.2V.$$

$$\text{Et } V_2 = V_{R_{234}} = \frac{R_{234}}{R_{234} + R_1} E = \frac{7.78}{7.78 + 15} 20 = 6.8 V.$$



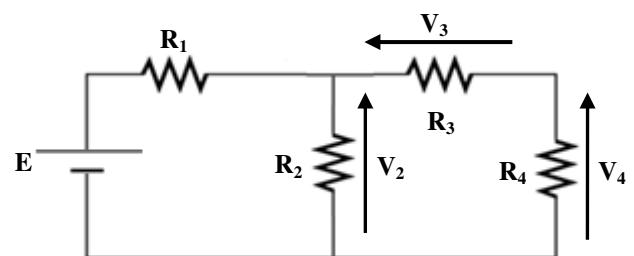
Dans un circuit en parallèle, les branches sont soumises à la même tension :

$$V_{R_{234}} = V_{R_2} = V_{R_{34}} = V_2.$$

Maintenant, nous pouvons utiliser la règle de division de tension pour trouver V_{R_3} et V_{R_4} .

$$V_3 = V_{R_3} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_2 = \frac{30}{30 + 5} 6.8 = 5.8 V$$

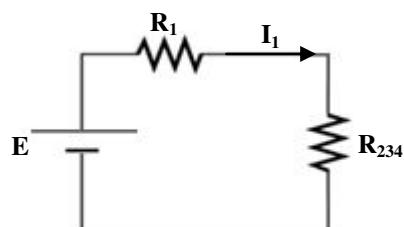
$$V_4 = V_{R_4} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2 = \frac{5}{30 + 5} 6.8 = 0.97 V$$



- Calcul des tensions par le diviseur de courant :

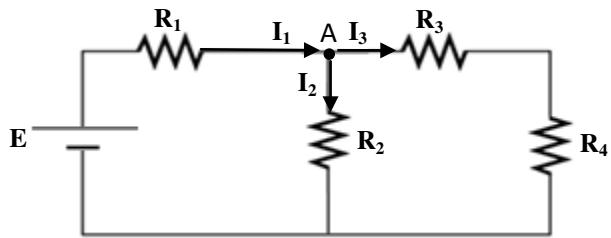
Nous avons déjà vu le calcul de la résistance équivalente $R_{eq} = R_{234} = 7.78 \Omega$, donc le courant total $I_1 = \frac{E}{R_1 + R_{234}} = \frac{20}{15 + 7.78} = 0.878 A$

Pour calculer les intensités des courants I_2 et I_3 , on applique le diviseur de courant au nœud A :



$$I_2 = \frac{R_{34}}{R_2 + R_{34}} I_1 = \frac{35}{10 + 35} 0.88 = 0.68 A$$

$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_{34}} I_1 = \frac{10}{10 + 35} 0.88 = 0.195 A$$

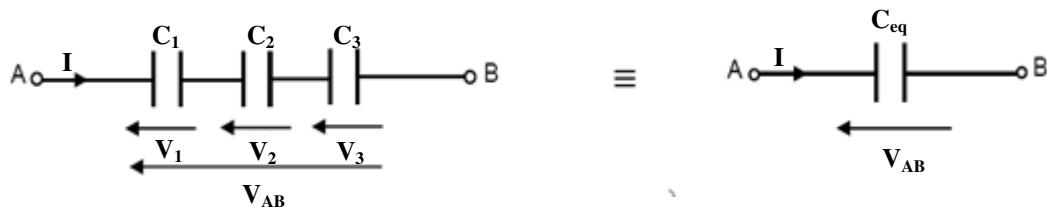


$V_1 = R_1 I_1 = 15 \times 0.878 = 13.2 V$, $V_2 = R_2 I_2 = 10 \times 0.68 = 6.8 V$ et $V_3 = R_3 I_3 = 30 \times 0.195 = 5.8 V$ et $V_4 = R_4 I_3 = 5 \times 0.195 = 0.97 V$ \Rightarrow ces deux différentes méthodes donnent le même résultat.

b. Association des condensateurs

De même que les résistances, les condensateurs peuvent se mettre en série et en parallèle. Cependant, les formules sont inversées.

□ Association en série



$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$ (le courant est commun)

$$Q = C_1 V_1 = C_2 V_2 = C_3 V_3 \implies V_1 = \frac{Q}{C_1}; V_2 = \frac{Q}{C_2}; V_3 = \frac{Q}{C_3}$$

$$\Rightarrow V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) = Q \frac{1}{C_{eq}}$$

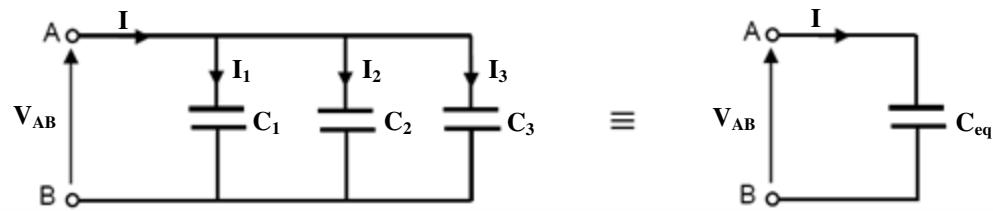
$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

Ce résultat peut être généralisé pour plusieurs condensateurs en série :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

L'inverse de la capacité équivalente à un groupement de condensateurs en série est égal à la somme des inverses des capacités des différents condensateurs. La capacité équivalente est toujours inférieure à la plus petite des capacités.

□ Association en parallèle



$$I = I_1 + I_2 + I_3 \implies Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = C_1 V_{AB}; Q_2 = C_2 V_{AB}; Q_3 = C_3 V_{AB}$$

$$Q = C_1 V_{AB} + C_2 V_{AB} + C_3 V_{AB} \implies Q = (C_1 + C_2 + C_3) \cdot V_{AB} = C_{eq} \cdot V_{AB}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

En généralisant la loi, on obtient :

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$$

La capacité équivalente à un groupement de condensateurs en parallèle est égale à la somme des capacités des différents condensateurs et elle est toujours plus grande que la plus grande capacité [12].

Exemple : Calculer la capacité équivalente des condensateurs ayant pour valeur : C₁ = 22 F, C₂ = 100 F, C₃ = 47 F et C₄ = 68 F et C₅ = C₆ = 10 µF.

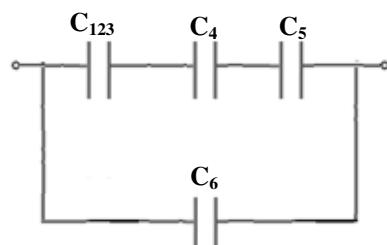
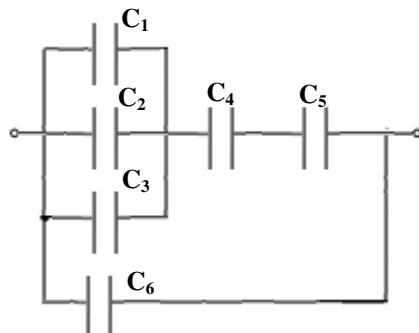
Solution :

Les capacités de condensateurs C₁, C₂ et C₃ en parallèle s'additionnent, comme les résistances en série, ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} C_{123} &= C_1 // C_2 // C_3 = C_1 + C_2 + C_3 \\ &= 22 + 100 + 47 = 169 \text{ F.} \end{aligned}$$

Les capacités de condensateurs C₁₂₃, C₄ et C₅ en séries répondent à la même loi que les résistances en parallèles donc :

$$\frac{1}{C_{12345}} = \frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}$$

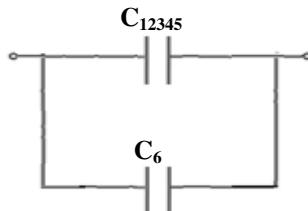


$$\Rightarrow C_{12345} = \frac{1}{\frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}} = \frac{1}{\frac{1}{169} + \frac{1}{68} + \frac{1}{10^{-5}}} = 9.99 \times 10^{-6} F = 9.99 \mu F \approx 10 \mu F$$

$$\text{Or } C_{12345} = \frac{C_{123} \times C_4 \times C_5}{C_{123}C_4 + C_{123}C_5 + C_4C_5} = \frac{169 \times 68 \times 10^{-5}}{169 \times 68 + 169 \times 10^{-5} + 68 \times 10^{-5}} = 9.99 \mu F \approx 10 \mu F.$$

La capacité équivalente de notre circuit est donc :

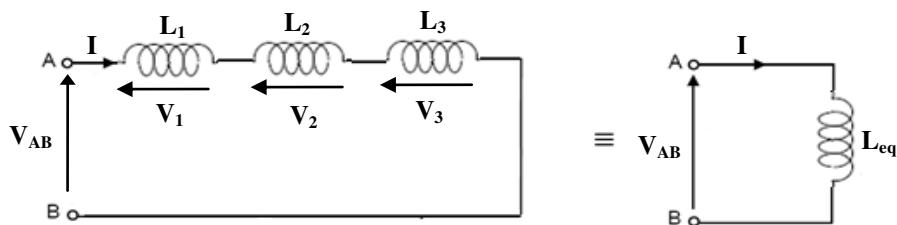
$$\begin{aligned} C_{eq} &= C_{123456} = C_{12345} // C_6 = C_{12345} + C_6 \\ &= 9.99 \times 10^{-6} + 10^{-5} = 19.99 \times 10^{-6} F \\ &= 19.99 \mu F \approx 20 \mu F. \end{aligned}$$



c. Association des Bobines

Les lois d'association en série et en parallèle des bobines sont les mêmes que celles pour les résistances.

□ Association en série



$$\text{En effet : } V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow L_{eq} \cdot \frac{dI}{dt} = L_1 \cdot \frac{dI}{dt} + L_2 \cdot \frac{dI}{dt} + L_3 \cdot \frac{dI}{dt} = \frac{dI}{dt} (L_1 + L_2 + L_3)$$

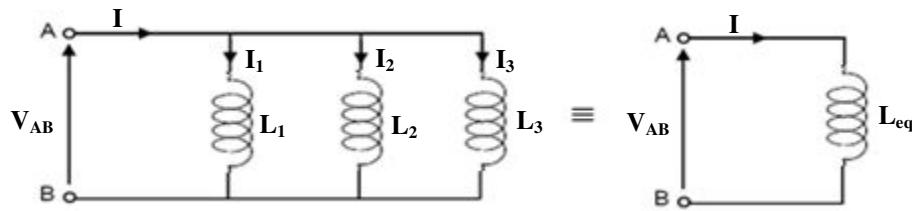
$$\Rightarrow L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3$$

Ce résultat se généralise pour l'association de plusieurs inductances en série :

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^N L_i$$

Dans un groupement en série, l'inductance équivalente est la somme des inductances. Elle est toujours plus grande que la plus grande inductance.

□ Association en parallèle



$$\text{En effet : } I = I_1 + I_2 + I_3 \implies \frac{1}{L_{eq}} \int V_{AB} dt = \frac{1}{L_1} \int V_{AB} dt + \frac{1}{L_2} \int V_{AB} dt + \frac{1}{L_3} \int V_{AB} dt$$

$$\implies \boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}}$$

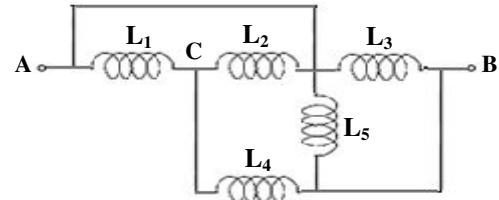
En généralisant le raisonnement ci-dessus au cas de plusieurs inductances placées en parallèle, on obtient :

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i}$$

Dans un groupement parallèle, l'inverse de l'inductance équivalente est la somme de l'inverse des inductances. L'inductance équivalente est plus petite que la plus petite des inductances du groupement.

Exemple :

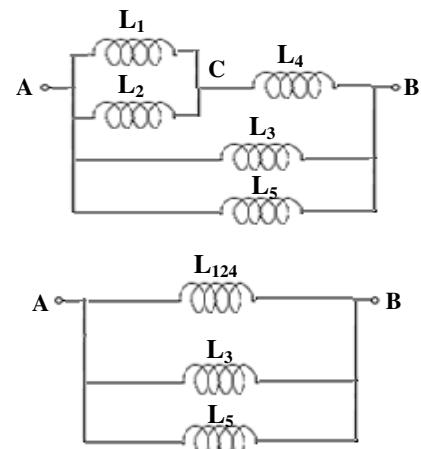
Déterminer l'inductance équivalente du dipôle AB. Sachant que : $L_1 = 4 \text{ mH}$, $L_2 = 16 \text{ mH}$, $L_3 = 1.5 \text{ mH}$, $L_4 = 2.2 \text{ mH}$ et $L_5 = 10 \text{ mH}$.



Solution :

Les deux inductances L_1 et L_2 sont mises en parallèle puis en série avec L_4 , ce qui nous donne l'inductance équivalente L_{124} qui vaut :

$$\begin{aligned} L_{124} &= (L_1 // L_2) + L_4 = \left(\frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \right) + L_4 \\ &= \left(\frac{4 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3} + 16 \times 10^{-3}} \right) + 2.2 \times 10^{-3} \\ &= 3.2022 \text{ H} = 3202.2 \text{ mH}. \end{aligned}$$



L'inductance équivalente de notre branche est donc :

$$\begin{aligned}
 L_{eq} = L_{12345} &= L_{124} // L_3 // L_5 = \frac{1}{\frac{1}{L_{124}} + \frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_5}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{3202.2 \times 10^{-3}} + \frac{1}{1.5 \times 10^{-3}} + \frac{1}{10 \times 10^{-3}}} = \frac{1}{766.98} = 0.0013H = 1.3mH
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Or } L_{12345} &= \frac{L_{124}L_3L_5}{L_{124}L_3 + L_{124}L_5 + L_3L_5} \\
 &= \frac{3202.2 \times 10^{-3} \times 1.5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}}{3202.2 \times 10^{-3} \times 1.5 \times 10^{-3} + 3202.2 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3} + 1.5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}} \\
 &= 0.0013H = 1.3mH
 \end{aligned}$$

3.2.2 Dipôles actifs

3.2.2.a Dipôle générateur

Un générateur électrique est un système capable de transformer en énergie électrique une autre forme d'énergie, une partie de l'énergie reçue par le générateur est en général transformé également en chaleur.

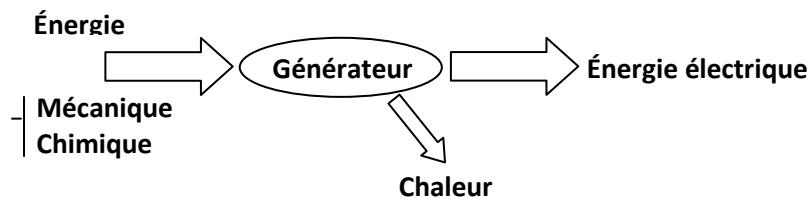
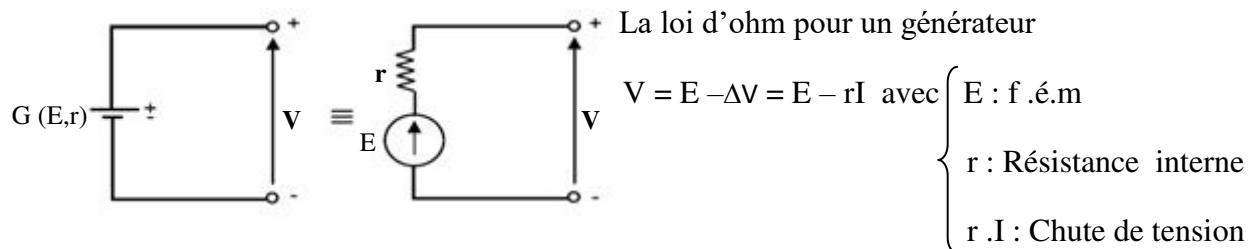


Figure 1.10 – Bilan énergétique d'un générateur.

Contrairement au générateur réel, dans un générateur idéal, il n'y a pas de perte d'énergie par chaleur c'est-à-dire toute l'énergie reçue est transformée en énergie électrique (l'énergie utile pour le générateur).

□ Grandeur caractéristiques d'un générateur

Le générateur électrique est caractérisé par sa force électromotrice (f.e.m.) E constante exprimée en volt (V) et sa résistance interne r . Il délivre un courant I (positive) qui sort par la borne positive. La force électromotrice E est orientée de la borne (-) à la borne (+). On branche entre ses bornes une résistance r .



Le générateur de tension est un dipôle tel que, lorsque l'intensité du courant qu'il délivre croît la tension à ces bornes décroît. La chute de tension ΔV est proportionnelle à I ce qui est caractéristique d'une résistance. On écrit $\Delta V = -rI$ avec r la résistance dite « interne » du générateur. La tension à ses bornes lorsqu'il est branché aux bornes d'un récepteur s'écrit : $V = E - rI$ d'où :

La force électromotrice d'un générateur où f.é.m. est la tension présente aux bornes du générateur lorsque celui-ci ne débite aucun courant ($I = 0$), la f.é.m se note E et elle s'exprime en volts (V).

La résistance interne du générateur est à l'origine de la chute de tension et de l'échauffement du générateur : $r = \frac{\Delta V}{\Delta I}$.

Le courant court-circuit est le courant maximal que peut débiter le générateur lorsqu'il est en court-circuit, il est noté I_{cc} et son unité est Ampère (A).

□ Caractéristique $V = f(I)$

Il s'agit de la représentation graphique de la tension V aux bornes d'un générateur en fonction de l'intensité I du courant qui le traverse : c'est la courbe qui caractérise le fonctionnement du générateur.

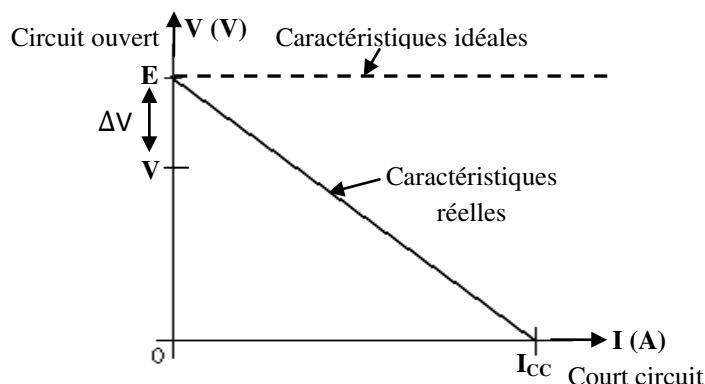


Figure 1.11 – Caractéristique courant-tension d'un générateur réel et idéal.

La caractéristique est une droite décroissante sous la forme : $V = -aI + b$ (le signe (-) signifiant que la pente est descendante) dont le coefficient directeur négatif. Cette droite ne passant pas par l'origine.

Où a et b sont la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite :

* Le coefficient **b** a la dimension d'une tension, appelée force contre-électromotrice (f.é.m) et elle est notée E .

* La grandeur **a** est égale au coefficient directeur de la droite moyenne tracée. Cette grandeur représente la résistance interne r du générateur : $r = a$.

On peut écrire son équation : $V = E - rI$. Il suffit de déterminer deux points pour qu'elle soit définie :

- Point 1 : $V = E$ et $I = 0$ le générateur fonctionne à vide.

Dans ce cas, le générateur ne fournit aucun courant, il y a une tension à ses bornes (le fonctionnement normale). Cela correspond au cas où le générateur n'est pas connecté à un circuit. Il n'y a pas de conducteur qui permette aux charges de la borne (+) de rejoindre la borne (-) : pas de récepteur ou de court-circuit. Il y a une tension aux bornes du générateur quand celui-ci n'est connecté à rien : on l'appelle la tension à vide du générateur.

- Point 2 : $V = 0$ et $I = I_{cc}$ le générateur est en court-circuit ou fonctionnement à éviter.

On voit que le courant peut produire un courant maximal, quand la tension à ses bornes est nulle. Cela correspond à un générateur en court-circuit (le fonctionnement à éviter), où les deux bornes sont reliées directement. Ce courant est appelée le courant de court-circuit et se note I_{CC} . ce courant devient très élevé car il n'est limité que par la résistance interne r du générateur.

Les cas intermédiaires correspondent à un générateur relié à un circuit contenant des récepteurs, sans court-circuit. On voit que la relation entre tension et courant est "linéaire", similaire à celle d'une résistance. La f.e.m. diminue au fur et à mesure que l'intensité débitée augmente.

- **Le générateur de tension idéal :**

Le symbole d'un générateur de tension idéal est :

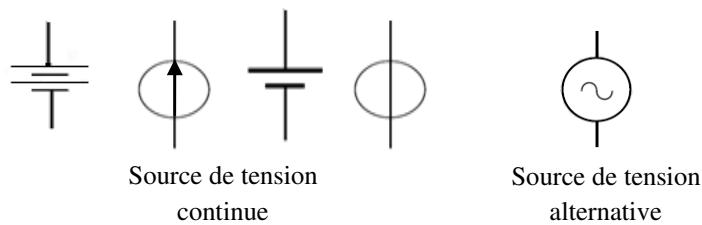


Figure 1.12 –Symbole de la source de tension.

Dipôle actif qui impose une tension constante E à ses bornes, appelée force électromotrice (noté f.e.m), quel que soit le courant qui le traverse.

□ **Conclusion :** - la diminution de la différence de potentiel aux bornes d'un générateur quand le courant qu'il fournit augmente est due à sa propre résistance (sa résistance interne), qui se manifeste lorsque le courant le traverse.

- Si la charge est infinie (circuit ouvert), alors $I = 0$ et $V = E$ tension à vide.

- Si la charge est négligeable ($R = 0$) (court circuit), alors $I = I_{cc}$ et $V = 0$.

Lorsqu'un générateur débite un courant, la tension à ses bornes diminue jusqu'à être nulle quand $I = I_{cc}$.

□ Bilan des puissances

La puissance fournie par un générateur est donnée par la relation suivante :

$$V = E - rI \implies VI = EI - rI^2 \implies Pu = Pa - Pp$$

Avec $\left\{ \begin{array}{l} Pa : \text{Puissance absorbée par le générateur} \\ Pu : \text{Puissance utile fournie par le générateur} \\ Pp : \text{Puissance perdue par effet joule dans le générateur} \end{array} \right.$

□ Rendement du générateur

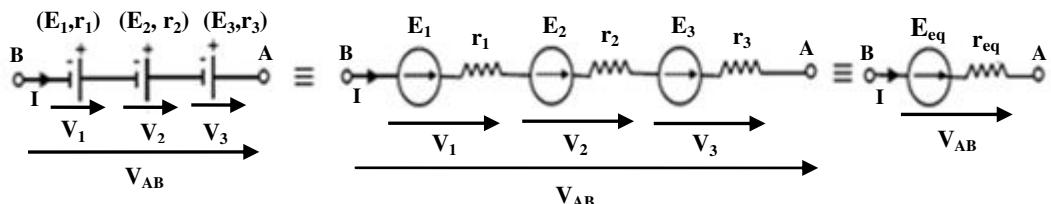
Le rendement est quantifié par le pourcentage de puissance réellement utile par rapport à la puissance totale, il est donné par l'expression :

$$\text{Rendement} = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}} = \frac{Pu}{Pa} = \frac{VI}{EI} = \frac{V}{E} \implies \text{Rendement} = \frac{V}{E}$$

□ Groupement des générateurs

□ Groupement en série

Les générateurs sont en série, lorsque la borne (-) de l'un des générateurs est reliée à la borne (+) du générateur suivant.



$$\text{En effet : } V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 = (E_1 - r_1 I) + (E_2 - r_2 I) + (E_3 - r_3 I)$$

$$= (E_1 + E_2 + E_3) - (r_1 + r_2 + r_3)I = E_{eq} - r_{eq}I$$

$$\Rightarrow E_{eq} = E_1 + E_2 + E_3 \text{ et } r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3$$

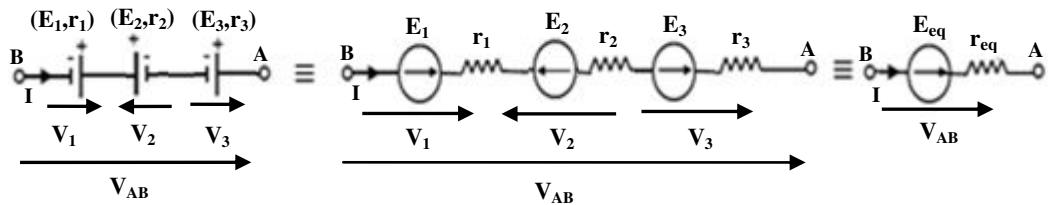
En généralisant le raisonnement ci-dessus au cas de plusieurs générateurs de tension placée en série, on obtient :

$$E_{eq} = \sum_{i=1}^N E_i \text{ et } R_{eq} = \sum_{i=1}^N r_i$$

Nous voyons donc que pour les groupements en série, la force électromotrice équivalente est égale à la somme des forces électromotrices et que la résistance équivalente est égale à la somme des résistances internes des générateurs.

□ Groupement en opposition

Deux générateurs sont dits en opposition lorsque la borne négative de l'un est reliée à la borne négative de l'autre, ou lorsque les deux bornes positives sont reliées entre elles.



Le générateur 1 fournit une tension E_1 supérieure à ceux des générateurs 2 et 3, auquel cas c'est lui qui imposera le sens de circulation du courant dans le circuit. La résultante vaudra :

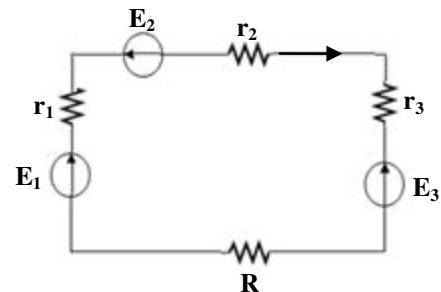
$$\begin{aligned} V_{AB} &= V_1 - V_2 + V_3 = (E_1 - r_1 I) - (E_2 + r_2 I) + (E_3 - r_3 I) \\ &= (E_1 - E_2 + E_3) - (r_1 + r_2 + r_3)I = E_{eq} - r_{eq}I \\ \Rightarrow E_{eq} &= E_1 - E_2 + E_3 \text{ et } r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3 \end{aligned}$$

C'est le générateur qui a la plus grande force électromotrice qui impose le sens du courant, l'autre générateur se comporte comme un récepteur.

Remarque : Le générateur 1 fournit une tension égale au générateur 2, la résultante est nulle, aucun courant ne circule dans le circuit.

Exemple :

- Déterminer le générateur de tension équivalent (modèle équivalent de Thévenin) du circuit ci-contre.
- En déduire la valeur I du courant circulant dans ce circuit.



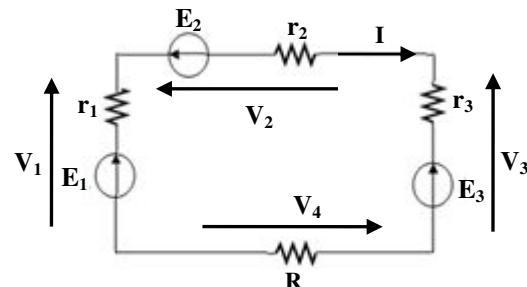
Solution :

D'après la loi de maile, on peut écrire :

$$\begin{aligned} V &= E_{eq} - r_{eq}I = V_1 - V_2 - V_3 - V_4 \\ &= (E_1 - r_1 I) - (E_2 + r_2 I) - (E_3 + r_3 I) - RI = 0. \end{aligned}$$

Soit en regroupant termes à termes :

$$V = (E_1 - E_2 - E_3) - (r_1 + r_2 + r_3 + R)I = E_{eq} - r_{eq}I$$

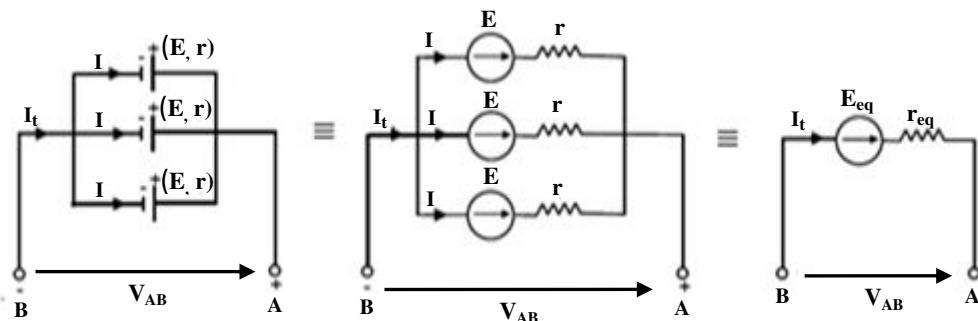


Pour le groupement en série, la force électromotrice équivalente E_{eq} est égale à la somme des forces électromotrices et la résistance équivalente r_{eq} est égale à la somme des résistances internes des générateurs donc : $E_{eq} = E_1 - E_2 - E_3$ et $r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3 + R$

$$\text{Et le courant } I = \frac{E_1 - E_2 - E_3}{r_1 + r_2 + r_3 + R}$$

□ Groupement en parallèle (générateurs identiques)

Les générateurs sont en parallèles, les bornes de même signe sont reliées entre elles.



$$\text{En effet : } I_t = 3I$$

$$\left. \begin{aligned} V_{AB} &= E - rI = E_{eq} - r_{eq}I_t = E_{eq} - 3r_{eq}I \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_{eq} = E \text{ et } r_{eq} = \frac{r}{3}$$

$$\text{En généralisant la loi, on en déduit immédiatement : } E_{eq} = E \text{ et } r_{eq} = \frac{r}{n}$$

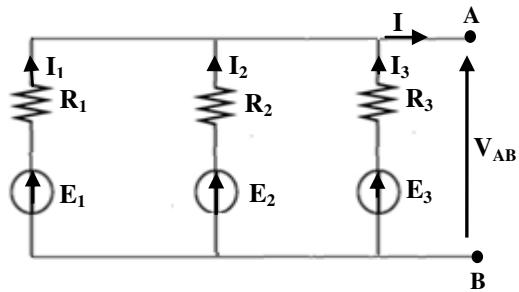
L'association en parallèle de plusieurs piles identiques (E, r) est équivalente à une génératrice qui aurait pour f.e.m. E et pour résistance interne r/n . les résistances internes se retrouvent en parallèle, ce qui diminue la résistance interne globale.

Remarque :

L'association parallèle ne peut se faire qu'avec des dipôles qui ont la même tension à vide (f.e.m) (**Exemple** : mise en parallèle de deux batteries de 12 V mais non d'un de 6 V et une de 12 V).

Exemple 1 :

Donner le générateur équivalent au circuit ci-contre entre A et B.



Solution :

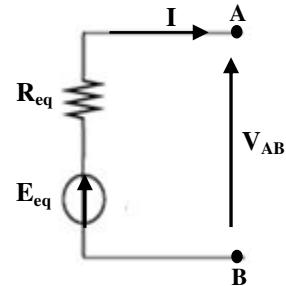
Nous n'associons en parallèle que des générateurs identiques E et de résistance interne R . donc : $E_1 = E_2 = E_3 = E$ et $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

Nous déduisons donc le générateur équivalent :

$$E_{eq} = E \text{ et } R_{eq} = \frac{R}{3}$$

Dans ce cas, nous pouvons calculer la différence de potentiel qui apparaît entre A et B :

$$V_{AB} = E - RI_1 = E - RI_2 = E - RI_3 = E_{eq} - R_{eq}I$$

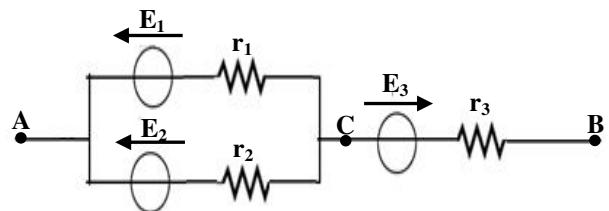


Puisque les deux générateurs sont identiques, ils sont traversés par le même courant :

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{I}{3} \text{ et } V_{AB} = E - R \frac{I}{3}$$

Exemple 2 :

Déterminer les paramètres du dipôle équivalent au groupement de générateurs entre les points A et B.



Solution :

Entre A et C se trouvent deux générateurs E_1 et E_2 en parallèles, Les sources en parallèles doivent obligatoirement avoir la même valeur de tension et la résistance interne de l'ensemble est égale à la résistance interne d'une branche divisée par le nombre total de branches.

La tension totale (on suppose les générateurs identiques) est égale à la tension d'une seule source : $E_{eq0} = E_1 = E_2$

Et la résistance interne équivalente : $r_{eq0} = \frac{r}{2}$ avec : $r_1 = r_2 = r$

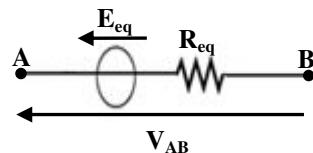
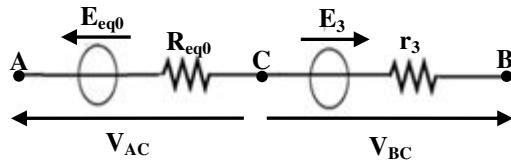
Les deux générateurs E_{eq0} et E_3 sont en série, donc le schéma devient :

En appliquant la loi d'addition des tensions et compte tenu du fait que le plus grand générateur s'impose, nous trouvons :

$$\text{Si } E_{eq0} > E_3 \Rightarrow V_{AB} = V_{AC} - V_{BC}$$

$$\Rightarrow V = (E_{eq0} - R_{eq0}I) - (E_3 + R_3I)$$

$$\Rightarrow V = (E_{eq0} - E_3) - (r_{eq0} + r_3)I = E_{eq} - r_{eq}I$$



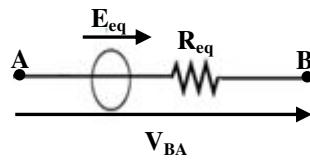
Par conséquent nous avons : $E_{eq} = E_{eq0} - E_3$ et $r_{eq} = r_{eq0} + r_3$

La force électromotrice du générateur équivalent est orientée dans le même sens que le plus grand générateur.

$$\text{Si } E_{eq0} < E_3 \Rightarrow V_{BA} = V_{BC} - V_{AC}$$

$$\Rightarrow V = (E_3 - R_3I) - (E_{eq0} + R_{eq0}I)$$

$$\Rightarrow V = (E_3 - E_{eq0}) - (r_{eq0} + r_3)I = E_{eq} - r_{eq}I$$



Par conséquent nous avons : $E_{eq} = E_3 - E_{eq0}$ et $r_{eq} = r_{eq0} + r_3$

Remarque :

- L'association de dipôles actifs en série permet d'augmenter la tension
- L'association de dipôles actifs en parallèle permet d'augmenter l'intensité.
- L'association en parallèle de sources de tension idéales est impossible (court-circuit) car ce montage ne permet pas d'augmenter la f.e.m mais permet d'avoir une intensité d'autant plus élevée que le nombre de générateurs est plus grand.

Conclusion

-En pratique, on associe en parallèle que des générateurs identiques. Dans le cas contraire, une différence de f.e.m entraînerait, même à vide, un courant de circulation à l'intérieur du groupement, échauffant inutilement l'ensemble (risque de destruction).

-Des générateurs de même f.e.m, mais de résistances internes différentes, associés en parallèle, contribueraient de manière inégale au courant total fourni à la charge. Cela explique que ce montage n'est pratiquement pas utilisé avec des piles ou des accumulateurs.

3.2.2.b Le dipôle récepteur actif

Un dipôle récepteur actif est un dipôle capable de transformer l'énergie électrique absorbée principalement en une autre forme, autre que l'énergie calorifique, (Exemple : moteur, électrolyseur). Une autre partie est perdue sous forme de chaleur (perte par effet Joule).

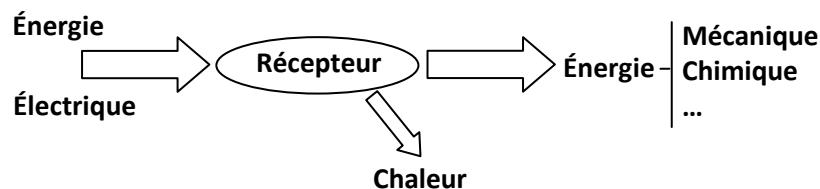
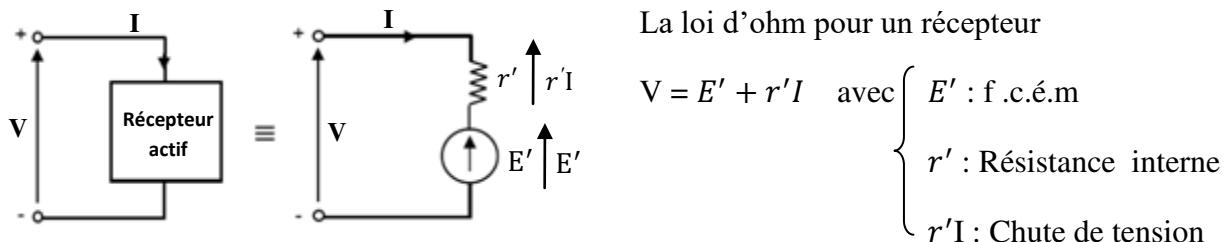


Figure 1.13 – Bilan énergétique d'un récepteur actif.

□ Grandeur caractéristiques d'un récepteur

Un récepteur actif est caractérisé par sa force contre-électromotrice (f.c.é.m.) E' et sa résistance interne r' . La force contre-électromotrice est orientée de la borne (-) à la borne (+). Le courant électrique provenant d'un générateur rentre par la borne positive et sort par la borne négative du récepteur (à l'inverse du générateur).



□ **Force contre électromotrice (f.c.é.m)** est la tension minimale qu'il faut appliquer au récepteur actif pour qu'un courant puisse le traverser et elle s'exprime en Volt.

□ Caractéristique $V = f(I)$

Il s'agit de la représentation graphique de la tension V aux bornes d'un récepteur en fonction de l'intensité I du courant qui le traverse : c'est la courbe qui caractérise le fonctionnement du dipôle.

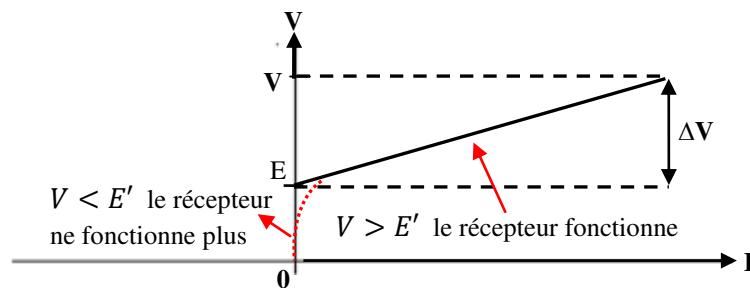


Figure 1.14 – Caractéristique courant-tension d'un récepteur actif.

Cette caractéristique est croissante dont le coefficient directeur positif et ne passe pas par l'origine. Son équation est de la forme $V = aI + b$.

Où a et b sont la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite

* Le coefficient b est la valeur de la tension minimale à donner au récepteur pour qu'il fonctionne normalement. Cette constante est appelée force contre-électromotrice (f.c.é.m.) et elle est notée E'.

* Le coefficient a a la dimension d'une résistance : c'est la résistance intérieure r' du récepteur actif, la relation entre tension et intensité s'exprime finalement par : $V = E' + r'I$. Les principaux points appartiennent à la droite sont :

- Point 1 : L'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées correspond la tension E' relevée aux bornes du dipôle lorsque celui-ci est en circuit ouvert ($I = 0$) dans ce cas, Aucun courant ne traverse le récepteur.
- Point 2 : Lorsque $V < E'$, le récepteur ne fonctionne plus, par exemple : Il n'y a pas de rotation du moteur électrique et pas de réaction chimique dans l'électrolyseur.
- Point 3 : $E' = 0$ et $V = r'I$. Le récepteur se comporte comme un conducteur ohmique, par exemple le moteur calé ou bloqué (il va uniquement chauffer).
- Point 4 : Lorsque $V > E'$, le récepteur fonctionne et la relation entre tension et intensité s'exprime par : $V = E' + r'I$

Donc pour un récepteur actif, La tension aux bornes d'un récepteur augmente quand l'intensité absorbée par l'électromoteur augmente.

Conclusion Le courant ne peut pas passer le récepteur actif que si la tension V imposée à ses bornes du générateur dépasse la valeur de force contre électromotrice E' .

□ Bilan des puissances

On peut calculer la puissance fournie par un récepteur actif à partir de cette équation :

$$V = E' + r'I \implies VI = E'I + r'I^2 \implies P_a = P_u + P_p$$

Avec

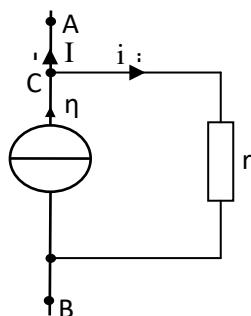
$$\left\{ \begin{array}{l} P_a = V I : \text{Puissance totale absorbée par le récepteur} \\ P_u = E'I : \text{Puissance utile fournie par le récepteur} \\ P_p = r'I : \text{Puissance perdue par effet joule à l'intérieur du récepteur} \end{array} \right.$$

□ Rendement du récepteur

$$\text{Rendement} = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}} = \frac{P_u}{P_a} = \frac{E'I}{VI} = \frac{E'}{V} \implies \text{Rendement} = \frac{E'}{V}$$

□ Générateur réel de courant

Le rôle d'une source de courant est d'imposer un courant constant indépendamment de la tension qui règne à ses bornes. Un générateur de courant réel est l'association, en parallèle, d'un générateur idéal de courant et d'une résistance interne.



La loi d'ohm pour le dipôle étudiée s'écrit sous la

$$\text{forme : } I = \eta - i = \eta - \frac{V_{AB}}{r} = \eta - GV_{AB}$$

avec : $\begin{cases} V_{AB} & \text{la tension aux bornes de générateur} \\ G & \text{conductance interne du générateur} \\ \eta & \text{courant electromoteur} \end{cases}$

Le générateur de courant est un dipôle à la sortie duquel il y a une chute de courant ΔI lorsque la tension à ces bornes croît. Cette chute de courant est proportionnelle à V et elle est associée à une résistance de conductance G telle que $\Delta I = -GV$, l'intensité délivrée sera alors égale à : $I = \eta - GV$.

□ Caractéristique $V=f(I)$

La caractéristique tension intensité d'un générateur de courant est une courbe représentant les variations de la tension à ses bornes en fonction de l'intensité du courant qui le traverse.

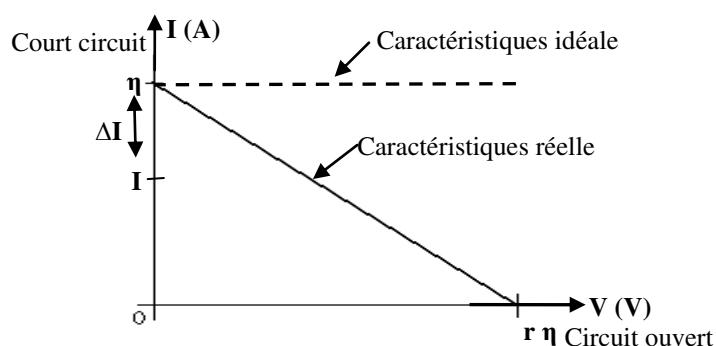


Figure 1.15 – Caractéristique courant-tension d'un générateur de courant.

L'équation qui correspond à ce type de droite est de forme générale : $V = aI + b$.

La constante b correspond au courant électromoteur η (c.e.m) où le courant de court-circuit car il est le plus grand courant que peut débiter le générateur.

la pente de cette caractéristique est égale à $a = -1/r$, où r est la résistance parallèle du générateur de courant.

On convient d'écrire l'équation générale des caractéristiques de générateur sous la forme :

$$I = \eta - \frac{V}{r} = \eta - GV. Il suffit de déterminer deux points pour qu'elle soit définie :$$

Point 1 : $V = 0$ et $I = \eta$: il s'agit du courant qui circule lorsque la tension est nulle (le fonctionnement normal).

Point 2 : $V = r\eta$ (tension maximale) et $I = 0$: il s'agit de la tension qui règne aux bornes du dipôle lorsqu'aucun courant ne circule, c'est-à-dire lorsqu'il est débranché (le fonctionnement à éviter).

□ Générateur de courant idéal

Le symbole d'un générateur de courant idéal est :

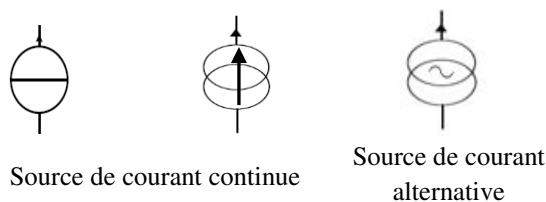


Figure 1.16 – Symbole de la source de courant.

Dipôle actif qui impose un courant constant d'intensité η , appelé courant électromoteur, dans la branche dans laquelle il est placé, quelle que soit la tension aux bornes. La caractéristique obtenue est horizontale.

Conclusion Le courant I qui traverse la source de courant est constant. Si la valeur de la résistance interne devient très grande, on se rapproche alors d'une source de courant idéale ($r \rightarrow +\infty$).

□ Bilan des puissances

La tension aux bornes du générateur réel est $V_A - V_B = ri$

La loi des nœuds appliquée en C donne : $\eta = I + i$

La puissance totale débitée par le générateur est $P_a = (V_A - V_B)\eta$

Les pertes par effet Joule sont : $P_p = ri^2$

La puissance fournie au circuit extérieur est :

$$P_u = (V_A - V_B)I = (V_A - V_B)(\eta - i) = (V_A - V_B)\eta - (V_A - V_B)i$$

Soit $P_u = P_a - (ri) = P_a - P_p$

□ **Rendement du récepteur**

Le rendement du générateur est $\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{(V_A - V_B)\eta - ri^2}{(V_A - V_B)\eta} = 1 - \frac{(V_A - V_B)i}{(V_A - V_B)\eta} = 1 - \frac{i}{\eta}$

□ **Groupement des générateurs**

□ **Groupement en parallèle**

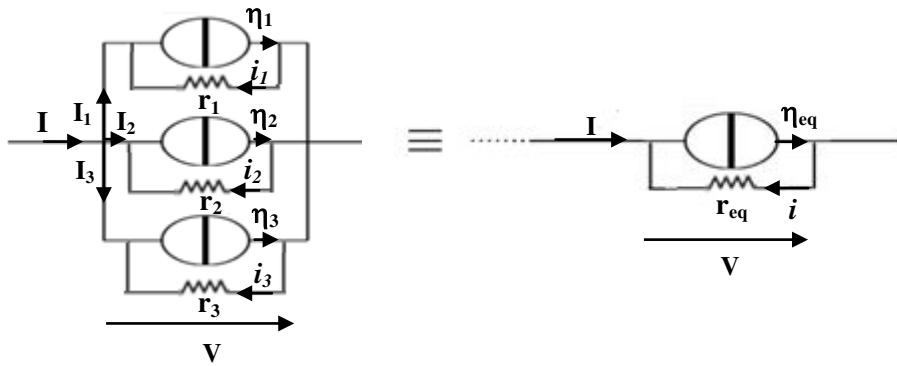


Figure 1.17 – Association en parallèle de trois sources de courants réel.

La loi des nœuds et les relations constitutives des générateurs nous donnent immédiatement :

Cas des générateurs idéaux

$$I = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 \quad \text{et} \quad I = \eta_{eq}$$

Cas des générateurs réel

$$\text{A partir de l'équation : } I = I_1 + I_2 + I_3 = (\eta_1 - i_1) + (\eta_2 - i_2) + (\eta_3 - i_3) = (\eta_{eq} - i)$$

$$\text{Avec : } V = r_1 i_1 = r_2 i_2 = r_3 i_3 = r_{eq} i$$

$$\text{On obtient : } \eta_1 - \frac{V}{r_1} + \eta_2 - \frac{V}{r_2} + \eta_3 - \frac{V}{r_3} = \eta_{eq} - \frac{V}{r_{eq}}$$

$$\Rightarrow (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) - V \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) = \eta_{eq} - \frac{V}{r_{eq}}$$

Par identification entre les deux membres de l'égalité, nous pouvons alors en déduire immédiatement :

$$\eta_{eq} = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 \quad \text{et} \quad \frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \quad (\text{or } G_{eq} = G_1 + G_2 + G_3).$$

En généralisant le raisonnement ci-dessus au cas de plusieurs générateurs de courants placés

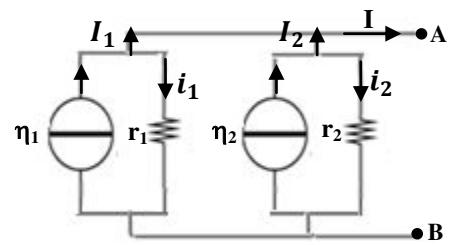
$$\text{en parallèle, on obtient : } \eta_{eq} = \sum_{i=1}^N \eta_i \quad \text{et} \quad \frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

Le courant de court-circuit est égal à la somme algébrique des courants produits par chacune des sources. L'inverse de la résistance équivalente est égale à la somme des inverses des résistances internes des différents générateurs de courant associés.

Exemple :

Donner le générateur de courant équivalent au circuit ci-contre entre A et B.

On donne : $\eta_1 = 4 \text{ A}$, $\eta_2 = 1 \text{ A}$, $r_1 = 2 \Omega$
et $r_2 = 5 \Omega$.



Solution :

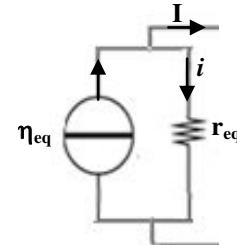
Les deux générateurs sont placés en parallèles et ils débitent dans le même sens; sinon, il aurait fallu choisir un sens positif (sens du plus grand générateur) et faire la somme algébrique, nous trouvons :

Le courant électromoteur équivalent η_{eq} est donc égal à :

$$\eta_{eq} = \eta_1 + \eta_2 = 4 + 1 = 5 \text{ A.}$$

La résistance interne équivalente du générateur :

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \Rightarrow r_{eq} = \frac{r_1 \times r_2}{r_1 + r_2} = \frac{2 \times 5}{2 + 5} = \frac{10}{7} = 1.43 \Omega.$$



□ Groupement en série (générateurs identiques)

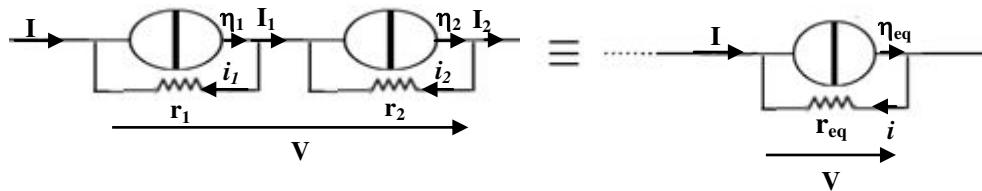


Figure 1.18 – Association en série de deux sources de courants réel.

$$\text{On a : } I_1 = \eta_1 - G_1 V_1, \quad I_2 = \eta_2 - G_2 V_2 \text{ et } I = \eta_{eq} - G_{eq} V$$

$$\text{on en déduit que la tension : } V_1 = \frac{\eta_1 - I_1}{G_1}, \quad V_2 = \frac{\eta_2 - I_2}{G_2} \text{ et } V = \frac{\eta_{eq} - I}{G_{eq}}$$

Les deux générateurs sont identiques donc : $V = V_1 + V_2 = 2V_1$

$$\Rightarrow \frac{\eta_{eq} - I}{G_{eq}} = 2 \left(\frac{\eta_1 - I_1}{G_1} \right) = \frac{2}{G_1} (\eta_1 - I_1)$$

$$\text{Par identification des termes : } \eta_{eq} = \eta_1, \quad I = I_1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{G_{eq}} = \frac{2}{G_1} \Rightarrow 2G_{eq} = G_1 \Rightarrow \frac{2}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1}$$

Ce qui donne : $r_{eq} = 2r_1 = 2r$

Nous pouvons alors en déduire : $I = I_1 = I_2$ et $r_{eq} = 2r$ (avec $r_1 = r_2 = r$ et $\eta_1 = \eta_2 = \eta$)

En généralisant le raisonnement ci-dessus au cas de plusieurs générateurs de courants placés en série, on obtient : $\eta_{eq} = \eta_i$ et $r_{eq} = \sum_{i=1}^N r_i$

Remarque pour associer des générateurs de courant réel en série, les générateurs doivent être identiques.

Cas particulier : association série de générateurs idéaux de courant

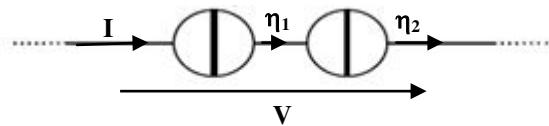


Figure 1.19 – Association en série de deux sources de courants idéaux.

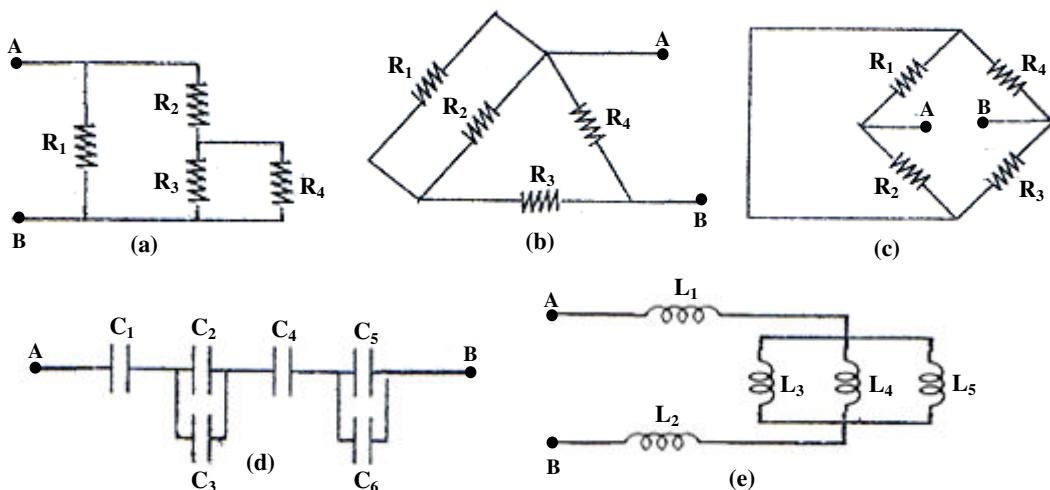
Les lois constitutives des générateurs nous donnent : $I = \eta_1$ et $I = \eta_2 \implies$ ces deux relations ne peuvent pas être simultanément vérifiées [13].

Conclusion Il n'est pas possible d'associer en série des générateurs idéaux de courant.

Exercices :

Exercice 1 : Associations de dipôles

Déterminer la résistance équivalente pour chaque dipôle AB :



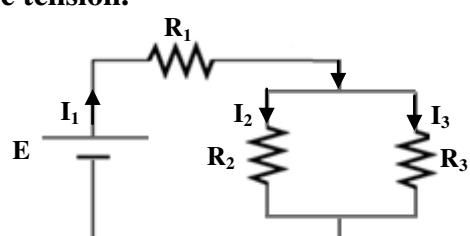
Exercice 2 : Diviseur de courant et diviseur de tension.

Soit le circuit suivant : $E = 48 \text{ V}$, $R_1 = 12 \text{ k}\Omega$,

$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, et $R_3 = 40 \text{ k}\Omega$

1. Calculer I_1 , I_2 et I_3 .

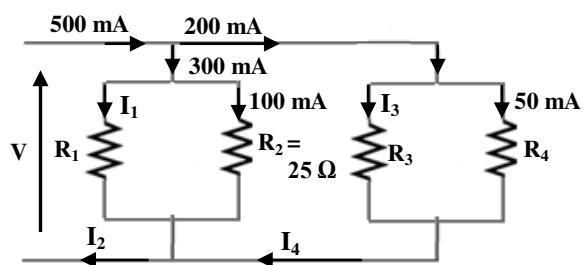
2. Déterminer les tensions V_1 , V_2 et V_3 .



Exercice 3 :

Soit le circuit suivant :

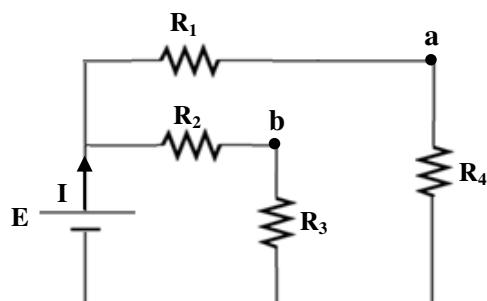
1. Utiliser la 1^{ere} loi de Kirchhoff pour retrouver les courants inconnus I_1 , I_2 , I_3 et I_4 .
2. Calculer la tension V .
3. Déterminer les résistances R_1 , R_3 et R_4 .



Exercice 4 :

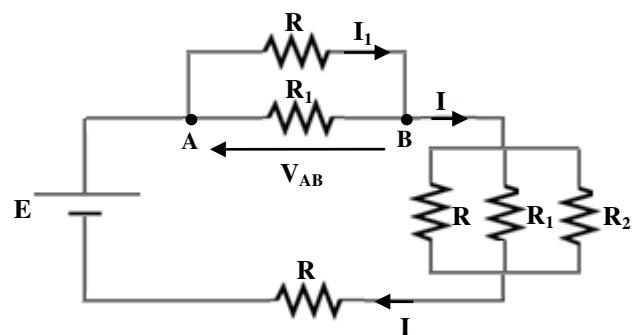
$E = 40 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$, $R_3 = 200 \Omega$ et $R_4 = 150 \Omega$.

Trouver la tension V_{ab} du circuit en appliquant le diviseur de tension.



Exercice 5 : Soit le circuit suivant

1. Calculer la résistance équivalente du montage.
2. Calculer l'intensité du courant I .
3. Calculer la tension V_{AB} .
4. Calculer l'intensité du courant I_1 par la loi d'ohm, puis par la loi du pont diviseur de courant.



Chapitre 2 : Théorèmes et principes généraux de résolution des circuits

1. Théorèmes généraux

En électricité, il est souvent utile de connaître l'intensité du courant électrique passant par telle ou telle portion d'un circuit, de connaître la tension aux bornes d'un composant donné. Si cette tâche est triviale pour des montages électriques élémentaires, elle n'est nettement moins pour des circuits complexes comme ceux rencontrés en électronique. Ainsi, pour les étudier, il sera souvent nécessaire d'en donner une représentation simplifiée. Pour cela, divers outils sont proposés dans la littérature, que nous rappelons ici.

2. Réseau électrique

- On appelle réseau électrique, tout circuit électrique complexe constitué d'éléments passifs (résistances) et d'éléments actifs (f.é.m et f.c.é.m),
- Exemple du réseau électrique :

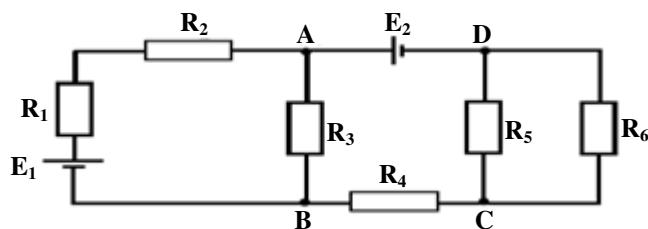


Figure 2.1 – Réseau électrique.

2.1 Nœuds - Branches - Mailles

Nœud

On appelle nœud tout point du réseau où aboutissent au moins trois fils,

Exemple : Nœuds : A ; B ; C ; D

Branches

Une branche est un ensemble de dipôles montés en série **entre deux nœuds** consécutifs.

Exemple : Branches : $AR_2R_1E_1B$; AE_2D ; AR_3B ; DR_5C ; BR_4C ; DR_6C .

Maille

On appelle maille tout ensemble de branches qui forment une boucle fermée (circuit),

Exemple : Maille 1 - $AR_2R_1E_1BR_4CR_6DE_2A$; Maille 2 - $AE_2DR_5CR_4BR_3A$.

2.2 Résolution d'un réseau électrique

Résoudre un réseau électrique consiste à déterminer les intensités de courant dans les différentes branches lorsque toutes les f.e.m, f.c.e.m et résistances sont connues.

2.2.1 Méthode de résolution d'un réseau électrique On peut résoudre un réseau électrique par l'une des méthodes suivantes :

- Méthode de Kirchoff
- Méthode de superposition
- Méthode de Thévenin
- Méthode de Norton
- Méthode de Millmann
- Méthode d'équivalence

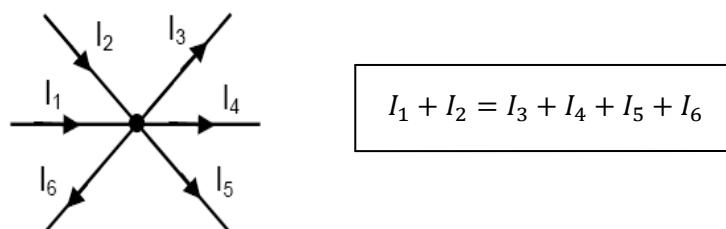
Remarque : Ces théorèmes sont aussi valables en régime sinusoïdal permanent il nous faut alors remplacer les résistances par des impédances.

2.2.1.a Lois de Kirchhoff

Les lois de Kirchhoff sont des énoncés permettant de prévoir comment réagissent l'intensité du courant électrique et la différence de potentiel dans un circuit électrique.

- **La loi des Nœuds (1^{ère} loi de Kirchhoff)**

La somme des courants qui rentrent à un nœud est égale à la somme des courants qui sortent (En un nœud, il ne peut y avoir accumulation de charges, Cela prouve qu'au moins un des courants est nécessairement négatif), Exemple :



En mettant tous les courants à gauche du signe, on obtient :

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 - I_6 = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^N I_n = 0$$

Sous cette forme la convention de signe pour les courants est la suivante : les courants entrant sont positifs; les courants sortant sont négatifs.

Remarque : on choisit un signe (+) pour les courants entrant du nœud et le signe (-) pour les courants sortants du nœud et vice versa et chacun a le libre choix des signe.

Exemple : Dans le montage suivant, calculer I_1 , I_2 et I_3 sachant que $I_4 = 8 \text{ A}$, $I_5 = 2 \text{ A}$, $I_6 = 3 \text{ A}$ et $I_7 = 5 \text{ A}$.

Solution :

$I_2 = 0 \text{ A}$ car la résistance sera court-circuitée

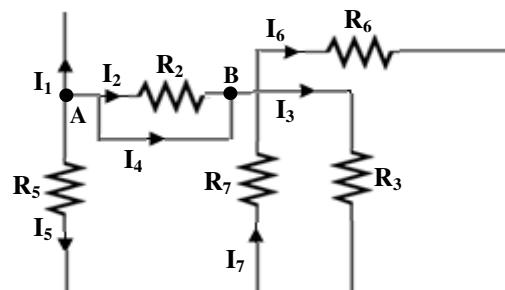
La loi des nœuds en A : $I_1 + I_5 + I_2 + I_4 = 0$

donc $I_1 = -I_5 - I_4 = -2 - 8 = -10 \text{ A}$ soit $I_1 = -10 \text{ A}$

La loi des nœuds en B : $I_2 + I_4 + I_7 = I_6 + I_3$

donc $I_3 = I_2 + I_4 + I_7 - I_6 = 0 + 8 + 5 - 3 = 10 \text{ A}$

soit $I_3 = 10 \text{ A}$.



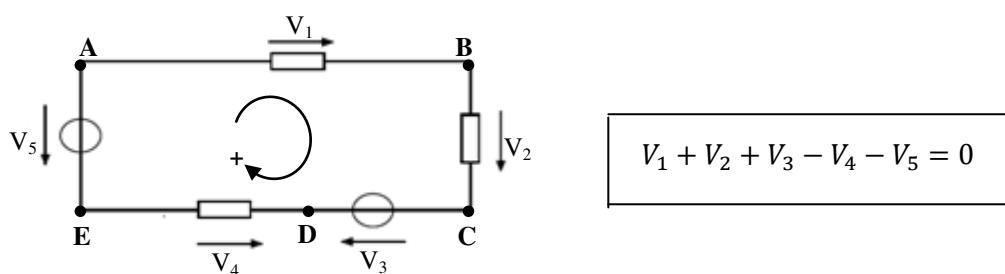
Remarque : Si, après le calcul dans une branche quelconque, nous trouvons un signe négatif de la valeur de l'intensité de courant, cela signifie que le sens réel du courant a été inversé par rapport à celui qui a été choisie arbitrairement au début.

□ La loi des mailles (2^{ème} loi de Kirchhoff)

La somme algébrique des différences de potentiel est égale à ZERO, au niveau de la maille

$$\Rightarrow \sum_{m=1}^M V_m = 0$$

D'après la loi d'additivité des tensions, on a : $+V_{DE} + V_{EA} - V_{BA} - V_{CB} - V_{DC} = 0 \Rightarrow (V_D - V_E) + (V_E - V_A) - (V_B - V_A) - (V_C - V_B) - (V_D - V_C) = (V_A - V_A) = 0 \Rightarrow$ la relation est vérifiée.



Pour appliquer la loi de maille, on choisit un sens de rotation arbitraire et puis on met un signe + devant les tensions dont les flèches suivent le sens de rotation, et un signe - si les flèches sont en sens inverse.

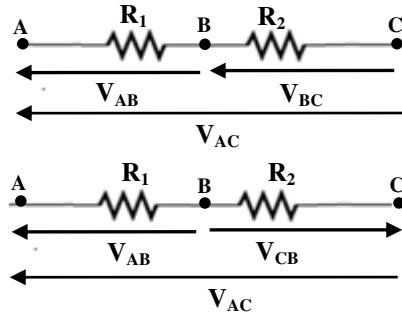
Les fléchages sur les dipôles se font de cette façon : flèches courant-tension dans le même sens pour un générateur (convention générateur), et dans le sens contraire pour un récepteur (convention récepteur) [7].

Remarque: on peut tout aussi bien orienter la maille dans le sens inverse. Cela revient à changer tous les signes et le résultat est le même. C'est pour cela qu'on dit que l'orientation sur la maille est choisie arbitrairement.

□ Loi d'additivité des tensions

Quel que soit le circuit étudié, on peut décomposer une tension en fonction d'autres tensions en passant par différents points.

- La loi d'additivité des tensions est analogue à la relation de Chasles.



Les deux tensions se flèchent dans le même sens : $V_{AC} = V_{AB} + V_{BC}$
Les flèches des deux tensions sont de sens opposés : $V_{AC} = V_{AB} - V_{CB} = V_{AB} + (-V_{CB})$
 $-V_{CB}$ est l'opposé de la tension V_{BC}

Remarque : -Cette loi s'utilise pour une branche comme pour une boucle fermée d'un circuit.

Exemple 1 : On considère le circuit du schéma ci-contre

1. Ecrire V_{AC} en fonction de V_{AB} et V_{BC} .
Calculer sa valeur.
2. Calculer la valeur de V_{PN} en utilisant la loi d'additivité des tensions.
3. Représenter V_{PN} par une flèche. Vérifier la loi des mailles pour la maille (ABCNPA).

Solution :

1. On applique la loi d'additivité des tensions dans le circuit :

La tension V_{AB} est :

$$V_{AC} = V_{AB} + V_{BC} = 1 + 2 = 3 \text{ V}$$

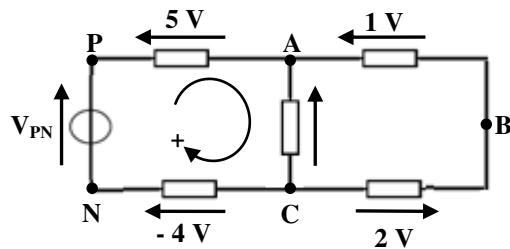
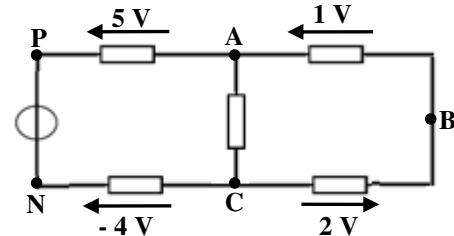
2. de même on obtiendra la tension V_{PN} :

$$V_{PN} = V_{PA} + V_{AC} + V_{CN}$$

Une tension positive V_{AB} se représente par une flèche orientée d'un point bas B (le point origine) vers un point haut A (la pointe de la flèche) et si la flèche de la tension est du sens contraire alors on compte la tension négative. Dans le cas de la tension V_{CN} , nous notons qu'elle ne respecte pas ce sens conventionnel de la tension car leur sens est indiqué dans le sens négatif par une flèche qui va d'un point haut C (le point origine) vers un point bas N (la pointe de la flèche).

$$\Rightarrow V_{PN} = V_{PA} + V_{AC} + V_{CN} = V_{PA} + V_{AC} - V_{NC}$$

Donc la tension : $V_{CN} = -V_{NC} = 4 \text{ V}$ avec $V_{NC} = -4 \text{ V}$



Ce qui donne : $V_{PN} = V_{PA} + V_{AC} - V_{NC} = 5 + 3 - (-4) = 5 + 3 + 4 = 12 \text{ V}$

3. On choisit un sens de parcours, la loi de maille s'écrit :

$$V_{PN} - V_{PA} - V_{AB} - V_{BC} + V_{NC} = 0 \Rightarrow 12 - 5 - 1 - 2 + (-4) = 0 \text{ la loi des mailles est vérifiée.}$$

Exemple 2 : Soit le circuit suivant :

1. Par application de la loi d'additivité et puis la loi de maille, déterminer le sens et l'intensité du courant I circulant dans ce circuit.

2. En déduire la différence de potentiel

$$\text{A.N : } E_1 = 2 \text{ V}, E_2 = 3 \text{ V}, E_3 = 9 \text{ V}, R_1 = 1 \Omega, R_2 = 2 \Omega, R_3 = 3 \Omega \text{ et } R_4 = 4 \Omega.$$

Solution : On commence par représenter le courant qui circule dans le circuit. Leur sens, à ce stade, est le sens du plus grand générateur E_3 . Ensuite, on attribue une lettre aux différents points du circuit pour définir la tension de chaque dipôle.

La loi d'additivité des tensions s'écrit :

$$V_{ef} = V_{ed} + V_{dc} + V_{cb} + V_{ba} + V_{ag} + V_{gf}$$

Nous devons prendre en compte le signe de tension (sens positif s'il respecte le sens conventionnel de tension) :

$$V_{ef} = V_{ed} + V_{dc} + V_{cb} + V_{ba} + V_{ag} + V_{gf}$$

Nous traduisons ces tensions, nous trouvons :

$$\Rightarrow E_3 = R_3 I + R_2 I + E_2 + R_1 I + E_1 + R_4 I \Rightarrow E_3 - E_2 - E_1 = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)I$$

Par conséquent :

$$I = \frac{E_3 - E_2 - E_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{9 - 3 - 2}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{4}{10} = 0.4 \text{ A}$$

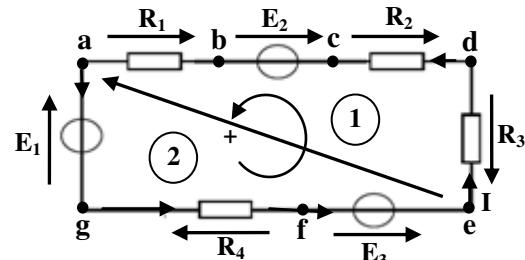
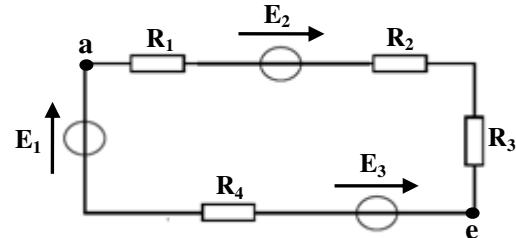
Maintenant on applique la loi de maille, En suivant le sens de parcours choisi et en faisant attention au sens, les tensions peuvent être listées comme ceci :

$$E_3 - V_{R_1} - E_2 - V_{R_2} - V_{R_4} - E_1 = 0 \Rightarrow E_3 - R_1 I - E_2 - R_2 I - R_3 I - R_4 I - E_1 = 0$$

$$\text{Ce qui nous permet d'écrire : } I = \frac{E_3 - E_2 - E_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{9 - 3 - 2}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{4}{10} = 0.4 \text{ A.}$$

2. la différence de potentiel entre les points a et e est donné par :

Nous choisissons le premier parcours et compte tenu de notre convention d'orientation des tensions, on obtient : $V_{ae} = V_a - V_e = -V_{ba} - V_{cb} - V_{dc} - V_{ed} = -R_1 I - E_2 - R_2 I - R_3 I$



$\Rightarrow V_{ae} = -1(0.4) - 3 - 2(0.4) - 3(0.4) = -5.4 \text{ V}$ Le signe (-) signifie que le sens réel de la tension est inversée. (En plus le signe négatif de la tension, la pointe du flèche est sur le premier indice (a) ce que vaut dire la haute tension est au point (e) et la basse tension est au point (a)).

Le deuxième parcours donne :

$$V_{ae} = +V_{ag} + V_{gf} - V_{ef} = +E_1 + R_4 I - E_3 = 2 + 4(0.4) - 9 = -5.4 \text{ V}.$$

Exemple 3 :

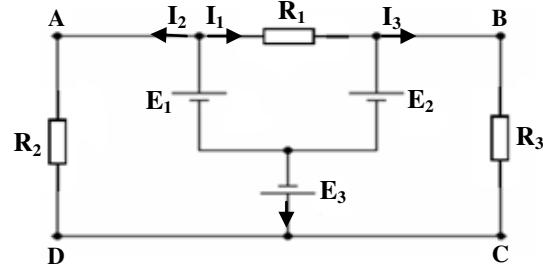
Dans le circuit ci-dessous, en appliquant

la loi de maille, Calculer les courants

I_1 , I_2 et I_3 qui circulent respectivement dans les résistances R_1 , R_2 et R_3 .

Sachant que : $E_1 = 15 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$,

$E_3 = 5 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$.



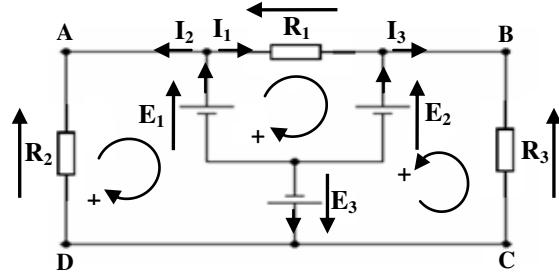
Solution :

D'après la loi de maille :

$$\text{Maille(1)} : R_2 I_2 - E_1 + E_3 = 0 \Rightarrow V_{AD} =$$

$$R_2 I_2 = E_1 - E_3 = 15 - 5 = 10 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E_1 - E_3}{R_2} = \frac{10}{1} = 10 \text{ mA.}$$



$$\text{Maille (2)} : R_3 I_3 - E_2 + E_3 = 0$$

$$\Rightarrow V_{BC} = R_3 I_3 = E_2 - E_3 = 10 - 5 = 5 \text{ V} \Rightarrow I_3 = \frac{5}{1} = 5 \text{ mA.}$$

$$\text{Maille (3)} : V_{AB} - V_{AD} - V_{DC} + V_{BC} = 0 \Rightarrow V_{AB} = V_{AD} + V_{DC} - V_{BC}$$

$$\Rightarrow V_{AB} = V_A - V_B = (V_A - V_D) + (V_D - V_C) + (V_B - V_C) = 10 + 0 - 5 = 5 \text{ V.}$$

$$\text{Maille (4)} : E_1 - R_1 I_1 - E_2 = 0 \Rightarrow R_1 I_1 = E_1 - E_2 = 15 - 10 = 5 \text{ V.}$$

$$\text{De maille (1) et (2)} : \Rightarrow V_{AB} = R_1 I_1 = 5 \text{ V} \Rightarrow I_1 = \frac{5}{1} = 5 \text{ mA.}$$

□ Loi de Pouillet

La loi de Pouillet permet de calculer l'intensité dans un circuit série en maille simple composé de générateurs, de récepteurs et de conducteurs ohmiques.

Soit un circuit simple composé de plusieurs piles orientées (E_i, r_i), de plusieurs récepteurs (E'_i, r'_i), et de plusieurs conducteurs ohmiques de résistances R_i . La formulation de cette loi est ainsi [12] :

$$I = \frac{\sum_i E_i - \sum_i E'_i}{\sum_i R_i + \sum_i r_i + \sum_i r'_i}$$

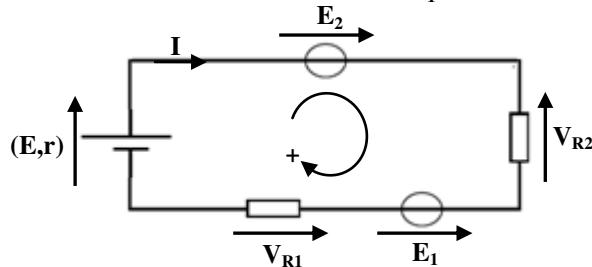
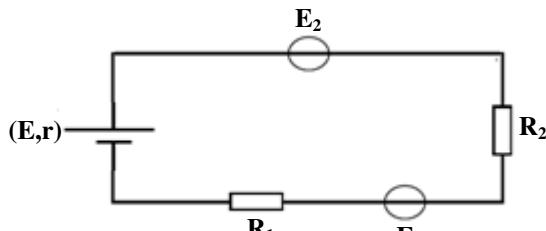
Exemple : On considère le circuit série suivant.

Déterminer le sens et la valeur de l'intensité parcourant le circuit.

On donne : $E = 5 \text{ V}$, $E_1 = 3 \text{ V}$,
 $E_2 = 1 \text{ V}$, $r = 8 \Omega$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$.

Solution :

On a : $E > E_1 > E_2$ donc Le générateur de la plus grande force électromotrice imposera le sens du courant.



Nous choisissons arbitrairement un sens de parcours et appliquons la loi des mailles, nous pouvons écrire : $\sum V = 0 \Rightarrow (E - rI) + E_2 - V_{R_2} - E_1 - V_{R_1} = 0$

$$\Rightarrow E + E_2 - E_1 - rI - R_1 I - R_2 I = 0 \Rightarrow (E + E_2 - E_1) - (r + R_1 + R_2) I = 0$$

$$\text{Ce qui donne : } I = \frac{E+E_2-E_1}{r+R_1+R_2} = \frac{5+1-3}{8+5+10} = \frac{3}{23} = 0.13 \text{ A} = 130 \text{ mA.}$$

Notons que l'application de la loi de Pouillet donne directement le résultat sans aucun calcul intermédiaire.

Remarque : loi de Pouillet valable uniquement pour un montage série.

Conclusion : Les courants et les tensions dans un réseau électrique sont des grandeurs algébriques. Leur signe dépend de l'orientation que l'on aura choisie arbitrairement.

□ Notion de masse d'un circuit

Il n'existe pas d'appareil capable de mesurer un potentiel électrique, on ne peut mesurer qu'une différence de potentiel. Ainsi si l'on veut définir le potentiel en un point, il est nécessaire de fixer le potentiel en un point particulier à une valeur de référence nulle. Ce point est appelée **masse du circuit**. Pour des raisons de sécurité un point du circuit est généralement relié à la terre qui a un potentiel fixe, quand ce sera le cas, ce point sera défini comme la masse. Le symbole est le suivant :

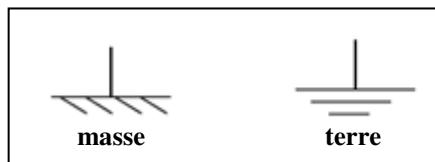


Figure 2.2 – Symboles électriques de la masse et de la terre.

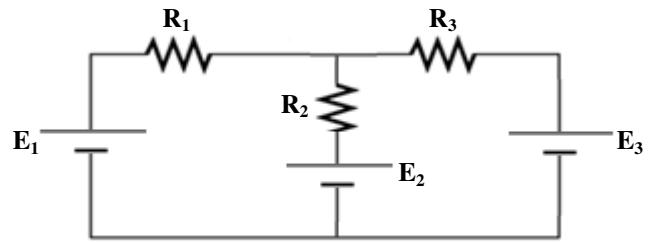
Il ne faut pas le confondre avec le symbole de la terre qui correspond au vrai potentiel 0V. Toutefois, la masse d'un circuit est en général reliée à la terre (mais pas toujours) [7].

La masse dans un circuit électrique est un chemin par elle passe la quantité d'électricité indésirable, elle est reliée à l'une des bornes du générateur du circuit, le plus souvent la borne négative.

Exemple :

On considère ce circuit ci-dessous pour lequel on donne :

$$E_1 = 110 \text{ V}, E_2 = 105 \text{ V}, E_3 = 90 \text{ V}, R_1 = 0.5 \Omega, R_2 = 0.25 \Omega \text{ et } R_3 = 0.5 \Omega.$$

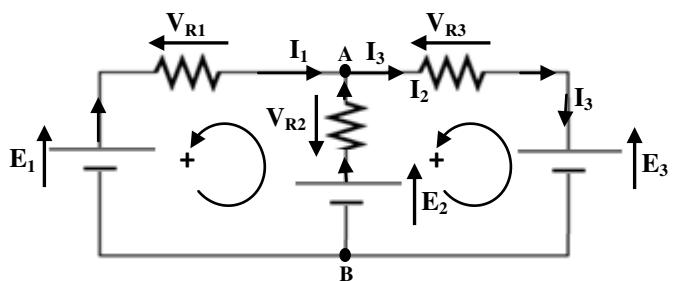


1. Flécher les différentes tensions et intensités sur le schéma
2. En appliquant les lois de Kirchhoff, calculer les intensités de courant aux bornes de chaque branche.

Solution :

Pour calculer les courants I_1 , I_2 et I_3 , on leur choisit un sens, ce qui permet de flécher les tensions aux bornes des résistances, la loi des nœuds donne :

$$I_3 = I_1 + I_2$$



Il y a 3 mailles, donc on choisit deux mailles indépendantes afin de compléter le système à résoudre :

Maille (1) : A, R_1 , E_1 , B, E_2 , R_2 , A, avec le sens de parcours indiqué

$$R_1 \cdot I_1 - E_1 + E_2 - R_2 \cdot I_2 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

Maille (2) : A, R_2 , E_2 , B, E_3 , R_3 , A avec le sens de parcours indiqué

$$R_2 \cdot I_2 - E_2 + E_3 + R_3 \cdot I_3 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

Remarque : Le nœud B est inutile car c'est le même que le nœud A.

On reprend l'équation (2) puis l'équation (3) où l'on a remplacé I_3 par $(I_1 + I_2)$.

On obtient le système : $R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = E_1 - E_2$

$$R_3 \cdot I_1 + (R_2 + R_3) \cdot I_2 = E_2 - E_3$$

On remplaçant par les valeurs numériques, on a : $\begin{cases} 0.5 I_1 - 0.25 I_2 = 5 \\ 0.5 I_1 + 0.75 I_2 = 15 \end{cases}$

□ Méthode 1 : Résolution par Substitution

Nous avons donc le système d'équation suivant : $\begin{cases} 0.5 I_1 - 0.25 I_2 = 5 \dots \dots \dots (1) \\ 0.5 I_1 + 0.75 I_2 = 15 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$

A l'aide de l'équation (1), on exprime I_1 en fonction de I_2 : $I_1 = \frac{5+0.25I_2}{0.5} = 10 + 0.5I_2$(3)

Dans l'équation (2), on substitue (on remplace) I_1 par $10 + 0.5I_2$:

$$0.5(10 + 0.5I_2) + 0.75I_2 = 15 \Rightarrow 5 + 0.25I_2 + 0.75I_2 - 15 = 0 \Rightarrow -10 + 1I_2 = 0$$

On en déduit $I_2 = 10 A$.

Dans l'équation (3) : on calcule I_1 pour $I_2 = 10 \text{ A}$.

pour $I_2 = 10 \text{ A}$, on a : $I_1 = 10 + 0.5I_2 \Rightarrow I_1 = 10 + 0.5(10) \Rightarrow I_1 = 10 + 5 \Rightarrow I_1 = 15 \text{ A}$.

□ Méthode 2 : Résolution par addition ou soustraction.

Pour résoudre un système par la méthode d'addition, on multiplie les équations par des nombres choisis de façon que les coefficients d'une inconnue deviennent opposés et s'éliminent ainsi par addition.

$$\begin{cases} 0.5 I_1 - 0.25 I_2 = 5 \\ 0.5 I_1 + 0.75 I_2 = 15 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

En multipliant l'équation (1) par (-1), on obtient :

$$\begin{cases} -0.5 I_1 + 0.25 I_2 = -5 \\ 0.5 I_1 + 0.75 I_2 = 15 \end{cases} \quad (1)$$

En additionnant ensuite terme à terme, il en résulte : $1I_2 = -5 + 15 \Rightarrow I_2 = 10 A$.

On remplace I_2 par sa valeur dans l'une des deux équations du départ :

$$0.5 I_1 + 0.75 I_2 = 15 \Rightarrow 0.5 I_1 + 0.75 (10) = 15 \Rightarrow 0.5 I_1 = 15 - 7.5$$

$$\Rightarrow 0.5 I_1 = 7.5 \Rightarrow I_1 = \frac{7.5}{0.5} = 15 \text{ A} \Rightarrow I_1 = 15 \text{ A.}$$

□ Méthode 2 : Résolution par système Cramer.

On peut écrire les équations précédentes sous forme matricielle et les résoudre : Les équations de maille sont reformulées sous la forme matricielle.

[résultat] = [matrice].[vecteur inconnu]

Ou $[E] = [R]. [I]$ avec : $\begin{cases} E : \text{matrice colonne de forces electromotrice (résultat)} \\ R : \text{matrice (carrée)des résistances} \\ I : \text{matrice colonne des courants (inconnus)} \end{cases}$

Donc le système d'équations devient :

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.25 \\ 0.5 & 0.75 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

La résolution du système matriciel passe par le calcul des éléments suivant :

-
- Déterminant principal : $\Delta_T = \begin{vmatrix} 0.5 & -0.25 \\ 0.5 & 0.75 \end{vmatrix} = (0.5 \times 0.75) - (0.5 \times (-0.25))$
 $\Rightarrow \Delta_T = 0.375 + 0.125 = 0.5 \neq 0$, le déterminant étant non nul, le système admettra donc une seule solution.

- On calcul le déterminant particuliers de la matrice ΔI_1 :

Dans la matrice, on substitue la colonne (1) par la colonne résultat.

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 5 & -0.25 \\ 15 & 0.75 \end{vmatrix} = (5 \times 0.75) - (15 \times (-0.25)) \Rightarrow \Delta I_1 = 3.75 + 3.75 = 7.5$$

- Calcul de courant I_1 : on détermine chaque courant en fonction de son déterminant particulier : $I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta_T} = \frac{7.5}{0.5} = 15 A \Rightarrow I_1 = 15 A$.
- On calcul le déterminant particuliers de la matrice ΔI_2 :

Dans la matrice, on substitue la colonne (2) par la colonne résultat.

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 0.5 & 5 \\ 0.5 & 15 \end{vmatrix} = (0.5 \times 15) - (0.5 \times 5) \Rightarrow \Delta I_2 = 7.5 - 2.5 = 5$$

- Calcul de courant I_2 : $I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta_T} = \frac{5}{0.5} = 10 A \Rightarrow I_2 = 10 A$.

La résolution de ce système donne : $I_1 = 15 A$; $I_2 = 10 A$ et $I_3 = I_1 + I_2 = 25 A$.

On remarque que toutes les valeurs sont positives ce qui signifie que les sens arbitrairement choisis des courants correspondent aux sens réels de ceux-ci.

2.2.1.b Théorème de Superposition ce théorème est fondamental, il va permettre d'étudier des circuits comportant plusieurs générateurs (de tension ou de courant), en considérant l'influence de chaque générateur indépendamment des autres ce qui va beaucoup simplifier la plupart des problèmes.

Dans un circuit comportant plusieurs générateurs, la solution du problème (les tensions et courant inconnue) et la somme des solutions trouvés en ne considérant qu'un générateur à la fois. Pour ce faire, on remplace chaque source de tension par court circuit (éteinte la source de tension). Et chaque source de courant par un circuit ouvert (éteinte la source de courant).

- **Court circuit**

C'est la mise en connexion volontaire de deux points (ou plus) d'un circuit électrique entre lesquels il ya une différence de potentiel, par un conducteur de faible résistance.

- **Circuit ouvert**

Une portion d'un circuit électrique qui n'est relié à aucun élément électrique et par conséquent où aucun courant ne passe.

Il existe deux façons pour présenter un circuit ouvert :

- Une absence de l'élément électrique
- Ou avec une résistance infinie (∞) entre les bornes concernés.

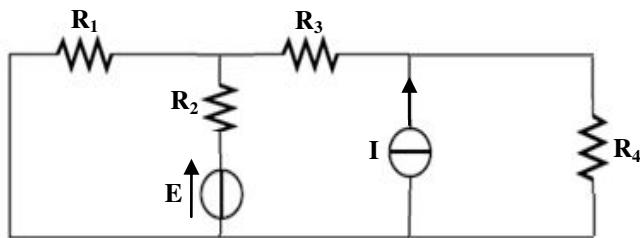
Remarque : - Aux bornes d'un fil, la tension est nulle. Si ce fil est en dérivation sur le dipôle ohmique, la tension aux bornes du dipôle ohmique est nulle aussi. $V = R \times I$ avec $V = 0$ donc $I = 0$: il n'y a plus de courant dans le dipôle ohmique.

- Une résistance infinie ne laisse passer aucun courant et équivaut à un circuit ouvert. Ce qui nous donne : $I = 0$.

Exemple :

Calculer le courant dans la résistance de R_4 en utilisant le principe de superposition dans le circuit ci-contre.

Sachant que : $E = 12 \text{ V}$, $I = 3 \text{ mA}$,
 $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$,
 $R_4 = 1.5 \text{ k}\Omega$.



Solution

Pour un circuit ne comportant que des dipôles linéaires et plusieurs sources, la tension entre deux points (respectivement le courant dans une branche) est égale à la somme algébrique des tensions (respectivement des courants) que l'on obtient en faisant agir séparément chacune des sources indépendantes du circuit. Les autres sources indépendantes sont alors annulées.

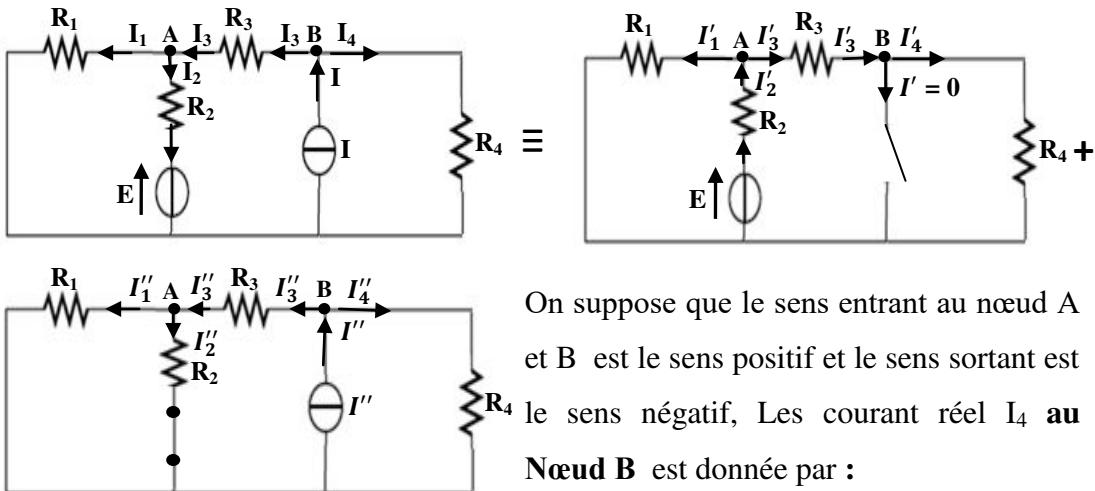
- une source de tension annulée devient un court-circuit (fil).



- une source de courant annulée devient un circuit ouvert.



On peut alors imaginer deux circuits indépendants tel que :



On suppose que le sens entrant au nœud A et B est le sens positif et le sens sortant est le sens négatif. Les courant réel I_4 au nœud B est donnée par :

$$-I_4 = -I'_4 - I''_4 \Rightarrow I_4 = I'_4 + I''_4$$

Nombre des étapes = Nombre de source + 1 = 2 + 1 = 3 étapes.

Etape 1 : En supposant que seule la source de 12 V est active, la source de courant de 3 mA est passivée donc $E = 12 \text{ V}$ et $I \rightarrow$ Circuit ouvert (C.O).

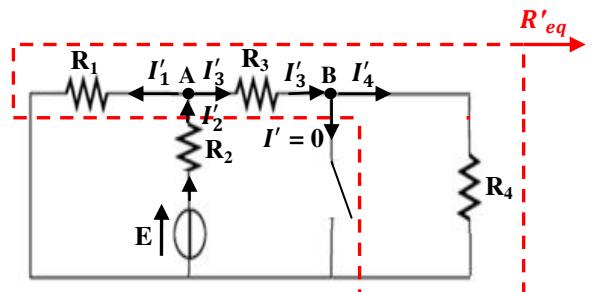
Le schéma devient :

La loi de nœud donne :

$$I = I'_3 + I'_4 \Rightarrow I'_3 = I'_4 \text{ car } I = 0$$

Les résistances R_3 et R_4 sont montés en série, leur résistance équivalente en parallèle avec la résistance R_1 , ce qui donne :

$$R'_{eq} = (R_3 + R_4) // R_1 = \frac{(R_3 + R_4) \times R_1}{(R_3 + R_4) + R_1} = \frac{(10 + 1.5) \times 2}{(10 + 1.5) + 2} = \frac{23}{13.5} = 1.7 \text{ k}\Omega$$

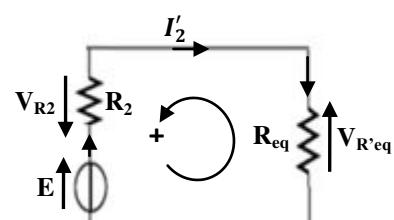


On calcule l'intensité I du courant principal qui traverse tout le circuit, c'est à dire l'intensité du courant débité par le générateur.

D'après la loi de maille : $-E + V_{R2} + V_{R'eq} = 0$

$$\Rightarrow -E + R_2 I'_2 + R'_{eq} I'_2 = 0$$

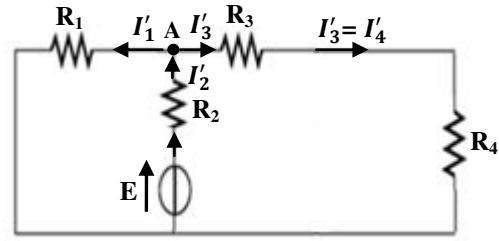
$$\text{D'où : } I'_2 = \frac{E}{R_2 + R'_{eq}} = \frac{12}{5 + 1.7} = \frac{12}{6.7} = 1.79 \text{ mA}$$



Nous retournons au schéma initial et en utilisant le diviseur de courant on a :

$$I'_3 = I'_4 = \frac{R_1}{R_1 + (R_3 + R_4)} I'_2$$

$$\Rightarrow I'_4 = \frac{2}{10+1.5} 1.79 = \frac{3.58}{11.5} = 0.31 \text{ mA.}$$

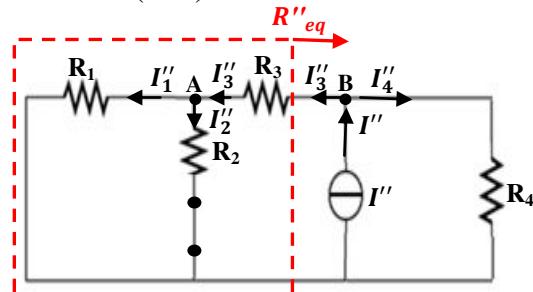


Etape 2: En supposant que seule la source de courant de 4 mA est active, la source de tension de 12 V est passivée donc $I = 3 \text{ mA}$ et $E \rightarrow$ Court circuit (C.C).

Les deux résistances R_1 et R_2 sont mises en parallèle puis en série avec R_3 , ce qui nous donne la résistance équivalente :

$$R''_{eq} = (R_1//R_2) + R_3 = \left(\frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \right) + R_3$$

$$= \left(\frac{2 \times 5}{2 + 5} \right) + 10 = \left(\frac{10}{7} \right) + 10 = 1.43 + 10 = 11.43 \text{ k}\Omega$$

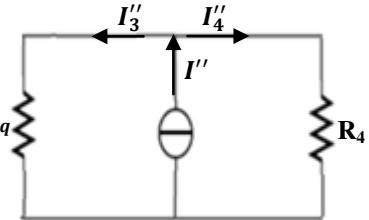


Le schéma devient :

Par application du diviseur de courant, on obtient :

$$I''_4 = \frac{R''_{eq}}{R''_{eq} + R_4} I'' = \frac{11.43}{11.43 + 1.5} 3 = \frac{34.29}{12.93}$$

$$= 2.65 \text{ mA.}$$



Etape 3: Le courant I_4 dans la résistance R_4 est la somme algébrique des courants I'_4 et I''_4 :

$$I_4 = I'_4 + I''_4 = 0.31 + 2.65 = 2.96 \text{ mA}$$

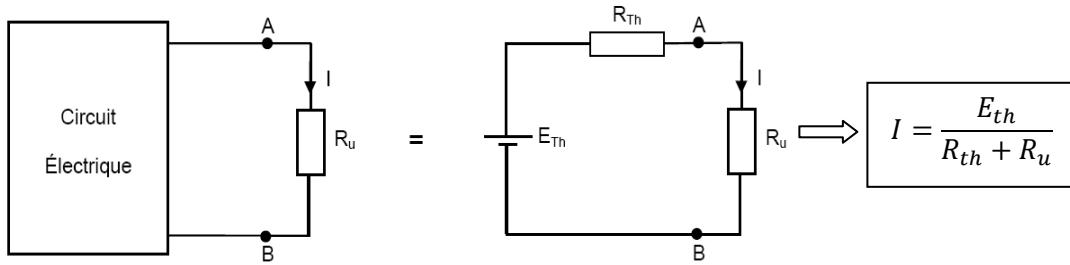
Remarque :

Pour regrouper les solutions ou les courants dus à chaque source prise individuellement dans le théorème de Superposition, nous devrons appliquer la loi de Nœud mais pas dans le même nœud. Dans ce cas, nous devons considérer le signe de ces solutions en utilisant le nœud comme référence ou la résistance où chacune de ces solutions est située, ou bien en mettant les solutions du même signe que celui du courant dans le circuit original positive et l'autre négative.

2.2.1.c Théorème de Thévenin

Considérons un circuit complexe qui comporte des générateurs ou des récepteurs réels. Le problème consiste à remplacer ce circuit complexe (dipôle actif), vues de ces deux bornes A et B par un générateur équivalent dit générateur de Thevenin,

- Ce générateur possède une source de Thevenin (E_{th}) en série avec une résistance (R_{th}),



7.1 - Principe

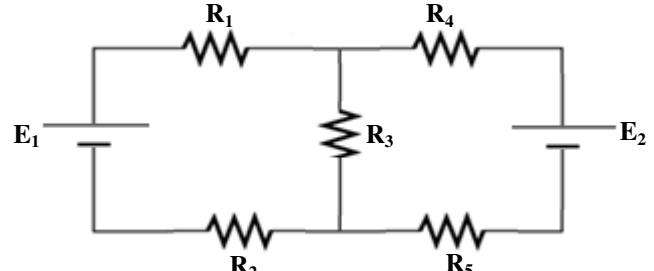
Le théorème de Thevenin permet de transformer un circuit complexe en un générateur de Thevenin dont :

- La valeur de la source de Thevenin E_{th} (V_{AB}) est donnée par la mesure ou le calcul de la tension de sortie à vide (la charge étant débranchée),
- La valeur de la résistance interne R_{th} est mesurée ou calculée vues des bornes de sorties A et B, avec les conditions suivantes ;
 - La résistance de la charge est débranchée,
 - Court-circuiter les générateurs de tension, en gardant les résistances internes,
 - Débrancher les sources de courants.

Exemple : Considérons le circuit suivant :

En appliquant le théorème de Thévenin,
Déterminer le courant qui va traverser
une résistance R_4 .

On donne : $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$,
 $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 22 \text{ k}\Omega$, $R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$,
 $R_5 = 4.7 \text{ k}\Omega$.



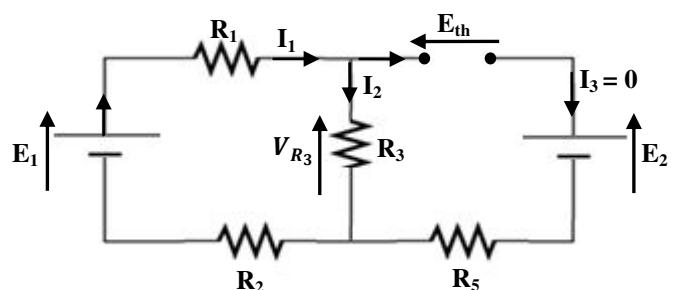
Solution :

Méthode 1: On débranche seulement la résistance de charge R_4

Etape 1 : Calcul de la tension de Thévenin E_{th}

On débranche seulement la résistance de charge dont nous voulons déterminer le courant, soit R_4 et on calcule la tension entre les bornes A et B lorsque la charge est débranchée E_{th} (tension à vide), le schéma devient :

Le courant qui traverse la résistance R_5 et le récepteur actif E_2 (on ne peut pas le considérer comme un générateur car sa force électromotrice est orientée dans le



sens contraire à celui du courant) est nul parce que l'une de ses bornes n'est connectée à aucun élément, le récepteur actif possède une tension à vide qui est égal à sa force contre électromotrice E_2 , même s'il ne consomme pas de courant et la résistance R_5 est courte circuitée; Par conséquent : $E_{th} = V_{R_3} - E_2$

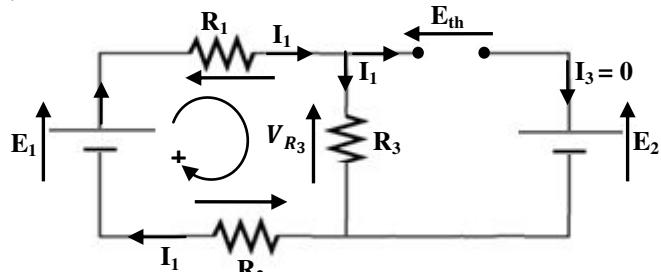
Pour calculer la tension aux bornes de la résistance R_3 , d'après le schéma, nous voyons que :

$I_1 = I_2$ car $I_3 = 0$ et le schéma devient :

La loi de maille s'écrit : $\sum V = 0$

$$\Rightarrow E_1 - V_{R_1} - V_{R_2} - V_{R_3} = 0$$

$$\Rightarrow E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_1 - R_3 I_1 = 0$$



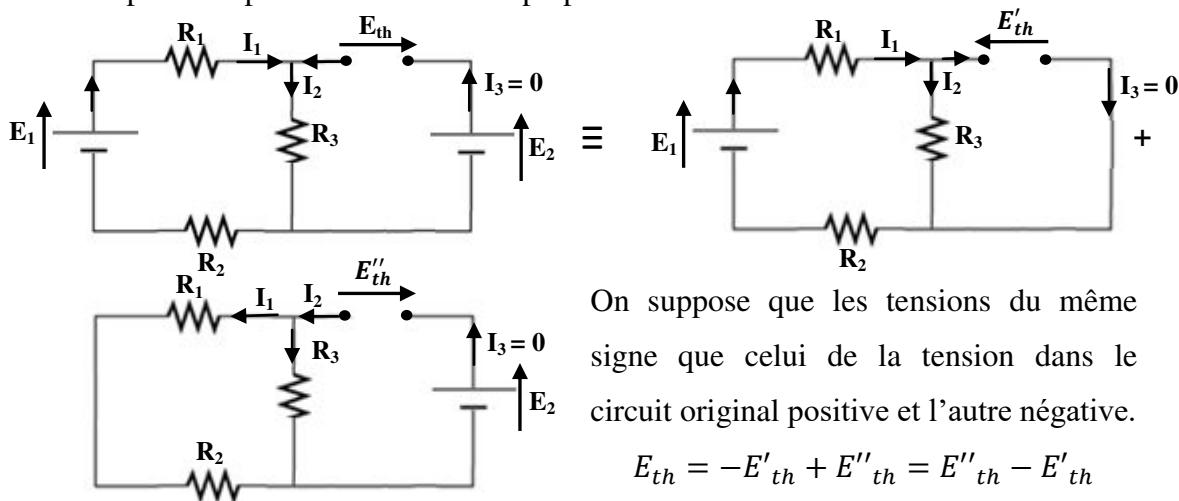
On en déduit :

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12}{10 + 22 + 1}$$

$$= \frac{12}{33} = 0.36 \text{ mA}$$

Donc : $E_{th} = V_{R_3} - E_2 = R_3 I_1 - E_2 = 1(0.36) - 5 = -4.64 \text{ V}$ La valeur de la tension est négative, cela signifie que son sens réel est opposé à celui choisi.

- Le calcul de la tension de Thévenin E_{th} peut être réalisé en utilisant d'autres méthodes, par exemple le théorème de Superposition :

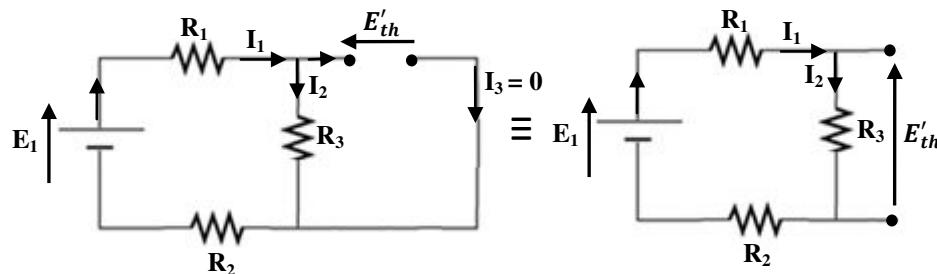


On suppose que les tensions du même signe que celui de la tension dans le circuit original positive et l'autre négative.

$$E_{th} = -E'_{th} + E''_{th} = E''_{th} - E'_{th}$$

Nombre des étapes = Nombre de source + 1 = 2 + 1 = 3 étapes.

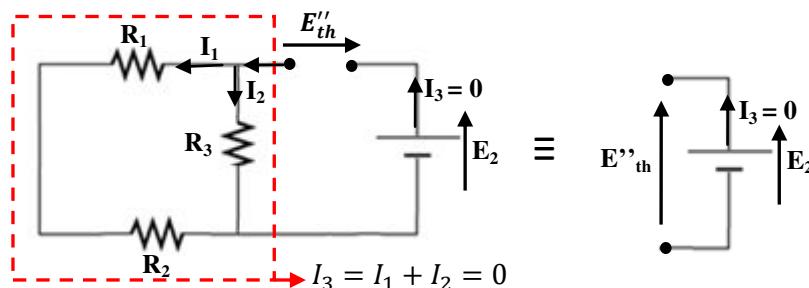
- En supposant que seule la source de 12 V est active, la source de tension de 5 V est passivée donc $E_1 = 12 \text{ V}$ et $E_2 \rightarrow$ Court circuit (C.C).



En appliquant maintenant la formule du diviseur de tension :

$$E'_{th} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} E_1 = \frac{1}{10 + 22 + 1} 12 = \frac{12}{33} = 0.36 \text{ V}$$

- En supposant que seule la source de 5 V est active, la source de tension de 12 V est passivée donc $E_2 = 5 \text{ V}$ et $E_1 \rightarrow$ Court circuit (C.C).



D'après le schéma : $I_3 = I_1 + I_2 = 0$

si aucun courant ne traverse une branche, elle peut être supprimée du circuit (la parie encadrée est supprimée) donc : $E''_{th} = E_2 = 5 \text{ V}$

- La tension E_{th} est la somme algébrique des tensions E'_{th} et E''_{th} :

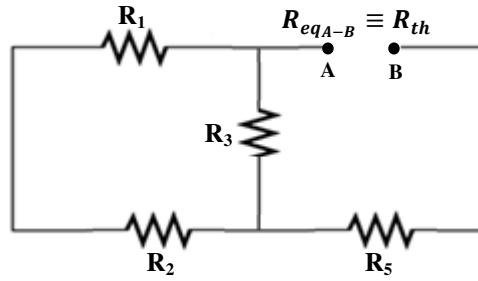
$E_{th} = -E'_{th} + E''_{th} = E''_{th} - E'_{th} = 5 - 0.36 = 4.64 \text{ V}$ La valeur de tension est positive, donc le sens choisi c'est son vrai sens.

Etape 2 : Calcul de la résistance de Thévenin R_{th}

Maintenant, nous devons trouver R_{th} , pour ce faire, on débranche la résistance de charge R_4 et on garde toutes les résistances du circuit et puis on éteint tous les sources et on calcul la résistance équivalente vue les bornes A et B où le débranchement (en l'absence de charge). Rappelons que pour éteindre les sources, les sources de tension doivent être remplacées par des courts-circuits et des sources de courant avec des circuits ouverts. Ici, il ya deux sources de tension qui devraient être remplacée par un court-circuit comme montre le circuit ci-dessous :

On voit alors immédiatement que le circuit obtenu est constitué des deux résistances R_1 et R_2 en série et leur résistance équivalente est parallèle avec la résistance R_3 et puis la résistance équivalente obtenue en série avec la résistance R_5 , on obtient :

$$R_{eq_{A-B}} = R_{th} = [(R_1 + R_2)/R_3] + R_5 = \left[\frac{(R_1 + R_2) \times R_3}{(R_1 + R_2) + R_3} \right] + 4.7 = \left[\frac{(10 + 22) \times 1}{(10 + 22) + 1} \right] + 4.7 = \left[\frac{32}{33} \right] + 4.7 = 5.67 \text{ k}\Omega$$

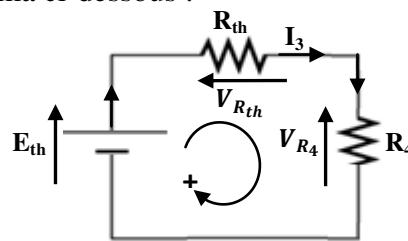


Etape 3 : Calcul du courant I_3

Nous avons trouvé E_{th} et R_{th} . Nous pouvons calculer I_3 dans le circuit original en utilisant le générateur de Thévenin, que nous avons branché avec la résistance de charge R_4 qui débranché précédemment comme montre le schéma ci-dessous :

En appliquant la loi de maille, on obtient :

$$\begin{aligned} \sum V &= 0 \Rightarrow E_{th} - V_{R_{th}} - V_{R_4} = 0 \\ &\Rightarrow E_{th} - R_{th}I_3 - R_4I_3 = 0 \\ \Rightarrow I_3 &= \frac{E_{th}}{R_{th} + R_4} = \frac{4.64}{5.67 + 1} = \frac{4.64}{6.67} = 0.695 \text{ mA} \\ &\approx 0.70 \text{ mA} \end{aligned}$$



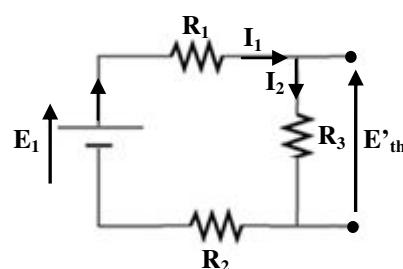
Méthode 2 : On débranche toute la branche.

Etape 1 : Calcul de la tension de Thévenin E_{th}

On débranche la branche qui est traversée par le courant I_3 et on calcule la tension à vide E_{th} , le schéma devient :

La formule du diviseur de tension donne :

$$\begin{aligned} E_{th} &= \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} E_1 = \frac{1}{10 + 22 + 1} 12 \\ &= \frac{12}{33} = 0.36 \text{ V} \end{aligned}$$



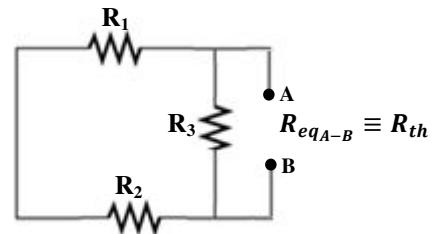
Etape 2 : Calcul de la résistance de Thévenin R_{th}

Pour calculer R_{th} il faut mettre la source de tension en court-circuit et enlever la branche de charge. Comme ceci:

Nous avons donc les deux résistances R_1 et R_2 en série et leur résistance équivalente est parallèle avec la résistance R_3 :

$$R_{eqA-B} = R_{th} = (R_1 + R_2) // R_3 = \frac{(R_1 + R_2) \times R_3}{(R_1 + R_2) + R_3}$$

$$= \frac{(10 + 22) \times 1}{(10 + 22) + 1} = \frac{32}{33} = 0.97 \text{ k}\Omega$$



Etape 3 : Calcul du courant I_3

Nous avons trouvé E_{th} et R_{th} . Nous pouvons calculer I_3 dans le circuit original en utilisant le générateur de Thévenin, que nous avons branché avec la branche de charge qui débranché précédemment comme montre le schéma ci-dessous :

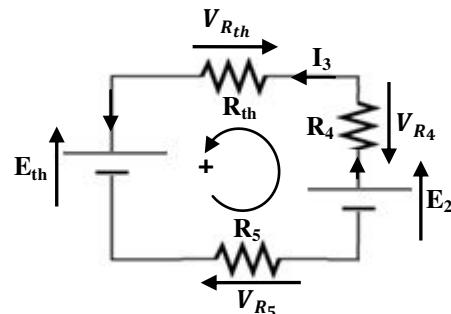
En appliquant la loi de maille, on obtient :

$$\sum V = 0 \Rightarrow E_2 - V_{R_{th}} - V_{R_4} - E_{th} - V_{R_5} = 0$$

$$\Rightarrow E_2 - R_{th}I_3 - R_4I_3 - E_{th} - R_5I_3 = 0$$

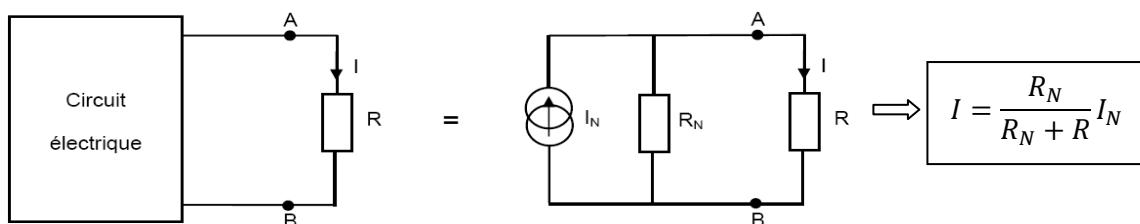
$$\Rightarrow I_3 = \frac{E_2 - E_{th}}{R_{th} + R_4 + R_5} = \frac{5 - 0.36}{0.97 + 1 + 4.7} = \frac{4.64}{6.67}$$

$$= 0.695 \approx 0.70 \text{ mA}$$



2.2.1.d Théorème de Norton

Le théorème de Norton va nous permettre de réduire un circuit complexe en générateur de courant réel. Ce générateur possède une source de courant (I_N) en parallèle avec une résistance (R_N).

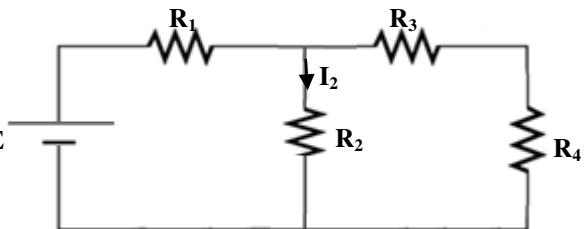


8.1 - Principe

Le courant de Norton I_N est obtenu par calcul ou par une mesure après avoir court-circuité les bornes A et B. La résistance interne R_N s'obtient de la même façon que celle du théorème de Thevenin ($R_N = R_{th}$).

Exemple : On considère le circuit suivant.

Calculer le courant qui traverse la résistance R_2 en appliquant le théorème de Norton.

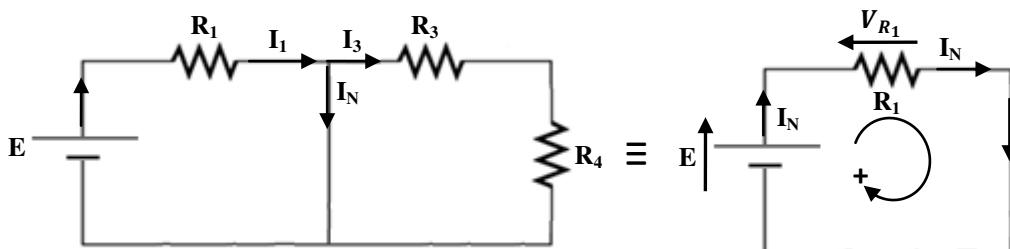


On donne : $E = 8 \text{ V}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$,
 $R_3 = 9 \Omega$, $R_4 = 5 \Omega$.

Solution :

Etape 1 : Calcul du courant de Norton I_N

On débranche la résistance de charge R_2 et on court-circuite les bornes où la charge était déconnectée, le courant qui circule entre ces bornes est le courant de court circuit ou le courant de Norton donc le schéma devient :



Les deux résistances R_3 et R_4 sont court-circuitées (car les deux résistances sont placées en série et leur résistance équivalente est branchée en parallèle avec un fil conducteur de résistance nulle), elles ne sont donc traversées par aucun courant. Le schéma simplifié résultant donne le courant de Norton : $\sum V = 0 \Rightarrow E - V_{R_1} = 0 \Rightarrow E - R_1 I_N = 0$

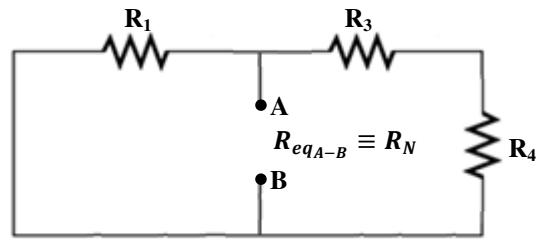
$$\Rightarrow I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{8}{4} = 2 \text{ A}$$

Etape 2 : Calcul de la résistance de Norton

La résistance R_2 étant toujours débranchée, la résistance de Norton est la résistance équivalente vue les bornes A et B où la charge était débranchée lorsque toutes les sources du circuit sont annulées. Rappelons qu'on remplace une source de tension par un court circuit et qu'on remplace une source de courant par un circuit ouvert), le schéma équivalent devient :

Les deux résistances R_3 et R_4 sont placées en série et leur résistance équivalente est en parallèle avec la résistance R_1 , ce qui donne : $R_N = R_{eqA-B} = R_1//(R_3 + R_4)$

$$= \frac{R_1 \times (R_3 + R_4)}{R_1 + (R_3 + R_4)} = \frac{4 \times (9 + 5)}{4 + (9 + 5)} = \frac{56}{18} = 3.1 \Omega$$

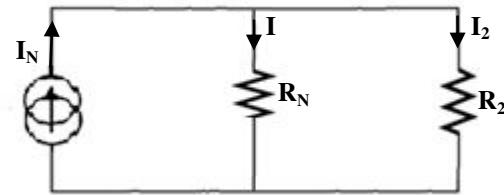


Etape 3 : Calcul du courant I_2

Nous avons trouvé I_N et R_N . Nous pouvons calculer I_2 dans le circuit original en utilisant le générateur de Norton, que nous avons branché avec la résistance de charge R_2 qui débranché précédemment comme montre le schéma ci-dessous :

En utilisant la formule de diviseur de courant, on obtient :

$$I_2 = \frac{R_N}{R_N + R_2} I_N = \frac{3.1}{3.1 + 12} 2 = \frac{6.2}{15.1} = 0.41 A$$



2.2.1.e Théorème de Kennelly

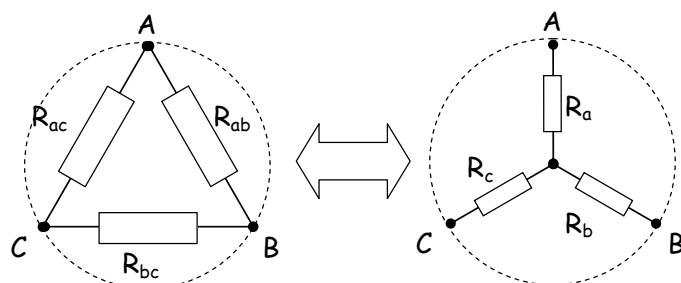
Par exemple lors de l'utilisation des théorèmes de Norton et Thévenin, la disposition de certaines résistances dans un schéma peut quelque fois poser quelques difficultés. Dans ce cas, on peut faire appel au théorème de Kennelly. Il permet en effet de transformer une structure en triangle (ou delta Δ ou π selon la façon dont on dessine le schéma) en une structure en étoile (ou de même Y ou T) ou le contraire.

Une maille triangulaire peut se transformer en étoile équivalente (Δ -Y) [14] :

$$R_a = \frac{R_{ac} \cdot R_{ab}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$

$$R_c = \frac{R_{ac} \cdot R_{bc}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}$$



Nous avons fait le produit des résistances adjacentes divisées par la somme des résistances.

Une maille en étoile peut se transformer en maille triangle équivalente :

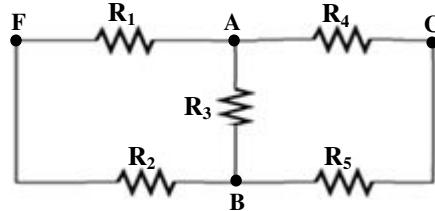
$$R_{bc} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_a}, R_{ca} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_b} \text{ et } R_{ab} = \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_c}$$

Nous avons fait la somme des produits des résistances divisée par la résistance opposée.

Exemple 1 :

En appliquant le théorème de Kennelly,
Trouver la résistance équivalente vue les bornes F et C.

Sachant que : $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $R_3 = 20 \Omega$,
 $R_4 = 100 \Omega$, $R_5 = 50 \Omega$.



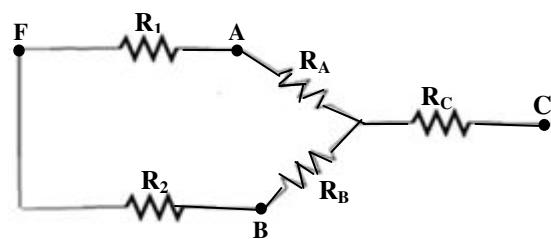
Solution :

En appliquant les formules de conversions on a :

$$R_A = \frac{R_3 \times R_4}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{20 \times 100}{20 + 100 + 50} = \frac{2000}{170} = 11.8 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_3 \times R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{20 \times 50}{20 + 100 + 50} = \frac{1000}{170} = 5.9 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 \times R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{100 \times 50}{20 + 100 + 50} = \frac{5000}{170} = 29.4 \Omega$$



On utilise ensuite ces valeurs de R_A , R_B et R_C dans un circuit en étoile équivalent, en remplacement du circuit en triangle original. Ce qui donne le circuit ci-dessus. La résistance équivalente vue aux bornes F et C est donnée par :

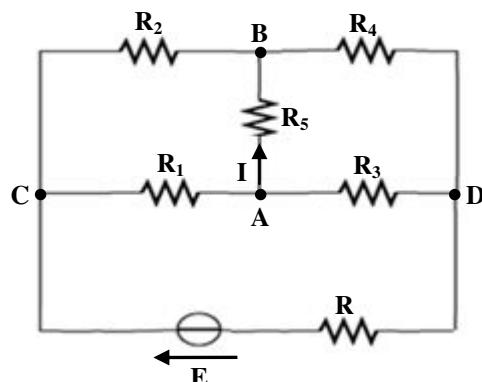
$$R_{FC} = [(R_1 + R_A) // (R_2 + R_B)] + R_C = [(10 + 11.8) // (30 + 5.9)] + 29.4$$

$$\Rightarrow R_{FC} = [(21.8) // (35.9)] + 29.4 = \frac{21.8 \times 35.9}{21.8 + 35.9} + 29.4 = \frac{782.62}{57.7} + 29.4 = 42.96 \Omega \approx 43 \Omega$$

Exemple 2 : On considère le circuit électrique suivant :

En appliquant le théorème de Kennelly, déterminer l'expression de la résistance équivalente vue entre A et B lorsque la source E est éteinte.

Sachant que : $E = 100 \text{ V}$, $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = R_3 = R_4 = 100 \Omega$, $R = 20 \Omega$, $R_5 = 10 \Omega$.



Solution :

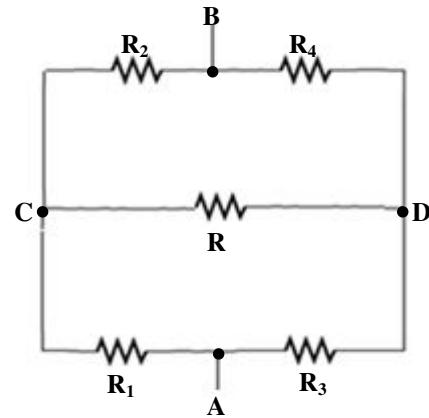
Lorsque la source E est éteinte, on obtient le circuit équivalent suivant :

On remarque que les trois résistances R_1 , R_3 et R sont en rectangle. On peut les transformer en trois résistances en étoile comme le montre la figure suivante :

$$R_A = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3 + R} = \frac{50 \times 100}{50 + 100 + 20} = \frac{5000}{170} = 29.4 \Omega$$

$$, R_C = \frac{R \times R_1}{R_1 + R_3 + R} = \frac{20 \times 50}{50 + 100 + 20} = \frac{1000}{170} = 5.88 \Omega$$

$$\text{et } R_D = \frac{R \times R_3}{R_1 + R_3 + R} = \frac{20 \times 100}{50 + 100 + 20} = \frac{2000}{170} = 11.8 \Omega$$



Et le schéma devient :

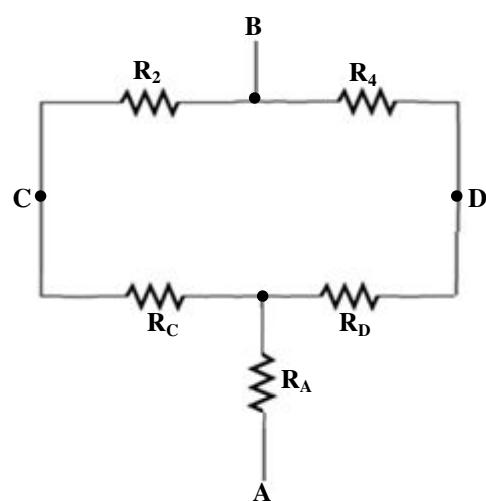
La résistance équivalente vue entre A et B est:

$$R_{AB} = R_A + (R_C + R_2) // (R_D + R_4)$$

$$\Rightarrow R_{AB} = R_A + \left[\frac{(R_C + R_2) \times (R_D + R_4)}{R_C + R_2 + R_D + R_4} \right]$$

$$\Rightarrow R_{AB} = 29.4 + \left[\frac{(5.88 + 100) \times (11.8 + 100)}{5.88 + 100 + 11.8 + 100} \right]$$

$$= \frac{105.88 \times 111.8}{217.68} = 54.37 \Omega \approx 54.4 \Omega$$

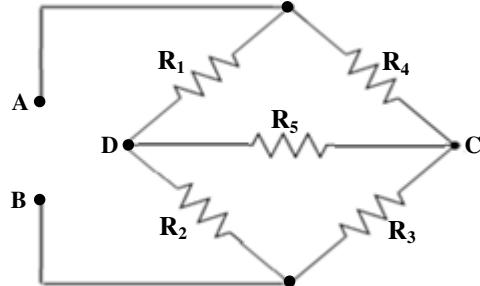


Exemple 3 : En appliquant le théorème de Kennelly, trouver la résistance équivalente vue les bornes A et B.

On donne : $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$,

$R_4 = 10 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$.

Solution

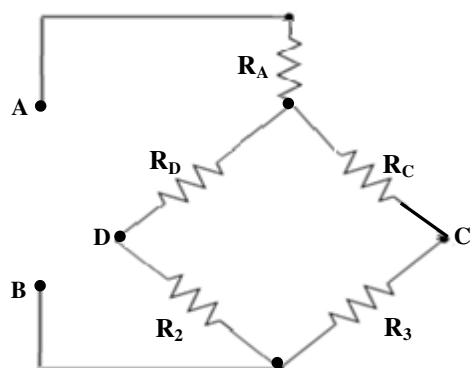


Les résistances R_1 , R_2 et R_5 sont des résistances placées en triangle. On peut les transformer en trois résistances en étoile comme le montre la figure suivante :

$$R_A = \frac{R_1 \times R_4}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{6 \times 10}{6 + 10 + 5} = \frac{60}{21} = 2.86 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 \times R_5}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{10 \times 5}{6 + 10 + 5} = \frac{50}{21} = 2.38 \Omega$$

$$\text{et } R_D = \frac{R_1 \times R_5}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{6 \times 5}{6 + 10 + 5} = \frac{30}{21} = 1.43 \Omega$$



La résistance équivalente vue entre A et B est:

$$R_{AB} = ((R_2 + R_D) // (R_3 + R_C)) + R_A$$

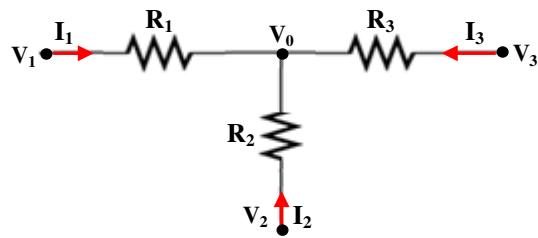
$$\Rightarrow R_{AB} = ((1 + 1.43) // (4 + 2.38)) + 2.86 = \left(\frac{2.43 \times 6.38}{2.43 + 6.38} \right) + 2.86 = \left(\frac{15.5}{8.81} \right) + 2.86$$

$$\Rightarrow R_{AB} = 1.76 + 2.86 = 4.62 \Omega \Rightarrow R_{AB} = 4.62 \Omega$$

Remarque : Le théorème de Kennelly peut servir à simplifier les circuits et leurs études.

2.2.1.f Théorème de Millman (Théorème des Nœuds)

Ce théorème très pratique permet de déterminer la différence de potentiel aux bornes de plusieurs branches en parallèle V_{AB} et il permet aussi de déterminer le potentiel d'un point sur un circuit, prenons un exemple très simple, c'est le calcul du potentiel V_0 du circuit suivant :



Pour chacune des branches nous pouvons écrire :

$$V_1 - V_0 = R_1 \times I_1; V_2 - V_0 = R_2 \times I_2; V_3 - V_0 = R_3 \times I_3 \dots \dots \dots \quad (1)$$

Et soit encore la loi de Nœud : $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

De l'Eq (1) on obtient : $I_1 = (V_1 - V_0) / R_1$; $I_2 = (V_2 - V_0) / R_2$ et $I_3 = (V_3 - V_0) / R_3$

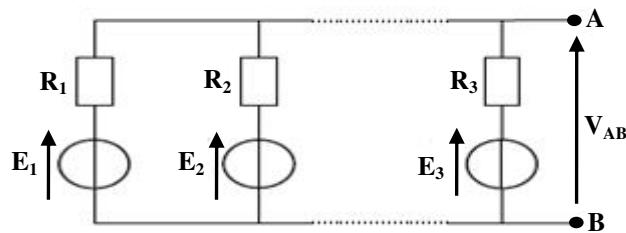
$$\text{En sommant ces relations il vient : } I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} + \frac{V_3 - V_0}{R_3}$$

$$\text{Or nous avons : } I_1 + I_2 + I_3 = 0, \text{ donc : } V_0 \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

Le théorème de Millman devient très intéressant en absence de sources, en effet dans ce cas on a directement le potentiel du nœud.

$$V_0 = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Dans un réseau électrique de branches en parallèle, comprenant chacune un générateur de tension parfait en série avec un élément linéaire, la tension aux bornes des branches est égale à la somme des forces électromotrices respectivement multipliées par l'admittance de la branche, le tout divisé par la somme des admittances.



On obtient la formule suivante :

$$V_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^n Y_i} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} i : \text{numéro de la branche} \\ Y : \text{admittance de la branche} \end{cases}$$

On peut aussi le généraliser avec des générateurs de courants. S'il y a, toujours en parallèle, des courants I_i (par exemple les courants provenant des générateurs de courant) connus injectés vers le même point A, alors on peut écrire [12] :

$$V_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{R_i} + \sum_{i=1}^p I_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i \cdot Y_i + \sum_{i=1}^p I_i}{\sum_{i=1}^n Y_i}$$

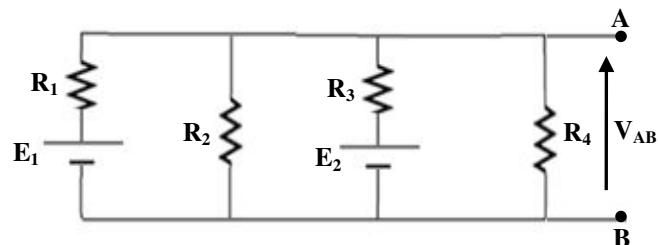
Remarque

- Si dans une branche, il n'y a pas de générateur, on considère que la f.e.m correspondante est nulle.
- Si certaines branches arrivant en N contiennent des sources de courant, il suffit de tenir compte de leurs c.é.m. dans l'expression de la loi des nœuds.

Exemple : On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :

Calculer la tension V_{AB} en appliquant le théorème de Millman.

On donne : $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = R_3 = R_4 = 50 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$.



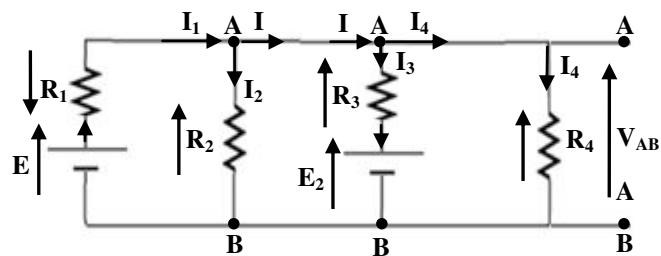
Solution :

Pour chacune des branches nous pouvons écrire :

Appliquons la loi des nœuds au nœud A :

$$I_1 = I_2 + I \quad \text{et} \quad I = I_3 + I_4$$

$$\text{D'où : } I_1 = I_2 + I_3 + I_4$$



Associés en parallèle, les dipôles sont soumis à la même différence de potentiel V_{AB} , le bas du circuit sera donc considérée comme la borne négative (nœud B), la partie haute du circuit étant par conséquent considérée comme la borne positive (nœud A). Utilisons maintenant le théorème de Millman afin de calculer la différence de potentiel entre ceux deux points :

$$\begin{cases} V_{AB} = E_1 - R_1 I_1 \\ V_{AB} = R_2 I_2 \\ V_{AB} = E_2 + R_3 I_3 \\ V_{AB} = R_4 I_4 \end{cases} \quad \text{Soit encore :} \quad \begin{cases} I_1 = \frac{E_1 - V_{AB}}{R_1} \\ I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} \\ I_3 = \frac{V_{AB} - E_2}{R_3} \\ I_4 = \frac{V_{AB}}{R_4} \end{cases}$$

En sommant ces relations il vient :

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow \frac{E_1 - V_{AB}}{R_1} = \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB} - E_2}{R_3} + \frac{V_{AB}}{R_4}$$

Or nous avons, donc :

$$\frac{E_1 - V_{AB}}{R_1} = \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} - \frac{E_2}{R_3} + \frac{V_{AB}}{R_4}$$

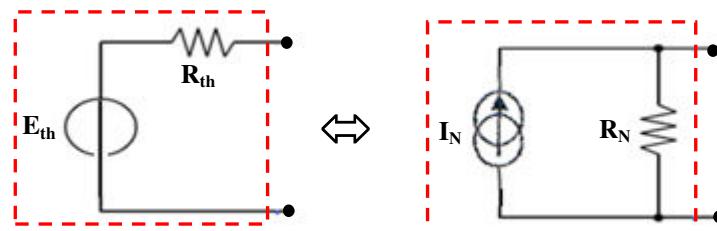
On regroupe les V_{AB} , ce qui donne :

$$V_{AB} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_3}$$

Finalement, il vient :

$$V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{\frac{10}{50} + \frac{5}{50}}{\frac{1}{50} + \frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{1}{50}} = \frac{0.3}{0.07} = 4.29 \text{ V}$$

2.2.1.g Théorème d'Équivalence Thévenin-Norton (Transformation Thévenin-Norton et vice-versa) Tout générateur de Thévenin peut être transformé en générateur de Norton (et inversement). Cette méthode permet de réaliser des transformations de schémas électriques pour pouvoir les simplifier: association de résistors en série; association de résistors en dérivation; association de sources de tensions en série; association de sources de courant en dérivation.



Il est possible de convertir un circuit de Thévenin en circuit de Norton, et ce de manière simple.

de Thévenin à Norton

Pour passer de Thévenin à Norton, on court circuite le générateur de thévenin et on écrit :

$$R_N = R_{th} ; I_N = E_{th}/R_{th}$$

de Norton à Thévenin

Pour passer de Norton à Thévenin, on met le générateur de Norton en circuit ouvert et on écrit :

$$R_{th} = R_N ; E_{th} = R_N \times I_N$$

a- Modèle équivalent de Thévenin (MET)

On cherche le M.E.T. du dipôle AB, c'est-à-dire la f.e.m. E_{th} et la résistance interne R_{th} du modèle :

- E_{th} : tension à vide V_{AB} déterminée lorsque l'intensité $I = 0$.
- R_{th} : Résistance équivalente lorsque les sources de tensions sont éteintes.

b- Modèle équivalent de Norton (MEN)

On cherche le M.E.N. du dipôle AB, c'est-à-dire la source de courant I_N et la résistance interne R_N du modèle :

- I_N : Intensité du courant mesuré en court-circuit
- R_N : Résistance équivalente lorsque les sources de courant sont éteintes.

Remarque

- la résistance équivalente n'est pas modifiée.
- la tension de Thévenin est reliée à l'intensité de Norton par une formule semblable à la loi d'Ohm.

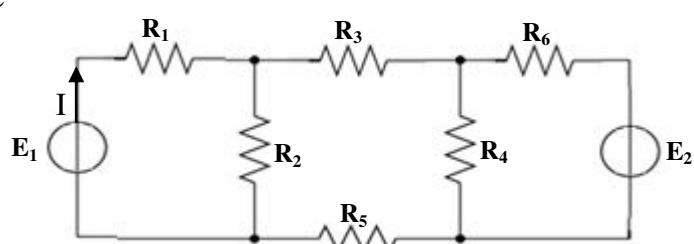
Exemple 1 :

Calculer le courant I débité par le générateur E_1 .

On donne : $E_1 = 6 \text{ V}$, $E_2 = 40 \text{ V}$,

$$R_1 = 4 \Omega, R_2 = 30 \Omega, R_3 = 6 \Omega,$$

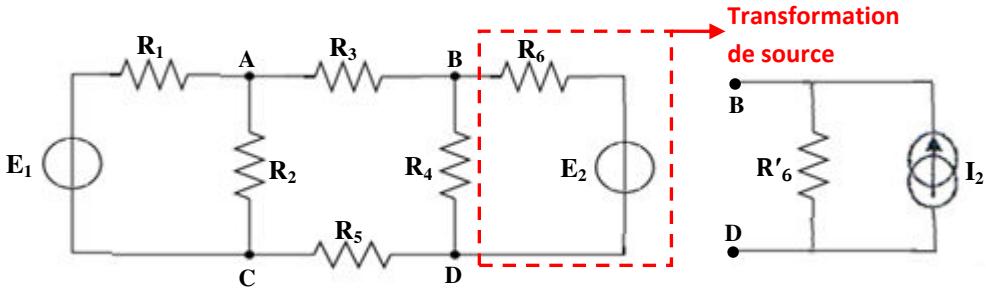
$$R_4 = 20 \Omega, R_5 = 10 \Omega, R_6 = 5 \Omega.$$



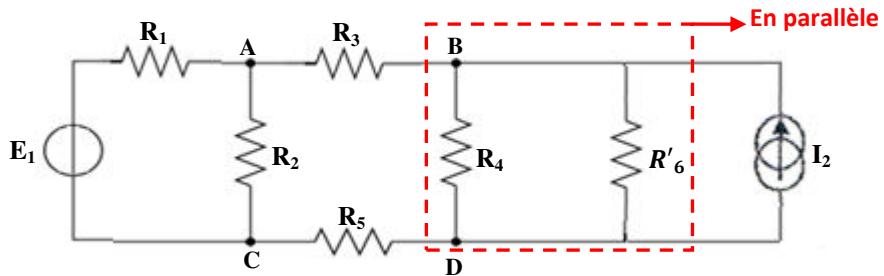
Solution :

Pour ce faire, on remplace le montage par le modèle équivalent de Thévenin ou Norton selon la nécessité, sauf la branche qui contient la source de tension E_1 qui débite le courant I . On

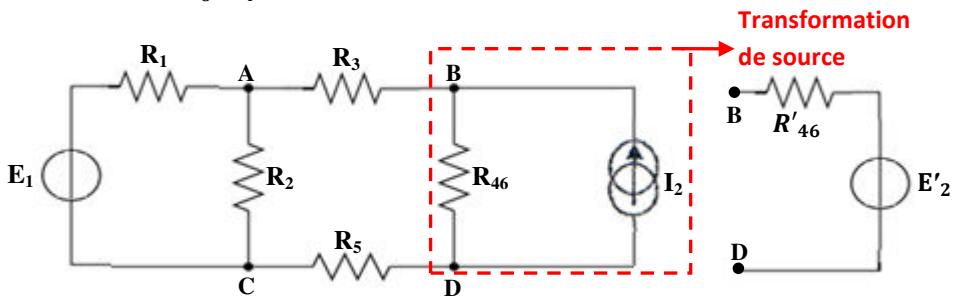
transforme la source de tension réelle (E_2 , R_2) (générateur de Thévenin) en une source de courant réelle (générateur de Norton). Ceci permettra d'avoir une résistance en parallèle avec la résistance R_4 , on obtient :



$$\text{La source de courant est donné par : } I_2 = \frac{E_2}{R_6} = \frac{40}{5} = 8 \text{ A et } R'_6 = R_6 = 5 \Omega.$$



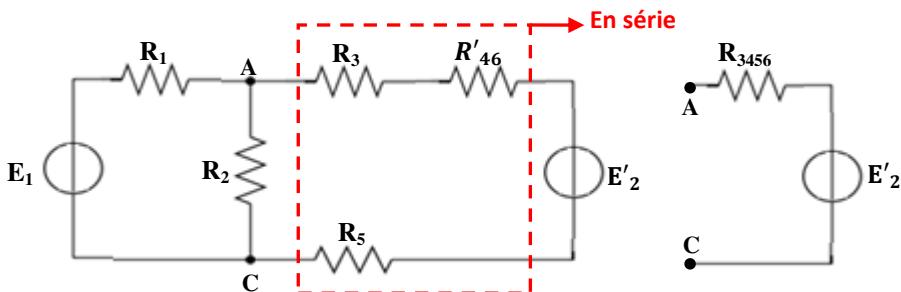
La résistance R'_6 est en parallèle avec la résistance R_4 . La résistance équivalente en parallèle est : $R_{46} = R'_6 // R_4 = \frac{R'_6 \times R_4}{R'_6 + R_4} = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4 \Omega$.



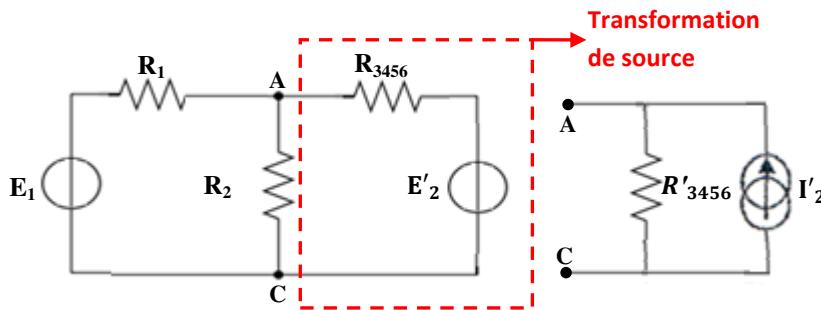
En effectuant une autre transformation de source, La source de tension aura une valeur de :

$$E'_2 = R_{46} \times I_2 = 8 \times 4 = 32 \text{ V et } R'_{46} = R_{46} = 4 \Omega.$$

Avec cette transformation, on a maintenant trois résistances en série.

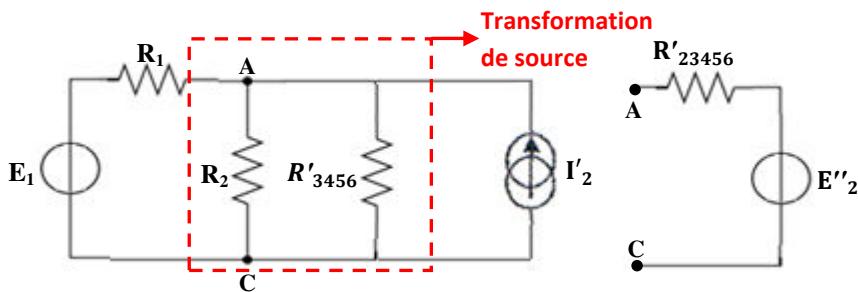


On obtient : $R_{3456} = R_3 + R'_{46} + R_5 = 6 + 4 + 10 = 20 \Omega$.



On peut effectuer une autre transformation de source : le courant de source est donné par :

$$I'2 = \frac{E'2}{R_{3456}} = \frac{32}{20} = 1.6 \text{ A} \text{ et } R'_{3456} = R_{3456} = 20 \Omega.$$



On a deux résistances en parallèle :

$$R_{23456} = R_2 // R'_{3456} = \frac{R_2 \times R'_{3456}}{R_2 + R'_{3456}} = \frac{20 \times 30}{20 + 30} = 12 \Omega$$

Puis on effectue une transformation de source, la source de tension aura une valeur de :

$$E''_2 = R_{23456} I'_2 = 1.6 \times 12 = 19.2 \text{ V et } R'_{23456} = R_{23456} = 12 \Omega$$

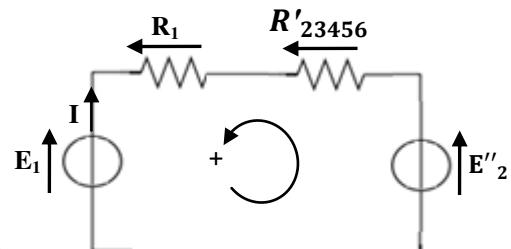
on obtient finalement :

D'après la loi de maille : $\sum V = 0 \Rightarrow$

$$-E_1 + V_{R_1} + V_{R'_{23456}} + E''_2 = 0$$

$$\Rightarrow -E_1 + R_1 I + R'_{23456} I + E''_2 = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{E_1 - E''_2}{R_1 + R'_{23456}} = \frac{6 - 19.2}{4 + 12} = \frac{-13.2}{16} = -0.825 \text{ A}$$



La valeur de courant est négative, donc son vrai sens est l'inverse du sens choisi [15].

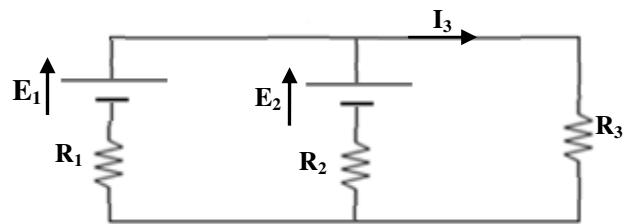
Remarque : pour simplifier les dipôles en parallèle, les mettre sous forme de schémas équivalents de Norton. Pour simplifier les dipôles en série, les mettre sous forme de schémas équivalents de Thévenin.

Exemple 2 :

1. Calculer l'intensité du courant I_3 qui traverse la résistance R_3 , en utilisant le théorème d'équivalence Thévenin-Norton.

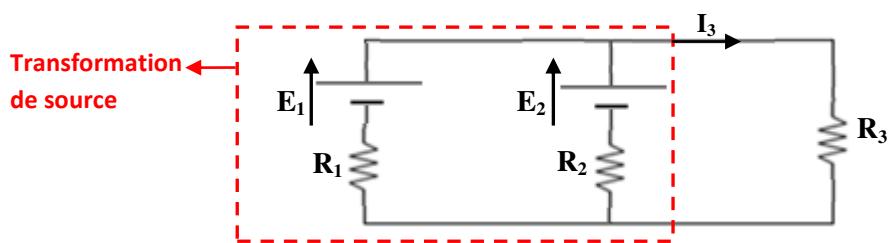
On donne : $E_1 = 6 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$,

$R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$.

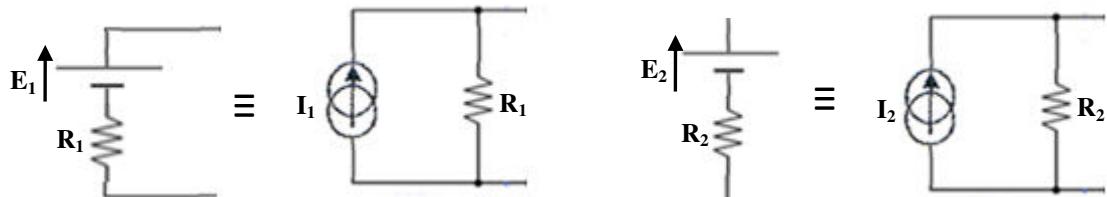


Solution :

La transformation sera toujours dans toutes les branches du circuit, sauf la branche qui contient le courant I_3



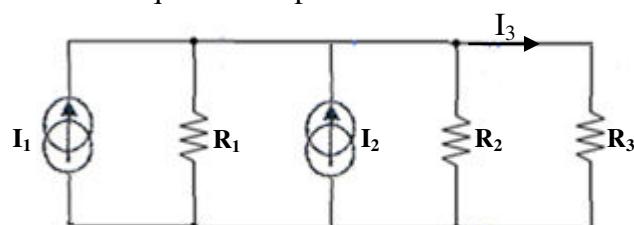
Les deux sources de tension en parallèle sont converties en une source de courant.



Ces deux sources de courant sont donnés par :

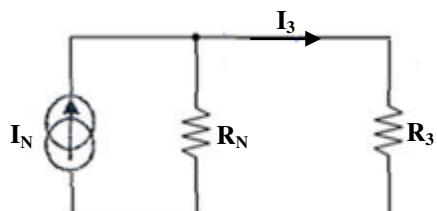
$$I_1 = \frac{6}{2} = 3 \text{ A}, \quad R_1 = 2 \Omega \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{4}{3} = 1.33 \text{ A}, \quad R_2 = 3 \Omega.$$

Afin de simplifier le circuit, les sources de courant idéales se combinent entre elles et nous combinons également résistances qui sont en parallèle.

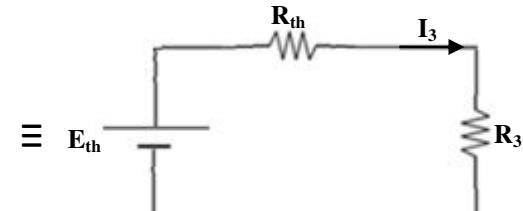


$$I_N = I_1 + I_2 = 3 + 1.33 = 4.33 \text{ A} \quad \text{et} \quad R_N = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = \frac{6}{5} = 1.2 \Omega$$

On peut maintenant calculer le courant I_3 à partir de schéma simplifié ci-dessous :



Modèle de Norton



Modèle de Thévenin

$$\begin{cases} E_{th} = R_N \times I_N = 4.33 \times 1.2 = 5.2 \text{ V} \\ R_{th} = R_N = 1.2 \Omega = 1.2 \Omega \end{cases}$$

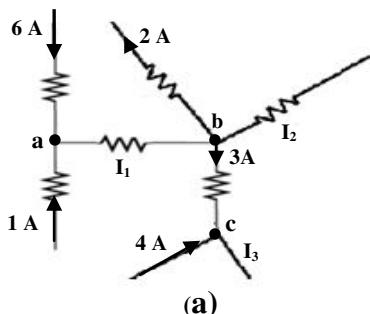
$$\text{Et finalement } I_3 = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_3} = \frac{5.2}{1.2 + 10} = 0.46 \text{ A}$$

Remarque: Il est possible de résoudre le même problème par les différentes méthodes vues précédemment toutes menant à la solution correcte.

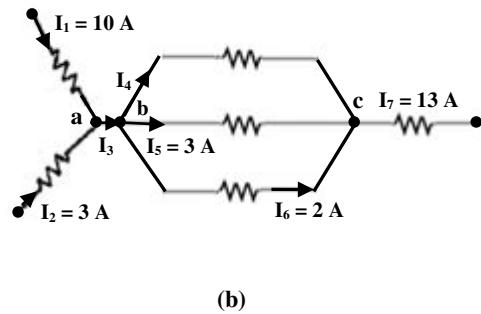
Exercices

Exercice 1 :

Déterminer la valeur et la direction du courant non définis



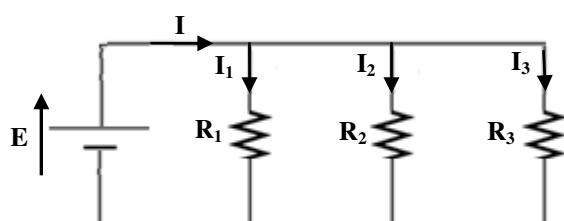
(a)



(b)

Exercice 2 : Soit le circuit suivant.

1. Déterminer R_{eq} .
2. Trouver le courant I .
3. Utiliser le diviseur de courant pour déterminer I_1 , I_2 et I_3 puis vérifier on utilisant la loi de Nœuds.



Sachant que : $E = 12 \text{ V}$, $R_1 = 24 \Omega$, $R_2 = 48 \Omega$ et $R_3 = 16 \Omega$.

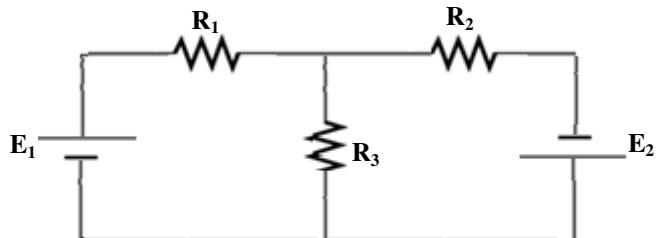
Exercice 3 : Lois de Kirchhoff.

En appliquant les lois de Kirchhoff.

Calculer les courants I_1 et I_2 .

On donne : $E_1 = 40 \text{ V}$, $E_2 = 24 \text{ V}$,

$R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$ et $R_3 = 12 \Omega$.



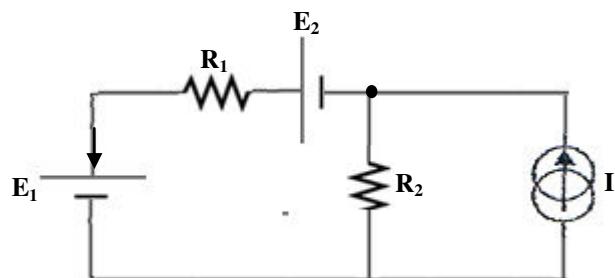
Exercice 4 :

En appliquant les lois de Kirchhoff.

Calculer les courants I_1 et I_2 .

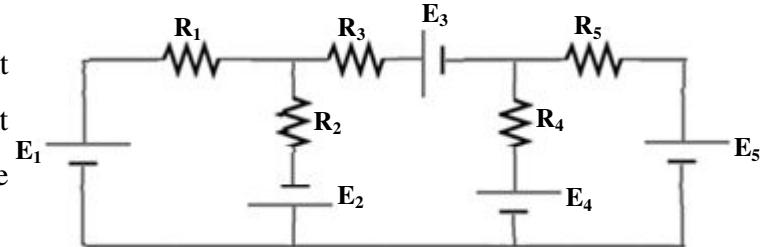
Sachant que : $E_1 = 62 \text{ V}$, $E_2 = 16 \text{ V}$,

$I = 4 \text{ A}$, $R_1 = 3 \Omega$ et $R_2 = 6 \Omega$.



Exercice 5 :

1. Calculer les courants qui circulent dans chaque branche du circuit suivant en utilisant les lois de Kirchhoff.



On donne : $E_1 = 42 \text{ V}$, $E_2 = 25 \text{ V}$,

$E_3 = 57 \text{ V}$, $E_4 = 70 \text{ V}$, $E_5 = 4 \text{ V}$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$, $R_4 = 6 \Omega$ et $R_5 = 7 \Omega$.

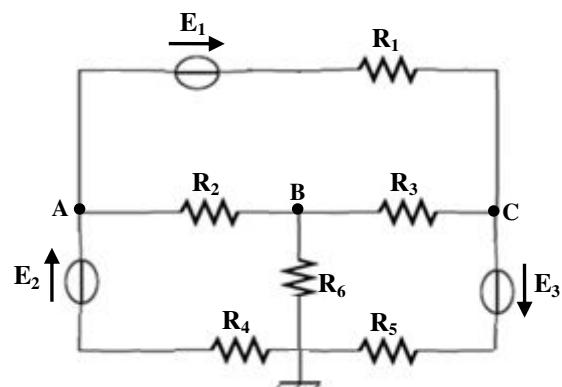
Exercice 6 : Soit le circuit suivant.

Calculer les intensités aux nœuds A, B et C en appliquant les lois de Kirchhoff.

Sachant que : $E_1 = 24 \text{ V}$, $E_2 = 48 \text{ V}$, $E_3 = 12 \text{ V}$,

$R_1 = 560 \Omega$, $R_2 = 150 \Omega$, $R_3 = 330 \Omega$, $R_4 = 100 \Omega$,

$R_5 = 470 \Omega$ et $R_6 = 820 \Omega$.

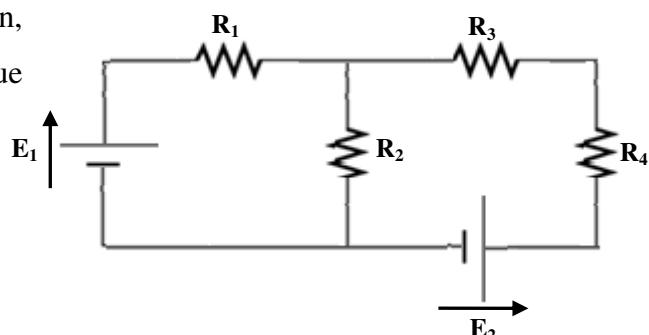


Exercice 7 : Théorème de superposition.

En utilisant le théorème de superposition, calculer le courant qui traverse chaque branche.

On donne : $E_1 = 200 \text{ V}$, $E_2 = 50 \text{ V}$,

$R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$ et $R_4 = 6 \Omega$.

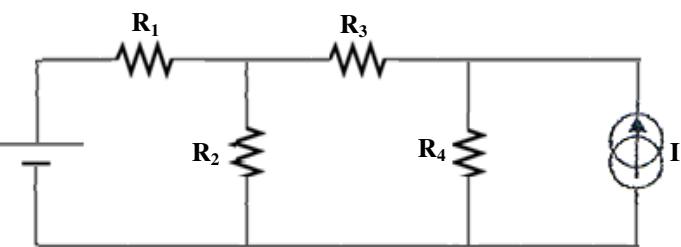


Exercice 8 :

1. Trouver les courants circulant dans chaque branche, en utilisant le théorème de Superposition.

On donne : $E = 5 \text{ V}$, $I = 2.5 \text{ A}$, $R_1 = 3 \Omega$,

$R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$ et $R_4 = 8 \Omega$.



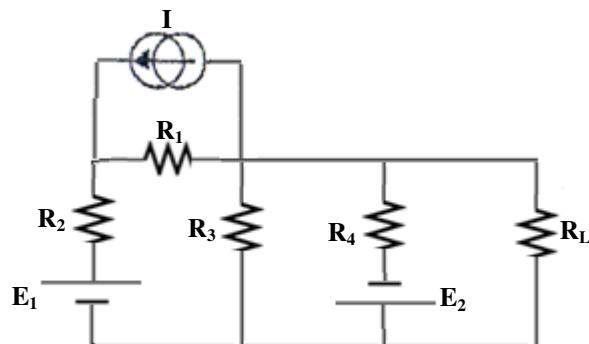
Exercice 9 : Soit le circuit suivant.

1. A l'aide du théorème de superposition, déterminer le courant qui traverse la résistance de charge R_L .

On donne : $E_1 = 24 \text{ V}$, $E_2 = 18 \text{ V}$, $I = 3.7$

A , $R_1 = 7 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 14 \Omega$, $R_4 = 3 \Omega$

et $R_L = 12 \Omega$.

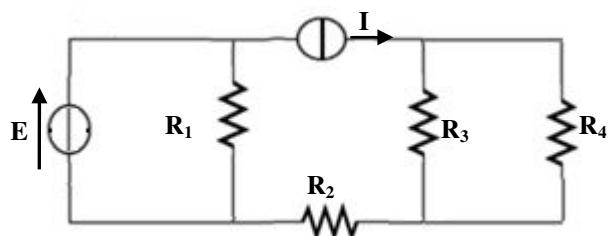


Exercice 10 : Théorème de Thévenin.

En appliquant le théorème de Thévenin, déterminer le courant circulant dans la résistance R_4 .

Sachant que ; $E = 3 \text{ V}$, $I = -1 \text{ A}$, $R_1 = 6 \Omega$,

$R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$ et $R_4 = 3 \Omega$.



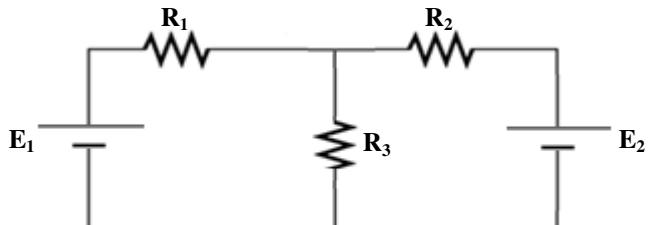
Exercice 11 : Soit le circuit suivant.

En utilisant le théorème de Thévenin.

Déterminer le courant qui traverse la résistance de 2Ω .

On donne : $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$,

$R_1 = R_2 = 1 \Omega$ et $R_3 = 2 \Omega$.

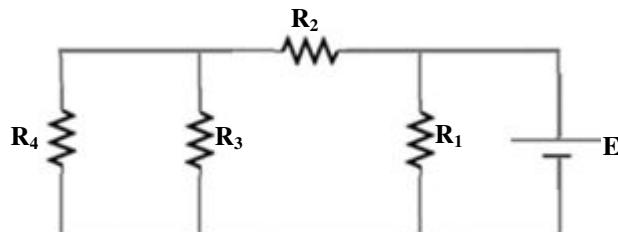


Exercice 12 : En considérant le circuit ci-dessous

Calculer l'intensité de courant dans la résistance R_2 du circuit par le théorème de Thévenin.

On donne : $E = 6 \text{ V}$, $R_1 = 8 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$,

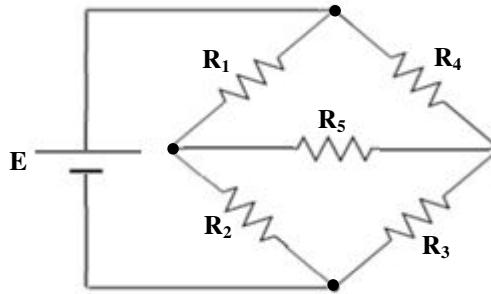
$R_3 = 15 \Omega$ et $R_4 = 5 \Omega$.



Exercice 13: On considère le pont de Wheatstone représenté ci-contre, purement résistif, alimenté par un générateur idéal de tension E .

- En utilisant le théorème de Thévenin
Déterminer le courant qui traverse la résistance R_5 .

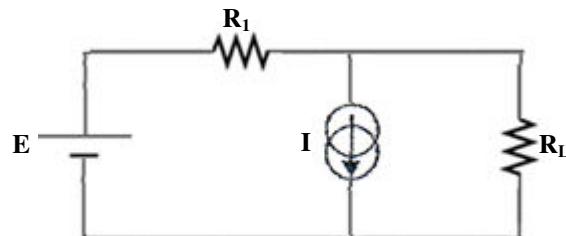
On donne : $E = 50 \text{ V}$, $R_1 = 12 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 40 \Omega$, $R_4 = 10 \Omega$ et $R_5 = 50 \Omega$.



Exercice 14 : Théorème de Norton.

Soit le circuit suivant, déterminer le courant qui traverse la résistance R_L en utilisant le théorème de Norton.

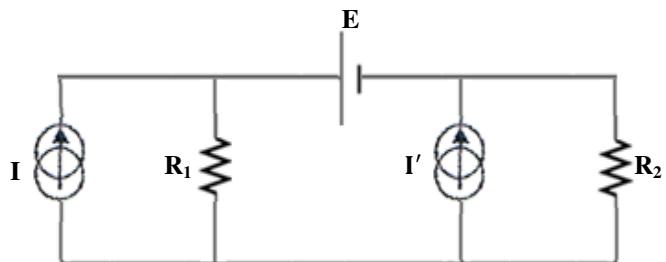
Sachant que : $E = 20 \text{ V}$, $I = 2 \text{ A}$, $R_1 = 24 \Omega$ et $R_L = 16 \Omega$.



Exercice 15 :

En utilisant le théorème de Norton.
Déterminer le courant qui traverse la résistance de 4Ω .

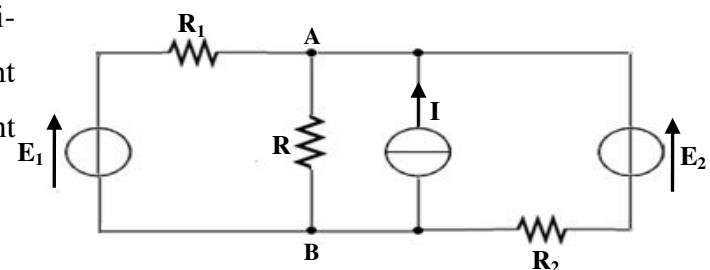
On donne: $E = 6 \text{ V}$, $I = 5 \text{ A}$, $I' = 2 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$ et $R_2 = 4 \Omega$.



Exercice 16 : Théorème de Millman.

Considérons le circuit représenté ci-contre, calculer l'intensité du courant qui traverse la résistance R en utilisant le théorème de Millman.

On donne : $I = 10 \text{ mA}$, $E_1 = 2 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $R_1 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 500 \Omega$.

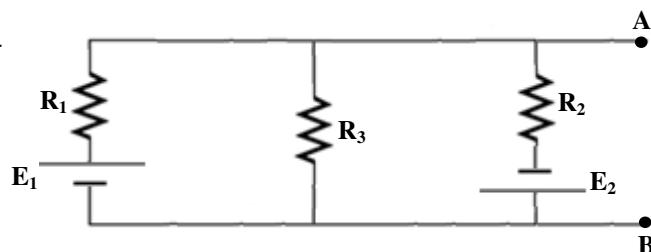


Exercice 17 : On considère le circuit électrique donné par le schéma ci-contre:

- Calculer le potentiel au point A.

On donne : $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$,

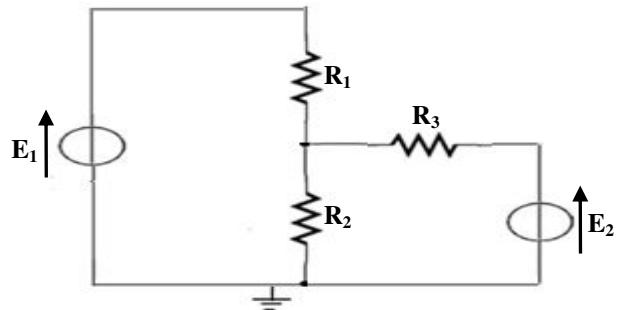
$R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$ et $R_3 = 3 \Omega$.



Exercice 18 : Soit le circuit suivant.

En utilisant le théorème de Millman, calculer l'intensité du courant dans la résistance R_2 .

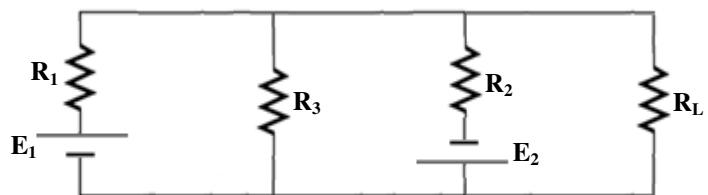
On donne : $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 30 \text{ V}$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 3.3 \text{ k}\Omega$ et $R_3 = 1.2 \text{ k}\Omega$.



Exercice 19 : La transformation Thevenin-Norton.

Calculer le courant circulant dans la résistance R_L . En appliquant la transformation Thevenin-Norton.

Sachant que : $E_1 = 24 \text{ V}$, $E_2 = 18 \text{ V}$,

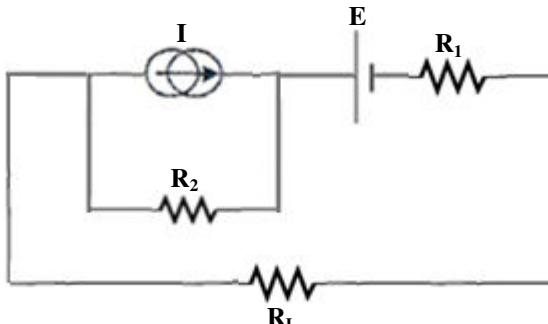


$R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 14 \Omega$ et

$R_L = 12 \Omega$.

Exercice 20 :

Déterminer, pour le circuit ci-contre, l'intensité de courant qui traverse la résistance R_L en appliquant le théorème de Thevenin et puis la transformation Thevenin-Norton et déduire la tension à ses bornes.

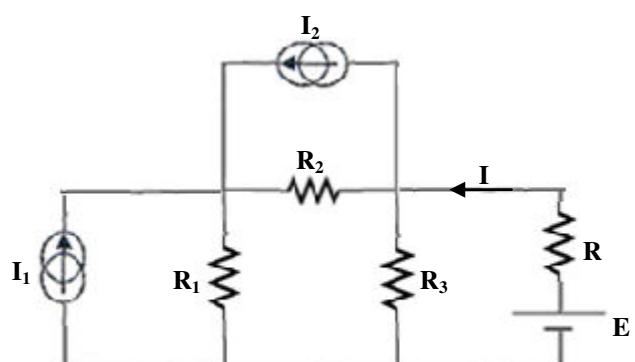


On donne : $E = 120 \text{ V}$, $I = 8 \text{ A}$, $R_1 = 30 \Omega$ et $R_2 = 10 \Omega$.

Exercice 21 :

Déterminer le courant I dans la résistance R du circuit ci-contre, en n'utilisant que la technique de la transformation Thévenin-Norton.

On donne : $I_1 = 2 \text{ mA}$, $I_2 = 12 \text{ mA}$, $E = 6 \text{ V}$, $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ et $R = 4 \text{ k}\Omega$.



Chapitre 3 : Les quadripôles électriques

1. Définition

Un quadripôle (en anglais Two port) est un réseau (boîte noire) qui comporte 4 bornes de liaisons avec les circuits extérieurs. Les échanges avec l'extérieur se font au travers de deux bornes utilisées comme **bornes d'entrée** et vers deux autres bornes utilisées comme **bornes de sortie**.



Figure 3.1- Symbole d'un quadripôle.

I_1 et V_1 désignent les grandeurs d'entrée.

I_2 et V_2 désignent les grandeurs de sortie [16].

Par convention, on donne le sens positif aux courants qui pénètrent dans le quadripôle.

Remarque : Si dans un quadripôle une borne d'entrée est liée à une borne de sortie ce dernier est dit tripôle électrique (un transistor par exemple).

2. Différents types de Quadripôles

2.1 Quadripôles actifs : ce sont des quadripôles qui comportent des sources contrôlées par des grandeurs internes.

2.2 Quadripôles passifs : ce sont des quadripôles qui ne comportent aucune source. Un quadripôle linéaire et passif est réciproque [17].

3. Représentation matricielle d'un quadripôle

Il existe quatre représentations matricielles différentes pour relier l'entrée et la sortie.

3.1 Matrice impédance [Z]

Le schéma de ce quadripôle équivalent est donné à la figure suivante :

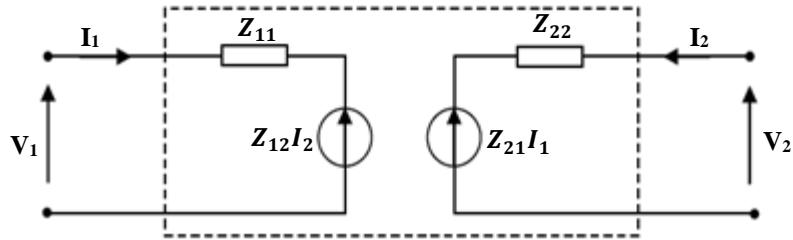


Figure 3.2- Schéma équivalent d'un quadripôle en paramètres Z.

Les équations caractéristiques de ce quadripôle peuvent se mettre sous la forme:

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

Ou encore sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

[Z] est la matrice impédance du quadripôle. Les éléments de cette matrice s'appellent les paramètres Z en circuit ouvert ($I_1=0$ ou $I_2=0$). Ils se définissent comme suit:

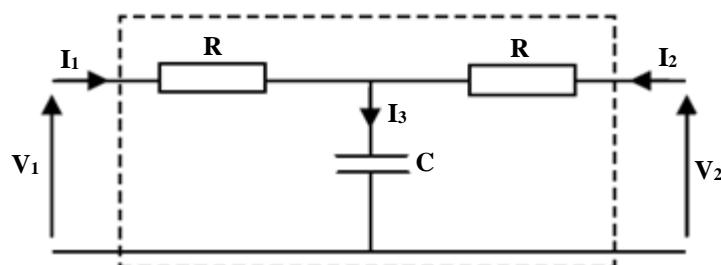
$$\text{Impédance d'entrée : } Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$\text{Impédance de transfert inverse: } Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$\text{Impédance de transfert direct: } Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$\text{Impédance de sortie : } Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

Exemple : Trouver les paramètres Z du quadripôle suivant.



Méthode (1) : la loi de maille

Maille (1): $V_1 - Z_R I_1 - Z_C I_3 = 0 \Rightarrow V_1 - RI_1 - \frac{1}{jCW} I_3 = 0 \Rightarrow V_1 - RI_1 - \frac{1}{jCW} (I_1 + I_2) = 0 \Rightarrow V_1 = RI_1 + \frac{1}{jCW} (I_1 + I_2) = \left(R - j \frac{1}{CW}\right) I_1 - j \frac{1}{CW} I_2$

Maille (2): $V_2 - Z_R I_2 - Z_C I_3 = 0 \Rightarrow V_2 - RI_2 - \frac{1}{jCW} I_3 = 0 \Rightarrow V_2 - RI_2 - \frac{1}{jCW} (I_1 + I_2) = 0 \Rightarrow V_2 = RI_2 + \frac{1}{jCW} (I_1 + I_2) = -j \frac{1}{CW} I_1 + \left(R - j \frac{1}{CW}\right) I_2$

Donc obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} V_1 = \left(R - j \frac{1}{CW}\right) I_1 - j \frac{1}{CW} I_2 \\ V_2 = -j \frac{1}{CW} I_1 + \left(R - j \frac{1}{CW}\right) I_2 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$

En identifiant les termes, on obtient :

$$Z_{11} = \left(R - j \frac{1}{CW}\right), Z_{12} = -j \frac{1}{CW}, Z_{21} = -j \frac{1}{CW} \text{ et } Z_{22} = \left(R - j \frac{1}{CW}\right)$$

Méthode (2) : paramètres impédance Z

□ Impédance d'entrée : $Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0}$

Si la sortie est en circuit ouvert ($I_2 = 0$), alors: $I_1 = I_3$.

Il résulte que: $V_1 = \left(R + \frac{1}{jCW}\right) I_1 \rightarrow Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = R + \frac{1}{jCW} = R - j \frac{1}{CW}$

□ Impédance de transfert

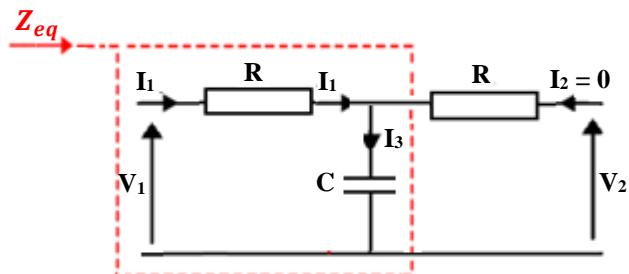
direct: $Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$

$$I_2 = 0 \rightarrow I_1 = I_3$$

$$\Rightarrow V_2 = RI_2 + \frac{1}{jCW} I_3 = \frac{1}{jCW} I_3 = \frac{1}{jCW} I_1$$

$$\Rightarrow Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = \frac{1}{jCW}$$

$$= -j \frac{1}{CW}$$



□ Impédance de sortie: $Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0}$

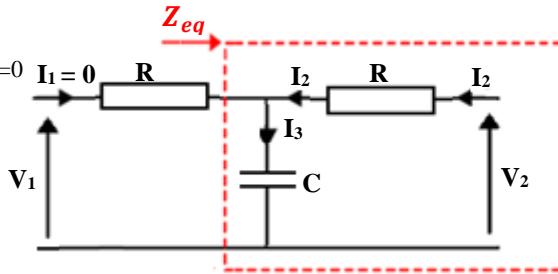
Si l'entrée est en circuit ouvert ($I_1 = 0$), alors: $I_2 = I_3$.

On peut alors écrire : $V_2 = \left(R + \frac{1}{jCW}\right) I_2 \rightarrow Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = R + \frac{1}{jCW} = R - j \frac{1}{CW}$

□ Impédance de transfert inverse : $Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0}$

$$I_1 = 0 \rightarrow I_2 = I_3 \rightarrow V_1 = RI_1 + \frac{1}{jCW}I_3$$

$$= \frac{1}{jCW}I_2 \rightarrow Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = \frac{1}{jCW} = -j\frac{1}{CW}$$



Remarque : un quadripôle est dit réciproque si les termes de la seconde diagonale sont égaux $Z_{12} = Z_{21}$. On dit également que le quadripôle est symétrique si les termes de la première diagonale sont égaux : $Z_{11} = Z_{22}$.

3.2 Matrice admittance [Y]

Le schéma de ce quadripôle équivalent est donné à la figure ci-dessous.

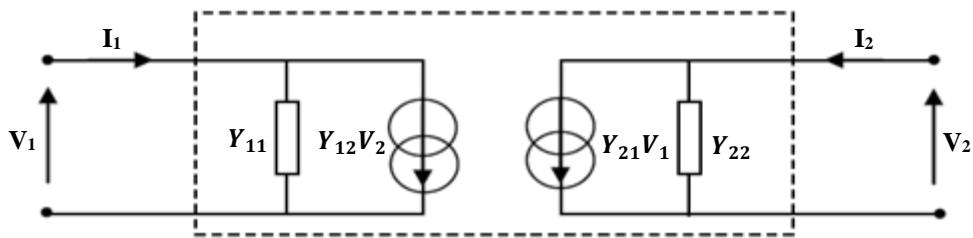


Figure 3.3- Schéma équivalent d'un quadripôle en paramètres Y.

Les équations caractéristiques de ce quadripôle peuvent se mettre sous la forme:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases}$$

Ou encore sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

[Y] est la matrice admittance du quadripôle. Les éléments de cette matrice s'appellent les paramètres Y en court-circuit ($V_1 = 0$ ou $V_2 = 0$). Ils se définissent comme suit : Admittance d'entrée : $Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0}$

Admittance de transfert inverse : $Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=0}$

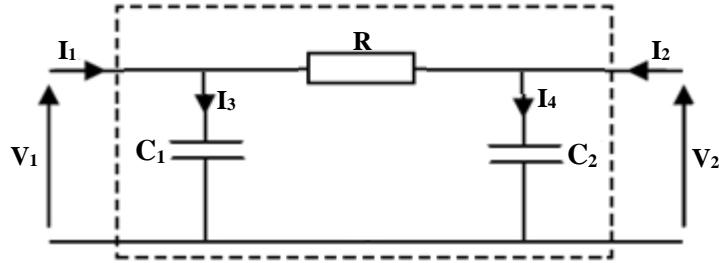
Admittance de transfert direct : $Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0}$

Admittance de sortie : $Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=0}$

La matrice [Y] est l'inverse de la matrice [Z]: $[Y] = [Z]^{-1}$.

Exemple :

Trouver les paramètres Y du quadripôle π suivant.



Méthode (1) : la loi de maille

$$\text{Maille (1)} : I_1 = I_3 + i \Rightarrow I_1 = Y_{C1}V_1 + Y_R(V_1 - V_2) \Rightarrow I_1 = (Y_{C1} + Y_R)V_1 - Y_RV_2$$

$$\Rightarrow I_1 = \left(\frac{1}{R} + jC_1W\right)V_1 - \frac{1}{R}V_2 = \left(\frac{jRC_1W+1}{R}\right)V_1 - \frac{1}{R}V_2$$

$$\text{Maille (2)} : I_2 = I_4 - i \Rightarrow I_2 = Y_{C2}V_2 - Y_R(V_1 - V_2) \Rightarrow I_2 = -Y_RV_1 + (Y_{C2} + Y_R)V_2$$

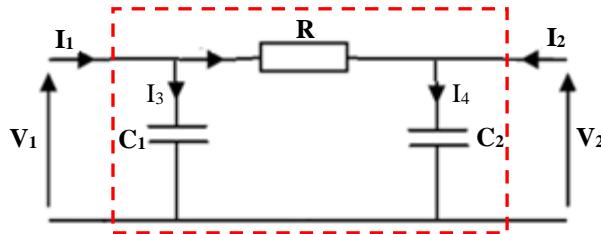
$$\Rightarrow I_2 = -\frac{1}{R}V_1 + \left(\frac{1}{R} + jC_2W\right)V_2 = -\frac{1}{R}V_1 + \left(\frac{jRC_2W+1}{R}\right)V_2$$

Donc obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} I_1 = \left(\frac{jRC_1W+1}{R}\right)V_1 - \frac{1}{R}V_2 \\ I_2 = -\frac{1}{R}V_1 + \left(\frac{jRC_2W+1}{R}\right)V_2 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases}$$

En identifiant les termes, on obtient :

$$Y_{11} = \left(\frac{jRC_1W+1}{R}\right), Y_{12} = -\frac{1}{R}, Y_{21} = -\frac{1}{R} \text{ et } Y_{22} = \left(\frac{jRC_2W+1}{R}\right)$$



Méthode (2) : paramètres admittance Y

$$\square \text{ Admittance d'entrée : } Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

Si la sortie est en court-circuit ($V_2 = 0$), alors: C_2 est en courte circuit et R est en parallèle avec C_1 . La loi d'Ohm permet d'écrire :

$$V_1 = (Z_R // Z_{C1})I_1 \rightarrow Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{Z_R // Z_{C1}} = \frac{jRC_1W+1}{R} \quad \text{Avec : } Z_{C1} = \frac{1}{jC_1W} \text{ et } Z_{C1} = R$$

$$\text{Ou bien } I_1 = (Y_R + Y_{C1})V_1 = \left(\frac{1}{R} + jC_1W\right)V_1 = \frac{jRC_1W+1}{R} \rightarrow Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{jRC_1W+1}{R}$$

$$\square \text{ Admittance de transfert direct : } Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

Dans ce cas, C_1 est en parallèle avec R , ce qui permet d'appliquer le théorème du pont diviseur

$$\text{de courant : } I_2 = -\frac{Z_{C1}}{Z_{C1}+Z_R} I_1 = -\frac{\frac{1}{jC_1W}}{\frac{1}{jC_1W}+R} I_1 = -\frac{1}{jRC_1W+1} I_1$$

La relation qui relie la tension V_1 au courant I_1 est donnée par la loi d'Ohm : $V_1 = Z_{eq}I_1$

$$\text{Avec : } Z_{eq} = Z_R // Z_{C1} = \frac{R}{jRC_1W+1},$$

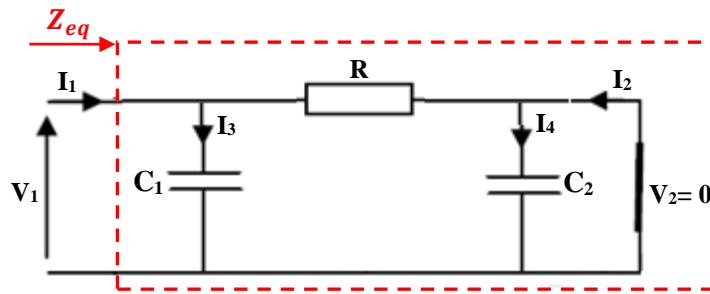
$$\text{On obtient alors : } I_2 = -\frac{1}{jRC_1W+1} \frac{V_1}{Z_{eq}} = -\frac{1}{jRC_1W+1} \cdot \frac{jRC_1W+1}{R} V_1 \rightarrow Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} = -\frac{1}{R}$$

- On peut obtenir le paramètre Y_{21} en utilisant l'admittance ou lieu d'impédance on a alors : Le condensateur de capacité C_1 et en parallèle avec la résistance R , ce qui permet d'appliquer le théorème du pont diviseur de courant :

$$I_2 = -\frac{Y_R}{Y_R+Y_{C1}} I_1 = -\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R}+jC_1W} I_1 = -\frac{\frac{1}{R}}{\frac{jRC_1W+1}{R}} = -\frac{1}{jRC_1W+1}$$

$$\text{et la tension } V_1 \text{ est donnée par : } Y_{eq} = Y_R + Y_{C1} = \frac{1}{R} + jC_1W = \frac{jRC_1W+1}{R} = \frac{1}{Z_{eq}}$$

$$\text{On obtient alors : } I_2 = -\frac{1}{jRC_1W+1} Y_{eq} V_1 = -\frac{1}{jRC_1W+1} \cdot \frac{jRC_1W+1}{R} V_1 \rightarrow Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} = -\frac{1}{R}$$



$$\square \text{ Admittance de sortie : } Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

Si l'entrée est en court-circuit ($V_1 = 0$), alors: C_2 et R sont en parallèle. La loi d'Ohm permet

$$\text{d'écrire : } V_2 = (Z_R // Z_{C2}) I_2 \rightarrow Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{Z_R // Z_{C2}} = \frac{jRC_2W+1}{R}$$

$$\text{Ou bien } I_2 = (Y_R + Y_{C2}) V_2 = \left(\frac{1}{R} + jC_2W \right) V_2 = \frac{jRC_2W+1}{R} \rightarrow Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{jRC_2W+1}{R}$$

$$\square \text{ Admittance de transfert inverse : } Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

La relation qui relie la tension V_2 au courant I_2 est donnée par la loi d'Ohm : $V_2 = Z_{eq}I_2$

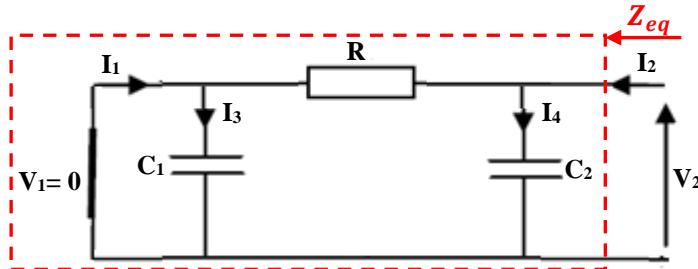
$$\text{Avec : } Z_{eq} = Z_R // Z_{C2} = \frac{R}{jRC_2W+1} \text{ ou bien } Y_{eq} = Y_R + Y_{C2} = \frac{jRC_2W+1}{R}$$

$$\text{On obtient alors : } I_1 = -\frac{Z_{C2}}{Z_{C2}+Z_R} I_2 = -\frac{Z_{C2}}{Z_{C2}+Z_R} \frac{V_2}{Z_{eq}} = -\frac{1}{jRC_2W+1} \frac{1}{R//Z_{C2}} V_2$$

$$\rightarrow Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} = -\frac{1}{jRC_2W+1} \cdot \frac{jRC_2W+1}{R} = -\frac{1}{R}$$

Ou bien : $I_1 = -\frac{Y_R}{Y_R+Y_{C2}} I_2 = -\frac{Y_R}{Y_R+Y_{C2}} Y_{eq} V_2 = -\frac{1}{jRC_2W+1} \frac{jRC_2W+1}{R} V_2$

$$\rightarrow Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} = -\frac{1}{jRC_2W+1} \cdot \frac{jRC_2W+1}{R} = -\frac{1}{R}$$



3.3 Matrice hybride [H]

Dans ce cas, nous exprimons V_1 et I_2 en fonction de I_1 et V_2 ce qui donne :

$$\begin{cases} V_1 = H_{11}I_1 + H_{12}V_2 \\ I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}V_2 \end{cases}$$

Ou encore sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

H_{11} , H_{12} , H_{21} et H_{22} sont les paramètres hybrides de la matrice hybride [H], avec:

Impédance d'entrée : $H_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}$

Rapport de transfert inverse : $H_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0}$

L'amplification en courant : $H_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$

Admittance de sortie : $H_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$

Le schéma de ce quadripôle équivalent est donné à la figure suivante :

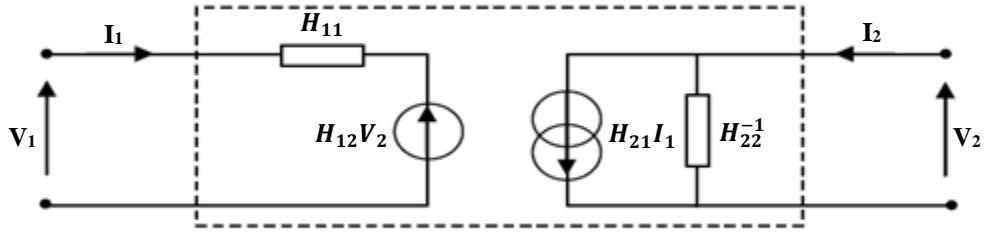
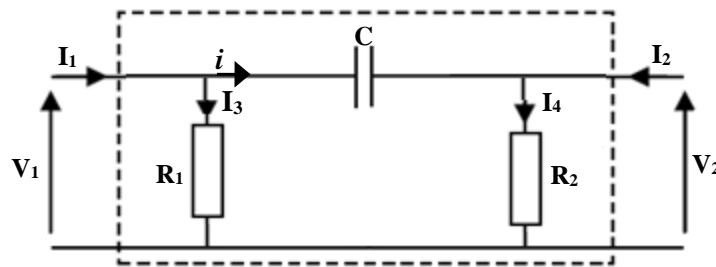


Figure 3.4- Schéma équivalent d'un quadripôle en paramètres H.

Exemple : Trouver les paramètres h du quadripôle π suivant.



Méthode (1) : la loi de maille

$$\text{Maille(1)} : \quad V_1 = Z_{R1} \cdot I_3 = Z_{R1} \cdot (I_1 - i) = Z_{R1} \left(I_1 - \left(\frac{V_1 - V_2}{Z_C} \right) \right) = Z_{R1} \cdot I_1 - \frac{Z_{R1}}{Z_C} V_1 + \frac{Z_{R1}}{Z_C} V_2$$

$$\Rightarrow V_1 \left(1 + \frac{Z_{R1}}{Z_C} \right) = Z_{R1} \cdot I_1 + \frac{Z_{R1}}{Z_C} V_2 \Rightarrow V_1 \left(\frac{Z_{R1} + Z_C}{Z_C} \right) = Z_{R1} \cdot I_1 + \frac{Z_{R1}}{Z_C} V_2$$

$$\text{Ce qui donne : } V_1 = \frac{Z_{R1} Z_C}{Z_{R1} + Z_C} I_1 + \frac{Z_C}{R_1 + Z_C} \cdot \frac{Z_{R1}}{Z_C} V_2 = \frac{Z_{R1} Z_C}{Z_{R1} + Z_C} I_1 + \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} V_2$$

$$\text{Ou bien : } V_1 = \frac{\frac{R_1}{jC\omega}}{R_1 + \frac{1}{jC\omega}} I_1 + \frac{\frac{R_1}{jC\omega}}{R_1 + \frac{1}{jC\omega}} V_2$$

$$\text{Maille (2)} : I_2 = I_4 - i = \frac{V_2}{Z_{R2}} - \left(\frac{V_1 - V_2}{Z_C} \right) = \frac{V_2}{Z_{R2}} - \frac{V_1}{Z_C} + \frac{V_2}{Z_C} = V_2 \left(\frac{Z_{R2} + Z_C}{Z_{R2} Z_C} \right) - \frac{V_1}{Z_C}$$

$$\Rightarrow I_2 = V_2 \left(\frac{Z_{R2} + Z_C}{Z_{R2} Z_C} \right) - \left(\frac{1}{Z_C} \frac{Z_{R1} Z_C}{Z_{R1} + Z_C} I_1 + \frac{1}{Z_C} \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} V_2 \right) = V_2 \left(\frac{Z_{R2} + Z_C}{Z_{R2} Z_C} - \frac{1}{Z_C} \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} \right) - \frac{1}{Z_C} \frac{Z_{R1} Z_C}{Z_{R1} + Z_C} I_1$$

$$\Rightarrow I_2 = \left(\frac{(Z_{R2} + Z_C) Z_C (Z_{R1} + Z_C) - Z_{R1} Z_{R2} Z_C}{Z_{R2} Z_C^2 (Z_{R1} + Z_C)} \right) V_2 - \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} I_1$$

$$= \left(\frac{(Z_{R2} Z_C + Z_C^2)(Z_{R1} + Z_C) - Z_{R1} Z_{R2} Z_C}{Z_{R2} Z_C^2 (Z_{R1} + Z_C)} \right) V_2 - \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} I_1 =$$

$$\left(\frac{Z_{R2} Z_C Z_{R1} + Z_{R1} Z_C^2 + Z_{R2} Z_C^2 + Z_C^3 - Z_{R1} Z_{R2} Z_C}{Z_{R2} Z_C^2 (Z_{R1} + Z_C)} \right) V_2 - \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} I_1$$

$$\Rightarrow I_2 = \left(\frac{Z_C^2 (Z_{R1} + Z_{R2} + Z_C)}{Z_{R2} Z_C^2 (Z_{R1} + Z_C)} \right) V_2 - \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} I_1 \text{ donc, la formule devient :}$$

$$I_2 = \left(\frac{Z_{R1} + Z_{R2} + Z_C}{Z_{R2} (Z_{R1} + Z_C)} \right) V_2 - \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} I_1 = \left(\frac{R_1 + R_2 + \frac{1}{jC\omega}}{R_2 (R_1 + \frac{1}{jC\omega})} \right) V_2 - \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{jC\omega}} I_1$$

Méthode (2) : Paramètres hybrides

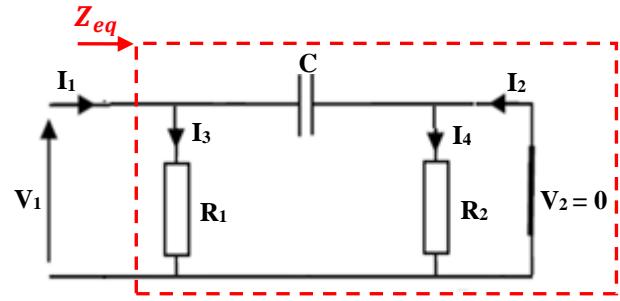
□ Impédance d'entrée : $H_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{V_2=0}$

Si la sortie est en court-circuit ($V_2 = 0$), alors: R_2 est en courte circuit et C est en parallèle avec R_1 . La loi d'Ohm permet d'écrire : $V_1 = zeq \cdot I_1 = (Z_{R1}/Z_C)I_1$

$$\rightarrow H_{11} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{R1}/Z_C = \frac{\frac{1}{jCW}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{jCW}} \text{ Avec : } Z_C = \frac{1}{jCW} \text{ et } Z_{R1} = R_1$$

□ L'amplification en courant : $H_{21} = \frac{I_2}{I_1} \Big|_{V_2=0}$

Dans ce cas, R_1 est en parallèle avec C , ce qui permet d'appliquer le théorème du pont diviseur de courant : $I_2 = -\frac{Z_{R1}}{Z_{R1}+Z_C}I_1 = \frac{R_1}{R_1+\frac{1}{jCW}}I_1$



Ou bien : $I_2 = -\frac{Y_C}{Y_{R1}+Y_C}I_1 = \frac{\frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_C}}I_1 = \frac{jCW}{\frac{1}{R_1} + jCW}I_1 = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{jCW}}I_1 \text{ avec : } Y_C = jCW, Y_{R1} = \frac{1}{R_1}$

$$\rightarrow H_{11} = \frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{R1}}{Z_{R1}+Z_C} = -\frac{R_1}{R_1+\frac{1}{jCW}}$$

□ Admittance de sortie : $H_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{I_1=0}$

Si l'entrée est en circuit ouvert ($I_1 = 0$), alors: $I_3 = i$, dans ce cas, R_1 et en série avec C ,

On peut alors écrire : $V_2 = ((Z_{R1} + Z_C)/Z_{R2})I_2 = \left(\frac{(Z_{R1} + Z_C)Z_{R2}}{Z_{R1} + Z_{R2} + Z_C}\right)I_2$

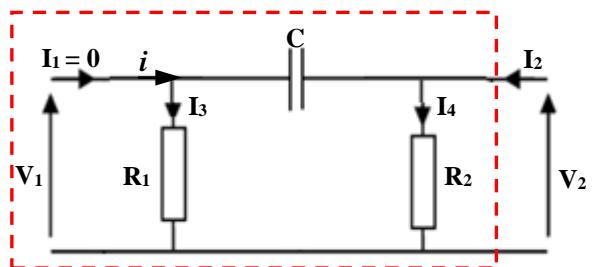
$$\rightarrow H_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{\frac{(Z_{R1} + Z_C)Z_{R2}}{Z_{R1} + Z_{R2} + Z_C}} = \frac{Z_{R1} + Z_{R2} + Z_C}{(Z_{R1} + Z_C)Z_{R2}}$$

□ Rapport de transfert inverse : $H_{12} = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_1=0}$

Si l'entrée est en circuit ouvert ($I_1 = 0$), alors:

$I_3 = i$. On peu appliquer le théorème du pont diviseur de tension : $V_1 = \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C}V_2$ ce qui

donne : $h_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_C} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{jCW}}$



3.4 – Matrice de transfert [T]

On exprime les grandeurs d'entrée en fonction des grandeurs de sortie :

$$\begin{cases} V_1 = T_{11}V_2 - T_{12}I_2 \\ I_1 = T_{21}V_2 - T_{22}I_2 \end{cases}$$

Ou encore sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

T_{11} est l'amplification en tension.

T_{22} est l'amplification en courant.

T_{12} est une impédance et T_{21} une admittance.

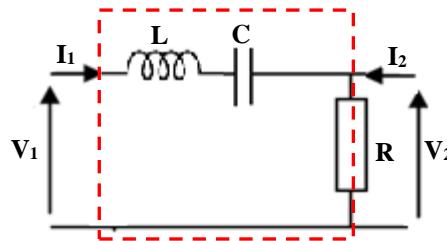
Les relations sont conservées si on échange les grandeurs d'entrée et de sortie :

$$\begin{cases} V_2 = T_{11}V_1 - T_{12}I_1 \\ I_2 = T_{21}V_1 - T_{22}I_1 \end{cases}$$

Ou encore sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

Exemple : Trouver les paramètres T du quadripôle suivant.



Méthode (1) : la loi de maille

$$\text{Maille (1)} : V_1 - (Z_c + Z_L)I_1 - V_2 = 0 \Rightarrow V_2 = V_1 - \left(Lw - j \frac{1}{CW} \right) I_1 \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{Maille (2)} : I_2 = I_3 - I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{V_2}{R} - I_1 \dots \dots \dots (2)$$

Si on remplace l'Equation (1) dans l'Equation (2) on obtient :

$$\begin{aligned} I_2 = \frac{V_2}{R} - I_1 &= \frac{V_1 - \left(Lw - j \frac{1}{CW} \right) I_1}{R} - I_1 = \frac{V_1}{R} - \frac{\left(Lw - j \frac{1}{CW} \right) I_1}{R} - I_1 = \frac{V_1}{R} - \left(\frac{\left(Lw - j \frac{1}{CW} \right)}{R} + 1 \right) I_1 \\ &= \frac{V_1}{R} - \left(\frac{R + \left(Lw - j \frac{1}{CW} \right)}{R} \right) I_1 \end{aligned}$$

Donc obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} V_2 = V_1 - \left(Lw - j \frac{1}{CW} \right) I_1 \\ I_2 = \frac{V_1}{R} - \left(\frac{R + \left(Lw - j \frac{1}{CW} \right)}{R} \right) I_1 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} V_2 = T_{11}V_1 - T_{12}I_1 \\ I_2 = T_{21}V_1 - T_{22}I_1 \end{cases}$$

En identifiant les termes, on obtient :

$$T_{11} = 1, T_{12} = \left(Lw - j \frac{1}{CW} \right), T_{21} = \frac{1}{R} \text{ et } T_{22} = \frac{R + \left(Lw - j \frac{1}{CW} \right)}{R}$$

Méthode (2) : Paramètres transfert T

□ L'amplification en tension : $T_{11} = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_1=0}$

Si la sortie est en circuit ouvert ($I_1 = 0$), alors: $I_2 = I_3$.

On obtient : $V_1 = V_2 = R \cdot I_2 \rightarrow T_{11} = \frac{V_2}{V_1} = 1$

□ Admittance : $T_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{I_1=0}$

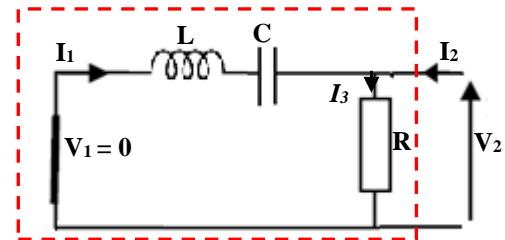
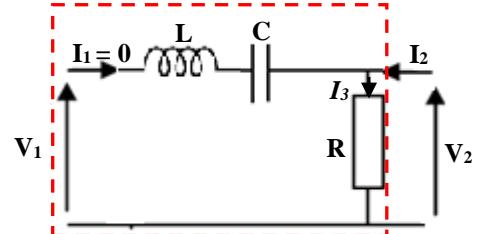
Si l'entrée est en circuit ouvert ($I_1 = 0$), alors: $I_2 = I_3$.

On peut alors écrire : $V_1 = V_2 = Z_R \cdot I_2 = R \cdot I_2 \rightarrow$

$$T_{21} = \frac{I_2}{V_1} = \frac{1}{R}$$

□ Impédance: $T_{12} = -\frac{V_2}{I_1} \Big|_{V_1=0}$

Si l'entrée est en court-circuit ($V_1 = 0$), dans ce cas, l'ensemble formé par le condensateur C et la bobine L en série est en parallèle avec R, ce qui permet d'appliquer le théorème du pont diviseur de courant :



$$I_1 = -\frac{Z_R}{Z_R + (Z_C + Z_L)} I_2 = -\frac{R}{R + j(Lw - \frac{1}{Cw})} I_2 \text{ et } V_2 = Z_{eq} I_2 = (Z_R // (Z_C + Z_L)) I_2 =$$

$$\left(\frac{j(Lw - \frac{1}{Cw}) \times R}{R + j(Lw - \frac{1}{Cw})} \right) I_2 = \left(\frac{j(Lw - \frac{1}{Cw}) \times R}{R + j(Lw - \frac{1}{Cw})} \right) \left(-\frac{R + j(Lw - \frac{1}{Cw})}{R} I_1 \right)$$

$$\rightarrow T_{12} = -\frac{V_2}{I_1} = j \left(Lw - \frac{1}{Cw} \right)$$

□ L'amplification en courant : $T_{22} = -\frac{I_2}{I_1} \Big|_{V_1=0}$

Si l'entrée est en court-circuit ($V_1 = 0$), alors :

$$I_1 = -\frac{Z_R}{Z_R + (Z_C + Z_L)} I_2 = -\frac{R}{R + j(Lw - \frac{1}{Cw})} I_2 \rightarrow T_{22} = -\frac{I_2}{I_1} = \frac{R + j(Lw - \frac{1}{Cw})}{R}$$

4 Association de quadripôles

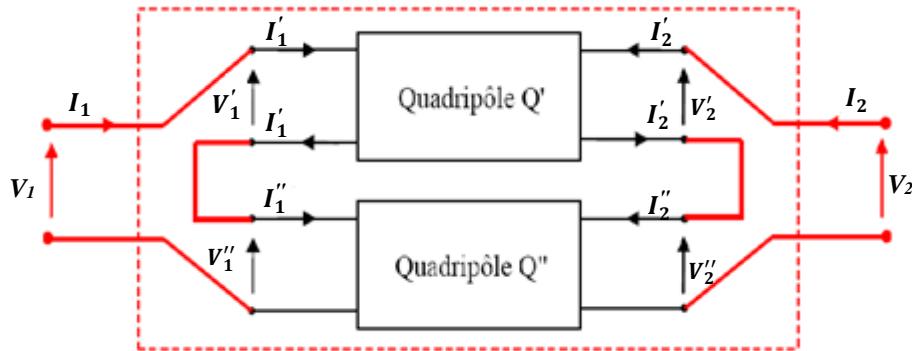
4.1 Association en série de deux quadripôles

Dans ce cas, la tension d'entrée (de sortie) du quadripôle résultant est la somme des tensions d'entrée (de sortie) des quadripôles associés en série:

$$V_1 = V'_1 + V''_1 \text{ et } V_2 = V'_2 + V''_2$$

Les courants sont identiques :

$$I_1 = I'_1 = I''_1 \text{ et } I_2 = I'_2 = I''_2$$



$$\text{Alors : } \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V''_1 \\ V''_2 \end{bmatrix} = [Z']. \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} + [Z'']. \begin{bmatrix} I''_1 \\ I''_2 \end{bmatrix} = ([Z'] + [Z'']). \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} = ([Z'] + [Z'']). \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = ([Z'] + [Z'']). \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Z]. \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec } \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I''_1 \\ I''_2 \end{bmatrix}$$

La matrice $[Z]$ du quadripôle équivalent à la mise en série de Q' et Q'' est donnée par :

$$[Z] = [Z'] + [Z'']$$

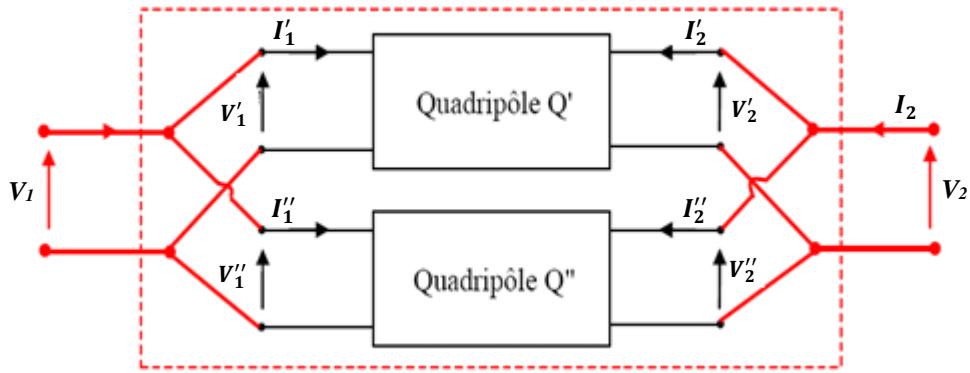
4.2 Association en parallèle de deux quadripôles

Dans ce cas, le courant d'entrée (de sortie) du quadripôle résultant est la somme des courants d'entrée (de sortie) des quadripôles associés en parallèle :

$$I_1 = I'_1 + I''_1 \text{ et } I_2 = I'_2 + I''_2$$

Les tensions sont identiques :

$$V_1 = V'_1 = V''_1 \text{ et } V_2 = V'_2 = V''_2$$



$$\text{Alors : } \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I''_1 \\ I''_2 \end{bmatrix} = [Y'] \cdot \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} + [Y''] \cdot \begin{bmatrix} V''_1 \\ V''_2 \end{bmatrix} = ([Y'] + [Y'']) \cdot \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} = ([Y'] + [Y'']) \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = ([Y'] + [Y'']) \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Y] \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec } \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V''_1 \\ V''_2 \end{bmatrix}$$

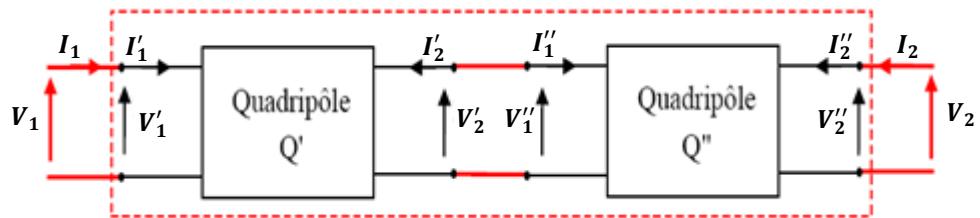
La matrice $[Y]$ du quadripôle équivalent à la mise en parallèle de Q' et Q'' est donnée par :

$$[Y] = [Y'] + [Y'']$$

4.3 Association en cascade de deux quadripôles

Dans ce cas, la tension de sortie du premier quadripôle est la tension d'entrée du deuxième quadripôle :

$$V_1 = V'_1, V'_2 = V''_1 \text{ et } V_2 = V''_2 \text{ et } I_1 = I'_1, I'_2 = -I''_1 \text{ et } I_2 = I''_2$$



$$\begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_2 \\ I'_2 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} V''_1 \\ I''_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T''_{11} & T''_{12} \\ T''_{21} & T''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V''_2 \\ I''_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Comme } V_1 = V'_1 \text{ et } I_1 = I'_1 \text{ alors : } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_2 \\ I'_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{D'autre part } V'_2 = V''_1 \text{ et } I'_2 = -I''_1$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_2 \\ -I'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V''_1 \\ I''_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T''_{11} & T''_{12} \\ T''_{21} & T''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V''_2 \\ -I''_2 \end{bmatrix}$$

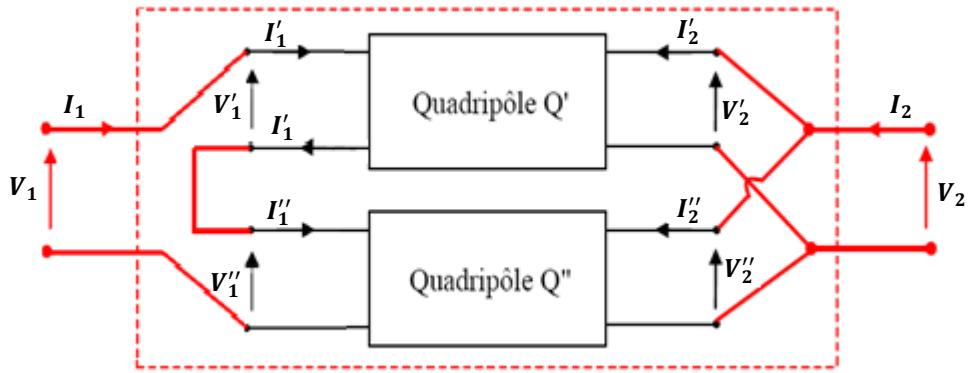
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T''_{11} & T''_{12} \\ T''_{21} & T''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

La matrice $[T]$ du quadripôle équivalent à la mise en cascade de Q' et Q'' est donnée par :

$$[T] = [T'] \times [T'']$$

4.4 Association hybride de deux quadripôles

Dans ce cas, Les deux paires de bornes d'entrée sont réunies en série et les deux paires de bornes de sortie sont réunies en parallèle.



$$\begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} V''_1 \\ I''_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h''_{11} & h''_{12} \\ h''_{21} & h''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I''_1 \\ V''_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Et comme : } \begin{cases} I_1 = I'_1 = I''_1 \\ V_2 = V'_2 = V''_2 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} V_1 = V'_1 + V''_1 \\ I_2 = I'_2 + I''_2 \end{cases}$$

$$\text{Alors : } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V''_1 \\ I''_2 \end{bmatrix} = [h']. \begin{bmatrix} I'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} + [h'']. \begin{bmatrix} I''_1 \\ V''_2 \end{bmatrix} = ([h'] + [h'']). \begin{bmatrix} I'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} = ([h'] + [h'']). \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = ([h'] + [h'']). \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [h]. \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

La matrice $[h]$ du quadripôle équivalent à la mise en série-parallèle de Q' et Q'' est donnée par : $[h] = [h'] + [h'']$ [18].

5 Les quadripôles en charge

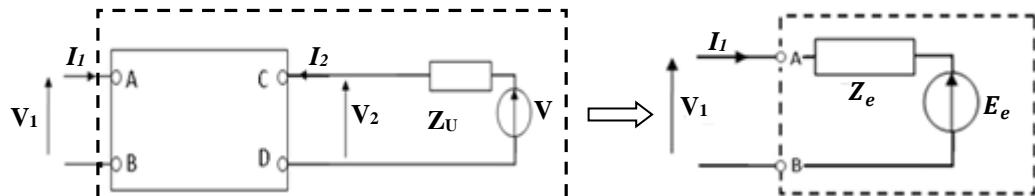
5.1 Les grandeurs fondamentales

Un quadripôle est généralement chargé par des circuits, autres quadripôles, dipôles passifs et/ou actifs. Ces charges peuvent être modélisées par leur équivalent de Thévenin source (G , Z_G) à l'entrée et utilisation (V , Z_U) à sa sortie, donc il existe un état électrique du quadripôle qui dépend de ces charges et il est possible de définir cet état par les grandeurs caractéristiques suivantes: l'impédance d'entrée, l'impédance de sortie, les gains en courant, tension et puissance.



5.1.1 Impédance d'entrée Z_e

On appelle impédance d'entrée du quadripôle et de sa charge, l'impédance interne Z_e du générateur de Thévenin équivalent au dipôle AB (sans la source (G , Z_G) mais avec l'utilisation (V , Z_U).



$$V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{et } V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \dots \dots \dots (2)$$

$$V_2 = V - Z_U \cdot I_2 \dots \dots \dots \dots \dots (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \text{ donne } V - Z_U \cdot I_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{V - Z_{21} \cdot I_1}{Z_U + Z_{22}}$$

Cette expression dans (1) donne V_1 en fonction de I_1 :

$$V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + z_{12} \cdot \frac{V - z_{21} \cdot I_1}{z_u + z_{22}}$$

$$\text{Soit : } V_1 = \frac{z_{12}}{z_u + z_{22}} V + \left\{ z_{11} - \frac{z_{12} \cdot z_{21}}{z_u + z_{22}} \right\} I_1 \dots \dots \dots \dots \dots (4)$$

$$\text{Or : } V_1 = E_e + Z_e \cdot I_1 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (5)$$

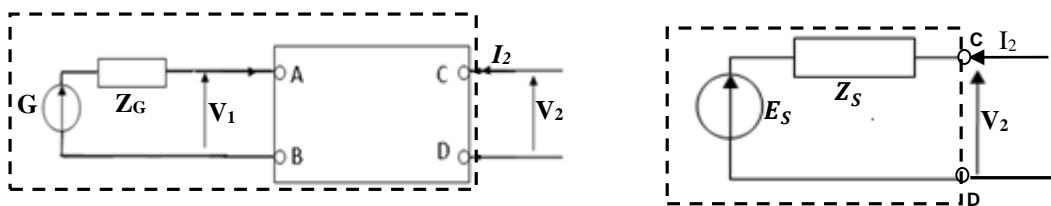
On identifie les expressions (4) et (5) pour obtenir l'impédance d'entrée : $Z_e = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_u + z_{22}}$

D'après l'expression (4), elle est égale au rapport $\frac{V_1}{I_1}$ mesuré à l'entrée AB lorsque le générateur V de Thévenin de la sortie a été neutralisé ($V = 0$).

Remarque Si le quadripôle n'est pas chargé ($Z_u \rightarrow \infty$) alors $Z_e = Z_{11}$.

5.1.2 Impédance de sortie Z_s

On appelle impédance de sortie du quadripôle et de son alimentation, l'impédance interne Z_s du générateur de Thévenin équivalent au dipôle CD (sans la charge en utilisation).



On trouve

$$V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$(3) \text{ dans (1) donne } G - Z_G \cdot I_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{G - Z_{12} \cdot I_2}{Z_G + Z_{11}}$$

Cette expression dans (2) donne V_2 en fonction de I_2 :

$$V_2 = Z_{21} \cdot \frac{G - z_{12} \cdot I_2}{z_G + z_{11}} + z_{22} \cdot I_2$$

On trouve

$$V_2 = \frac{z_{21}}{z_G + z_{11}} G + \left(z_{22} - \frac{z_{12} \cdot z_{21}}{z_G + z_{11}} \right) I_2 = E_s + Z_s \cdot I_2$$

On trouve qu'elle égale le rapport $\frac{V_2}{I_2}$ mesuré à la sortie CD lorsque le générateur G de Thévenin de l'entrée a été neutralisé ($G = 0$).

5.1.3 Gain en tension

En utilisant la matrice impédance, on a toujours les relations suivantes :

$$V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$V_2 = V - Z_U \cdot I_2 \dots \dots \dots \dots \dots \quad (4)$$

Le gain en tension est défini par le rapport de la tension de sortie V_2 du quadripôle par la tension d'entrée V_1 : $G_U = \frac{V_2}{V_1}$

$$G_U = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2}{Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2}$$

De l'Eq (2) et (4) on obtient : $V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 = V - Z_U \cdot I_2$

Ce qui donne : $I_2 = \frac{V - Z_{21} I_1}{Z_{22} + Z_U}$

Si on remplace I_2 avec sa valeur on obtient :

$$G_U = \frac{Z_{21} I_1 + Z_{22} \frac{(V - Z_{21} I_1)}{Z_U + Z_{22}}}{Z_{11} I_1 + Z_{12} \frac{(V - Z_{21} I_1)}{Z_U + Z_{22}}} = \frac{Z_{21} Z_U I_1 + Z_{22} V}{Z_{11} Z_U I_1 + Z_{12} V + \Delta Z I_1}$$

Avec $\Delta Z = Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}$ (ΔZ est le déterminant de la matrice impédance Z).

Lorsque le générateur V de Thévenin de la sortie a été neutralisé ($V = 0$) (le quadripôle chargé par une impédance Z_U), le gain devient : $G_U = \frac{Z_{21} Z_U}{Z_{11} Z_U + \Delta Z}$

5.1.4 Gain en courant

Le gain en courant est défini par le rapport du courant de sortie I_2 du quadripôle par le courant d'entrée I_1 : $G_I = \frac{I_2}{I_1}$

En combinant les équations (2) et (4), on obtient :

$$Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 = V - Z_U \cdot I_2$$

Lorsque le générateur V de Thévenin de la sortie a été neutralisé ($V = 0$) (le quadripôle chargé par une impédance Z_U), le gain devient : $G_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{-Z_{21}}{Z_{22} + Z_U}$

On peut observer que le gain en courant dépend de la charge Z_U [16].

6 Relations entre les différents paramètres

De manière évidente, il existe des relations entre tous les éléments des matrices décrivant un même quadripôle.

6.1 Relation entre les paramètres impédances et les paramètres admittances

Pour des raisons de simplicité, la détermination de la matrice admittance peut passer par la détermination de la matrice impédance.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Nous pouvons exprimer les paramètres de la matrice admittance en fonction des paramètres de la matrice impédance et vice-versa :

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}} \begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{bmatrix}$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} \begin{bmatrix} Y_{22} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{11} \end{bmatrix}$$

Avec ΔZ et ΔY sont les déterminants de la matrice impédance et admittance respectivement, ils sont donnés par : $\Delta Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$ et $\Delta Y = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$

Si on connaît les quatre paramètres impédances d'un quadripôle, les relations ci-dessous nous donnent les quatre paramètres admittances. Les paramètres admittances ne sont pas obtenus en inversant simplement les paramètres impédances :

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{\Delta Z}, \quad Y_{12} = -\frac{Z_{12}}{\Delta Z}, \quad Y_{21} = -\frac{Z_{21}}{\Delta Z} \text{ et } Y_{22} = \frac{Z_{11}}{\Delta Z}$$

De même, on peut trouver les paramètres impédances :

$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}, \quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{\Delta Y}, \quad Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{\Delta Y} \text{ et } Z_{22} = \frac{Y_{11}}{\Delta Y}$$

6.2 Relation entre les paramètres de chaîne et les paramètres impédances

Nous pouvons par exemple chercher à exprimer les paramètres de chaîne [T] en fonction des paramètres impédances [Z].

$$[T] : \begin{cases} V_1 = T_{11}V_2 - T_{12}I_2 \\ I_1 = T_{21}V_2 - T_{22}I_2 \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} V_1 = AV_2 - BI_2 \\ I_1 = CV_2 - DI_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad [Z] : \begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

$$\text{Pour } I_2 = 0 : [T] \Rightarrow A = \frac{V_1}{V_2} \text{ et } [Z] \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \Rightarrow A = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}$$

$$[T] \Rightarrow C = \frac{I_1}{V_2} \text{ et } [Z] \Rightarrow \frac{I_1}{V_2} = \frac{1}{Z_{21}} \Rightarrow C = \frac{1}{Z_{21}}$$

$$\text{Pour } V_2 = 0 : [T] \Rightarrow B = -\frac{V_1}{I_2} \text{ et } [Z] \Rightarrow I_1 = -\frac{Z_{22}}{Z_{21}}I_2 \Rightarrow V_1 = I_2 \left[Z_{12} - \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}} \right]$$

$$= -\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}I_2 \Rightarrow -\frac{V_1}{I_2} = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} = \frac{\Delta Z}{Z_{21}} \Rightarrow B = \frac{\Delta Z}{Z_{21}}$$

$$[T] \Rightarrow D = -\frac{I_1}{I_2} \text{ et } [Z] \Rightarrow -\frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \Rightarrow D = \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$$

Pour toutes les autres relations entre les différents paramètres, on procède de la même manière. Les conversions d'un paramètre à un autre sont données au tableau suivant : La conversion d'un type de paramètre à un autre est importante parce que certains paramètres sont meilleurs que d'autres pour analyser des systèmes plus complexes [19].

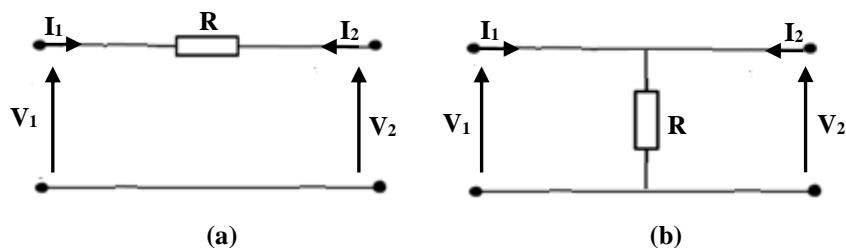
	Paramètres Z	Paramètres Y	Paramètres T	Paramètres H
Matrice de transfert Z	$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{22} & -Y_{12} \\ \frac{\Delta Y}{\Delta Y} & \frac{Y_{11}}{\Delta Y} \\ -\frac{Y_{21}}{\Delta Y} & \frac{Y_{11}}{\Delta Y} \\ \frac{1}{\Delta Y} & \frac{Y_{11}}{\Delta Y} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & AD - BC \\ C & C \\ 1 & D \\ C & C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Delta H & H_{12} \\ \frac{H_{22}}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ -\frac{H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{H_{12}}{H_{11}} \end{bmatrix}$
Matrice d'impédance Y	$\begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ \frac{\Delta Z}{\Delta Z} & \frac{\Delta Z}{\Delta Z} \\ -Z_{21} & Z_{11} \\ \frac{1}{\Delta Z} & \frac{1}{\Delta Z} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} B & AD - BC \\ D & B \\ -\frac{1}{B} & \frac{A}{B} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{\Delta H}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{21}} & \frac{1}{H_{21}} \end{bmatrix}$
Matrice d'admittance T	$\begin{bmatrix} Z_{11} & \frac{\Delta Z}{Z_{21}} \\ Z_{21} & Z_{21} \\ 1 & Z_{22} \\ Z_{21} & Z_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} & -\frac{1}{Y_{21}} \\ -\frac{\Delta Y}{Y_{22}} & -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{\Delta H}{H_{21}} & -\frac{H_{11}}{H_{21}} \\ -\frac{H_{22}}{H_{21}} & -\frac{1}{H_{21}} \end{bmatrix}$
Matrice hybride H	$\begin{bmatrix} \frac{\Delta Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ Z_{22} & Z_{22} \\ -Z_{21} & 1 \\ Z_{22} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{Y_{12}}{Y_{11}} \\ Y_{21} & \frac{\Delta Y}{Y_{11}} \\ Y_{11} & Y_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} B & AD - BC \\ D & D \\ -\frac{1}{D} & \frac{C}{D} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$

Tableau 3.1- Conversion des matrices.

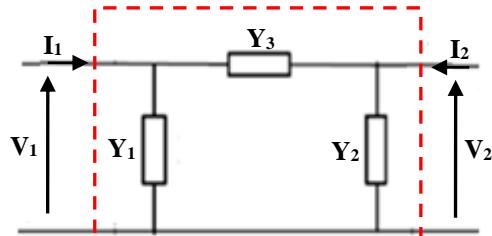
Exercices

Exercice 1 : Quadripôles élémentaires

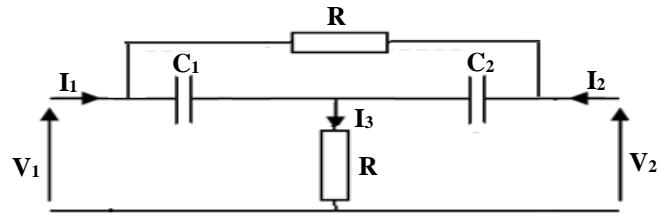
Considérons le quadripôle ne comportant qu'une seule impédance Z présenté sur la figure suivante. Déterminer la matrice impédance, admittance et transfert.



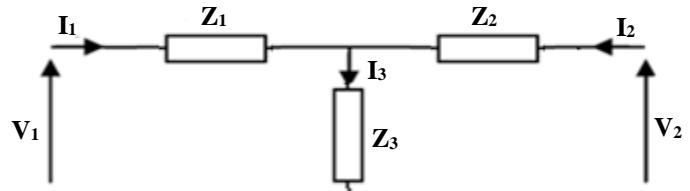
Exercice 2 : Calculer les paramètres Z de la matrice impédance de ce quadripôle



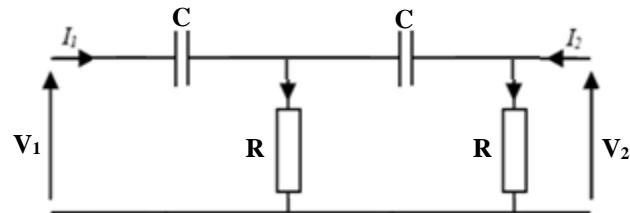
Exercice 3 : Déterminer la matrice admittance du quadripôle ci-contre :



Exercice 4 : Soit le quadripôle en T. Calculer les paramètres T de la matrice transfert de ce quadripôle.

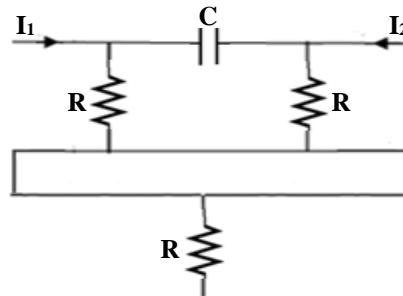


Exercice 5 : On considère le quadripôle issu de l'association de deux quadripôles identiques en cascade comme représente le schéma ci-contre.
1. Calculer la matrice de transfert équivalente.



Exercice 6 :

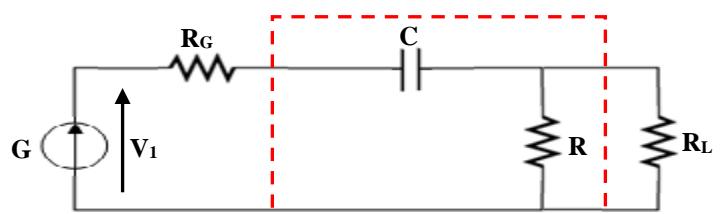
Trouver les paramètres Z du quadripôle ci-contre.



Exercice 7 :

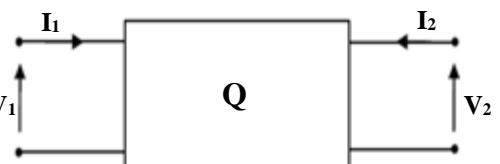
En considérant le quadripôle ci-contre :

1. Déterminer l'impédance d'entrée et sortie Z_e et Z_s .



Exercice 8 : Un quadripôle actif est représenté par la figure ci-contre :

1. Définir les paramètres hybrides (H) du quadripôle.
2. Déterminer les valeurs des paramètres (Y) du quadripôle en fonction des paramètres (H).



3. Réciproquement, déterminer les valeurs des paramètres (H) du quadripôle en fonction des paramètres (Y).

Chapitre 4 : Les filtres passifs

1. Définition

La réalisation la plus simple d'un filtre linéaire est basée sur la combinaison de résistances, condensateurs et inductances. Ces filtres sont dits circuits RC, RL, LC et RLC. Pris dans son ensemble sont appelés filtres passifs.

Le filtre est un quadripôle linéaire (deux bornes d'entrées et deux bornes de sorties) qui ne laisse passer que les signaux compris dans un domaine de fréquence limité appelé la bande passante [19].

2. Classification des filtres

On peut classer les filtres à partir de la forme de leur fonction de transfert ou par le comportement des éléments passifs qui composent le filtre.

Les filtres essentiels sont de quatre types :

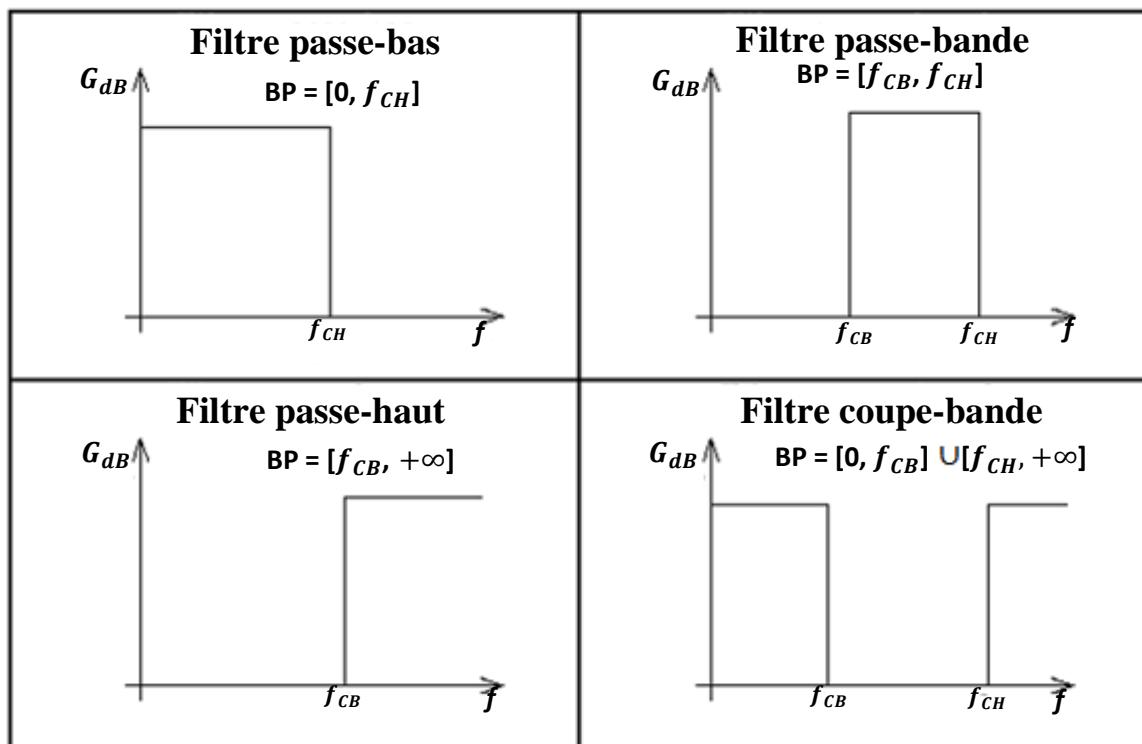


Figure 4.1 – Les différents types de filtres [20].

-Filtre passe bas C'est un filtre qui laisse passer les basses fréquences et supprime les hautes fréquences.

- Filtre passe haut C'est un filtre qui laisse passer les hautes fréquences et supprime les basses fréquences.

- Filtre passe bande : C'est un filtre qui laisse passer une plage de fréquences (qui supprime les basses et hautes fréquences).

- Filtre réjecteur de bande (coupe bande) C'est un filtre qui supprime une plage de fréquences (qui laisse passer les basses et hautes fréquences).

Remarque : Le filtre ne modifie pas les fréquences contenu dans le signal d'entrée (V_e); il s'agit principalement sur l'amplitude.

3. Deux catégories de filtres

3.1 Filtres passifs n'est constitués que des dipôles passifs linéaires comme la résistance, la bobine et le condensateur.

3.2 Filtres actifs est constitué de dipôles passif linéaires et de composants actifs : transistors, amplificateurs opérationnels, ils nécessitent donc une source d'énergie pour fonctionner.

4. Les paramètres de filtres les paramètres qui caractérisent un filtre sont :

4.1 Fonction de transfert d'un filtre La transmittance ou fonction de transfert d'un filtre est l'amplification en tension du quadripôle. Elle est donnée par :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e} = [|\underline{T}|; \text{Arg}(\underline{T})]$$

On appellera $|\underline{T}|$ le module de \underline{T} et φ son argument.

D'où \underline{V}_e est l'amplitude complexe de la tension d'entrée d'un signal sinusoïdal et \underline{V}_S est amplitude complexe de la tension de sortie.

Le module de la fonction de transfert correspond à l'amplification en tension :

$$T(W) = |\underline{T}(W)| = \left| \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e} \right|$$

Le déphasage entre la sortie et l'entrée est donné par l'argument :

$$\arg(\underline{T}(w)) = \varphi(W) = \arg\left(\frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e}\right) = \arg(\underline{V}_S) - \arg(\underline{V}_e)$$

4.2 Gain d'un filtre Si $|\underline{T}|$ est le module de la transmittance du filtre, son gain G est : $G = 20 \log(|\underline{T}|)$ (T s'exprime en décibel (**dB**)) [21].

4.3 Fréquence de coupure On appelle fréquence de coupure d'un filtre, la fréquence pour laquelle le module de la fonction de transfert T du filtre atteint sa valeur maximale divisée par

$\sqrt{2}$: (C-à-d. La fréquence à laquelle le gain G baisse de 3 dB par rapport à sa valeur maximum).

$$|T| = \frac{T_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$G = G_{max} - 3dB$$

avec T_{max} est la valeur maximale du module de $T(j\omega)$.

4.4 Bande passante (BP) est l'intervalle des fréquences pour laquelle G est compris entre $G_{max} - 3dB$ et G_{max} , on peut dire aussi : le filtre est passant si :

$$|T| \geq \frac{T_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$G \geq G_{max} - 3db$$

Pour caractériser les filtres passe bande, on introduit le terme de bande passante, qui correspond à la gamme de fréquence que le filtre laisse passer. La largeur de la bande passante BP est définie par : $f_{CH} - f_{CB}$

4.5 La fréquence centrale f_0 : est la fréquence à laquelle la fonction de transfert du filtre est purement réelle. On l'appelle aussi la fréquence de résonance. Pour un filtre passe bande, l'amplitude de la fonction de transfert est maximale à la fréquence centrale.

4.6 Facteur de qualité (Q) est le rapport entre leur fréquence centrale et leur bande passante, attention ceci n'est valable que pour un passe-bande. Un filtre ayant une bande très fine par rapport à sa fréquence centrale sera considéré comme très sélectif ou de grande qualité, il est donné par : $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{f_0}{f_{CH}-f_{CB}}$

Remarque pour qu'un filtre soit idéal il faudrait que la transmittance soit égale à 1 pour les fréquences compris dans la bande passante et qu'elle soit égale à 0 pour les autres fréquences (Celles qui ne sont pas dans la BP).

5. Diagramme de Bode

Consiste à tracer les graphes G_{dB} et φ en fonction de $\log_{10}(W/W_0)$, où W_0 est soit une pulsation caractéristique du circuit, soit $W_0 = 1 \text{ rad.} S^{-1}$. On peut aussi tracer en fonction de W sur un papier millimétré en échelle logarithmique. (Unité : décade).

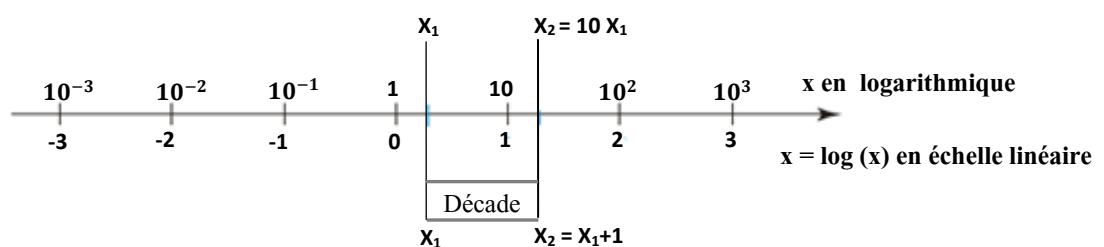


Figure 4.2 – Echelle logarithmique et linéaire.

Remarque : Une octave de fréquence est l'intervalle des fréquences comprises entre F et 2F et Une décade de fréquence est l'intervalle des fréquences comprises entre F et 10F.

6. Ordre d'un filtre

Selon la fonction de transfert du filtre, on définit un ordre :

- si la fonction de transfert prend la forme $\underline{T}(jW) = \frac{A+jWB}{C+jWD}$ on parle de filtre du **premier ordre** et en général ces derniers ont un comportement asymptotique à ± 20 dB/décade.

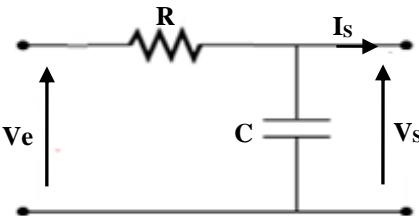
- si on peut écrire $\underline{T}(jW) = \frac{A+jWB+jW^2C}{D+jWE+(jW)^2F}$ on parle de filtre du **deuxième ordre**, et le comportement asymptotique sera fréquemment de ± 40 dB/décade [13].

6.1 Filtres du 1^{er} ordre

6.1.1 Filtre RC série

- **Nature de filtre**

L'impédance du condensateur vaut : $Z_C = \frac{1}{jCW}$



Si $W \rightarrow 0$ alors $Z_C \rightarrow \infty$ (refaire le schéma en supprimant la branche contenant le condensateur) et $V_s \rightarrow V_e$.

Si $W \rightarrow \infty$ alors $Z_C \rightarrow 0$ (refaire le schéma en remplaçant la branche contenant le condensateur par un fil) et $V_s \rightarrow 0$.

On peut donc dire que le filtre transmet les signaux de basse fréquence et atténue ceux de haute fréquence d'où la dénomination de filtre passe-bas.

- **Fonction de transfert**

Source : $V_s = V_e \cos(Wt + \varphi)$

Charge : circuit ouvert ($I_s = 0$)

$$\underline{T}(jW) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} \text{ (Diviseur de tension)} \Rightarrow \underline{T}(jW) = \frac{1}{1 + jRCW}. \text{ On pose } W_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\text{Donc } \underline{T}(jW) = \frac{1}{1 + j\frac{W}{W_0}} \text{ Ainsi, } G(W) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W}{W_0}\right)^2}}; \varphi(W) = -\arctan\left(\frac{W}{W_0}\right)$$

- **Fréquence / pulsation de coupure**

$$\text{A la pulsation de coupure } \omega_0 \text{ on a : } |\underline{T}| = \frac{|T_{\max}|}{\sqrt{2}}$$

$$|\underline{T}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega_0)^2}} = \frac{|T_{\max}|}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega_0)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1 + (RCw_0)^2} \leftrightarrow 2 = 1 + (RCw_0)^2 \leftrightarrow (RCw_0)^2 = 1 \rightarrow w_0^2 = \frac{1}{RC^2}$$

Maximum de $|T| = |T|_{\max.} = 1$.

Ce qui donne : $w_0 = \frac{1}{RC}$

La fréquence de coupure :

$$\begin{cases} w_0 = \frac{1}{RC} \\ w_0 = 2\pi f_0 \end{cases} \Rightarrow 2\pi f_0 = \frac{1}{RC} \text{ donc } f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

□ **Diagramme de Bode :**

1– Gain en fonction de la fréquence

Méthode 1 :

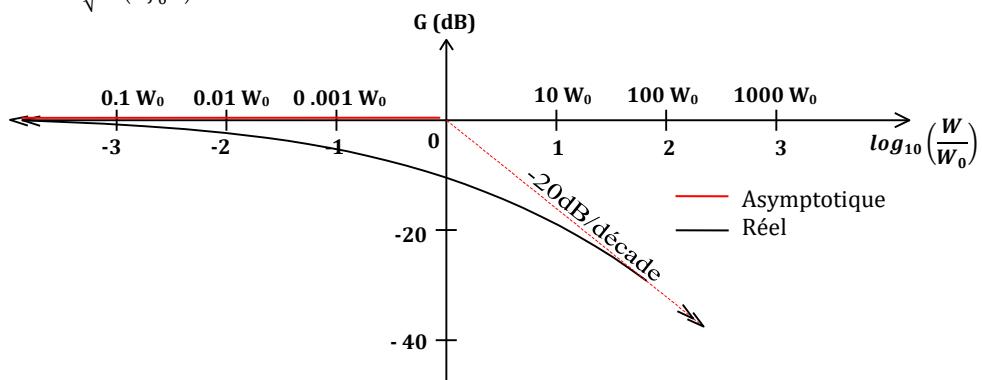
$$f = 10^{-2} f_0 \rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{10^{-2} f_0}{f_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \text{ donc } G = 20 \log(1) = 0 \text{ dB}$$

$$f = 10^{-1} f_0 \rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{10^{-1} f_0}{f_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \text{ donc } G = 20 \log(1) = 0 \text{ dB}$$

$$f = f_0 \rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ donc } G = 20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0 - 3 \text{ dB}$$

$$f = 10 f_0 \rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{10 f_0}{f_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{10} \text{ donc } G = 20 \log(0,1) = -20 \text{ dB}$$

$$f = 10^2 f_0 \rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{10^2 f_0}{f_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10^2}} = \frac{1}{10^2} \text{ donc } G = 20 \log(0,01) = -40 \text{ dB}$$



Remarque : Le diagramme de Bode asymptotique : c'est la réunion de l'asymptote haute fréquence et basse fréquence (le diagramme de Bode asymptotique est très proche du réel). Le diagramme réel en faisant intervenir la pulsation de coupure.

2-Phase en fonction de la fréquence

$$\varphi = \text{Arg } T = \text{Arg } N - \text{Arg } D = \text{Arg} (1) - \text{Arg} (1 + j \frac{f}{f_c}) = 0 - \text{Arg} (1 + j \frac{f}{f_c}) = -\arctan(\frac{f}{f_0})$$

$$f = 10^{-2} f_0 \rightarrow \varphi = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{f}{f_0} \right) = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{10^{-2} f_0}{f_0} \right) = -\text{Arg}(1) = -\arctan\left(\frac{0}{1}\right) = 0$$

$$f = 10^{-1} f_0 \rightarrow \varphi = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{f}{f_0} \right) = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{10^{-1} f_0}{f_0} \right) = -\text{Arg}(1) = -\arctan\left(\frac{0}{1}\right) = 0$$

$$f = f_0 \rightarrow \varphi = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{f}{f_0} \right) = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{f_0}{f_0} \right) = -\text{Arg}(1 + j1) = -\arctan\left(\frac{1}{1}\right)$$

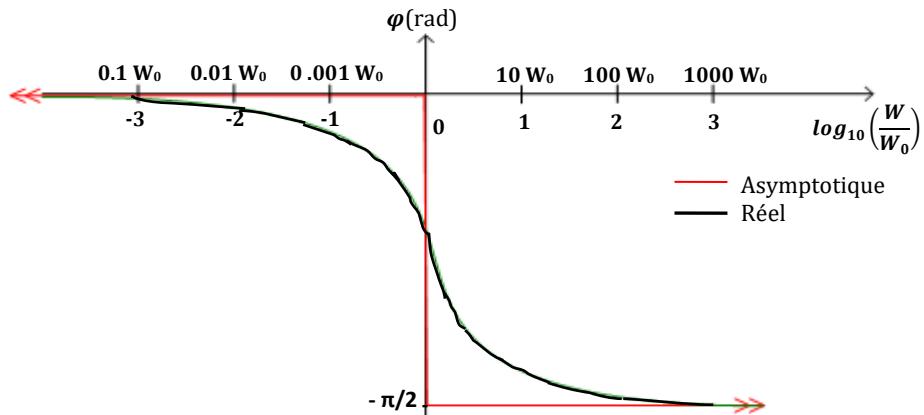
$$= -45^\circ (\text{ou } -\frac{\pi}{4} \text{ rad})$$

$$f = 10 f_0 \rightarrow \varphi = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{f}{f_0} \right) = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{10 f_0}{f_0} \right) = -\text{Arg}(j10) = -\arctan\left(\frac{10}{0}\right)$$

$$= -90^\circ \text{ ou } -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$f = 10^2 f_0 \rightarrow \varphi = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{f}{f_0} \right) = -\text{Arg} \left(1 + j \frac{10^2 f_0}{f_0} \right) = -\text{Arg}(j10^2) = -\arctan\left(\frac{10^2}{0}\right)$$

$$= -90^\circ (\text{ou } -\frac{\pi}{2} \text{ rad})$$



Méthode 2 :

1– Gain en fonction de la fréquence

$$G_{dB} = 20 \log_{10} |T(jw)| = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

Si $x \rightarrow 0$, c'est à dire si $w \ll w_0$ alors $G_{dB} \approx 0$

Si $x \rightarrow \infty$, c'est à dire si $w \gg w_0$ alors $G_{dB} \approx -20 \log_{10} x$, droite de pente -20 dB par décade, ce qui signifie que si w est multiplié par 10, $\log x$ augmente de 1 et GdB diminue de 20 dB.

Pour $w = w_0$, $|T(w)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $G_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{2}} \approx -3dB$

2– Phase en fonction de la fréquence

$$\varphi(x) = \arg T(jw) = 0 - \arg \left(1 + j \frac{w}{w_0} \right) = -\arctan \frac{w}{w_0} = -\arctan x$$

Si $w \ll w_0$ alors $\varphi \approx -\arctan(0) \approx 0$

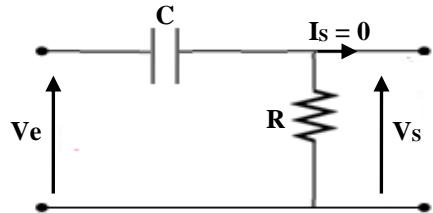
Si $w \gg w_0$ alors $\varphi \approx -\arctan(\infty) \approx -\frac{\pi}{2}$

Si $w = w_0$ alors $\varphi \approx -\arctan(1) \approx -\frac{\pi}{4}$

6.1.2 Filtre CR série

- **Etude asymptotique (Nature de filtre)**

L'impédance du condensateur vaut : $Z_C = \frac{1}{jCw}$



Si $W \rightarrow 0$ alors $Z_C \rightarrow \infty$ (refaire le schéma en supprimant la branche contenant le condensateur) et $V_s \rightarrow 0$.

Si $W \rightarrow \infty$ alors $Z_C \rightarrow 0$ (refaire le schéma en remplaçant la branche contenant le condensateur par un fil) et $V_s \rightarrow V_e$.

On peut donc dire que le filtre transmet les signaux de haute fréquence et atténue ceux de basse fréquence d'où la dénomination de filtre passe-haut [22].

- **Fonction de transfert**

Source : $V_e = V_e \cos(wt + \varphi)$

charge : $V_s = R_\infty$

$$T(jw) = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} = \frac{R}{R + \frac{1}{jCw}} = \frac{jRCw}{1 + jRCw} = \frac{j \frac{w}{w_0}}{1 + j \frac{w}{w_0}} \text{ avec } w_0 = \frac{1}{RC}$$

Polynôme de dénominateur de degré 1 en x donc **le filtre d'ordre 1**

$$G(jw) = \frac{\frac{w}{w_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_0}\right)^2}} ; \varphi(w) = \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{w}{w_0} \right)$$

- **Diagramme de Bode**

1– Etude du gain (Gain en fonction de la fréquence)

$$G_{dB} = 20 \log_{10} |T(jw)| = 20 \log_{10} \frac{w}{w_0} - 10 \log \left(1 + \left(\frac{w}{w_0} \right)^2 \right) = 20 \log x - 10 \log(1 + x^2)$$

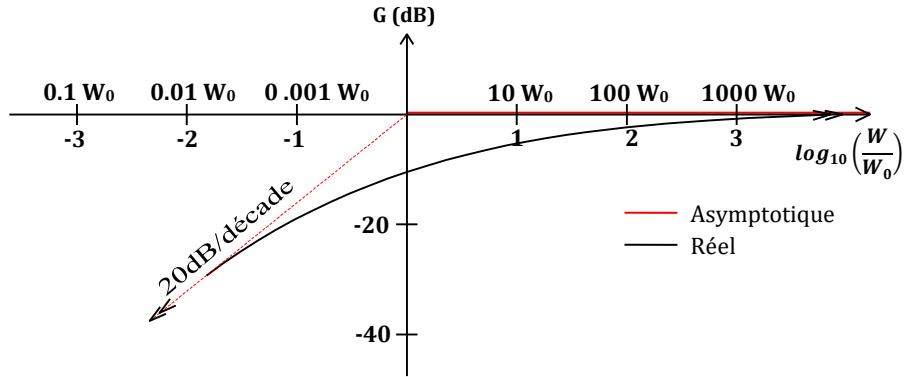
Si $x \rightarrow 0$, c'est à dire si $w \ll w_0$ alors $G_{dB} \approx 20 \log x - 10 \log(1)$

$\approx 20 \log x$ (une pente de +20 dB)

Une droite de pente +20 dB par décade signifie que si w est multiplié par 10, GdB augmente de 20 dB.

Si $x \rightarrow \infty$, c'est à dire si $w \gg w_0$ alors $G_{dB} \approx 20 \log_{10}x - 10\log x^2 = 0$

Pour $w = w_0$, $G_{dB} = -10 \log(1 + 1) = -10\log(2) \approx -3dB$



La bande passante de ce filtre est donc $[w_0, \infty]$.

2– Etude du déphasage (phase en fonction de la fréquence)

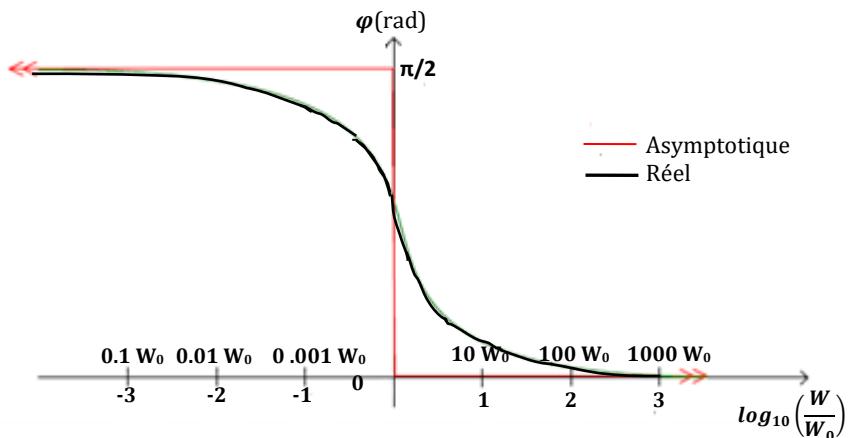
$$\varphi(x) = \arg T(jw) = \arg\left(j\frac{w}{w_0}\right) - \text{Arg}\left(1 + j\frac{w}{w_0}\right) = \frac{\pi}{2} - \arctan\frac{w}{w_0} = \frac{\pi}{2} - \arctan x$$

Si $w \ll w_0$ alors $\varphi \approx \frac{\pi}{2} - \text{Arg}(1) \approx \frac{\pi}{2}$

Si $w \gg w_0$ alors $\varphi \approx \frac{\pi}{2} - \text{Arg}(j\frac{w}{w_0}) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \approx 0$

Si $w = w_0$ alors $\varphi \approx \text{Arg}(j1) - \text{Arg}(1+j1)$

$$\begin{aligned} &= \arctan\left(\frac{1}{0}\right) - \arctan\left(\frac{1}{1}\right) \approx \arctan(\infty) - \arctan(1) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{\pi}{4} \text{ (ou } 45^\circ) \end{aligned}$$



Remarque :- Le placement de résistance R et du condensateur de capacité C modifie la nature du filtre.

- L'ordre d'un filtre est donné par le degré du polynôme D (jw) situé au dénominateur de la fonction de transfert.

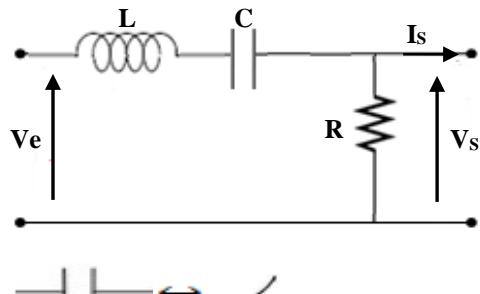
6.2 Filtres du 2^{eme} ordre

6.2.1 Filtre LCR série

- **Etude asymptotique (Nature de filtre)**

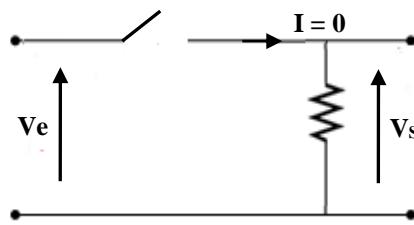
L'impédance du condensateur vaut : $Z_C = \frac{1}{jCw}$

et l'impédance de la bobine : $Z_L = jLw$



$$BF : w \rightarrow 0 \leftrightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{1}{jCw} \rightarrow +\infty \rightarrow I_c = 0 \\ Z_L = jLw \rightarrow 0 \rightarrow V_L = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Schéma équivalent :



$$V_s = R \cdot I \text{ d'où } V_s = 0$$

$$\text{Avec } I_L = I_C = I$$

$$HF : w \rightarrow +\infty \leftrightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{1}{jCw} \rightarrow 0 \rightarrow V_c = 0 \\ Z_L = jLw \rightarrow +\infty \rightarrow I_L = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Même schéma équivalent : $V_s = 0$

Ce n'est ni un passe bas, ni un passe haut, ce filtre semble laisser passer les fréquences intermédiaires mais couper les hautes et les basses fréquences donc **le filtre passe bande**.

- **La fonction de transfert du filtre est :**

$$\begin{aligned} T(jw) &= \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{R + jLw + 1/jCw} = \frac{jRCw}{jRCw + 1 - LCw^2} = \frac{jx/Q}{1 - x^2 + jx/Q} \\ &= \frac{1}{1 + jQ(x - 1/x)} \text{ avec } w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned}$$

Afin de déterminer l'ordre du filtre on se ramène à la forme suivante :

$$T(jw) = \frac{jx/Q}{1-x^2+jx/Q} \quad \text{Polynôme de degré 2 en } x \implies \text{donc le filtre d'ordre 2}$$

□ **Diagramme de Bode :**

1– Etude du gain

$$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(x - 1/x)^2}} \right) = -10 \log(1 + Q^2(x - 1/x)^2)$$

$$\text{Si } x \rightarrow 0, G_{dB} \approx 20 \log \left(\frac{x}{Q} \right) \approx 20 \log x - 20 \log Q$$

$$\text{Si } x \rightarrow \infty, G_{dB} \approx -20 \log(Qx) \approx -20 \log x - 20 \log Q$$

$$\text{Si } x \rightarrow 1, G_{dB} = -10 \log \left(1 + Q^2(1 - \frac{1}{1})^2 \right) = -10 \log(1 + Q^2(1 - 1)^2) = 0 \text{ dB}$$

2– Etude du déphasage

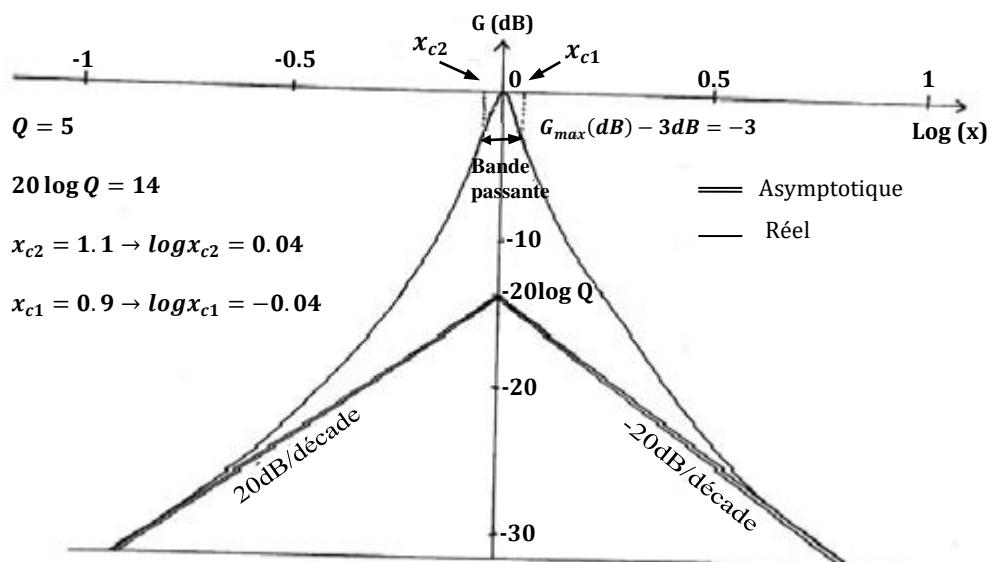
$$\varphi(x) = -\text{Arg}(1 + jQ(x - 1/x)) = -\arctan(Q(x - 1/x))$$

$$\text{Si } x \rightarrow 0, \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

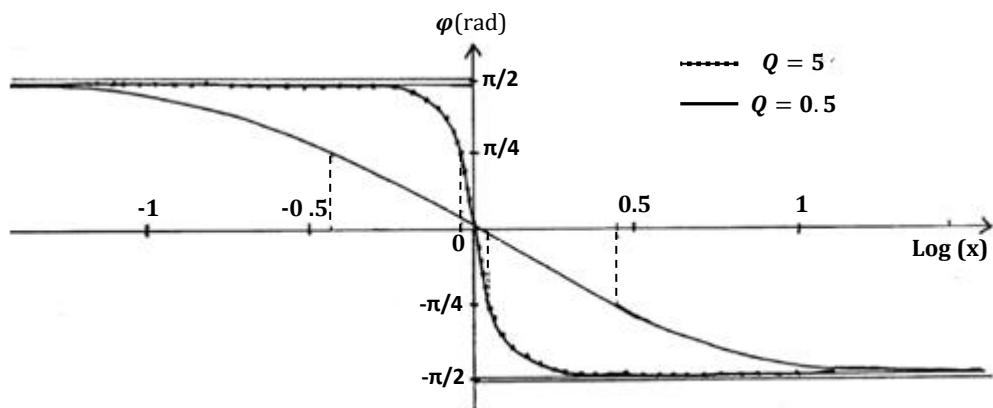
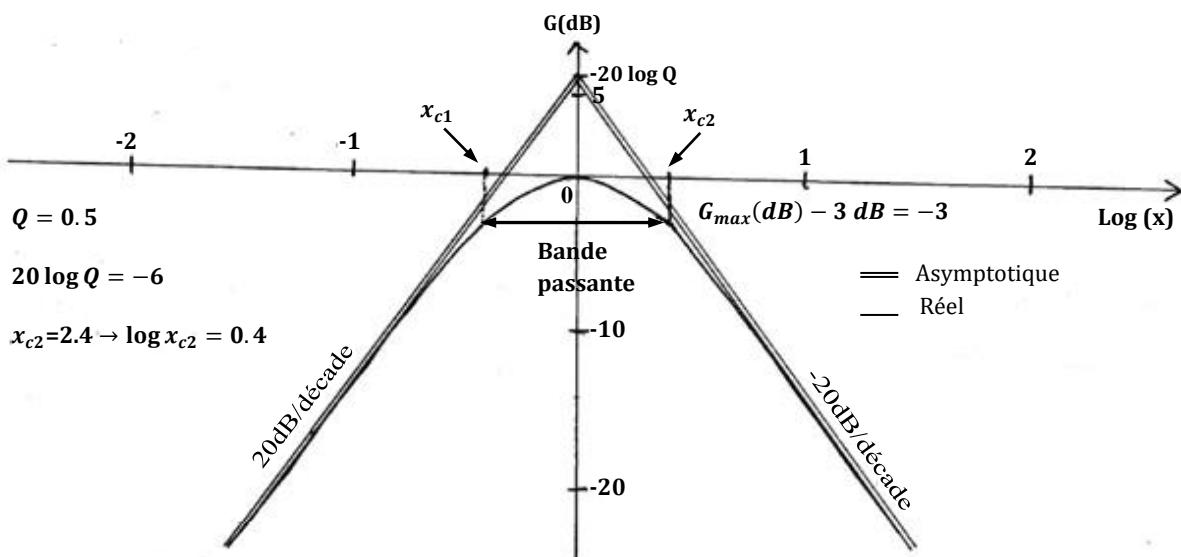
$$\text{Si } x \rightarrow \infty, \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Pour } w = w_0, x \rightarrow 1, G_{dB} \approx \arctan(Q(1 - 1/1)) \approx \arctan(0) \approx 0$$

Cas 1 : Q élevé – Résonance aigu-Bande passante étroite (Q > G_{max} = 1) [13].



Cas 2 : Q faible – Résonance floue-bande passante large (Q < G_{max} = 1).



□ Les fréquences de coupure

Les fréquences de coupures vérifient :

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1+Q^2(x-1/x)^2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \sqrt{1+Q^2(x-1/x)^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{d'où : } 1+Q^2(x-1/x)^2 = 2 \implies Q^2(x-1/x)^2 = 1$$

Deux équations du second degré à résoudre et retenir les racines positives :

$$Q(x-1/x) = 1 \text{ soit : } Qx^2 - x - Q = 0 \quad \text{et} \quad Q(x-1/x) = -1 \text{ soit : } Qx^2 + x - Q = 0$$

$$x_{c1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4Q^2}}{2Q} \quad \text{et} \quad x_{c2} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4Q^2}}{2Q}$$

c'est un filtre passe bande d'ordre 2, la bande passante $\text{BP} = [x_{c1}, x_{c2}]$.

Exercices

Exercice 1 : On considère le filtre LR série.

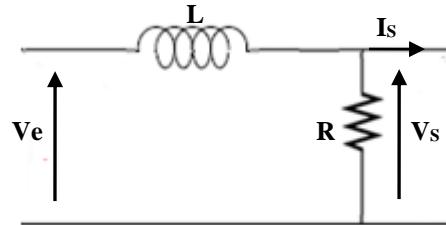
1. Prévoir le comportement asymptotique du filtre ci-dessous.

2. Déterminer sa fonction de transfert, et l'exprimer en fonction de la pulsation réduite

$$x = \frac{W}{W_0} \quad \text{On donnera l'expression de en}$$

fonction de R et L.

3. Etablir le diagramme de Bode.



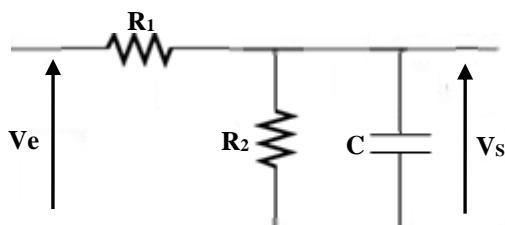
Exercice 2 : Filtre R série, RC parallèle

On considère le filtre de la figure suivante. On donne $C = 1 \mu\text{F}$, $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$.

1. Déterminer les comportements asymptotiques du filtre. En déduire sa nature.

2. Exprimer la fonction de transfert sous la forme : $T(jW) = \frac{K}{1+jW\tau}$. Exprimer la constante K et la constante de temps τ .

3. Calculer la durée τ la fréquence de coupure f_0 et le gain maximal G_{\max} .
4. Tracer le diagramme de Bode.



Exercice 3 : Filtre de Wien

1. Quelle est la nature du filtre ?

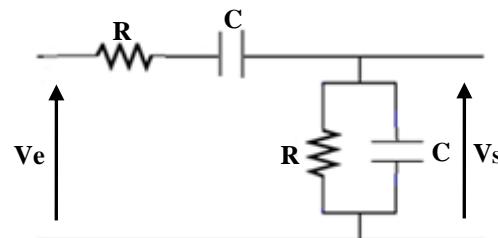
2. Etablir la fonction de transfert du filtre de Wien utilisé en sortie ouverte ($I_s = 0$) et la présenter sous la forme :

$$T(jW) = \frac{K}{1 + jQ \left(\frac{W}{W_0} - \frac{W_0}{W} \right)} = \frac{K}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$$

Expliciter W_0 , Q et K en fonction de R et C et puis déterminer la bande passante.

3. Tracer le diagramme de Bode.

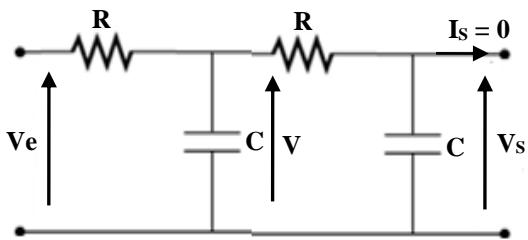
4. On suppose que $R_1 \neq R_2$ et $C_1 \neq C_2$. Donner l'expression de la fonction de transfert.



Exercice 4 : Circuits RC en cascade

On considère le filtre de la figure ci-contre.

1. Quelle est la nature du filtre ?
2. Déterminer sa fonction de transfert et la mettre sous la forme canonique :



$$T(jW) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_s}{V} \times \frac{V}{V_e} = \frac{1}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$$

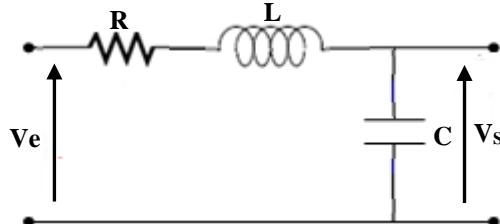
Avec $x = \frac{W}{W_0} = RCW$, K une constante et Q le facteur de qualité.

3. Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain et en phase.

Exercice 5 : Filtre RLC série

Le filtre est un circuit RLC représenté ci-contre.

1. Déterminer le comportement asymptotique du filtre, en déduire le type de filtre dont il s'agit.



2. Montrez que la transmittance peut s'écrire :

$$\underline{T}(jW) = \frac{1}{1 + j\frac{x}{Q} + (jx)^2}$$

Où l'on précisera les expressions de W_0 et Q.

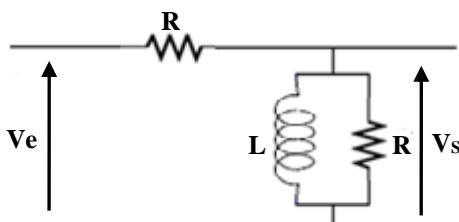
3. Exprimer alors le gain en décibel et le déphasage du filtre.

Exercice 6 :

En considère le circuit ci-dessous, alimenté par une tension d'entrée sinusoïdale $V_e = V_m \cos(Wt)$

1. Prévoir la nature du filtre par une étude de son comportement asymptotique.
2. Montrer que la fonction de transfert du filtre se met sous forme :

$$\underline{T}(jW) = \frac{1}{2 \left(1 - J \frac{W_0}{W} \right)}$$

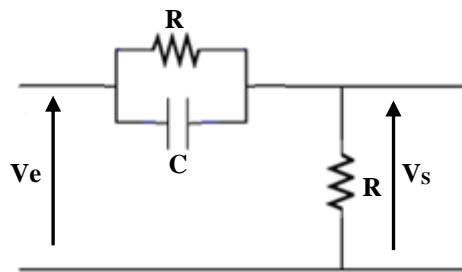


3. Exprimer W_0 en fonction de R et L.
4. Déterminer la fréquence de coupure f_0 du filtre.
5. Représenter la courbe de gain du diagramme de Bode du filtre.

Exercice 7 :

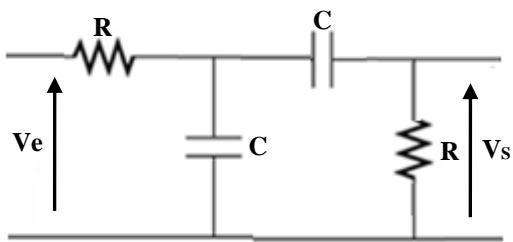
On considère le filtre passif représenté ci-dessous.

1. Etudier le comportement de ce quadripôle en basse fréquence et haute fréquence.
2. Calculer le gain en décibel de ce filtre.

**Exercice 8 :**

On considère le filtre passif représenté ci-dessous.

1. Prévoir la nature de ce filtre du deuxième ordre.
2. Calculer la fonction de transfert.
3. Calculer la basse pulsation ω_{CB} et la haute pulsation ω_{CH} .
4. Tracer les courbes de Bode pour $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 1 \text{ nF}$.



Chapitre 5 : Les diodes

Il est intéressant de commencer par un rappel des concepts essentiels des semi-conducteurs afin de comprendre le fonctionnement des composants semi-conducteurs.

1. Semi-conducteur Les semi-conducteurs (largement utilisés en électronique dans les composants tels que les diodes, les DELs, les transistors, les photorésistances...) sont des matériaux qui ont une conductivité électrique intermédiaires entre celle des isolants et celle des conducteurs. A basse température, ils se comportent comme des isolants et quand la température s'élève ils deviennent conducteurs.

1.1 Semi-conducteur pur (intrinsèque) un matériau ne comporte aucunes impuretés. Pour améliorer la conductivité électrique des semi-conducteurs on utilise la technique du dopage. Dans un matériau (silicium, germanium ...) d'une très grande pureté initiale, on ajoute une infime quantité, de l'ordre de 10^{-10} , d'un élément dopant.

1.2 Dopage est l'introduction dans un SC pur un atome étranger de faible quantité appelé **dopeur**. On distingue deux types de dopage : le dopage de type N et le dopage de type P.

1.2.1 Dopage type N on parle de semi-conducteur de type N lorsque le dopage est réalisé avec des éléments ayant 5 électrons de covalence comme le phosphore, l'arsenic et l'antimoine. L'atome avec 5 électrons de covalence forme 4 liaisons de covalence et garde un électron qui est alors relativement libre.

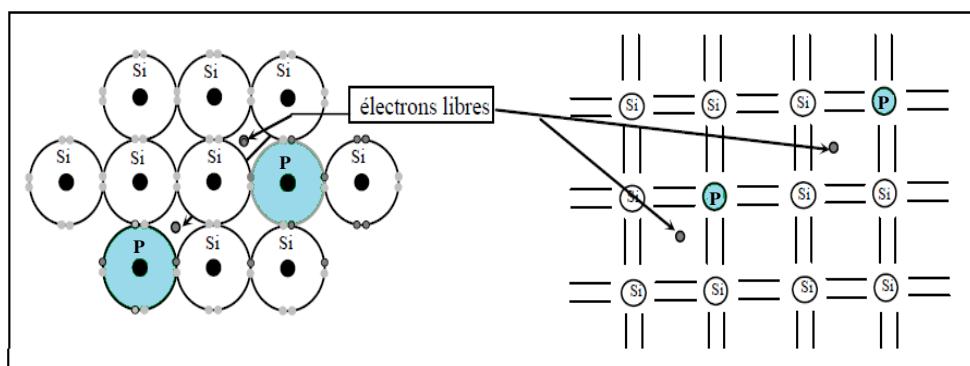


Figure 5.1-Dopage de type N [23].

1.2.2 Dopage type P on parle de semi-conducteur de type P lorsque le dopage est réalisé avec des éléments ayant 3 électrons de covalence comme le bore. L'atome avec 3 électrons de covalence ne peut former que 3 liaisons de covalence. Il y en quelque sorte un trou d'électron.

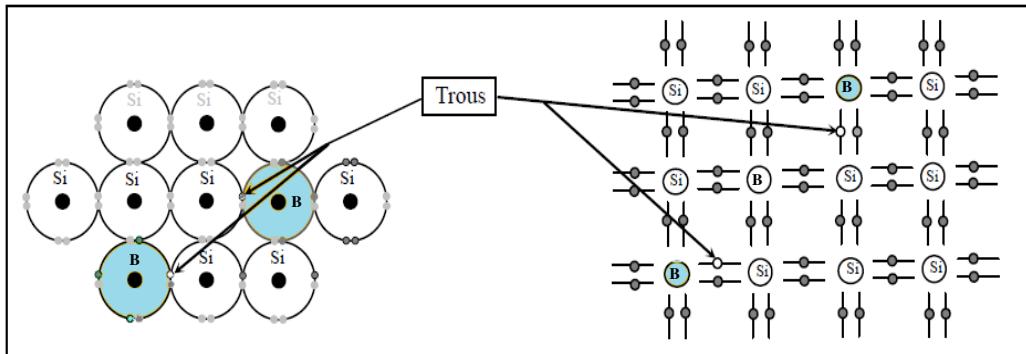


Figure 5.2-Dopage de type P [23].

2. Jonction PN

2.1 Jonction PN à l'équilibre

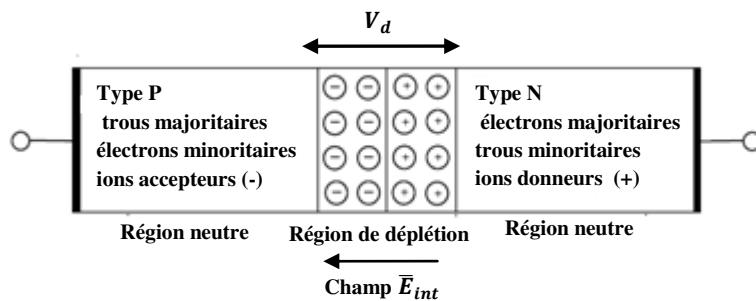


Figure 5.3-Jonction PN à l'équilibre.

La différence de concentration entre les porteurs des régions P et N va provoquer la circulation d'un courant de diffusion. Les trous de la région P vont diffuser vers la région N laissant derrière eux des atomes ionisés, qui constituent autant de charges négatives fixes. Il en est de même pour les électrons de la région N qui diffusent vers la région P laissant derrière eux des charges positives. Il apparaît aussi au niveau de la jonction une zone contenant des charges fixes positives et négatives. Ces charges créent un champ électrique E_{int} qui s'oppose à la diffusion des porteurs de façon à ce qu'un équilibre électrique s'établisse.

Une différence de potentiel entre la zone N et la zone P, appelée barrière de potentiel V_d (tension de seuil) apparaît également à l'équilibre. Pour les diodes à base de Silicium, ce potentiel entre 0.6-0.8 V et pour le germanium entre 0.2-0.4 V.

Remarque : pour chaque électrons libre dans la région N il ya un atome de charge positif pour contrebalancer et la charge totale est nulle et la zone N est neutre et de même pour les trous dans la région P.

2.2 Polarisation de la diode (la jonction PN hors l'équilibre)

2.2.1 Diode polarisé en direct

On dit que la jonction est polarisée en direct lorsque le pôle positif du générateur est connecté à la zone P de la jonction et que le pôle négatif est connecté à la zone N.

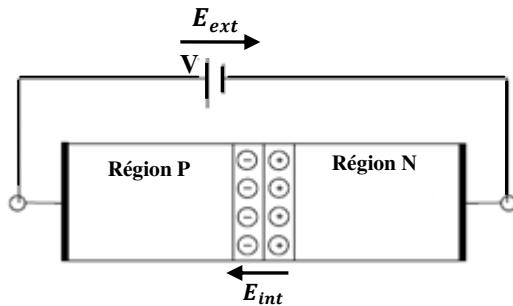


Figure 5.4-Diode polarisée en direct.

Le pole négatif - repousse les électrons de la région N vers barrière ou ils neutralisent certains ions positifs au même moment, le pole positif + attire des électrons de la région N ou ces électrons combinent avec les trous de région P et ils neutralisent certains ions négatifs dans la barrière. Comme il ya moins d'atomes ionisés de part et d'autre de la jonction le champ interne et la barrière de potentiel diminuent.

Le champ externe crée par le générateur s'oppose au champ interne, dès que le champ externe dépasse le champ interne, un courant des majoritaire s'établit à travers la jonction.

2.2.2 Diode polarisée en inverse

On dit que la jonction est polarisée en inverse lorsque le pôle positif du générateur est connecté à la zone N de la jonction et que le pôle négatif est connecté à la zone P.

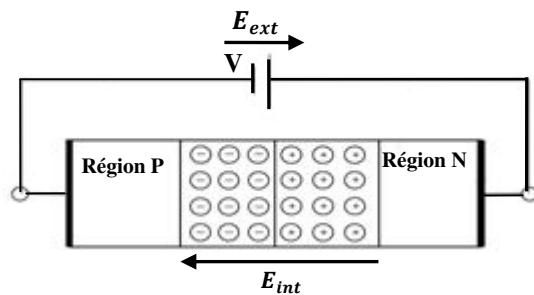


Figure 5.5-Diode polarisée en inverse.

Au moment où on connecte le générateur, une partie des électrons de la zone N se détache et est attirée vers la borne + du générateur. Au même moment, des électrons sont émis par la borne négative du générateur et se combinent avec des trous de la zone P. lorsque l'électron libre se mouvoir laisse des ions positifs et le trou laisse des ions négatifs de part et d'autre de la jonction ce qui augmente la zone de déplétion.

Le champ externe s'ajoute au champ interne de la jonction, la hauteur de la barrière augmente seul le courant de minoritaires est possible à travers la jonction c'est la courant de saturation inverse. Ces porteurs minoritaires sont entraînés par le champ électrique de la région de déplétion vers la région opposée et ils sont générés thermiquement dans les régions neutres.

Le claquage quand la tension appliquée dépasse la valeur spécifiée par le fabricant, le courant croît très rapidement. S'il n'est pas limité par des éléments externes, il y a destruction rapide de la diode. Deux phénomènes sont à l'origine de ce claquage : Phénomène d'avalanche : quand le champ électrique au niveau de la jonction devient trop intense, les électrons accélérés peuvent ioniser les atomes par chocs, ce qui libère d'autres électrons qui sont à leur tour accélérés, et le courant devient important. Phénomène Zener : les électrons sont arrachés aux atomes directement par le champ électrique dans la zone de transition et créent un courant qui devient vite intense quand la tension V_{AK} atteint une valeur V_z dite tension Zéner [24].

3. Diode à jonction

Une diode à jonction est un composant électronique constitué de deux électrodes : l'Anode (A) et la Cathode (K). La représentation symbolique de la diode est donnée en figure suivante :

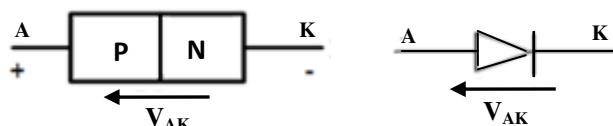


Figure 5.6-Symbole de la diode.

Son fonctionnement est assimilable à celui d'un interrupteur qui ne laisse passer le courant que dans un seul sens.

3.1 Caractéristique statique courant-tension de la diode

La diode est un composant non linéaire (relation entre le courant et la tension est donnée par une équation non linéaire). La caractéristique courant-tension (I-V) de la diode est donnée

$$\text{par : } I = I_s \left(e^{\frac{V_{AK}}{nV_T}} - 1 \right)$$

$$\text{Sens passant: } V_{AK} > 0 ; V_{AK} \gg V_T \Rightarrow I_d = I_s \left(e^{\frac{V_{AK}}{nV_T}} \right)$$

$$\text{Sens bloquant: } V_{AK} < 0 ; V_{AK} \ll V_T \quad I_d = -I_s$$

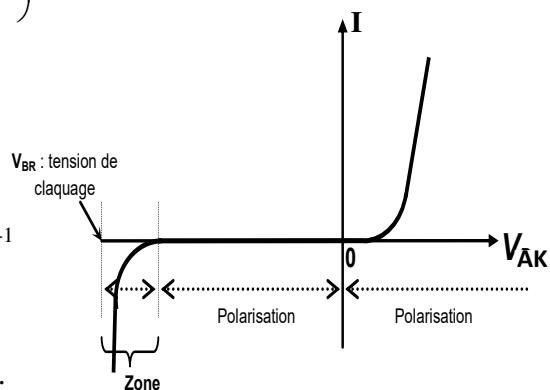
Avec : I_s : Courant de saturation de la diode

$$V_T: \text{Tension thermique, } V_T = \frac{kT}{q}$$

$$k: \text{Constante de Boltzmann, } k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J. K}^{-1}$$

T : Température

$$q: \text{Charge de l'électron, } = 1.60219 \times 10^{-19} \text{ C [16].}$$



n : Coefficient d'idéalité de la diode, valeur comprise entre 1 et 2 qui définit le mode de réalisation et la structure interne de la diode, si n = 1 le courant de diffusion est majoritaire, si n vaut 2 on a un système qui effectue de la génération et de la recombinaison.

Exemple :

Le courant de saturation inverse à 300 K d'une diode Ge de jonction p-n est de 5 μA . Trouver la tension à appliquer aux bornes de la jonction pour obtenir un courant direct de 50 mA.

Solution :

Le courant I pour une tension appliquée V est donné pour une diode Ge p-n par :

$$I = I_s \left[\exp \left(\frac{qV}{k_B T} \right) - 1 \right]$$

Où $I = 50 \text{ mA} = 50 \times 10^{-3} \text{ A}$, $I_s = 5 \mu\text{A} = 5 \times 10^{-6} \text{ A}$ et $T = 300 \text{ K}$. donc :

$$\exp \left(\frac{qV}{k_B T} \right) = \frac{I}{I_s} + 1 = \frac{50 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-6}} + 1 = 10^4$$

$$V = \frac{k_B T}{q} \ln 10^4 = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 300}{1.6 \times 10^{-19}} \times 2.303 \times 4 = 0.238 \text{ V}$$

3.2 Schémas équivalents de la diode

3.2.1 Diode idéale (1^{ère} approximation)

Dans ce cas la diode est équivalente à un interrupteur :

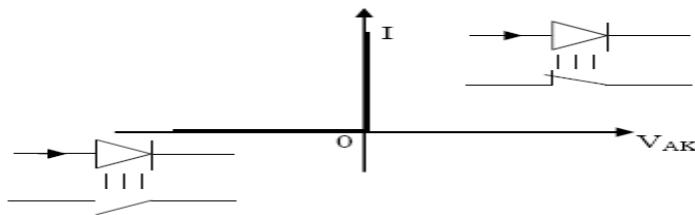


Figure 5.7-Modèle d'une diode idéale.

- **En polarisation directe** : pour $V_{AK} = 0$, $I > 0$, la diode est équivalente à un interrupteur fermé.
- **En polarisation inverse** : pour $V_{AK} < 0$, $I = 0$, la diode est équivalente à un interrupteur ouvert.

3.2.2 Diode parfaite (2^{ème} approximation)

La diode est équivalente soit à un circuit ouvert, soit à une source de tension parfaite de f.c.é.m V_d :

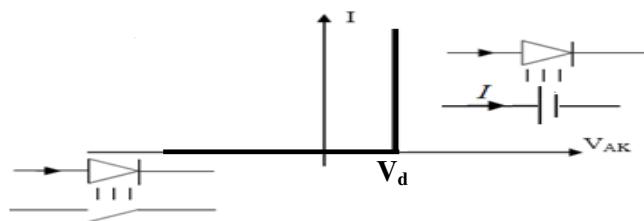


Figure 5.8- Modèle d'une diode parfaite.

- **En polarisation directe** : pour $V_{AK} = V_d$, $I > 0$, la diode est équivalente à un récepteur actif de f.c.é.m V_d .
- **En polarisation inverse** : pour $V_{AK} < V_d$, $I = 0$, la diode est équivalente à un interrupteur ouvert.

3.2.3 Diode réelle (3^{ème} approximation)

La diode est équivalente soit à un circuit ouvert, soit à une source de tension de f.c.é.m V_d et de résistance interne r_d :

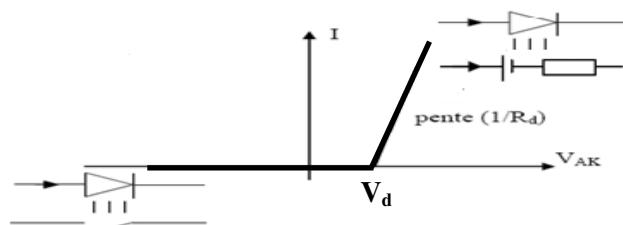
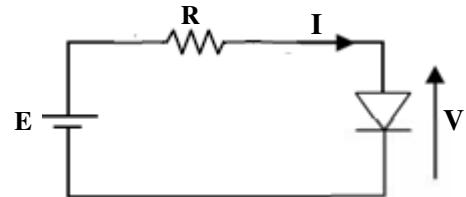


Figure 5.9- Modèle d'une diode réelle.

- **En polarisation directe** pour $I > 0$, la diode est équivalente à un récepteur actif de f.c.é.m V_d et de résistance interne ($R_d = \Delta U_{AK}/\Delta I$).
- **En polarisation inverse** : pour $V_{AK} < 0$, $I = 0$, la diode est équivalente à un interrupteur ouvert [25].

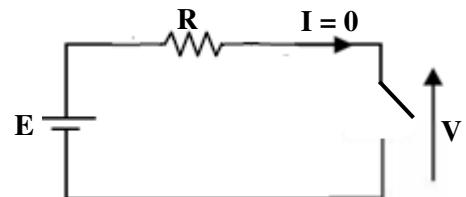
Exemple 1 : En supposant la diode réelle, déterminer la tension V et le courant I .



Corrigé :

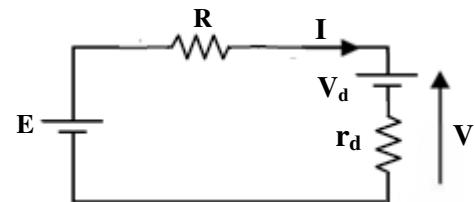
Si $V_{AK} = V \leq V_d$, la diode est bloquée, donc on remplace la diode par un interrupteur ouvert et le schéma devient :

On obtient $I = 0$ et $V = E - RI = E$



Si $V_{AK} = V > V_d$, \Rightarrow La diode est passante. On remplace la diode par son modèle réel.

$$\text{Donc : } V = V_d + r_d I \text{ et } I = \frac{E - V_d}{R + r_d}$$

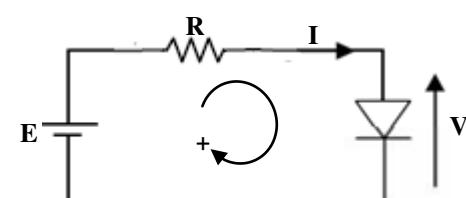


La droite de charge statique $V_{AK} = f(I)$ c'est une droite qui caractérise le comportement d'une diode, elle est définie par la relation qui relie la tension à ces bornes V_{AK} et le courant qui la traverse I en régime continu.

D'après la loi de maille : $E - RI - V = 0$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{R} - \frac{V}{R}$$

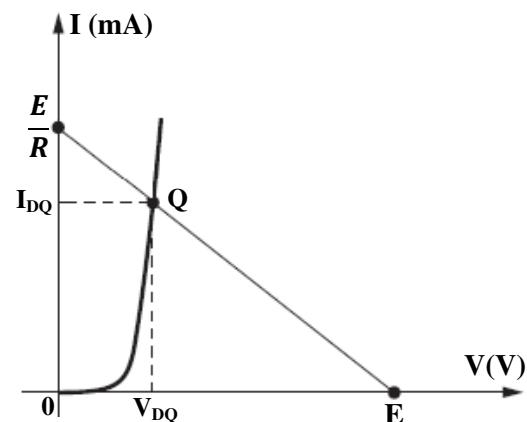
Recherchons deux points pour tracer cette droite



$$\begin{cases} \text{pour } I = 0, V = E \\ \text{pour } V = 0, I = \frac{E}{R} \end{cases}$$

Le point de fonctionnement (ou point de repos) Q (V , I) s'établit à l'intersection de la droite de charge $I = f(V)$ et la caractéristique statique de la diode

$$I = I_s \left(e^{\frac{V}{nV_T}} - 1 \right)$$



Exemple 2 : En supposant les diodes parfaites, trouvez les valeurs de I_1 , I_2 , V_{D1} et V_{D2} dans le circuit suivant :

Corrigé :

$$V_{d1} = V_{d2} = V_d = 0.7 \text{ V}$$

$$E = 10 \text{ V}$$

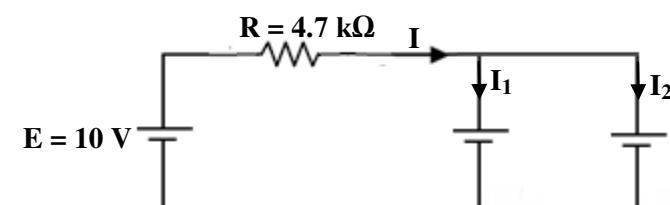
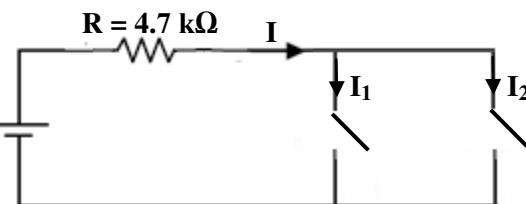
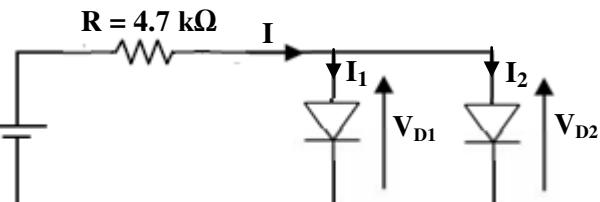
Si $V_{AK} < V_d$, les deux diodes sont bloquées et on les remplace par des interrupteurs ouvert on obtient :

$$I_1 = I_2 = 0$$

$$\text{et } V_{D1} = V_{D2} = E = 10 \text{ V}$$

$$E = 10 \text{ V}$$

Si $V_{AK} = V_d$, les deux diodes sont passantes et on les remplace par des générateurs de f.c.e.m $V_d = 0.7 \text{ V}$ (Si). On obtient : $V_{D1} = V_{D2} = V_D = V_d = 0.7 \text{ V}$ et $V_R = E - V_D = 10 - 0.7 = 9.3 \text{ V}$



$$I = \frac{E - V_D}{R} = \frac{10 - 0.7}{4.7} = 1.98 \text{ mA} \text{ donc } I_{D1} = I_{D2} = \frac{I}{2} = \frac{1.98}{2} = 0.99 \text{ mA}$$

4. Diode Zener

Une diode Zener est une diode spécialement conçue pour exploiter le claquage inverse. La tension de claquage est appelée tension Zener. Cette diode peut être utilisée comme régulateur de tension, écrêtage d'une tension ou pour l'alimentation continue de petite puissance.

Symbole : la diode Zener a plusieurs symboles :

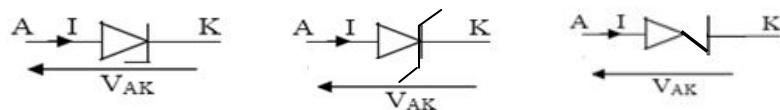


Figure 5.10-Symbole de la diode Zener.

4.1 Caractéristique statique courant-tension

En inverse le courant peut changer beaucoup alors que la tension reste toujours près de V_{ZT} .

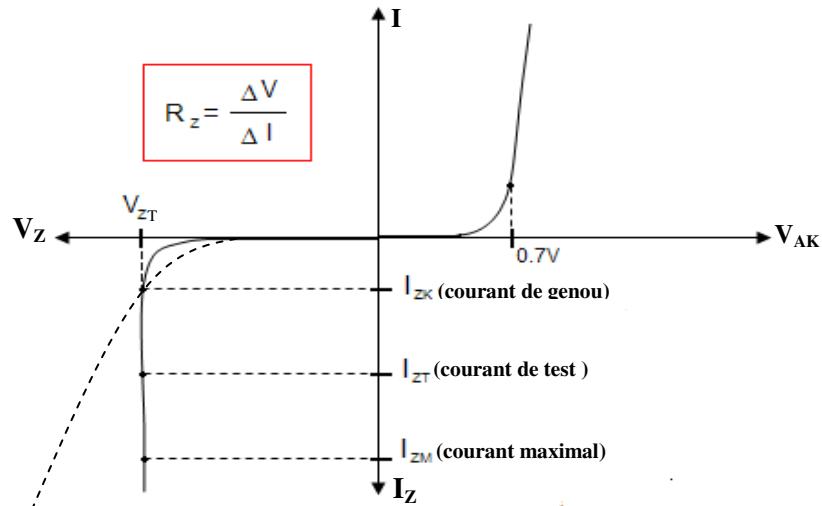


Figure 5.11- Caractéristique de la diode Zener.

V_{ZT} : tension Zener et R_Z : résistance Zener

I_{ZM} : courant maximal supporté par la diode (puissance maximale : $P_{max} \sim V_Z \times I_{max}$)

En polarisation directe, une diode Zener est équivalente à une diode normale.

En polarisation inverse, la diode conduit lorsque la tension inverse V_{AK} devient supérieure à la tension Zener V_Z . La caractéristique linéarisée conduit à l'équation : $V_{AK} = V_Z + R_Z I$ où R_Z est la résistance dynamique inverse. Dans ce cas La diode Zener est équivalente au modèle suivant :

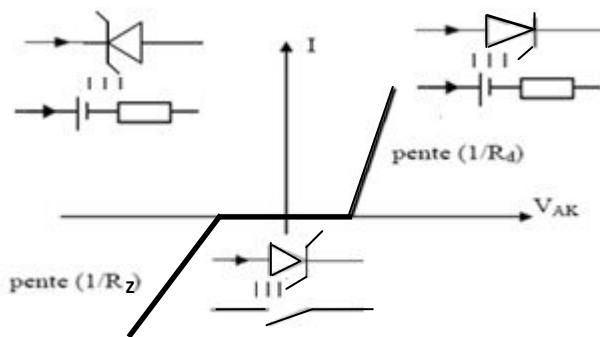


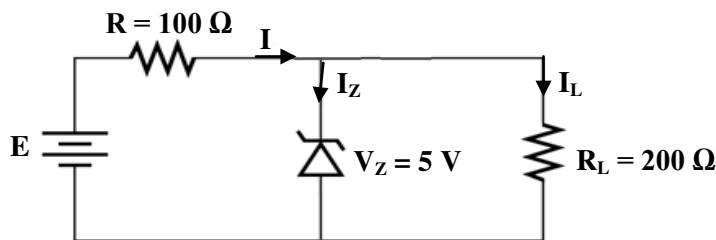
Figure 5.12-Model de la diode Zener.

Remarque : Si la résistance dynamique R_Z est négligée, la tension aux bornes de la diode lorsqu'elle conduit en inverse est constante quelque soit le courant qui la traverse. La diode Zener est idéale.

Note : Il faudra contrôler que le courant inverse dans la Zener n'augmente pas au dessus de courant maximum.

4.2 Stabilisation par diode Zener

Exemple 1 : Avec le montage de la figure ci-dessous, on va essayer de stabiliser la tension aux bornes la charge R_L à l'aide d'une diode Zener ($V_Z = 5V$). Pour les faibles valeurs de E , la Zener reste bloquée, la tension V_L aux bornes de R_L sera calculée comme si la Zener était absente. Dès que V_L dépasse V_Z , la Zener conduit et V_L reste égale à V_Z .



a) $E = 3V$

On suppose que la Zener est bloquée, $I_Z = 0$,

$$V_L = \frac{R_L}{R_L + R} E = \frac{200}{300} \times 3 = 2 V$$

$V_L < V_Z$, donc la Zener est bien bloquée, tout le courant I passe de la charge.

$$I_L = I = \frac{E}{R_L + R} = \frac{3}{0.3} = 10 mA$$

Donc $V_L = 2 V$ et $I_L = 10 mA$.

b) $E = 6V$

On suppose que la Zener est bloquée, $I_Z = 0$,

$$V_L = \frac{R_L}{R_L + R} E = \frac{200}{300} \times 6 = 4 V$$

$V_L < V_Z$, donc la Zener est bien bloquée, tout le courant I passe de la charge.

$$I_L = I = \frac{E}{R_L + R} = \frac{6}{0.3} = 20 mA$$

Donc $V_L = 4 V$ et $I_L = 20 mA$.

c) $E = 9V$

On suppose que la Zener est bloquée, $I_Z = 0$,

$$V_L = \frac{R_L}{R_L + R} E = \frac{200}{300} \times 9 = 6 V$$

$V_L > V_Z$, donc la Zener est conduit et impose $V_L = V_Z = 5 V$, le courant I se partage entre I_Z et I_L .

$$I_L = \frac{V_L}{R_L} = \frac{5}{0.2} = 25 mA, I = \frac{E - V_Z}{R} = \frac{9 - 5}{0.1} = 40 mA, I_Z = I - I_L = 15mA$$

Donc $V_L = 5 V$ et $I_L = 25 mA$.

a) $E = 12V$

Il est évident que la Zener va conduire ici aussi et imposer $V_L = V_Z = 5V$

$$I_L = \frac{V_L}{R_L} = \frac{5}{0.2} = 25 mA, I = \frac{E - V_Z}{R} = \frac{12 - 5}{0.1} = 70 mA, I_Z = I - I_L = 35mA$$

Donc $V_L = 5 V$ et $I_L = 25 mA$.

Exemple 2 : Considérons le régulateur de diode Zener représenté sur la figure ci-dessus.

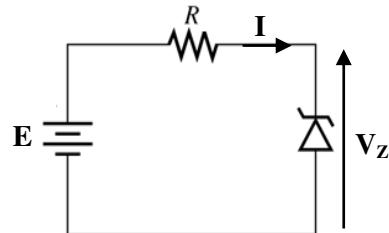
Trouvez la tension de charge V_L et le courant I si $E = 3 V$ et $12 V$, $R = 1.2 k\Omega$, $V_Z = 6V$.

a) $E = 3 V$, $V_Z = 3 V < 6 V$ la diode est bloquée,

donc on remplace la diode par un interrupteur ouvert :

$$I = 0 V \text{ et } V_R = R \times I = 0$$

a) $E = 12 V$, $V_Z = 6 V$



Quand la diode Zener a atteint sa tension de claquage ($6 V$) la diode devient passante et laisse passer la totalité de courant.

$$I = \frac{E - V_Z}{R} = \frac{12 - 6}{1.2} = 5 mA \text{ et } V_R = R \times I = 1.2 \times 5 = 6 V.$$

5. Les circuits à diodes

5.1 Redresseur simple et double alternance

La plupart des circuits électroniques ont besoin d'une tension continue pour fonctionner. Puisque la tension de réseau électrique est alternative (AC), on la transforme en une tension continue (DC) par un montage appelée alimentation. Le premier étage de cette alimentation, après le transformateur, est le redresseur.

Redressement : Une des applications principales des diodes consiste à transformer un signal alternatif, dans lequel le sens de circulation des électrons s'inverse à chaque demi-période, en un signal dans lequel les électrons circulent en sens unique.

□ **Redresseur simple alternance :**

Il admet l'alternance positive et annule l'alternance négative. Une simple diode en série avec la charge suffit à réaliser cette fonction.

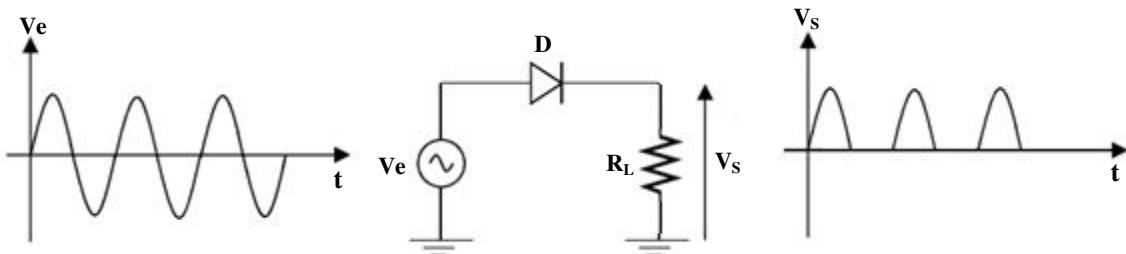
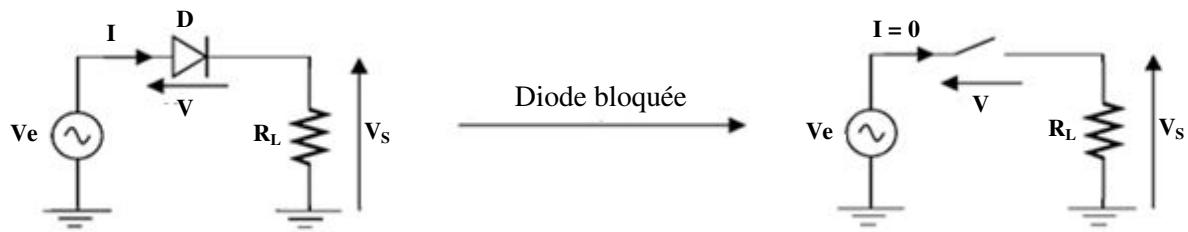


Figure 5.13- Circuit redresseur à simple alternance.

Lors de l'alternance positive ($V_e \geq 0$) de la tension d'entrée, la diode est passante.

Pour simplifier l'analyse du circuit, on commence par supposer que la diode est en circuit ouvert (bloquée).



- On détermine la tension V ($V_{\text{Anode}} - V_{\text{Cathode}}$) aux bornes de la diode. Cette tension est ensuite comparée par la tension de seuil de la diode V_d .

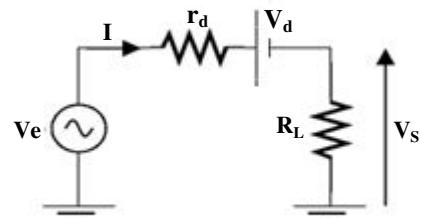
$$V_e - V - R_L I = 0 \quad \text{et} \quad I = 0 \rightarrow V = V_e$$

- On compare la tension V par la tension de seuil V_d :

$V = V_e \leq V_d$: la diode est bloquée $\rightarrow V_s = R_L I \rightarrow V_s = 0$.

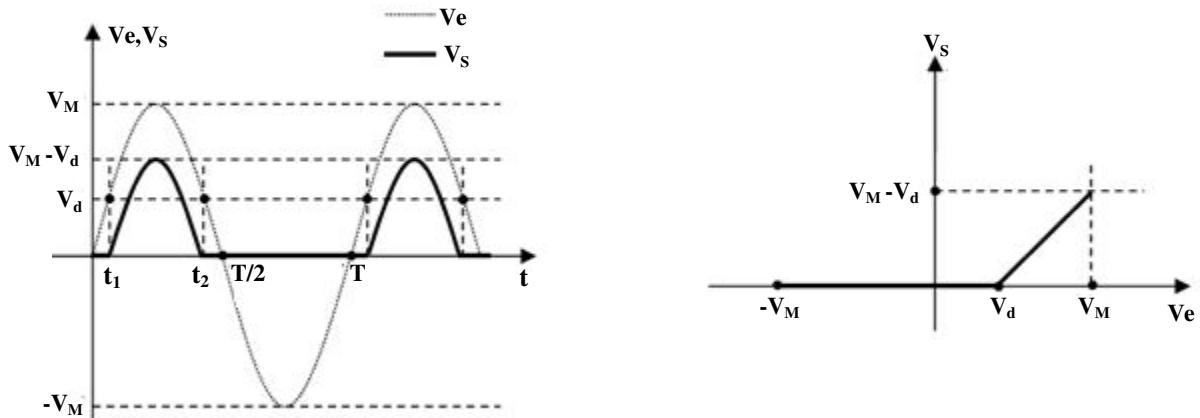
$V = V_e > V_d$: la diode conduit et est remplacée par son modèle linéaire (r_d, V_d).

$$V_s = \frac{R_L}{R_L + r_d} (V_e - V_d), \text{ diviseur de tension}$$



Lors de l'alternance négative ($V_e \leq 0$) de la tension d'entrée, la diode se bloque.

Tracés de $V_s(t)$ et de la caractéristique de transfert $V_s = f(V_e)$: On prend le cas où : $r_d = 0$ (r_d est négligeable devant R_L).



b. Redresseur double alternance: Le montage en pont de Graëtz

Lors de l'alternance positive de la tension d'entrée V_e , seules les diodes D_1 et D_2 , ayant une tension d'anode supérieure à V_d , conduiront. Les diodes D_3 et D_4 sont bloquées. Pour l'alternance négative, ce sont les diodes D_3 et D_4 qui conduisent.

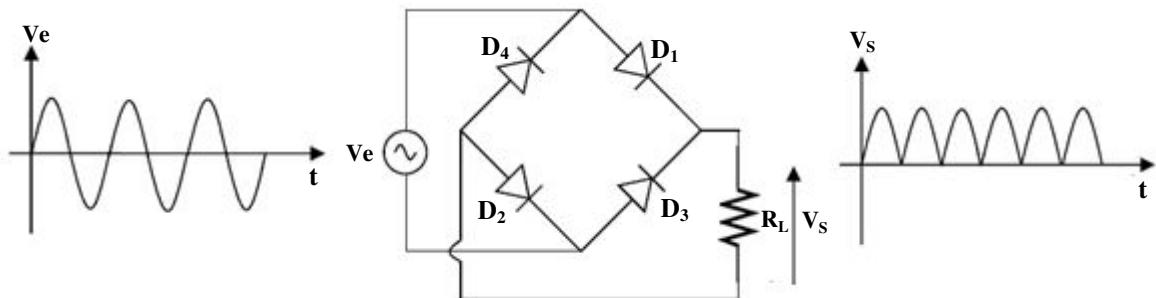
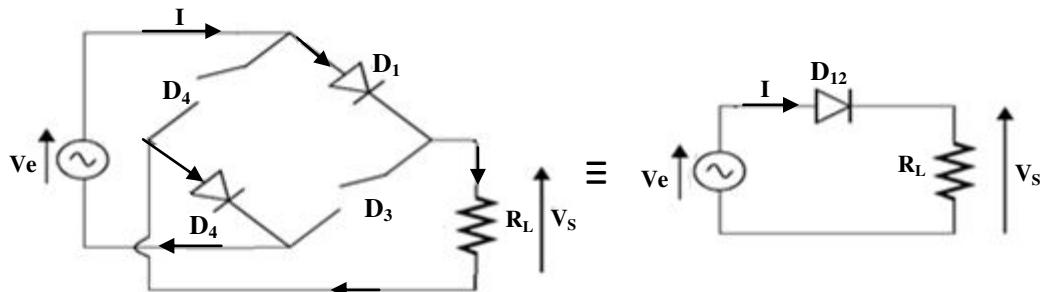


Figure 1.14- Circuit redresseur à double alternance.

- Lors de l'alternance positive ($V_e \geq 0$) de la tension d'entrée, les diodes D_3 et D_4 se bloquent et le circuit se simplifie comme représenté à la figure ci-dessous. L'analyse est le même comme pour le redressement simple alternance, ce qui donne :

$0 \leq V_e \leq 2V_d$: Les diodes D_1 et D_2 (D_{12}) sont bloquées $\rightarrow V_s = 0$.

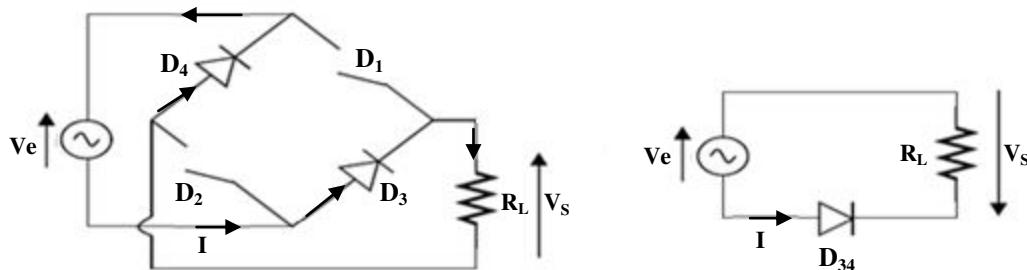
$$V_e > 2V_d : \text{les diodes } D_1 \text{ et } D_2 (\text{ } D_{12}) \text{ conduisent } \rightarrow V_s = \frac{R_L}{R_L + r_d} (V_e - 2V_d).$$



- Lors de l'alternance négative ($V_e \leq 0$) de la tension d'entrée, les diodes D_1 et D_2 se bloquent et le circuit se simplifie comme représenté à la figure ci-dessous. L'analyse est aussi le même comme pour le redressement simple alternance, ce qui donne :

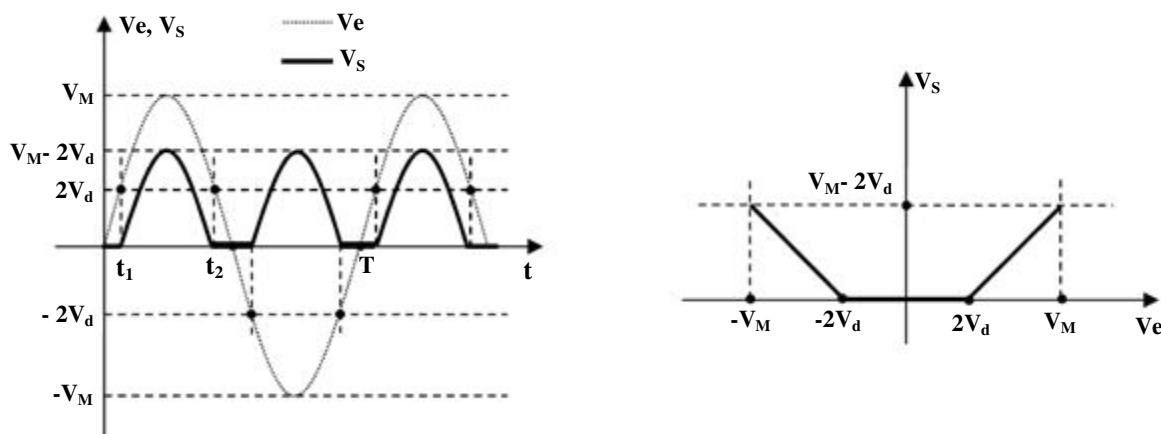
$-2V_d \leq V_e \leq 0$: Les diodes D_3 et D_4 (D_{34}) sont bloquées $\rightarrow V_S = 0$.

$V_e < -2V_d$: Les diodes D_3 et D_4 (D_{34}) conduisent $\rightarrow V_S = -\frac{R_L}{R_L+r_d}(V_e + 2V_d)$.



- Tracés de $V_S(t)$ et de la caractéristique de transfert $V_S = f(V_e)$:

On prend le cas où : $r_d = 0$.



- Valeur moyenne** : la valeur moyenne d'une fonction périodique est donnée par :

$$\langle V_S \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V_S(t) dt$$

- Valeur efficace** : la valeur efficace d'une fonction périodique est donnée par :

$$V_S(\text{efficace}) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_S^2(t) dt}$$

- **Calcul de la valeur moyenne d'une tension simple alternance**

$$\begin{aligned} \langle V_S \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T V_S(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} \frac{R_L}{R_L + r_d} (V_M \sin wt - V_d) dt \rightarrow \langle V_S \rangle \\ &= \frac{1}{T} \frac{R_L}{R_L + r_d} \left(-\frac{V_M}{w} \cos wt - V_d t \right) \Big|_{t_1}^{t_2} \\ &= \frac{1}{T} \frac{R_L}{R_L + r_d} \left(-\frac{V_M}{w} (\cos wt_2 - \cos wt_1) - V_d (t_2 - t_1) \right) \end{aligned}$$

On a : $\begin{cases} \cos wt_2 = -\cos wt_1 \\ t_2 - t_1 = \frac{T}{2} - 2t_1 \\ V_d = V_M \sin wt_1 \rightarrow t_1 = \frac{1}{w} \arcsin \left(\frac{V_d}{V_M} \right) \end{cases}$

on obtient : $\langle V_S \rangle = \frac{1}{T} \frac{R_L}{R_L + r_d} \left(\frac{2V_M}{2\pi} \cos wt_1 - V_d \left(\frac{T}{2} - 2t_1 \right) \right)$

$$\langle V_S \rangle = \frac{R_L}{R_L + r_d} \left(\frac{V_M}{\pi} \cos wt_1 - \left(\frac{T}{2} - 2t_1 \right) \frac{V_d}{T} \right)$$

dans le cas où : $r_d \ll R_L$ et $V_d \ll V_M$, $\langle V_S \rangle = \frac{V_M}{\pi}$

- **Calcul de la valeur moyenne d'une tension double alternance**

$$\langle V_S \rangle_{double A.} = 2 \cdot \langle V_S \rangle_{simple A.}$$

$$\rightarrow \langle V_S \rangle = \frac{2R_L}{R_L + r_d} \left(\frac{V_M}{\pi} \cos wt_1 - \left(\frac{T}{2} - 2t_1 \right) \frac{V_d}{T} \right)$$

lorsque : $R_L \gg r_d$ et $V_d \ll V_M$ donc $\langle V_S \rangle_{double A.} = \frac{2V_M}{\pi}$

- **Calcul de la valeur efficace d'une tension simple alternance**

$$V_{S_{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_S^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{R_L}{R_L + r_d} \right)^2 (V_M \sin wt - V_d)^2 dt}$$

$$\rightarrow V_{S_{eff}}^2 = \frac{1}{T} \left(\frac{R_L}{R_L + r_d} \right)^2 \int_{t_1}^{t_2} (V_M^2 \sin^2 wt - 2V_M V_d \sin wt + V_d^2) dt$$

on montre que : $\int_{t_1}^{t_2} \sin wt dt = -\frac{1}{w} (\cos wt_2 - \cos wt_1) = \frac{2}{w} \cos wt_1$

$$\int_{t_1}^{t_2} V_d^2 dt = V_d^2 (t_2 - t_1)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \sin wt^2 dt = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{1 - \cos 2wt}{2} \right) dt = \frac{1}{2}(t_2 - t_1)$$

$$V_{Seff}^2 = \frac{1}{T} \left(\frac{R_L}{R_L + r_d} \right)^2 \left(\frac{V_M^2}{2} (t_2 - t_1) - \frac{4V_M V_d}{w} \cos wt_1 + V_d^2 (t_2 - t_1) \right)$$

$$V_{Seff} = \sqrt{\left(\frac{R_L}{R_L + r_d} \right)^2 \left(\frac{V_M^2}{2T} (t_2 - t_1) - \frac{2V_M V_d}{\pi} \cos wt_1 + \frac{V_d^2}{T} (t_2 - t_1) \right)}$$

$$\text{lorsque : } R_L \ll r_d \text{ et } V_d \ll V_M : \left(t_2 - t_1 \approx \frac{T}{2} \right) \rightarrow V_{Seff} = \frac{V_M}{2}$$

- **Calcul de la valeur efficace d'une tension double alternance**

$$V_{Seff \text{ (double A.)}}^2 = 2 V_{Seff \text{ (simple A.)}}^2$$

$$V_{Seff \text{ (double A.)}} = \sqrt{2 \left(\frac{R_L}{R_L + r_d} \right)^2 \left(\frac{V_M^2}{2T} (t_2 - t_1) - \frac{2V_M V_d}{\pi} \cos wt_1 + \frac{V_d^2}{T} (t_2 - t_1) \right)}$$

$$\text{lorsque : } r_d \ll R_L \text{ et } V_d \ll V_M : V_{Seff \text{ (double A.)}} = \frac{V_M}{\sqrt{2}}$$

5.2 Écrêtage consiste à supprimer une partie de l'amplitude d'un signal. Le redressement supprimant les alternances négatives peut être considéré comme un cas particulier de l'écrêtage. La figure ci-dessous présente un écrêtage de l'alternance positive.

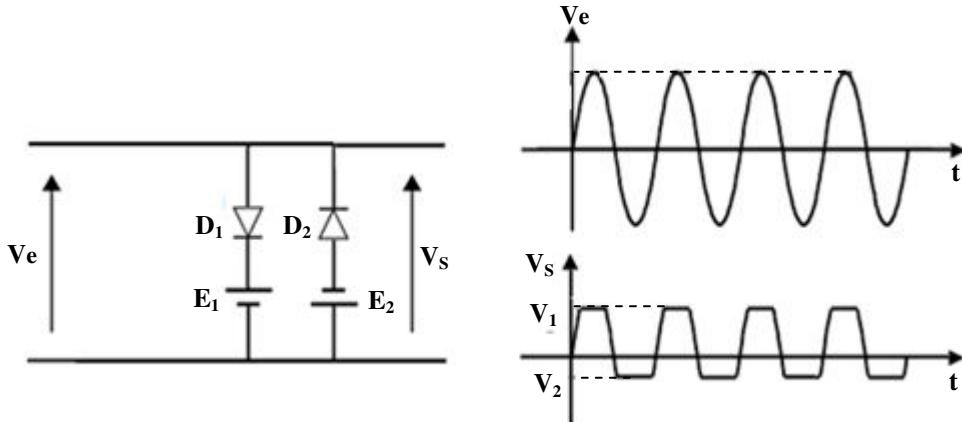


Figure 5.15- Circuit écrêteur.

5.3 Filtrage par condensateur : lissage de la tension

Une tension redressée (simple ou double alternance) a toujours le même signe mais elle n'est pas continue puisqu'elle varie de 0 à la valeur de crête. Pour obtenir une tension continue, il reste une étape: le filtrage. Un condensateur est placé en dérivation à la sortie du pont de redressement. Lorsque la tension augmente, le condensateur se charge à travers la résistance

$R_{eq} = 2r_d//R_L$ Lorsque la tension à la sortie tend à diminuer, le condensateur se décharge à travers R_L (les diodes sont bloquées), ce qui réduit fortement la chute de la tension. Si le condensateur a une capacité suffisante, les variations de la tension peuvent être négligeables, la tension est quasiment continue [16].

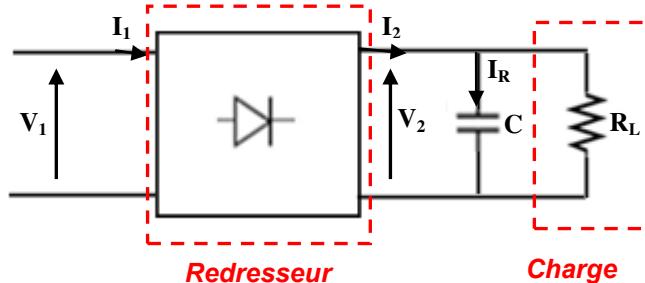


Figure 1.16-Chaine de conversion AC-DC.

La présence d'un condensateur diminue l'ondulation ΔV de la tension redressée.

$$\Delta V = V_{max} - V_{min}$$

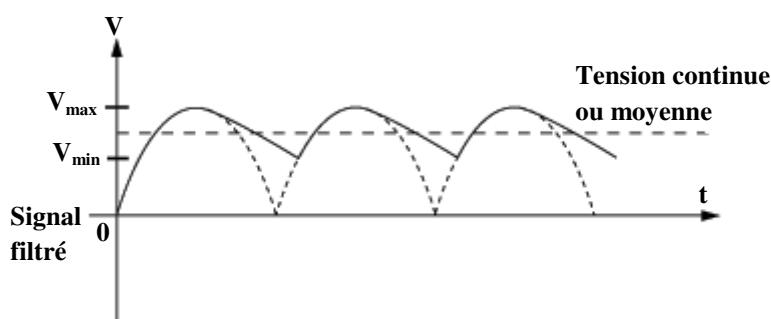


Figure 1.17-Filtrage capacitif.

Remarque Si la capacité du condensateur est suffisante, l'ondulation Δu devient négligeable.
-On peut également lisser le courant avec une bobine d'inductance suffisante avec une charge résistive.

6. Autres diodes usuelles

Dans la catégorie des diodes, Nous trouvons d'autres types autres que celles déjà mentionnées, y compris :

6.1 Diode Schottky



C'est une diode réalisée sous la forme d'une jonction métal /semi-conducteur lui permettant de commuter très rapidement et dont la barrière de potentiel est plus faible que celle d'une diode

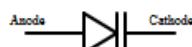
usuelle (de 0.2V à 0.4V). Son utilisation est intéressante dans les circuits logiques rapides et pour détecter des signaux HF (hautes fréquences) et hyperfréquences faibles.

6.2 Diode Electroluminescente (DEL)



La diode électroluminescente (DEL en français, ou LED en anglais pour light emitting diode) est une diode qui soumise à une tension en sens direct, émet de la lumière de couleur précise, cette lumière peut être rouge, jaune, verte, bleue et aussi blanche. La tension en polarisation inverse est très faible par rapport aux autres diodes. Elle est rarement supérieure à 5V. La tension de seuil varie de 1.6 à 3.2 V. Elle est très utilisée pour l'éclairage des habitations, dans les écrans plats et comme voyants lumineux dans les appareils électroniques.

6.3 Diode Varicap



Une diode possède une capacité (très faible). La capacité d'une diode polarisée en inverse diminue quand la tension inverse augmente. Ainsi on a un condensateur variable qui est commandé par une tension. Ces diodes sont notamment utilisées dans les systèmes radio électroniques.

6.4 Photodiode, Cellule solaire



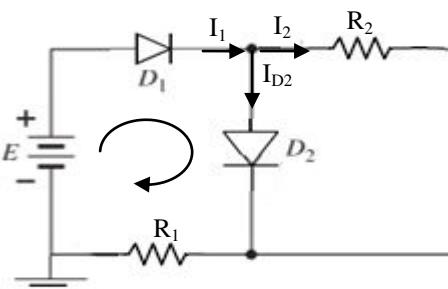
Une photodiode est une diode au silicium utilisée en sens inverse, donc normalement bloquée. Mais lorsqu'elle reçoit de la lumière tout se passe comme si elle avait une fuite de courant. Les photodiodes sont très employées dans les télécommunications par fibres optiques [26].

Exercices

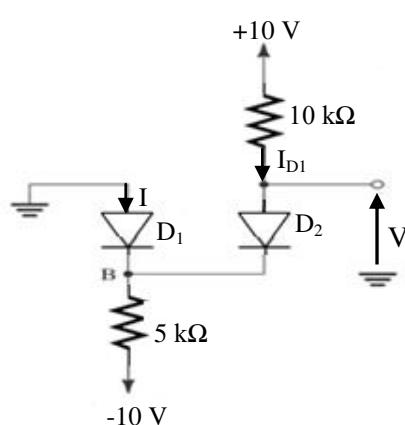
Exercice 1 : Soit le circuit suivant.

Calculer les courants I_1 , I_2 et I_{D2}

Sachant que : $E = 20 \text{ V}$, $V_{d1} = V_{d2} = 0.7 \text{ V(Si)}$,
 $R_1 = 5.6 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 3.3 \text{ k}\Omega$.



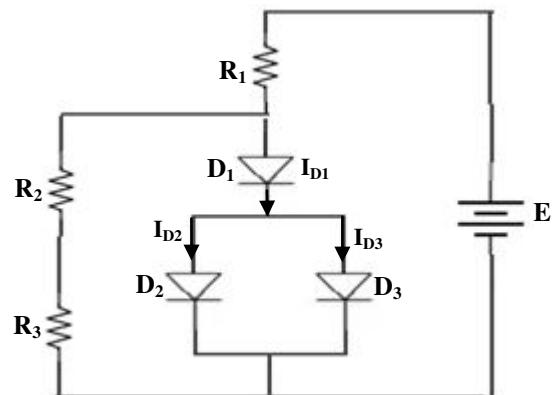
Exercice 2 : En supposant des diodes idéales, trouvez les valeurs de I et V dans le circuit suivant.



Exercice 3 :

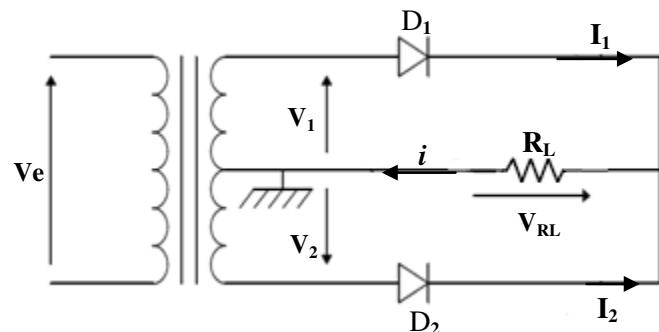
On considère le montage ci-contre qui utilise trois diodes supposées identiques et réelles.

- Déterminer les courants qui traversent chaque diode.



Exercice 4 : Soit le montage redresseur double alternance suivant :

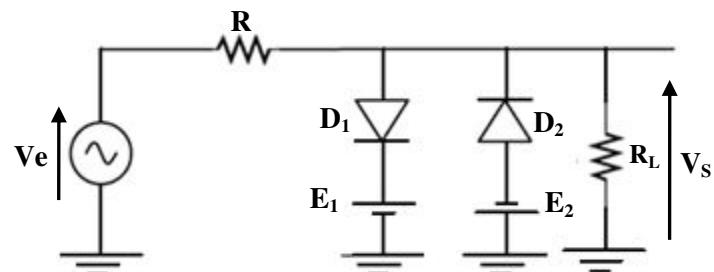
- Représenter la tension de sortie V_S en fonction du temps.



Exercice 5 :

Dans le circuit limiteur suivant, les diodes sont réelles, la tension d'entrée $V_e = V_0 \sin wt$.

- Représenter sur le même graphique la tension d'entrée V_e et la tension de sortie V_s en fonction du temps.



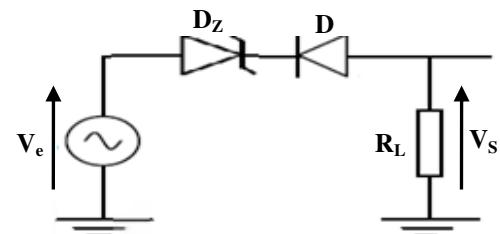
- Tracer la caractéristique de transfert $V_s = f(V_e)$.

Exercice 6 : Soit le montage ci-contre.

La source de tension est sinusoïdale de la forme :

$V_e = V_M \sin wt$. Les diodes normale et Zener possédant une tension de seuil V_d, V_z et une résistance dynamique r_d, r_z respectivement.

- Déterminer la tension de sortie et tracer la caractéristique de transfert.



Chapitre 6 : Les transistors bipolaires

1. Définition

Le transistor bipolaire à jonction (ou BJT, pour « Bipolar Junction Transistor ») est un composant électronique actif, constitué de deux jonctions PN montées en tête bêche. Il est constitué donc par un cristal semi-conducteur (germanium (Ge) ou silicium (Si)) comportant trois zones dopées différemment de façon à former :

- Soit deux zones N séparées par une zone P : c'est le transistor NPN.
- Soit deux zones P séparées par une zone N : c'est le transistor PNP.

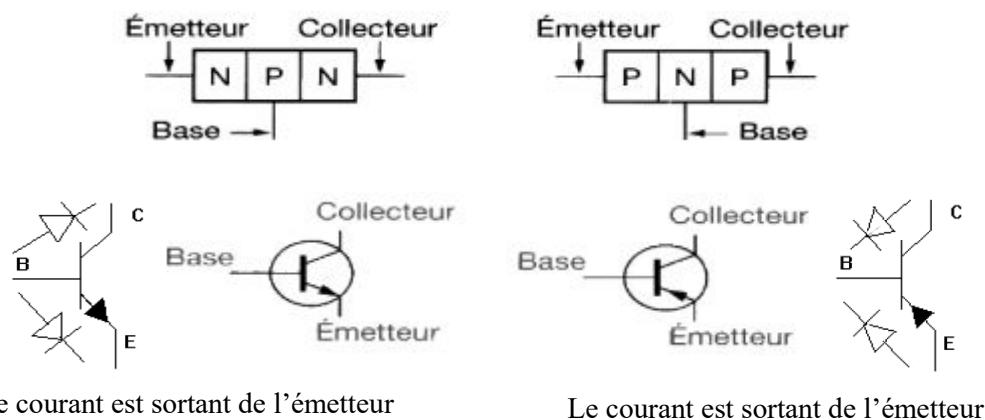


Figure 6.1- Transistor, symbole et constitutions.

Note : Dans le symbole de transistor, la flèche est toujours dirigée vers la région N et il indique le sens de circulation du courant.

Dans ce cours, nous nous intéressons au transistor NPN; et tout ce qui est fait en NPN peut être fait en PNP, il suffit juste d'inverser les polarités.

2. Principe de fonctionnement du transistor (l'effet de transistor)

A l'équilibre thermodynamique (où aucune tension de polarisation n'est appliquée), aucun courant ne circule à travers les deux jonctions. Pour modifier cet état, des tensions V_{BE} et V_{BC} doivent être appliquées au transistor.

On distingue quatre régimes de fonctionnement dépendant de la polarisation des jonctions :

- Le régime direct, appelé également le régime normal de fonctionnement : La jonction émetteur-base (EB) est polarisée en direct ($V_{BE} > 0$ V) et la jonction base-collecteur (BC) est polarisée en inverse ($V_{BC} < 0$ V).

- Le régime saturé, Pour lequel les deux jonctions sont polarisées en direct.
- Le régime bloqué, Pour lequel les deux jonctions sont polarisées en inverse.
- Le régime inverse, pour lequel les jonctions EB et BC sont polarisées respectivement en inverse et en direct.

Nous allons décrire dans ce qui suit, uniquement le régime normal de fonctionnement qui a été utilisé pour mettre en évidence l'effet transistor. Nous représentons ci-dessous, le diagramme de bande d'un transistor en régime de polarisation directe.

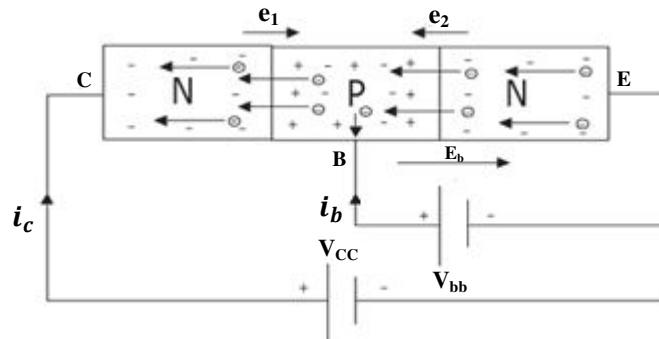


Figure 6.2- Principe de l'effet transistor.

Lorsque la base est mise sous tension, la jonction EB est polarisée en direct et la barrière de potentiel est abaissée (voir la diode en sens passant). La traversée de cette jonction par les porteurs majoritaires (les électrons) est favorisée. Les électrons majoritaires de E (émetteur) diffusent à travers la jonction EB polarisée en sens direct. La borne négative de la source de tension peut, dès ce moment, injecter des électrons dans l'émetteur. Ceux-ci peuvent facilement traverser la barrière de potentiel de la jonction EB et arriver dans la zone de base. Donc un bon nombre d'électrons traverseront la jonction EB et se retrouveront dans la zone P (base) ou ils devraient se combiner avec les trous de cette zone. En réalité il n'en est rien, grâce à l'énergie et à la vitesse acquise par les électrons, jumelé à la faible épaisseur de cette zone P la plupart des électrons vont se retrouver au droit de la jonction BC. Dans leur trajet en zone B, nous pouvons encore dire que quelques électrons vont se recombiner avec les trous majoritaires de cette zone et donner ainsi le courant de base. Ou en d'autres termes, une partie minime des électrons de l'émetteur seront attirés par la polarisation positive de la base du transistor.

3. Configuration de transistor

Il y a trois types de circuits de connexion pour faire fonctionner un transistor, comme démontré dans la figure suivante :

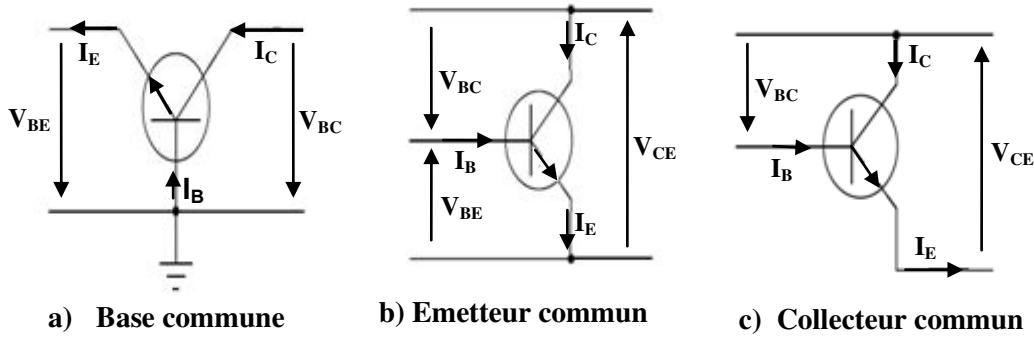


Figure 6.3- Configurations de base du transistor.

- La patte commune est l'émetteur : on parle de montage émetteur commun .L'entrée est la base et la sortie le collecteur. L'entrée est caractérisée par les deux grandeurs I_B et V_{BE} , et la sortie par les grandeurs I_C et V_{CE} . Il amplifie la tension et le courant donc la puissance.
- La patte commune est la base : on parle de montage base commune. L'entrée est l'émetteur et la sortie le collecteur. Les grandeurs d'entrée sont I_E et V_{BE} et les grandeurs de sortie sont I_C et V_{BC} . Ce montage est utilisé pour amplifier la tension.
- La patte commune est le collecteur : on parle de montage collecteur commun .L'entrée est la base et la sortie l'émetteur. Les entrées sont I_B et V_{BC} et les sorties sont I_E et V_{CE} . Le montage en collecteur commun fournit une amplification en courant [27].

Le terme « commun » est utilisé pour indiquer l'électrode commune à l'entrée et à la sortie.

4. Réseau de caractéristiques (montage émetteur commun)

On représente les différentes caractéristiques dans le système d'axes suivant :

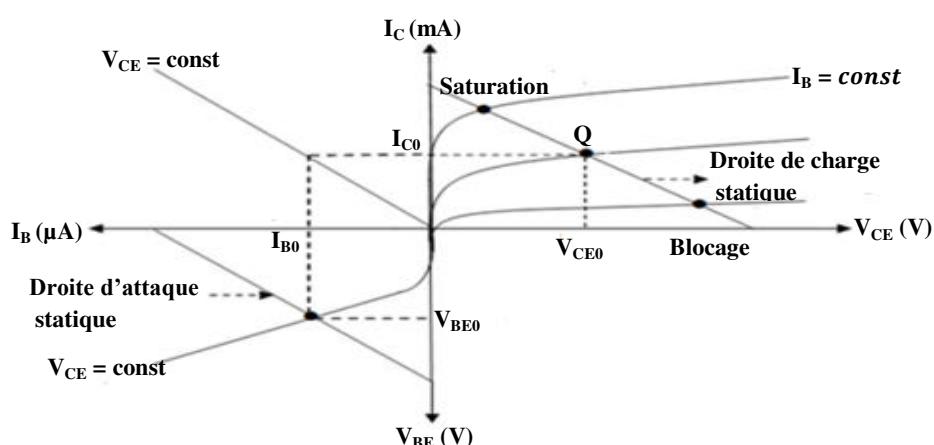


Figure 6.4- Caractéristiques du transistor bipolaire monté en Emetteur Commun.

□ **La caractéristique d'entrée d'un transistor I_B (V_{BE} , $V_{CE} = \text{constant}$) :**

Correspond à peu près à celle d'une diode en silicium. La tension de seuil est environ de 0.7V comme c'est déjà connu de la diode. La résistance différentielle ou dynamique r_{BE} correspond à la pente de la courbe au point de travail $r_{BE} = \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B} \Big|_{V_{CE} = \text{const}}$

□ la caractéristique de transfert I_C (I_B , V_{CE} = constant) :

La caractéristique de transfert est une droite; elle est pratiquement linéaire et admet pour équation : $I_C = \beta I_B$. On peut donc dire que le transistor se comporte comme un générateur de courant commandé par un courant. On notera que l'origine de la droite ne passe pas par zéro, mais par une valeur notée I_{CE0} , qui correspond au courant de fuite (leakage current), courant circulant dans le collecteur. Cette valeur étant généralement très faible, on pourra le plus souvent la négliger. Avec β : Coefficient d'amplification statique en courant ou gain.

□ La caractéristique de sortie I_C (V_{CE} , I_B = constant) :

La caractéristique de sortie du transistor correspond à la relation $I_C = f(V_{CE})$, I_B étant constant. Dans la pratique, on trace plusieurs caractéristiques pour différentes valeurs de I_B . la zone de saturation: quand la tension V_{CE} diminue pour devenir très faible, la jonction collecteur-base cesse d'être polarisée en inverse, et l'effet transistor décroît alors très rapidement. L'autre partie du graphe montre que le courant de collecteur I_C dépend très peu de la tension V_{CE} [17]. On déduit de cette famille des caractéristiques, la résistance de sortie différentielle r_{CE} qui peut aussi s'exprimer par la relation suivante : $r_{CE} = \frac{\partial V_{CE}}{\partial I_C} \Big|_{I_B = const}$

Remarque : le réseau de transfert en tension $V_{CE} = f(V_{BE})$ ne présente pas d'intérêt pratique.

5. Les modes de fonctionnement du transistor

Le transistor possède deux modes de fonctionnement :

- fonctionnement linéaire (Amplificateur de courant).
- fonctionnement en commutation (2 états possible : bloqué ou saturé).

Le choix du régime de fonctionnement (linéaire ou commutation) d'un transistor bipolaire dépend :

- de la manière dont sont connectées les alimentations et les résistances autour du transistor
- des valeurs choisies pour ces alimentations et résistances.

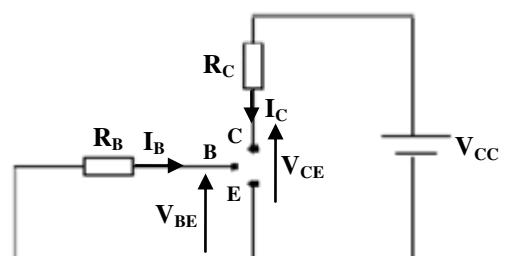
- Région de blocage

Pour $V_B = 0$ et $I_B = 0 \Rightarrow I_C = \beta I_B = 0$, $V_{CE} = V_{CC}$ et

$$I_E = I_C + I_B = 0.$$

Et $V_{BE} < 0.7$ V, dans la pratique on prendra $V_{BE} < 0$.

La jonction CB est polarisée en inverse. Il existe donc un faible courant de fuite I_{CE0} .



En pratique ce courant est négligé et on considère le transistor comme un circuit ouvert. On dit que le transistor est bloqué.

-Région de saturation

Le transistor est saturé :

$$I_{C_{sat}} < I_{C_{ampli}} = BI_B \text{ (critère de saturation)}$$

$$\text{et } I_{B_{ampli}} < I_{B_{sat}}$$

$$V_{BE} = V_{BE0} = 0.6 \text{ à } 0.7 \text{ V (silicium)}$$

$$V_{CE} = V_{CE_{sat}} = 0.2 \text{ à } 0.4 \text{ V}$$

$$\text{et } I_{C_{sat}} = E - V_{CE_{sat}}/R_C.$$

$$\text{Si } R_B \downarrow, I_B \uparrow \text{ donc } I_c \uparrow \text{ et } V_{CE} \downarrow. \text{ lorsque } V_{CE} = 0, I_{C_{sat}} = \frac{V_{CC}}{R_C} = I_{C_{max}}$$

$$\text{Si } R_B \downarrow \text{ encore, } I_{C_{sat}} = I_{C_{max}} \text{ mais } I_B = \frac{V_B - V_{BE0}}{R_B} > \frac{I_{C_{max}}}{B} \text{ et la relation } I_C = \beta I_B$$

n'est plus vérifiée. Donc si $B I_B \gg I_{C_{sat}}$, le transistor est saturé [28]. La valeur minimale de I_B qui garantit la saturation est appelée $I_{B_{sat_min}}$, elle est donnée par : $I_{B_{sat_min}} = \frac{I_{C_{max}}}{B}$

Pour sécuriser l'état saturé du transistor, on augmente la valeur du courant $I_{B_{sat_min}}$ à une valeur $I_{B_{sat}}$: $I_{B_{sat}} = k \times I_{B_{sat_min}}$ avec k est une constante (coefficient de sursaturation) habituellement choisi entre 2 et 5.

- Région linéaire (amplification)

Le principal intérêt du transistor réside dans son amplification en courant : un petit courant de base I_B engendre un grand courant de collecteur I_C . Le rapport I_C/I_B est assez constant en fonction de la tension V_{CE} et de la valeur de I_B . Ce gain caractérise le transistor et s'appelle "hfe" ou "bêta".

Le transistor est alors, le plus souvent, utilisé dans un montage amplificateur.

$$I_C = \beta I_B \text{ avec } \beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} = \text{gain en courant bêta et } \beta = \frac{I_C}{I_E} = \text{gain en courant alpha.}$$

$$I_E = I_C + I_B = I_C + \frac{I_C}{\beta} = \frac{1}{\alpha} I_C \text{ et } V_{CE} = V_{BE} + V_{CB}.$$

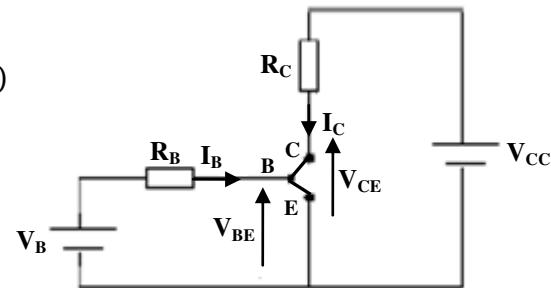
$$V_{BE} = V_{BE0} = 0.6 \text{ à } 0.7 \text{ V (silicium)}$$

-Relation entre α et β

Dans le régime linéaire, le courant qui traverse le collecteur est un multiple du courant d'émetteur et du courant de base. Cela permet de définir deux coefficients de proportionnalité, appelés l'alpha et le bêta du transistor.

$$I_E = I_C + I_B \Rightarrow \frac{I_E}{I_C} = 1 + \frac{I_B}{I_C} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta+1}{\beta} \Rightarrow \alpha = \frac{\beta}{\beta+1} \text{ avec } \alpha = 0.95 \text{ à } 0.999$$

$$\text{et } \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha} - 1 = \frac{1-\alpha}{\alpha} \Rightarrow \beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} \text{ avec } \beta = 20 \text{ à } 500.$$



Exemple :

Déterminer les gains de courant β et α pour un transistor avec $I_B = 50 \mu A$ et $I_C = 5 mA$.

Solution : Le gain en courant $\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{5 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-6}} = 100$ et $\alpha = \frac{\beta}{\beta+1} = \frac{100}{100+1} = 0.99$

Or $I_E = I_B + I_C = 50 \times 10^{-6} + 5 \times 10^{-3} = 5.05 \times 10^{-3} A$

Et $\alpha = \frac{I_C}{I_E} = \frac{5 \times 10^{-3}}{5.05 \times 10^{-3}} = 0.99$ et $\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{0.99}{1-0.99} \approx 100$

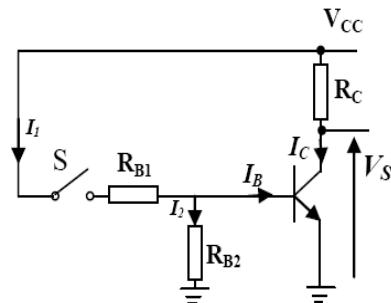
6. Les transistors en commutation On dit qu'un transistor fonctionne en commutation, lorsqu'il passe de l'état saturé à l'état bloqué ou inversement.

Exemple 1 :

Calculer la tension de sortie V_S pour S ouvert et fermé.

On donne : $V_{CC} = 5 V$, $R_C = 100 \Omega$, $R_{B1} = 10 k\Omega$,
 $R_{B2} = 10 k\Omega$, $\beta = 200$, $V_{BE0} = 0.7 V$, $V_{CEsat} = 0.3 V$,
 $V_{BESat} \approx V_{BE0}$.

Solution :



a) Interrupteur ouvert: Pour montrer que le transistor est bloqué, on calcul V_{BE} pour $I_B = 0$ et on le compare à V_{BE0} . Le courant I_1 est nul, donc: $I_2 = -I_B$.

$$R_{b2}I_2 - V_{BE} = 0 \Rightarrow -R_{b2}I_B - V_{BE} = 0 \Rightarrow V_{BE}(I_B = 0) = -R_{b2}I_B = 0 \Rightarrow V_{BE}(I_B = 0) = 0 < V_{BE0} = 0.7 V \Rightarrow \text{le transistor est bloqué} \Rightarrow I_B = I_C = I_E = 0 \Rightarrow V_S = V_{CC} - R_C I_C = V_{CC}.$$

b) Interrupteur fermé : De la même façon que précédent, on calcul V_{BE} pour $I_B = 0$ et le compare à V_{BE0} .

$$I_B = 0 \Rightarrow I_1 = I_2 \Rightarrow V_{BE} = V_{RB2} = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} V_{CC} \Rightarrow V_{BE} = 2.5 V > V_{BE0} = 0.7 V$$

\Rightarrow le transistor est soit saturé soit amplificateur. Pour confirmer qu'il est saturé, on suppose qu'il est saturé et on calcul I_B et I_{Csat} ensuite on vérifie l'inégalité:

$$I_{Csat} < \beta I_B \text{ donc } I_{Csat} = \frac{V_{CC} - V_{CEsat}}{R_C} = 0.047 A = 47 mA$$

$$I_B = I_1 - I_2; I_2 = \frac{V_{BE0}}{R_{B2}} = 0.07 mA = 70 \mu A; I_1 = \frac{V_{CC} - V_{BE0}}{R_{B1}} = 0.43 mA = 430 \mu A$$

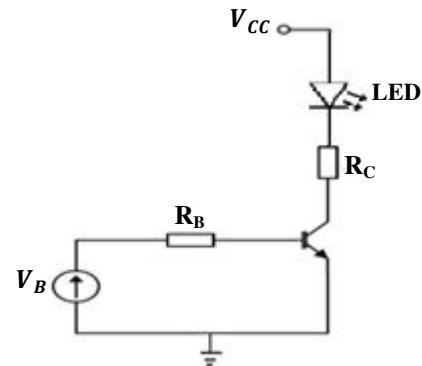
$$\Rightarrow I_B = 360 \mu A \Rightarrow I_{Csat} = 47 mA < \beta I_B = 0.36 mA \times 200 = 72 mA.$$

\Rightarrow le transistor est saturé.

Exemple 2 :

Soit le montage ci-contre, on donne $+V_{CC} = 12 \text{ V}$, $V_{LED} = 1.6 \text{ V}$, $I_{LEDmax} = 30 \text{ mA}$, $\beta = 250$, $V_{BE} = 0.7 \text{ V}$, $V_{CEsat} = 0.3 \text{ V}$, $V_B = 0 \text{ ou } 5 \text{ V}$. Le transistor sera utilisé en-commutation

1. Lorsque $V_B = 0 \text{ V}$, donner l'état du transistor (bloqué ou conducteur). En déduire l'état de la diode électroluminescente.



2. Lorsque $V_B = 5 \text{ V}$, donner l'état du transistor (bloqué ou conducteur). En déduire l'état de la diode électroluminescente.

3. Écrire l'équation de la maille de sortie. En déduire la valeur de R_c (la LED est parcourue par son courant max).

4. Calculer I_{Bsat} .

5. Écrire l'équation de la maille d'entrée. En déduire la valeur de R_B .

Solution : pour $V_B = 0 \text{ V}$ on calcul V_{BE} pour $I_B = 0$ et on le compare à V_{BE0} .

Pour la maille d'entrée : $V_B - R_B I_B - V_{BE} = 0 \Rightarrow V_{BE}(I_B = 0) = -R_B I_B = 0 \Rightarrow V_{BE}(I_B = 0) = 0 < V_{BE0} = 0.7 \text{ V} \Rightarrow$ le transistor est bloqué $\Rightarrow I_B = I_C = I_E = 0$ et $V_{CE} = V_{CC} \Rightarrow$ LED éteinte.

pour $V_B = 5 \text{ V}$, on calcul V_{BE} pour $I_B = 0$ et on le compare à V_{BE0} .

Pour la maille d'entrée : $V_B - R_B I_B - V_{BE} = 0 \Rightarrow V_{BE}(I_B = 0) = V_B - R_B I_B \Rightarrow V_{BE}(I_B = 0) = V_B = 5 \text{ V} > V_{BE0} = 0.7 \text{ V} \Rightarrow$ transistor conducteur, LED allumée.

3. la maille de sortie : $V_{CC} - V_{LED} - (R_c \cdot I_c) - V_{CEsat} = 0 \Rightarrow R_c = \frac{V_{CC} - V_{LED} - V_{CEsat}}{I_c}$.

Comme $I_c = I_{LEDmax} = 30 \text{ mA}$ alors $R_c = 336.7 \Omega$.

4. Calcul de I_{Bsat_min} : $I_{Bsat_min} = \frac{I_{Csat}}{\beta} = \frac{0.03}{250} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ A} = 0.12 \text{ mA}$.

On prend un coefficient de sécurité de $k = 2$ pour être sûr que le transistor soit bien saturé :

$$I_{Bsat} = 2 \times I_{Bsat_min} = 2 \times 0.12 = 0.24 \text{ mA}$$

Connaissant I_{Bsat} , il est maintenant possible de calculer R_B : $R_B = \frac{V_e - V_{BE0}}{I_{Bsat}} = \frac{5 - 0.7}{0.24} = 17.9 \text{ k}\Omega$.

7. Transistor en amplification

Le transistor est un composant unidirectionnel, pour amplifier des signaux sinusoïdaux il faut donc ajouter une composante continue appelée « polarisation » à chaque grandeur qui sollicite le transistor. Alors la tension à l'entrée de transistor est $V_E = V_0 + V_e$ où V_e est le signal à amplifier et V_0 la composante continue. Il faut dans tous les cas pour un transistor NPN $V_0 > 0$. Donc la composante continue V_0 doit être plus grande que l'amplitude de V_e . En

régime linéaire le principe de superposition est applicable, on distinguera donc l'étude de la polarisation et de l'amplification des signaux [16].

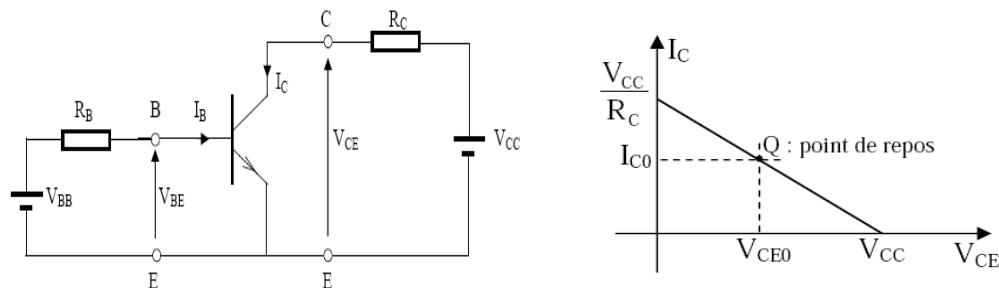
7.1 Le transistor bipolaire en régime statique ($V_E = 0$)

7.1.1 Polarisation du transistor Pour fonctionner en amplificateur, un transistor doit être alimenté de façon à ce qu'il soit en régime linéaire. Pour cela un circuit de polarisation doit lui être appliqué. Donc la polarisation consiste à définir le point de fonctionnement statique (point de repos) du transistor caractérisé par les valeurs V_{BE0} , I_{B0} , I_{C0} et V_{CE0} . Il existe différents procédés de polarisation.

- La droite de charge statique et la droite d'attaque

On trace la **droite de charge statique** ($I_C = f(V_{CE})$) et la **droite d'attaque statique** ($I_B = f(V_{BE})$) sur les caractéristiques de transistor pour mieux voir le fonctionnement du transistor et voir dans quelle région il fonctionne (on positionne le point de repos Q dans la zone d'amplification).

a) Polarisation par deux sources de tension



- Droite d'attaque statique $I_B = f(V_{BE})$

C'est l'équation définie par: $V_{BE} = V_{BB} - R_B I_B$ donc $I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_B}$

L'intersection de cette droite avec la caractéristique d'entrée du transistor donne le point (I_{B0} , V_{BE0}).

- Droite de charge statique $I_C = f(V_{CE})$

C'est l'équation définie par : $I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$

- Point de repos

L'intersection de cette droite avec la caractéristique de sortie du transistor donne le point (V_{CE0} , I_{C0}). On place **le point de repos** au milieu de la droite de charge statique donc ces coordonnées doivent être données par : $Q (I_{C0}, V_{CE0}) = Q \left(\frac{I_C (V_{CE=0})}{2}, \frac{V_{CE} (I_C=0)}{2} \right)$

Donc le point de repos : $Q (I_{C0}, V_{CE0}) = \left(\frac{V_{CC}}{2R_C}, \frac{V_{CC}}{2} \right)$

b) Polarisation directe par résistance de base

- Droite d'attaque statique

Maille de commande : $V_{BC} + R_B I_B - R_C I_C = 0 \dots (1)$

$$\text{Et } V_{CC} - R_B I_B - V_{BE} = 0 \dots \dots (2)$$

$$\text{avec } V_{CE} = V_{BE} - V_{BC} \Rightarrow V_{BC} = -V_{CE} + V_{BE} \dots \dots (3)$$

$$\text{D'après la maille de charge : } V_{CC} - R_C I_C - V_{CE} = 0 \dots (4)$$

si on remplace l'Eqs (3) et (4) dans l'Eq (1) on obtient :

$$\Rightarrow -V_{CE} + V_{BE} + R_B I_B - V_{CC} + V_{CE} = 0 \Rightarrow V_{BE} + R_B I_B - V_{CC} = 0$$

Donc la droite d'attaque est l'équation définie par: $V_{BE} = V_{CC} - R_B I_B$

- Droite de charge statique

Maille de charge : $V_{CC} - R_C I_C - V_{CE} = 0$

$$\text{C'est l'équation définie par : } I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

c) Polarisation par résistance entre base et collecteur

- Droite d'attaque statique

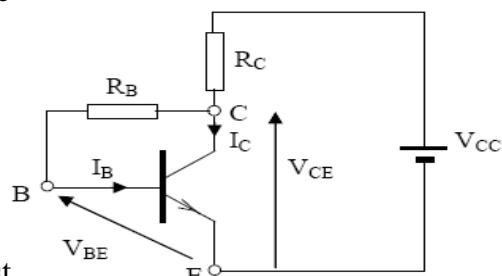
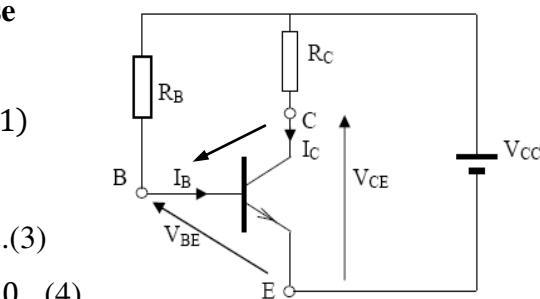
Dans ce cas de polarisation, la maille de commande : $V_{CC} - R_C (I_C + I_B) - R_B I_B - V_{BE} = 0$

$$\Rightarrow V_{CC} - R_C I_C - R_B I_B - V_{BE} = 0 \text{ avec } (I_B \ll I_C)$$

$$\Rightarrow V_{BE} = V_{CC} - (R_B I_B + R_C \beta I_B) \text{ avec } I_C = \beta I_B$$

$$\Rightarrow V_{BE} = V_{CC} - (R_B + \beta R_C) I_B$$

il vient : $V_{BE} = V_{CC} - (R_B + \beta R_C) I_B$: c'est l'équation de la droite d'attaque statique.



- Droite de charge statique

$$\text{C'est l'équation définie par: } I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C} \text{ si on néglige } I_B \text{ devant } I_C.$$

d) Polarisation par pont de résistances de base

- Droite d'attaque statique

Dans ce cas de polarisation, la maille de commande s'écrit: $R_1 (I_P + I_B) - R_C I_C + V_{BC} = 0$

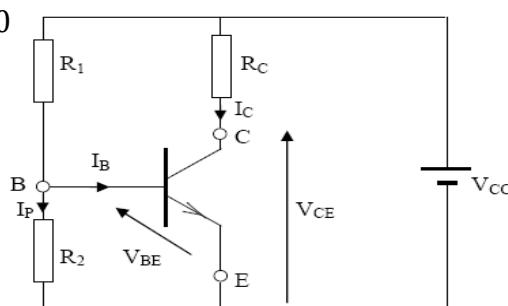
$$\text{Avec } V_{BC} = V_{BE} - V_{CE}$$

$$\Rightarrow R_1 (I_P + I_B) - R_C I_C - V_{CE} + V_{BE} = 0$$

Avec $V_{CC} = R_C I_C + V_{CE}$ l'équation devient :

$$R_1 (I_P + I_B) - V_{CC} + V_{BE} = 0$$

$$\Rightarrow I_P + I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_1}$$



D'autre part la maille de commande donne : $I_P = \frac{V_{BE}}{R_2}$

$$\Rightarrow V_{BE} = R_2 I_P = R_2 \left(\frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_1} \right) - R_2 I_B = \frac{R_2 V_{CC}}{R_1} - \frac{R_2 V_{BE}}{R_1} - R_2 I_B$$

$$\Rightarrow V_{BE} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = \frac{R_2 V_{CC}}{R_1} - R_2 I_B \Rightarrow V_{BE} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = \frac{R_2 V_{CC}}{R_1} - R_2 I_B$$

$$\Rightarrow V_{BE} = \frac{R_2 V_{CC}}{R_1} \frac{R_1}{R_1 + R_2} - R_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_B$$

D'où l'équation de la droite d'attaque statique : $V_{BE} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{CC} - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_B$

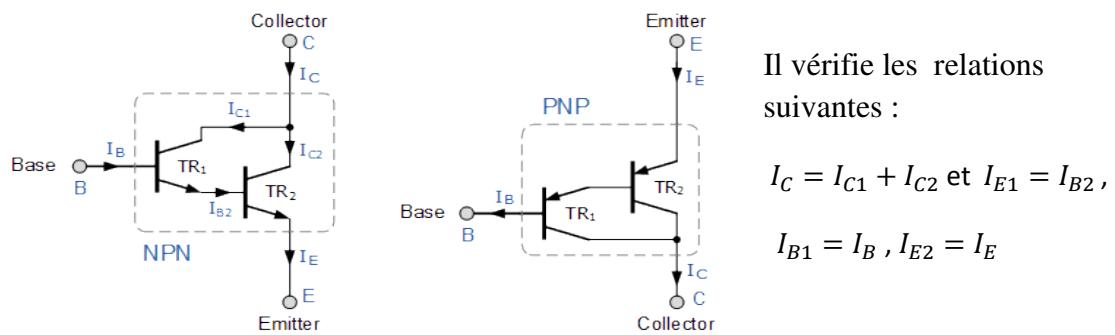
○ Droite de charge statique

C'est l'équation définie par : $I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$.

Remarque Pour polariser correctement un transistor, il faut que : la jonction entre B et E soit polarisée dans le sens direct, la jonction entre C et B soit polarisée dans le sens inverse.

7.1.2 Le transistor Darlington est la combinaison de deux transistors bipolaires de même type (tous deux NPN ou tous deux PNP), résultant en un composant hybride qui a toujours des caractéristiques de transistor. Ces deux transistors sont fréquemment intégrés dans un même boîtier.

Le montage est le suivant : les collecteurs sont communs et correspondent au collecteur du Darlington I_C . L'émetteur du transistor de commande est relié à la base du transistor de sortie. La base du transistor de commande et l'émetteur du transistor de sortie correspondent respectivement à la base I_B ainsi qu'à l'émetteur du Darlington I_E .



Il vérifie les relations suivantes :

$$I_C = I_{C1} + I_{C2} \text{ et } I_{E1} = I_{B2},$$

$$I_{B1} = I_B, I_{E2} = I_E$$

Le gain en courant du Darlington est égal au produit des gains de chaque transistor :

$$I_C = I_{C1} + I_{C2} = \beta_1 I_{B1} + \beta_2 I_{B2} \text{ avec } I_{E1} = I_{B2}$$

$$\Rightarrow I_C = \beta_1 I_{B1} + \beta_2 I_{E1} = \beta_1 I_{B1} + \beta_2 (I_{B1} + \beta_1 I_{B1}) = \beta_1 I_{B1} + \beta_2 I_{B1} + \beta_1 \beta_2 I_{B1}$$

$$\Rightarrow I_C = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) I_{B1} = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) I_B$$

$$\text{Si } \beta_1 = \beta_2 = \beta \Rightarrow I_C = (2\beta + \beta^2) I_B$$

Exemple : on donne $\beta_1 = 25$ et $\beta_2 = 80$, calculer le courant base de Darlington I_B .

$$\text{Solution : } I_C = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) I_B \Rightarrow I_B = \frac{I_C}{\beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2} = \frac{6.25}{2105} = 3 \text{ mA.}$$

7.2 Le transistor bipolaire en régime dynamique ($V_{CC} = 0$)

7.2.1 Schéma équivalent alternatif petits signaux du transistor: paramètres hybrides

Le transistor est considéré comme un quadripôle ; il a deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie (une patte sera alors commune à l'entrée et à la sortie) et va être défini par 4 signaux : courant et tension d'entrée, courant et tension de sortie. Pour le montage émetteur commun : il s'agit du courant I_B et de la tension V_{BE} pour l'entrée, du courant I_C et de la tension V_{CE} pour la sortie. En fait, ces signaux se décomposent en deux parties : les tensions et courants continus de polarisation (régime statique) notés I_{B0} , V_{BE0} , I_{C0} , et V_{CE0} , et les petites variations alternatives (régime dynamique) autour du point de repos qui sont respectivement i_b , V_{be} , i_c , et V_{ce} . Autour d'un point de polarisation, Il y a donc superposition de signaux continus et variables :

$$I_B = I_{B0} + i_b, \quad I_C = I_{C0} + i_c, \quad V_{CE} = V_{CE0} + V_{ce}, \quad V_{BE} = V_{BE0} + V_{be}.$$

Et les relations entre les faibles variations sont décrites par :

$$\begin{cases} V_{be} = h_{11}i_b + h_{12}V_{ce} \\ i_c = h_{21}i_b + h_{22}V_{ce} \end{cases}$$

Le transistor, peut être substitué par l'un des deux schémas équivalents ci-dessous.

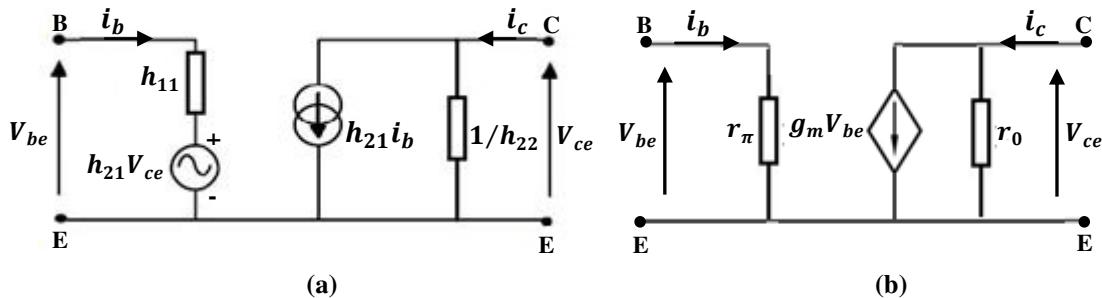


Figure 6.5-Modèle hybride en π pour le fonctionnement du BJT en petit signal : le circuit équivalent (a) représente le BJT comme source de courant commandée en courant et dans (b) le BJT est représenté en tant que source de courant commandé en tension.

Ces relations décrivent les lois électriques du schéma ci-dessus qu'on appelle schéma équivalent pour les variations ou **schéma équivalent en dynamique du transistor**.

- $h_{11} = \frac{V_{be}}{i_b}$ pour $V_{ce} = 0$; h_{11} est l'impédance d'entrée du transistor.
- $h_{21} = \frac{i_c}{i_b}$ pour $V_{ce} = 0$; h_{21} (β) est le gain en courant du transistor.
- $h_{12} = \frac{V_{be}}{V_{ce}}$ pour $i_b = 0$; h_{12} est un terme de réaction interne. Sa valeur est très faible, il sera le plus souvent négligé.

-
- $h_{22} = \frac{i_c}{V_{ce}}$ pour $i_b = 0$; $1/h_{22}$ est l'impédance de sortie du transistor.

Le schéma aux petits signaux devient donc celui de la figure 6.5.a. On introduit la transconductance g_m , en écrivant que le générateur de courant $h_{21}i_b = \beta i_b = \beta \frac{V_{be}}{r_{be}}$ et en posant $g_m = \frac{\beta}{r_{be}}$ on obtient le schéma de la figure 6.5.b. Quelques ordres de grandeur :

Typiquement, le courant de base I_{B0} est de l'ordre de $10 \mu\text{A}$, d'où $r_{be} = \frac{KT}{q} \frac{1}{I_{B0}} = \frac{25 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-6}} \approx 2500 \Omega$, en conséquence la transconductance $g_m = \frac{10^2}{2500} = 40 \times 10^{-3} \text{ A.V}^{-1} = 40 \text{ mA.V}^{-1}$.

- g_m Transconductance $g_m = \frac{q\beta I_{B0}}{KT} = \frac{I_c}{V_T} \approx 40I_c$

- r_{be} Résistance d'entrée est la résistance d'entrée de petit signal entre la base et l'émetteur, regardant dans la base (appelé encore r_π), $r_\pi = \frac{\beta V_T}{I_c} = \frac{\beta}{g_m}$ ou $\beta = g_m r_\pi$

- r_0 Résistance de sortie est la résistance de sortie due à l'effet Early, $r_0 = \frac{V_A + V_{CE}}{I_c} \approx \frac{V_A}{I_c}$

d'où V_T est la tension thermique et V_A est la tension Early.

Le modèle en petits signaux hybrides π de la figure 6.5.b représente le transistor en tant que source de courant contrôlée en tension avec une tension de contrôle V_{be} et inclut la résistance d'entrée regardant dans la base [29].

Remarque : On désigne un circuit électrique comme schéma équivalent, s'il possède les mêmes propriétés que l'original. Il est souvent composé d'éléments de base tels que les résistances, les sources, les capacités ou les inductances. Le schéma équivalent du transistor se base sur des paramètres quadripôles.

7.2.2 Paramètres de l'amplificateur

a) Gain en tension :

Le gain en tension correspond au rapport entre la tension appliquée à la charge (R_L) et la tension appliquée par le générateur : $A_V = \frac{V_S}{V_e}$

Le gain à vide se calcule lorsque la charge R_L est déconnectée en sortie ($R_L \rightarrow \infty$)

b) Résistance d'entrée La résistance d'entrée est définie comme étant le rapport de la tension d'entrée sur le courant d'entrée : $R_e = \frac{V_e}{i_e}$

c) Résistance de sortie c'est la résistance vue par la charge R_L quand tous les générateurs indépendants sont éliminés (les générateurs de tension court-circuitées et générateurs de courant coupés) $R_S = \left. \frac{V_S}{I_S} \right|_{V_e=0}$

d) Gain en courant Le gain en courant est le courant à la sortie divisé par celui à l'entrée $A_i = \frac{I_S}{I_e}$.

e) Gain en puissance : Le gain en puissance de l'amplificateur est le produit des gains en tension et en courant $A_p = A_v \cdot A_i$.

7.2.3 Amplificateurs à plusieurs étages

Dans de nombreux amplificateurs, on cherche à obtenir un grand gain, une impédance d'entrée élevée (afin de ne pas perturber la source du signal) et une impédance de sortie faible pour agir sur l'actionneur final (haut-parleur, moteur d'asservissement ...). Un amplificateur à un seul étage ne permet pas, en général, de réaliser ces objectifs. On sera amené à associer plusieurs étages en cascade.

Soient les gains en tension des étages : $A_{V1} = \frac{V_1}{V_e}$; $A_{V2} = \frac{V_2}{V_1}$ $A_{Vn} = \frac{V_S}{V_{n-1}}$

Le gain en tension de l'amplificateur est égal au produit des gains des étages :

$$A_V = \frac{V_S}{V_e} = \frac{V_1}{V_e} \times \frac{V_2}{V_1} \times \dots \times \frac{V_S}{V_{n-1}} = A_{V1} \times A_{V2} \times \dots \times A_{Vn}$$

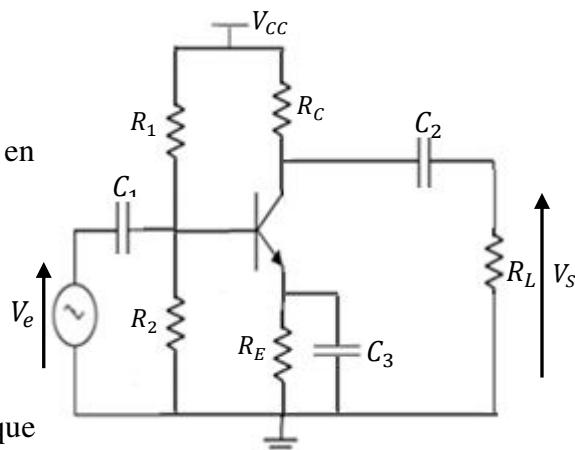
Les gains en courant et en puissance peuvent être calculés par la même démarche que pour un seul amplificateur où R_E est la résistance d'entrée du premier étage [30].

7.2.4 Montage amplificateur émetteur commun On considère le montage émetteur commun de la figure suivante, On donne : $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 33 \text{ k}\Omega$, $R_E = 2.2 \text{ k}\Omega$, $R_C = 1.8 \text{ k}\Omega$, $R_L = 1 \text{ k}\Omega$, $\beta = 150$, $V_{BE} = 0.7 \text{ V}$, $h_{11} = 1 \text{ k}\Omega$, $\beta = h_{21} = 100$, $h_{12} = 0$ et $h_{22} = 0$.

1. Tracer la droite de charge statique et placer le point de repos au milieu.
2. Donner le schéma équivalent en dynamique.
2. Déterminer l'expression le gain en tension en charge et à vide.
3. Déterminer l'expression de l'impédance d'entrée et de sortie.

Corrigé:

Etude statique : Le schéma équivalent statique est tracé ci-dessous.



Les condensateurs sont considérés comme des circuits ouverts. Et on remplace la source d'alimentation alternative V_e par un fil.

a). Droite de charge statique : $I_C = f(V_{CE})$

A la sorte, on peut écrire :

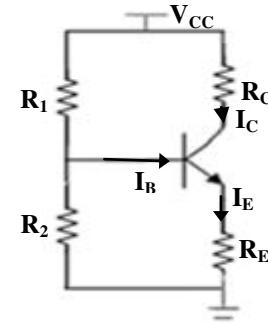
$$V_{CC} - R_C I_C - V_{CE} - R_E I_E = 0 \text{ et on a : } I_E = I_C + I_B = I_C + \frac{I_C}{\beta}$$

$$\Rightarrow I_E = I_C \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \text{ avec } \beta \gg 1$$

Donc on obtient : $I_E \approx I_C$

Et l'équation devient : $V_{CC} - R_C I_C - V_{CE} - R_E I_C = 0$

$$\Rightarrow I_C = \frac{V_{CC}}{(R_C + R_E)} - \frac{V_{CE}}{(R_C + R_E)}$$



On peut tracer cette droite à l'aide de deux points :

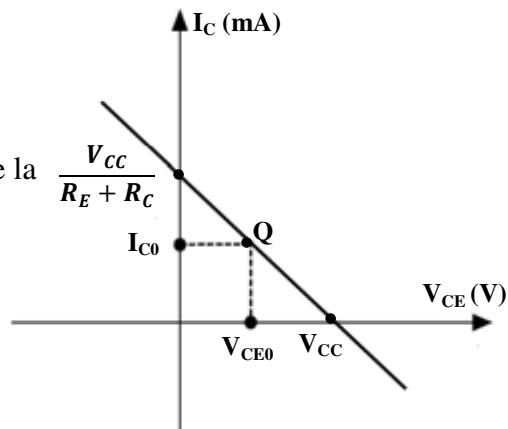
$$\begin{cases} I_C = 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} \\ V_{CE} = 0 \Rightarrow I_C = \frac{V_{CC}}{(R_C + R_E)} \end{cases}$$

Points de repos : les points de repos étant au milieu de la droite de charge, on en déduit :

$$Q \left(I_{C0} = \frac{I_C(V_{CE} = 0)}{2}, V_{CE0} = \frac{V_{CE}(I_C = 0)}{2} \right)$$

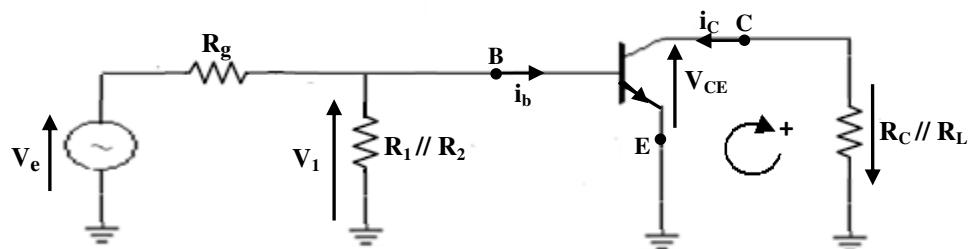
$$\text{Donc} \begin{cases} I_{C0} = \frac{V_{CC}}{2(R_C + R_E)} \\ V_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2} \end{cases}$$

$$\text{D'autre part : } I_{B0} = \frac{I_{C0}}{\beta} = \frac{V_{CC}}{2\beta(R_C + R_E)} \text{ et } V_{BE0} = 0.7 \text{ V (Si)}$$



Etude dynamique : Le schéma équivalent dynamique est tracé ci-dessous. Les condensateurs sont considérés comme des court-circuits pour les signaux. Il en est de même pour la source d'alimentation continue V_{CC} (la tension V_{CC} est liée à la masse).

Droite de charge dynamique



La droite de charge dynamique s'écrit :

$$i_C = f(v_{CE})$$

On distingue deux cas :

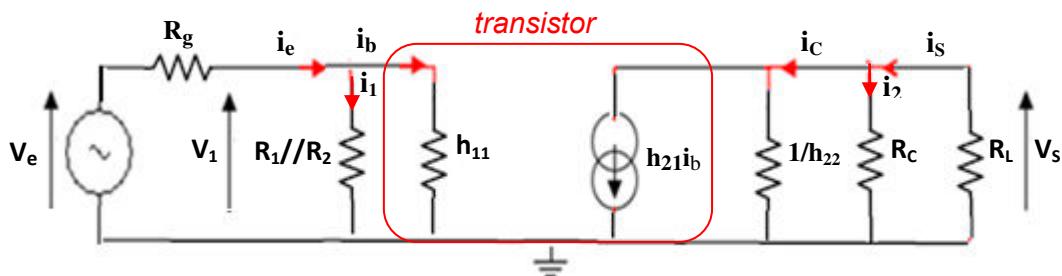
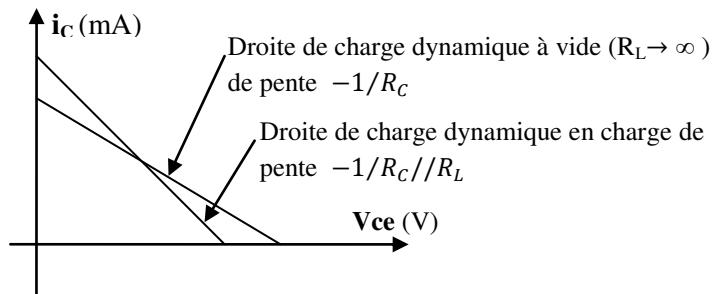
Amplificateur à vide : $R_L \rightarrow \infty$, dans ce

$$\text{cas} : i_C = -\frac{1}{R_C} v_{CE}$$

Amplificateur en charge :

$$i_C = -\frac{1}{R_C//R_I} v_{CE}$$

Schéma équivalent du montage en régime alternatif pour obtenir ce schéma, on remplace le transistor par son schéma équivalent



Gain en tension : $A_v = \frac{V_s}{V_1}$ avec $V_1 = V_e - R_g i_e$

$$U_{\text{max}} = \left(P_{\text{max}} / (P_{\text{min}}) \right)^{\alpha} = 2 \left(P_{\text{max}} / (P_{\text{min}}) \right)^{\frac{V_1}{V_2}} + 4 = 2 \left(P_{\text{max}} / (P_{\text{min}}) \right)^{\frac{V_1}{V_2}}$$

$$v_s = -(\kappa_c/\kappa_L)\rho v_b = -\rho (\kappa_c/\kappa_L) h_{11} \rightarrow \bar{H}_v = \frac{V_1}{V_1 + h_{11}}$$

Résistance d'entrée : $R_e = \frac{v}{i_e} \Big|_{i_s = 0}$

La loi des Nœuds donne : $t_e = t_1 + t_b$(1)

On remplace les équations (2) et (3) dans l'équation (1) on obtient : $i_e = \frac{V_1}{R_1//R_2} + \frac{V_1}{h_{11}}$

Donc la résistance d'entrée $R_e = \frac{h_{11}(R_1//R_2)}{(R_1//R_2) + h_{11}}$

$$\boxed{\text{Résistance de sortie : } R_s = \left. \frac{V_s}{i_s} \right|_{V_1 = 0}}$$

$$V_s = R_c i_2 = R_c(i_s - i_c) \text{ avec } V_1 - h_{11}i_b = 0 \text{ donc } V_1 = 0 \Rightarrow i_b = 0 \Rightarrow i_c = 0$$

Donc on obtient : $V_s = R_c i_s \Rightarrow R_s = \frac{V_s}{i_s} = R_c$

7.2.5 Montage amplificateur collecteur commun

Soit le montage collecteur commun suivant
On donne : $V_{CC} = 10$ V, $R_1 = 85$ k Ω , $R_2 = 50$ k Ω , $R_E = 3$ k Ω , $h_{11} = 4.8$ k Ω , $h_{12} = 0$, $h_{21} = 200$ k Ω , $h_{22} = 20$ μ A /V, et $R_L = 1$ k Ω .

1. Tracer la droite de charge statique.
2. Calculer R_1 et R_2 si le courant de pont $I_P = 4$ mA.
3. Tracer un schéma équivalent au montage valable en régime dynamique
4. Déterminer les grandeurs caractéristiques du circuit : le gain en tension, les

Corrigé :

Etude statique :

Pour la maille de sortie : $V_{CC} - V_{CE} - R_E I_E = 0$ avec :

$\beta \gg 1$ on obtient $I_E \approx I_C$ d'où : $V_{CC} - V_{CE} - R_E I_C = 0$

$$\Rightarrow I_C = \frac{V_{CC}}{R_E} - \frac{V_{CE}}{R_E}$$

Les points de repos sont choisis au milieu de la droite de charge statique, autrement dit, on a :

$$\text{Donc } \begin{cases} I_{C0} = \frac{V_{CC}}{2R_E} \\ V_{CEO} = \frac{V_{CC}}{2} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} I_{B0} = \frac{I_{C0}}{\beta} \\ V_{BE0} = 0.7 \text{ V (Si)} \end{cases}$$

2. Calcul de R_1 et R_2 :

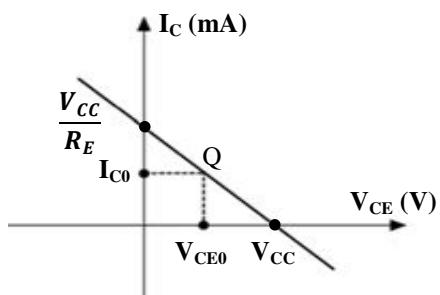
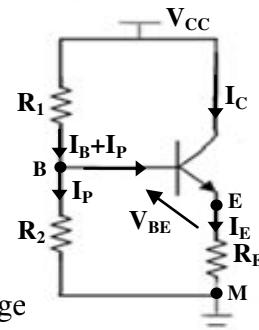
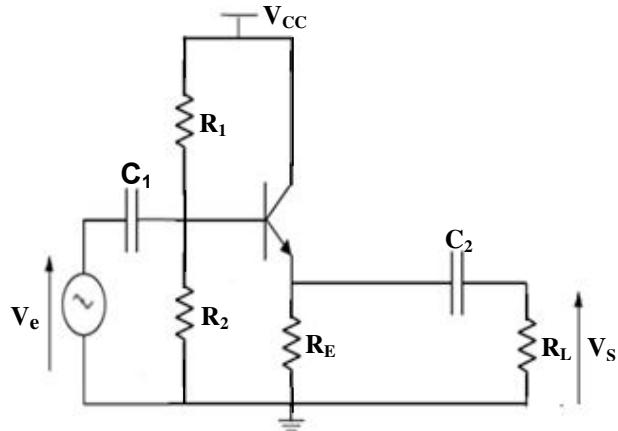
D'après la loi de maille : $V_{BM} - V_{BE} - V_{EM} = 0$

$$\Rightarrow R_2 I_P - V_{BE} - V_{EM} = 0 \Rightarrow R_2 = \frac{V_{BE} - V_{EM}}{I_P} \quad \text{avec : } V_{EM} = R_E I_E$$

$$\text{et } V_{CC} - R_1 (I_B + I_P) - R_2 I_P = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{V_{CC} - R_2 I_P}{I_P + \frac{I_C}{\beta}}$$

On s'impose comme condition $I_P \geq 10I_B$ donc on peut prendre par exemple $I_P = 10I_B$

Etude dynamique : on court circuite les sources de tension continues et on ouvre les sources de courant continues et on court circuite les condensateurs. On obtient le schéma équivalent suivant :



Gain en tension : $A_v = \frac{V_s}{V_e}$

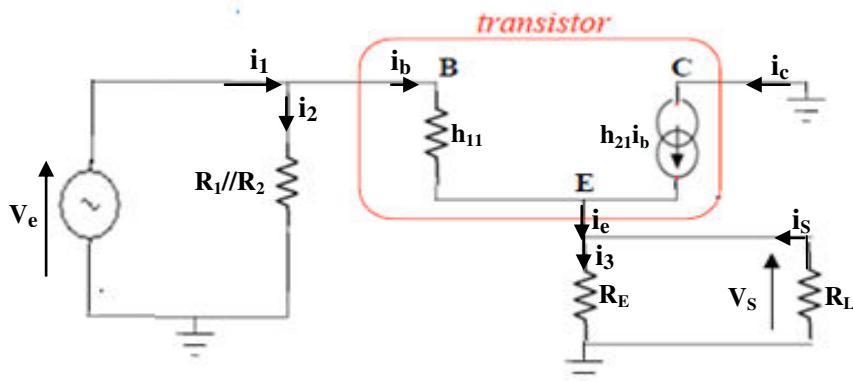
$$V_e - h_{11}i_b - V_s = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$V_s = (R_E//R_L) \cdot i_e = (R_E//R_L) \cdot (\beta + 1) i_b$$

$$\Rightarrow i_b \frac{V_s}{(R_E//R_L)(\beta+1)} \dots\dots\dots(2)$$

On remplace l'équation (2) dans l'équation (1) on obtient :

$$V_e - h_{11} \cdot \frac{V_s}{(\beta + 1)(R_E//R_L)} - V_s = 0$$



Donc le gain est donné par : $A_v = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + \frac{h_{11}}{(\beta+1)(R_E//R_L)}}$

Résistance d'entrée : $R_e = \left. \frac{V_e}{i_1} \right|_{i_s=0}$

La loi des Nœuds donne : $i_1 = i_2 + i_b \dots\dots\dots(1)$

Avec $i_2 = \frac{V_e}{R_1//R_2} \dots\dots\dots(2)$

Où $V_e - h_{11}i_B - (R_E//R_L)i_e = 0 \Rightarrow V_e - h_{11}i_b - (R_E//R_L)(\beta + 1)i_b = 0$

$$\Rightarrow i_b = \frac{V_e}{h_{11} + (R_E//R_L)(\beta+1)} \dots\dots\dots(3)$$

On remplace les équations (2) et (3) dans l'équation (1) on obtient :

$$i_1 = \frac{V_e}{R_1//R_2} + \frac{V_e}{h_{11} + (R_E//R_L)(\beta+1)} \text{ et la résistance d'entrée } R_e = \frac{V_e}{i_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_1//R_2} + \frac{1}{h_{11} + (R_E//R_L)(\beta+1)}}$$

Résistance de sortie : $R_s = \left. \frac{V_s}{i_s} \right|_{V_e=0}$

$$V_s = R_E(i_s + i_e) = R_E(i_s + (\beta + 1)i_b) \dots\dots\dots(1)$$

D'autre part : $v_e - h_{11}i_b - V_s = 0$ donc $V_e = 0 \Rightarrow i_b = -\frac{V_s}{h_{11}} \dots\dots\dots(2)$

On remplace l'équation (2) dans l'équation (1) on obtient :

$$V_s = R_E \left(i_s - (\beta + 1) \frac{V_s}{h_{11}} \right)$$

Donc la résistance de sortie est donné par : $R_s = \frac{V_s}{i_s} = \frac{R_E}{1 + (\beta+1) \cdot \frac{R_E}{h_{11}}}$

7.2.6 Montage amplificateur Base commune

1. Donner l'équation de charge statique et tracer cette droite.
2. Donner le schéma équivalent du montage amplificateur en régime dynamique.
3. Déterminer les gains en tension ainsi que les impédances d'entrée et de sortie.

Corrigé :

Etude statique :

Droite de charge statique : $I_C = f(V_{CE})$

En statique : la tension d'entrée $V_e = 0 \text{ V}$ et les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs ouverts.

Pour la maille de sortie : $V_{CC} - R_C I_C - V_{CE} - R_E I_E = 0$

et $\beta \gg 1$

L'équation de la droite statique s'écrit :

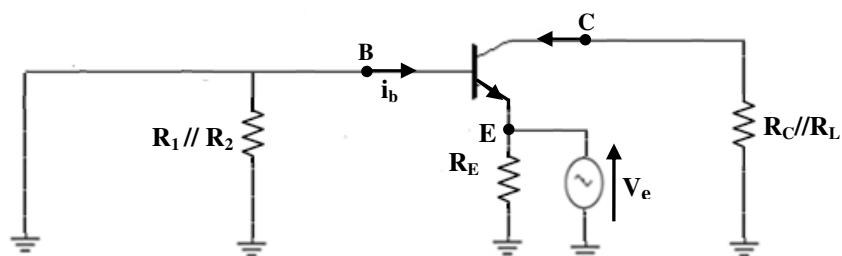
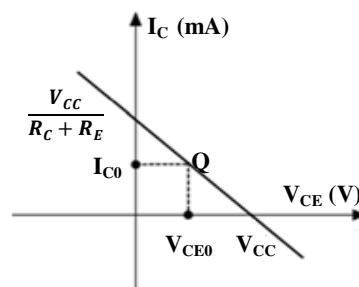
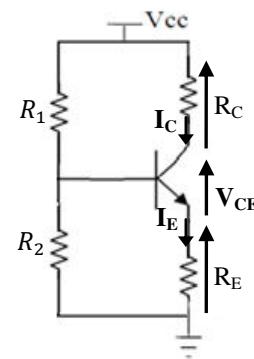
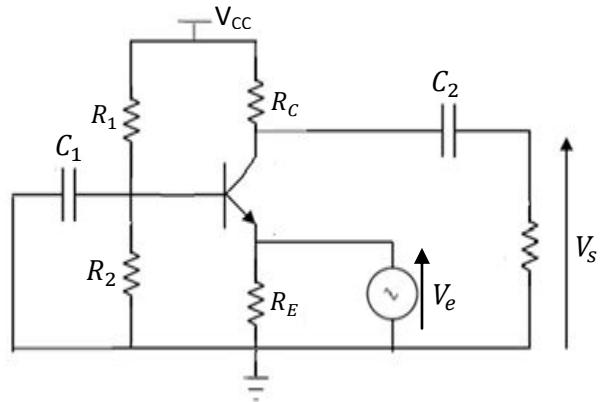
$$I_C = \frac{V_{CC}}{(R_C + R_E)} - \frac{V_{CE}}{(R_C + R_E)}$$

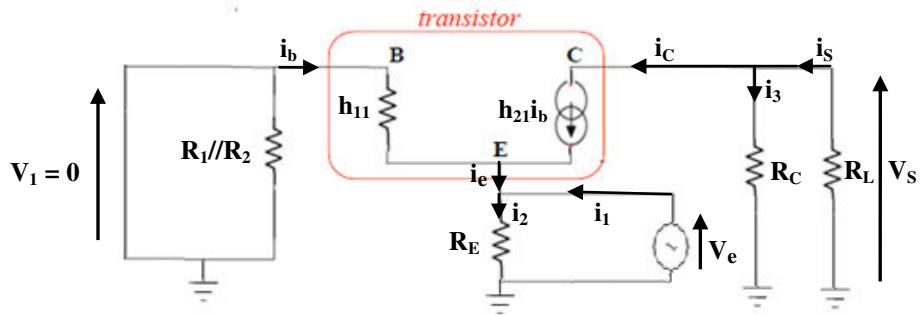
Points de repos : Pour rester le plus possible dans le domaine linéaire, on cherchera à placer le point de repos au milieu de la droite de charge et ils sont donné par :

$$\begin{cases} I_{C0} = \frac{V_{CC}}{2(R_C + R_E)} \\ V_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} I_{B0} = \frac{I_{C0}}{\beta} \\ V_{BE0} = 0.7 \text{ V (Si)} \end{cases}$$

Etude dynamique

En dynamique : la tension continue $V_{CC} = 0 \text{ V}$ et les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs fermés donc le schéma équivalent devient :





Gain en tension : $A_v = \frac{V_s}{V_e}$

On remplace l'équation (1) dans l'équation (2) on obtient :

$$V_S = (R_C // R_L) \beta \frac{V_e}{h_{11}} \quad \text{D'où on tire : } A_v = \frac{V_S}{V_e} = \frac{\beta(R_C // R_L)}{h_{11}}$$

Résistance d'entrée : $R_e = \frac{V_e}{i_1} \Big|_{i_s = 0}$

On remplace l'équation (2) dans l'équation (1) on obtient :

$$V_e = R_E \left(i_1 - (\beta + 1) \frac{V_e}{h_{11}} \right) \dots \dots \dots \quad (3)$$

De l'équation (3), On en déduit la résistance d'entrée du montage : $R_e = \frac{V_e}{i_1} = \frac{R_E}{1 + (\beta + 1) \frac{R_E}{h_{11}}}$

$$\text{Résistance de sortie : } R_s = \left. \frac{V_s}{i_s} \right|_{V_o = 0}$$

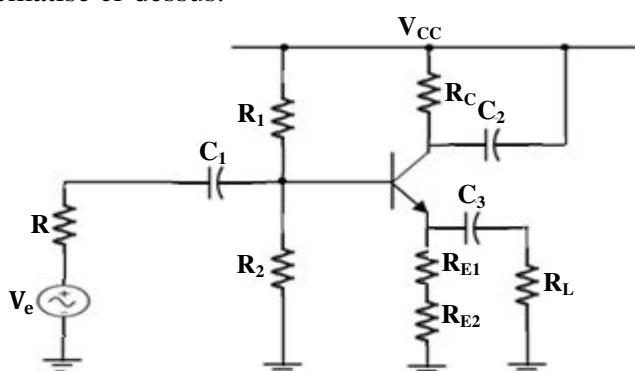
$$V_S = R_C i_3 = R_C(i_S - i_C) \dots \dots \dots \quad (1)$$

On remplace l'équation (2) dans l'équation (1) la résistance de sortie vaut : $R_S = \frac{V_S}{i_S} = R_C$

Exercices

Exercice 1 : On considère le montage schématisé ci-dessus.

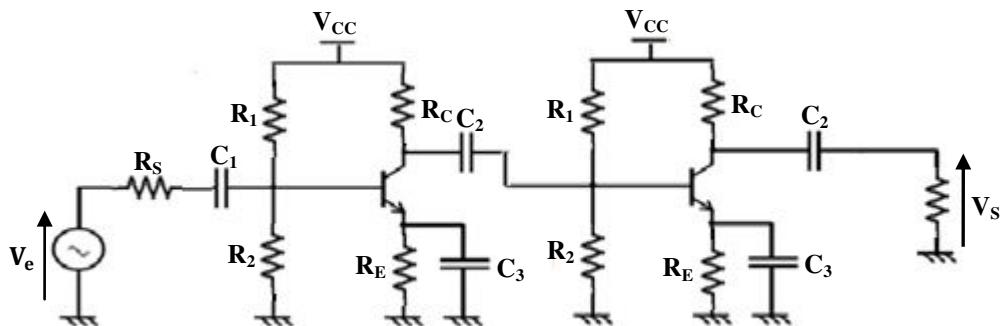
1. De quel montage s'agit-il ? Donner l'expression de la droite de charge statique et puis les points de repos des transistors
 2. En déduire le schéma équivalent du montage en régime de petits signaux.



3. Déterminer alors les grandeurs caractéristiques du circuit : le gain en tension, les impédances d'entrée et de sortie du montage

On donne les paramètres du transistor: $h_{11} \neq 0$; $h_{12} = 0$; $h_{21} = \beta$; $h_{22} = 0$.

Exercice 2 : Amplificateur à deux étages Le schéma ci-contre représente un amplificateur à deux étages émetteurs communs identiques cascadés. Les paramètres du transistor sont les suivants : $h_{11} \neq 0$, $h_{12} = 0$, $h_{21} = \beta \gg 1$, $h_{22} = 0$.



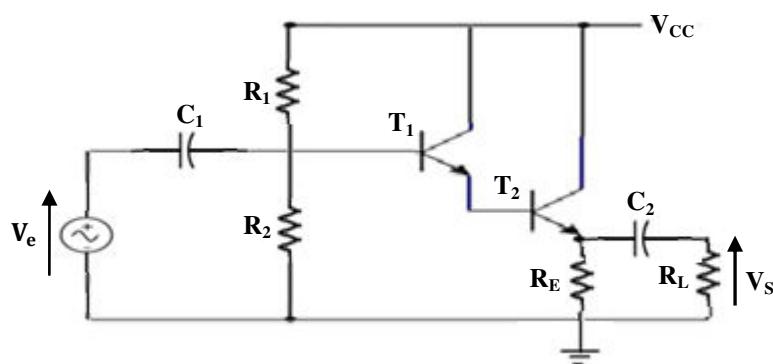
1. Tracer la droite de charge statique et placer le point de repos au milieu ?
2. Donner le schéma équivalent de ce montage en dynamique.
3. Déterminer le gain en tension à vide et en charge ?
4. Déterminer la résistance d'entrée ?
5. Déterminer la résistance de sortie ?

Données : $V_{CC} = 15$ V, $R_1 = 100$ k Ω , $R_2 = 47$ k Ω , $R_E = 3.9$ k Ω , $R_C = 6.8$ k Ω .

Exercice 3 : Amplificateur Darlington

Dans le montage amplificateur de Darlington, Les deux transistors sont supposés identiques et caractérisés par leurs paramètres : $h_{11} = 1$ k Ω , $h_{21} = 100$ et $h_{12} = h_{22} = 0$.

1. Calculer les points de repos.
2. Donner le schéma équivalent du montage en régime de petits.

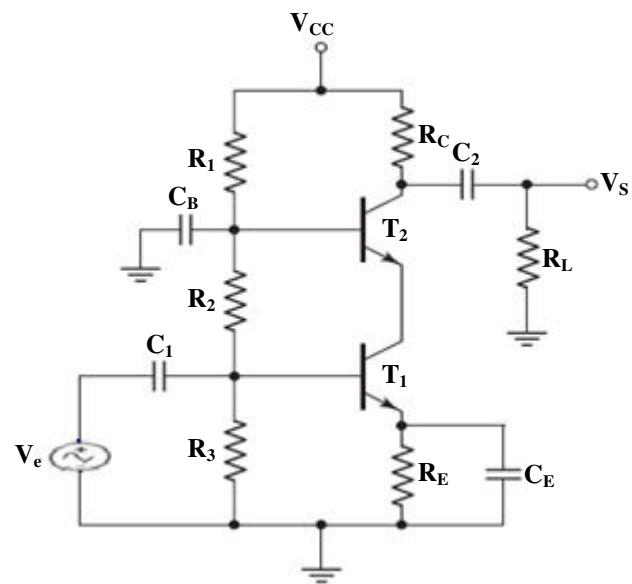


Exercice 4: Amplificateur Cascode

On considère le montage amplificateur cascode ci-contre. Le transistor T_1 et T_2 sont identiques et caractérisés par $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 150$, $V_{BE1} = V_{BE2} = 0.7$ V.

On donne : $R_1 = 76$ k Ω , $R_2 = 28$ k Ω , $R_3 = 37$ k Ω , $R_C = 5$ k Ω , $R_E = 3$ k Ω , $R_L = 5$ k Ω et $V_T = 26$ mV.

1. Déterminer I_{B1} , I_{B2} , I_{E2} , I_{CQ1} et I_{CQ2} .
2. Etablir le schéma en dynamique de l'amplificateur.
3. Déterminer le gain en tension.

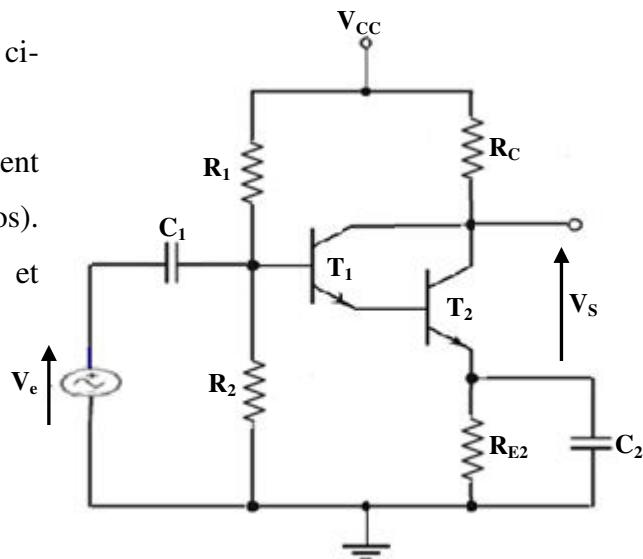


Exercice 5 :

On considère le montage Darlington ci-contre.

1. Déterminer les points de fonctionnement pour T_1 et T_2 (ou de repos).
2. gain de tension, résistance d'entrée et résistance de sortie.

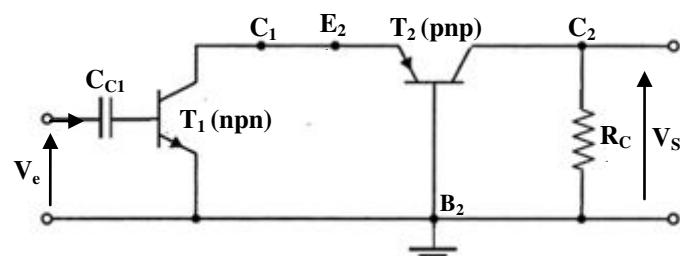
On donne : $V_{CC} = 10$ V, $R_1 = 335$ k Ω , $R_2 = 125$ k Ω , $R_C = 2.2$ k Ω , $R_{E2} = 1$ k Ω , $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 100$, $V_{BE1} = V_{BE2} = 0.7$ V, $V_{A1} = V_{A2} = \infty$.



Exercice 6:

On considère l'amplificateur cascode ci-dessous

1. Déterminer le gain en courant et le gain en tension.



Chapitre 7 : Les transistors à effet de champ

1. Transistor à effet de champ FET

Les transistors bipolaires fait intervenir deux types de porteurs (les électrons et les trous) et ils sont utilisés en analogique et en électronique de puissance, les transistors unipolaires (encore appelée TEC ou FET) ne fait intervenir qu'un seul type de charges, soit les électrons, soit les trous et ils sont principalement utilisés en électronique numérique (réalisation d'opérations logiques). Ils peuvent être utilisés pour faire des blocs analogiques dans des circuits numériques (régulateur de tension par exemple). Ils sont aussi utilisés pour faire des commandes de puissance (moteurs) et pour l'électronique haute tension (automobile).

Ce cours ne portera que sur les transistors à grille non isolé les JFET (Junction Field Effect Transistor) et les transistors à grille isolée les MOSFET (Metal Oxyde Semiconductor FET). Dans les transistors à effet de champ, le passage du courant à travers un canal continu reliant la source au drain est en fait contrôlée par le champ créé par une troisième électrode la grille située sur le canal.

1.1 Transistor à effet de champ à jonction JFET

1.1.1 Description

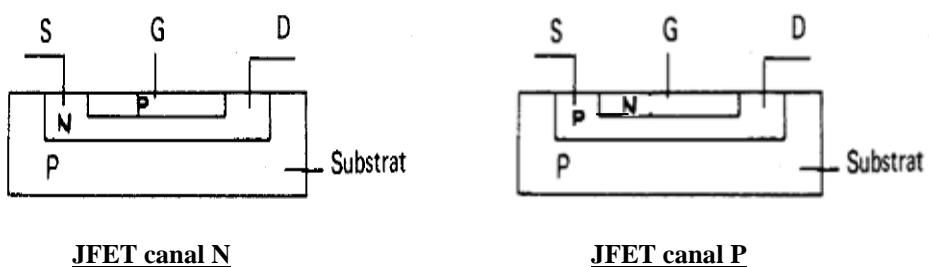


Figure 7.1 – FET à jonction à canal N et P.

Le transistor JFET est un composant de structure plane. Il est constitué par une mince couche de matériau semi-conducteur de type N (pour un JFET canal N), sur un substrat de type P. Une diffusion de type P⁺ à la surface de la couche réalise l'électrode de la grille et constituant ainsi une jonction P⁺N verticale. Deux diffusions N⁺, aux extrémités du canal, permettent d'assurer les contacts ohmiques de source et de drain [31].

1.1.2 Symboles schématique

Il en existe deux types, les transistors à canal N et les transistors à canal P selon le dopage du canal, donc les symboles les plus utilisés pour les JFET à canal N et P sont présentés ci-dessous :

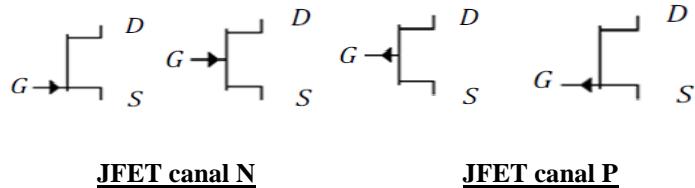


Figure 7.2 – Symboles électriques des FETs.

1.1.3 Fonctionnement de JFET

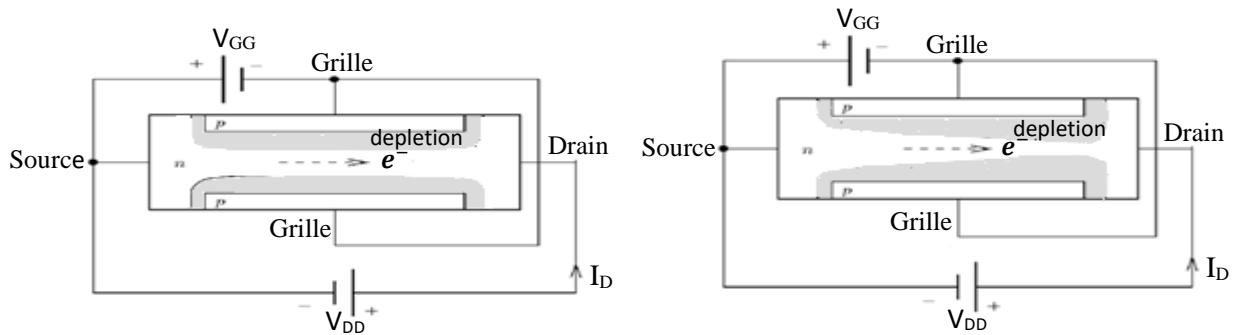


Figure 7.3 – Schéma de principe d'un JFET à canal N.

Lorsque la tension de grille est de 0V ($V_{GS} = 0$) et qu'une petite tension (V_{DS}), est appliquée entre le drain et la source, la zone de déplétion est très fine. C'est là que le courant à travers le canal, I_D est le plus grand. Ce courant s'appellera le courant maximum de saturation (I_{DSS}). Le JFET est alors fortement conducteur. Comme la jonction PN grille-canal est polarisé en inverse, le courant qui va la traverser sera très faible et sera même fréquemment négligé. Dans ce cas, le courant de source (I_S) sera égal au courant de drain (I_D) $\Rightarrow I_D = I_S$.

Lorsque la tension V_{GS} devient négative, la zone déplétée s'étend réduisant la taille du canal et sa conductance. Lorsque $V_{GS} = V_{GSoff}$, les deux zones déplétées se rejoignent et le canal est supprimé et $I_D = 0$. La conductance tend alors vers 0 (impédance infinie). Le JFET fonctionne en déplétion ou appauvrissement.

Pour $V_{DS} > 0$, le potentiel du drain est supérieur au potentiel de la source. La tension inverse grille canal sera donc plus importante du côté du drain. La zone de déplétion s'élargit donc vers le drain du transistor. Lorsque $V_{DS} \rightarrow \infty$, il y a pincement du canal pour $V_{DS} = V_P$. Si $V_{DS} \rightarrow -\infty$ encore, le canal se rétrécit et le courant est limité $\Rightarrow V_P = -V_{GSoff}$ [32].

Remarque : Le JFET à canal P fonctionne de la même manière que le JFET à canal N décrit ci-dessus à la seul différence près que :

1) Le courant dans le canal est dû à la conduction des trous et non des électrons. Il est donc inversé.

2) La polarité de la tension de grille doit être inversée afin de polariser la jonction PN dans le bon sens.

1.1.4 Réseau caractéristiques de JFET à canal N

Tout comme dans le cas des transistors bipolaires, il est nécessaire de polariser un JFET. Il faut donc déterminer la tension V_{GS} qui produira le courant de drain (I_D) désiré.

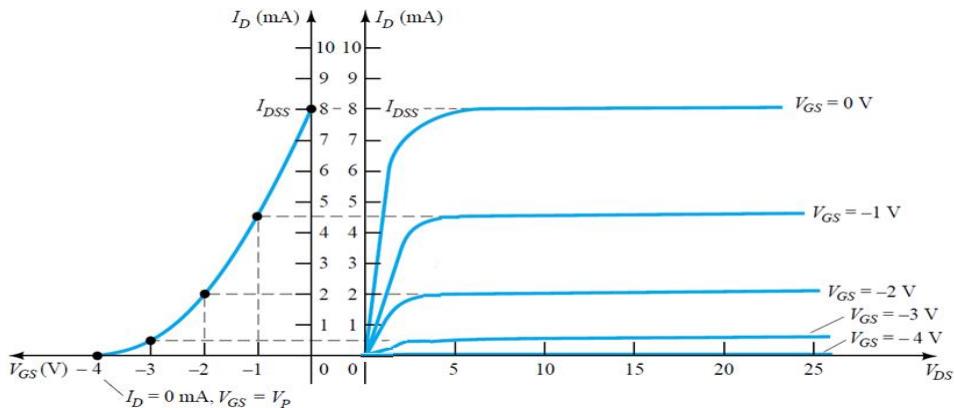


Figure 7.4 – Caractéristiques du FET à jonction à canal N.

Le JFET présente des caractéristiques différentes à différentes étapes de fonctionnement en fonction des tensions d'entrée. Les caractéristiques de JFET à différentes régions sont expliquées ci-dessous. Principalement, le JFET fonctionne dans des régions ohmiques, de saturation, de blocage et de claquage :

Région ohmique : En l'absence de tension V_{GS} , le canal drain-source conduit proportionnellement avec l'augmentation de la tension V_{DS} (Le transistor se comporte comme une résistance). Le courant de drain dans la zone de coude est tel que :

$$I_D = \frac{I_{DSS}}{V_P^2} [2(V_{GS} - V_P)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

Saturation ou région active : En l'absence de tension V_{GS} et pour une certaine valeur de V_{DS} , le courant de drain I_D cesse de croître et devient constant. C'est la tension de pincement ou V_p (tension de pinch-off) qui correspond au courant de saturation I_D que l'on appelle I_{DSS} . Si maintenant on applique une tension V_{GS} à l'espace grille-source (polarisation de la jonction en inverse) et que l'on relève, comme précédemment, la valeur de I_D en fonction de V_{DS} , on

constate pour ce courant, des valeurs plus faibles. La tension V_p est atteinte plus tôt et correspond à un courant I_D moins élevé que I_{DSS} . Cette nouvelle tension V'_p est égale à :

$$V'_p = V_p - V_{GS}$$

Plus V_{GS} augmente, plus le courant I_D diminue. A partir d'un certain seuil de V_{GS} , le courant I_D s'annule. C'est ce qu'on appelle la région de blocage.

Le courant de drain dans la région de saturation peut être défini en utilisant l'équation de Shockley en fonction de courant de saturation drain-source (I_{DSS}), de tension de pincement V_p et de tension grille-source (V_{GS}) comme:

$$I_D = I_{DSS} \left[1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSo\bar{f}f}} \right] (1 + \lambda V_{DS})^2$$

I_{DSS} : courant maximal de saturation pour $V_{GS} = 0$ V

- V_p : tension de pincement du canal
- λ (V^{-1}) : paramètre lié à la résistance interne de la source de courant (- $1/\lambda$ correspond à un effet Early).

Région de blocage : Le JFET entre dans cette région lorsque la tension de grille est négative, puis le canal se ferme, c'est-à-dire que le courant ne traverse pas le canal.

pour $V_{GS} < V_s$, $I_D \approx 0$, transistor bloqué

Région de claquage: Si la tension de drain à source (V_{DS}) est suffisamment élevée, le canal du JFET claque et dans cette région, le courant maximal incontrôlé passe à travers le dispositif [33].

Note : Tout ce qui a été dit pour le TEC canal N reste valable à l'exception du sens des courants et des tensions qui s'inversera également. Le TEC canal P est moins pratique vu la tension négative qu'il exige.

1.1.5 Polarisation du transistor JFET

De la même façon que pour le transistor bipolaire il nous faut choisir un point de fonctionnement avant de définir les paramètres petits signaux car ceux-ci seront fonction de ce point de fonctionnement. Pour cela, il faut polariser le transistor. Différentes méthodes sont possibles.

1.1.5.a Polarisation automatique $I_G \approx 0 \Rightarrow V_G \approx 0V$; et le courant I_S produit une chute de potentiel aux bornes de $R_S \Rightarrow$ borne S est + par rapport à G.

On donne : $V_{DD} = 18 V$, $R_D = 1.5 k\Omega$, $R_S = 2.2 k\Omega$

$I_{DSS} = 12 mA$, $V_P = -4V$.

$$V_{GS} = V_G - V_S = 0 - I_D \cdot R_S \quad (I_D \sim I_S)$$

$$V_{GS} = -I_D \cdot R_S$$

$$\text{En saturation : } I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}} \right)^2$$

$$\begin{cases} V_{GS} = -R_S I_D \\ I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}} \right)^2 \end{cases}$$

$$\text{On a : } I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}} \right)^2 = I_{DSS} \left(1 - \frac{R_S I_D}{V_P} \right)^2 \text{ ou } V_{GSoff} = -V_P \text{ et } V_{GS} = -R_S I_D$$

$$I_D = 12 \times 10^{-3} \left(1 - \frac{(-2,2 \times 10^3 I_D)}{-4} \right)^2$$

$$\Rightarrow I_D = 12 \cdot 10^{-3} (1 - [550 I_D])^2 = 12 \cdot 10^{-3} (1 - 550 I_D)^2$$

$$\Rightarrow I_D = 12 \times 10^{-3} (1 - 1100 I_D + 302500 I_D^2) = 0.012 - 13.2 I_D + 3630 I_D^2$$

$$\Rightarrow 3630 I_D^2 - 14.2 I_D + 0.012 = 0$$

On obtient une équation deuxième d'ordre en termes de I_D .

$$I_{D1}, I_{D2} = \frac{-(-14.2) \pm \sqrt{(-14.2)^2 - 4 \times 3630 \times 0.012}}{2 \times 3630}$$

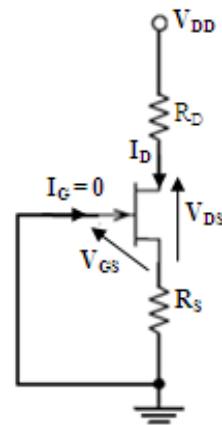
Donc la solution : $I_{D1}=1.2 mA$ ou $I_{D2}=2.7 mA$. (Il faut choisir une seule solution). Donc if $I_{DQ} = 1.2 mA \Rightarrow V_{GSQ} = -R_S I_{DQ} = -(1.2 mA) \times (2.2 k\Omega) = -2.64 V$ Et $V_{DQ} = 18V - (1.2 mA) \times (1.5 k\Omega) = 16.2 V$.

Donc if $I_{DQ} = 2.7 mA \Rightarrow V_{GS} = -R_S I_{DQ} = -(2.7 mA) \times (2.2 k\Omega) = -5.94 V$

Et $V_{DQ} = 18V - (2.7 mA) \times (1.5 k\Omega) = 13.95 V \Rightarrow$ **Solution refusé** parce que $|V_{GS}| > |V_{GSoff}|$ ou bien V_P c'est la région de blocage il faut que le courant de drain est nul ($I_D=0$).

Remarque : pour connaître la solution refusée :

1. Soit on compare les deux solutions I_{D1} et I_{D2} avec I_{DSS} , Si l'une de solution est supérieure à I_{DSS} donc cette solution est refusée.
2. Soit on compare les deux solutions V_{GS1} et V_{GS2} avec V_{GSoff} , Si l'une de solution est Supérieure à V_{GSoff} en valeur absolue et son courant de drain n'est pas nul donc la solution est refusée.



1.1.5.b Polarisation par diviseur de tension

On donne : $V_{DD} = 16 \text{ V}$, $R_1 = 2.1 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 270 \text{ k}\Omega$, $R_D = 2.4 \text{ k}\Omega$ et $R_S = 1.5 \text{ k}\Omega$.

$I_{DSS} = 8 \text{ mA}$, $V_P = -4 \text{ V}$.

la jonction grille source polarisée en inverse donc $I_G = 0$ et le courant drain et source sont les mêmes : $I_D = I_S$.

Maille 1 :

V_G est égal à la tension à travers le diviseur de tension

$$R_2: \quad V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} = \frac{270 \text{ k}\Omega}{2.1 \text{ M}\Omega + 270 \text{ k}\Omega} \times 16 = 1.823 \text{ V}$$

$$\text{Et } V_{GS} = V_G - R_S I_D = 1.823 - 1.5 \times 10^3 I_D$$

$$\text{Si on utilise l'équation de transfert : } I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}} \right)^2$$

$$\begin{cases} V_{GS} = V_G - R_S I_D \\ I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}} \right)^2 \end{cases}$$

Le calcul de I_D est donné par :

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}} \right)^2 \quad I_D = 8 \cdot 10^{-3} \left(1 - \frac{(1.823 - 1.5 \times 10^3 I_D)}{-4} \right)^2$$

$$\Rightarrow I_D = 8 \times 10^{-3} (1 - [-0.456 + 375 I_D])^2 = 8 \times 10^{-3} (1.456 - 375 I_D)^2$$

$$\Rightarrow I_D = 8 \times 10^{-3} (2.12 - 1092 I_D + 140625 I_D^2) = 0.01696 - 8.736 I_D + 1125 I_D^2$$

$$\Rightarrow 1125 I_D^2 - 9.736 I_D + 0.01696 = 0$$

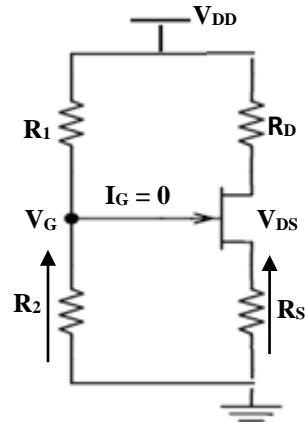
$$I_{D1}, I_{D2} = \frac{-(-9.736) \pm \sqrt{(-9.736)^2 - 4 \times 1125 \times 0.01696}}{2 \times 1125}$$

On trouve deux solutions : $I_{D1} = 6.237 \text{ mA}$ et $I_{D2} = 2.417 \text{ mA}$ et $V_D = V_{DD} - R_D I_D$

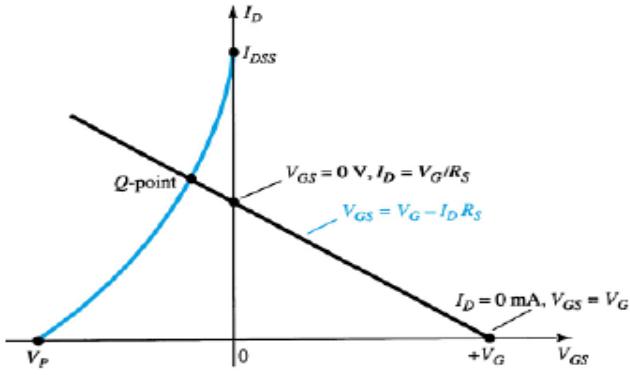
$$\text{Et } V_{GS1} = V_G - R_S I_{D1} = 1.823 - (6.237 \times 10^{-3} \times 1.5 \times 10^3) = -7.5325 \text{ V}$$

$$V_{GS2} = V_G - R_S I_{D2} = 1.823 - (2.417 \times 10^{-3} \times 1.5 \times 10^3) = -1.8025 \text{ V}$$

donc $V_{GS1} = -7.5325 \text{ V}$ et $V_{GS2} = -1.8025 \text{ V} \implies$ la première solution refusée parce que $|V_{GS}| > |V_{GSoff}|$ ou bien V_P c'est la région de blocage et le courant de drain doit être nul ($I_D=0$).



Le point Q est établi par l'intersection de la droite de polarisation de grille et la courbe de transfert. on trace la droite utilisant deux points : $\begin{cases} V_{GS} = V_G, I_D = 0 \\ V_{GS} = 0 V, I_D = V_G/R_S \end{cases}$



Puis on trace la courbe de transfert avec I_{DSS} , V_P et les valeurs calculées de I_D , le point de fonctionnement Q est à l'intersection des deux.

□ Polarisation au point milieu

Il est souhaitable de polariser le JFET au milieu de sa courbe caractéristique de transfert où

$$I_D = \frac{I_{DSS}}{2}. \text{ donc on obtient : } I_D = \frac{I_{DSS}}{2} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoft}} \right)^2 \Rightarrow \sqrt{0.5} = \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoft}} \right)$$

$$\Rightarrow V_{GS} = 0.29V_{GSoft} = \frac{V_{GSoft}}{3.4}$$

$$V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S)I_D = V_{DD} - (R_D + R_S)\frac{I_{DSS}}{2}$$

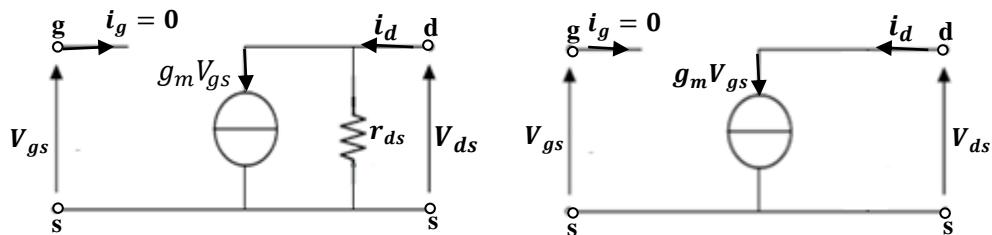
1.1.6 JFET en régime dynamique

Cette étude consiste à analyser le fonctionnement d'un transistor polarisé en zone de saturation lorsqu'on applique de petites variations à l'une des grandeurs électriques.

1.1.6.a Schéma équivalent du JFET

En régime dynamique petits signaux, on peut écrire : $i_d = \frac{V_{ds}}{r_{ds}} + g_m V_{gs}$

d'où l'on en déduit le schéma équivalent du J.FET en source commune :



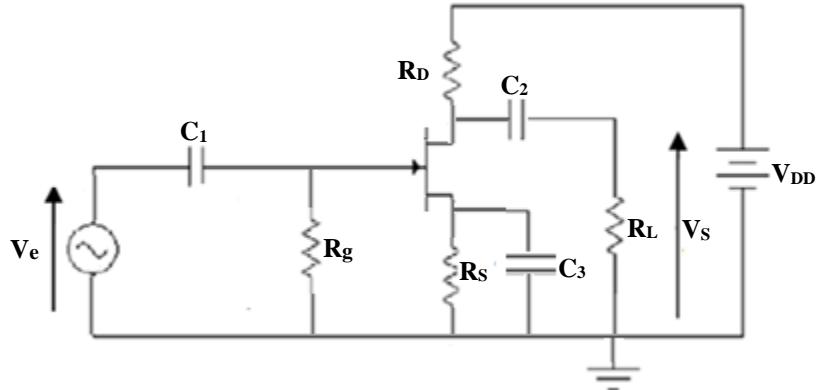
a) Schéma général.

b) Schéma simplifié ($r_{ds} = \infty$).

Figure 7.5– Schéma équivalent alternatif petits signaux.

1.1.6.b Montage amplificateur source-commune

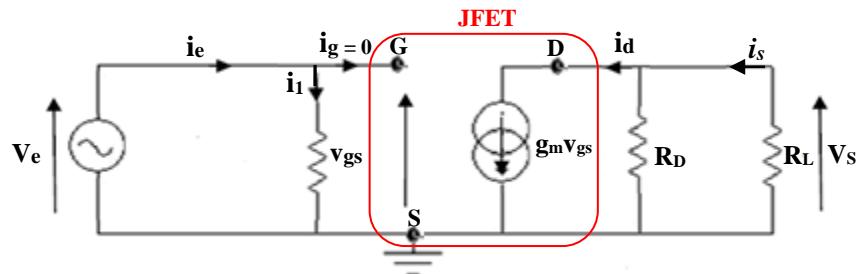
Soit le montage amplificateur suivant, on donne : $V_{DD} = 18 \text{ V}$, $R_g = 1 \text{ M}\Omega$, $R_D = 1.5 \text{ k}\Omega$, $R_S = 2.2 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 10 \mu\text{F}$, $C_2 = 10 \mu\text{F}$ et $C_S = 100 \mu\text{F}$, $I_{DSS} = 12 \text{ mA}$, $V_P = -4 \text{ V}$.



C_1 et C_2 sont deux condensateurs de liaison et C_s est un condensateur de découplage.

□ Schéma équivalent du montage amplificateur source-commune

On remplace le transistor par son schéma équivalent et on suppose court-circuité la source de tension continue V_{cc} , on obtient ainsi :



□ Paramètres caractéristiques du montage amplificateur

$$\text{Gain en tension } A_v = \frac{V_s}{V_e}$$

D'après la maille d'entrée : $V_e = v_{gs}$(1)

Et la maille de sortie : $V_s = -g_m v_{gs} R_{eq}$ avec $R_{eq} = R_L / R_D$(2)

Donc : gain en tension: $A_v = V_s/V_e = -g_m v_{gs} R_{eq}/v_{gs} = -g_m R_{eq}$

$$\text{Résistance d'entrée } R_e = \left. \frac{V_e}{i_e} \right|_{i_s = 0}$$

D'après le schéma on a : $i_e = i_1 + i_g$ ou $i_g = 0 \Rightarrow i_e = i_1 = \frac{V_e}{R_a}$

Donc on obtient : $\frac{V_e}{i_s} = \frac{V_e}{i_o} = R_g = R_e \Rightarrow R_e = R_g$ (résistance très élevée).

$$\boxed{\text{Résistance de sortie } R_s = \frac{V_s}{i_s} \Big|_{V_s = 0}}$$

Quand on court-circuite le générateur de tension $V_e = 0$ on obtient $v_{as} = 0$

En d'autre part : $V_s = R_D(i_s - g_m v_{gs})$

Donc la résistance de sortie est donnée par : $R_s = \frac{V_s}{i_s} = R_D$

Gain en courant $A_i = \frac{i_s}{i_e}$

gain en courant est donné par : $A_i = \frac{i_s}{i_e} = -\frac{(V_s/R_L)}{(V_e/R_e)} = -A_v \frac{R_e}{R_L} = -A_v \frac{R_g}{R_L}$

Transconductance gm (A/V) : si on utilise l'équation de $I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)^2$

$$g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{V_P} \left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_P}\right) = -\frac{2(12 \text{ mA})}{(-4V)} \left(1 - \frac{2,64}{-4V}\right)$$

Donc $g_m = 1.9 \text{ mA/V}$ (I_{DQ} , V_{GSQ} et V_{DQ} sont calculée précédemment dans l'analyse DC (polarisation))

Courant de drain I_D (mA) : $i_D = g_m \times V_{gs} = 1.9 \times 100 \text{ mA} = 190 \text{ mA}$

Avec $V_{gs} = V_e = 100 \text{ mV}$

$$V_s = R_{eq} i_D = (R_D // R_L) \times i_D = (1.5k\Omega / 12k\Omega) \times 190 \text{ mA} = 1.33k\Omega \times 190 \text{ mA}$$

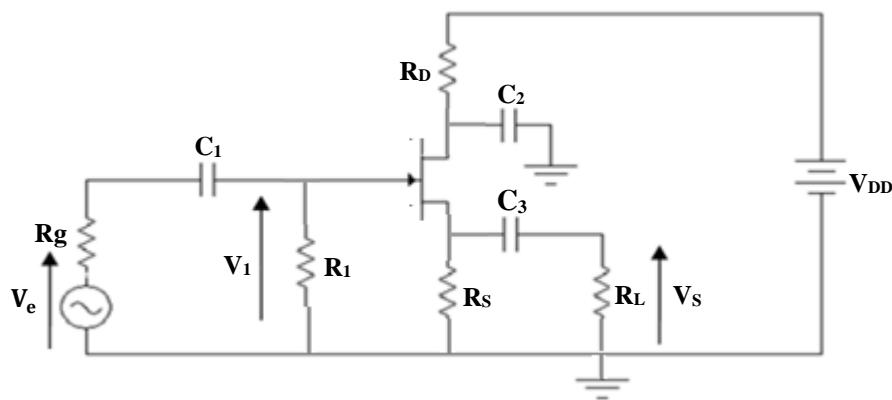
Donc $V_s = 253 \text{ mV}$

- **Résistance d'entrée** : $R_e = 1M\Omega$.
- **Résistance de sortie** : $R_s = 1.5 \text{ k}\Omega$
- **Gain en tension (amplification en tension)** : $A_v = \frac{253 \text{ mV}}{100 \text{ mV}} = 2.53 \text{ mV}$
- **Gain en courant (amplification en courant)** : $A_i = -2.53 \text{ mV} \times (1M\Omega / 12k\Omega)$

Remarque :

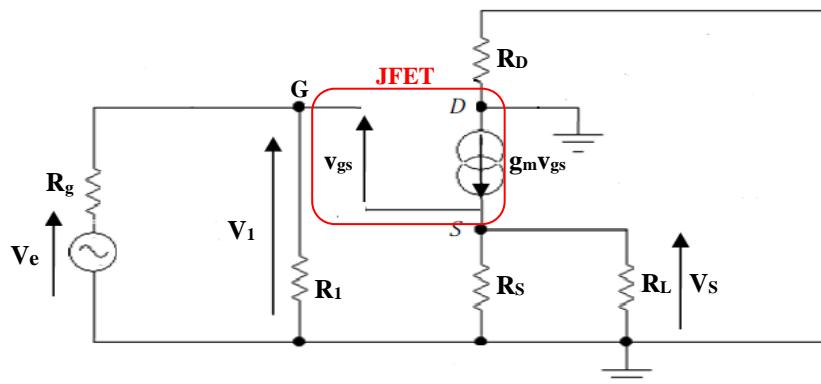
Pour les transistors JFET canal P, la polarisation change de signe (I_D et $V_{DS} < 0$) et la tension de commande V_{GS} est positive.

1.1.6.c Montage amplificateur drain-commun

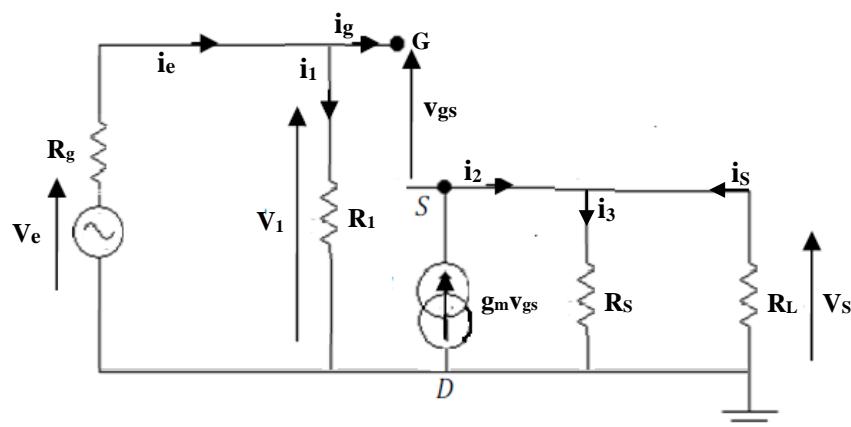


□ Schéma équivalent du montage amplificateur drain-commun

Les condensateurs et la tension continue V_{DD} se comportent comme des courts-circuits en alternatif.



la résistance R_D est court-circuitée par le condensateur C_2 car ces deux bornes sont reliées à la masse donc le schéma devient :



□ Paramètres caractéristiques du montage amplificateur

Gain en tension $A_v = \frac{V_s}{V_e}$

D'après la maille d'entrée : $V_1 = v_{gs} + V_S$ (1)

D'autre part la maille de sortie nous donne : $V_S = (R_S // R_L) \cdot g_m \cdot v_{gs}$ (2)

Avec $i_2 = g_m \cdot v_{gs}$

Si on remplace l'Equation (2) dans l'Equation (1) on obtient :

$$V_1 = v_{gs} + (R_S//R_L) \cdot g_m \cdot v_{gs} = v_{gs} \cdot (1 + (R_S//R_L) \cdot g_m)$$

Et le gain devient : $A_v = \frac{V_S}{V_1} = \frac{(R_S//R_L).g_m.v_{gs}}{v_{gs}.(1+(R_S//R_L).g_m)} = \frac{(R_S//R_L).g_m}{(1+(R_S//R_L).g_m)}$

Résistance d'entrée $R_e = \frac{V_1}{i_e} \Big|_{i_s=0}$

D'après le schéma on a : $i_e = i_1 + i_g$ ou $i_g = 0 \Rightarrow i_e = i_1 = \frac{V_1}{R_1}$

Donc on obtient : $\frac{V_1}{i_e} = R_1 = R_e \Rightarrow R_e = R_1$

Résistance de sortie $R_s = \frac{V_s}{i_s} \Big|_{V_e=0}$

Quand on court-circuite le générateur de tension $V_e = 0$ on obtient $V_e = v_{gs} + V_s = 0 \Rightarrow v_{gs} = -V_s$

En d'autre part : $V_s = R_s i_3 = R_s(i_s + i_2) = R_s(i_s + g_m v_{gs})$ avec ($i_2 = g_m \cdot v_{gs}$)

Donc : $V_s = R_s i_s + R_s g_m V_{gs} = R_s i_s - R_s g_m V_s \Rightarrow V_s(1 + R_s g_m) = R_s i_s$

D'où la résistance de sortie est donnée par : $R_s = \frac{v_s}{i_s} = \frac{R_s}{1+R_s g_m} = \frac{1}{\frac{1}{R_s} + g_m}$

1.1.6.d Montage amplificateur grille-commune

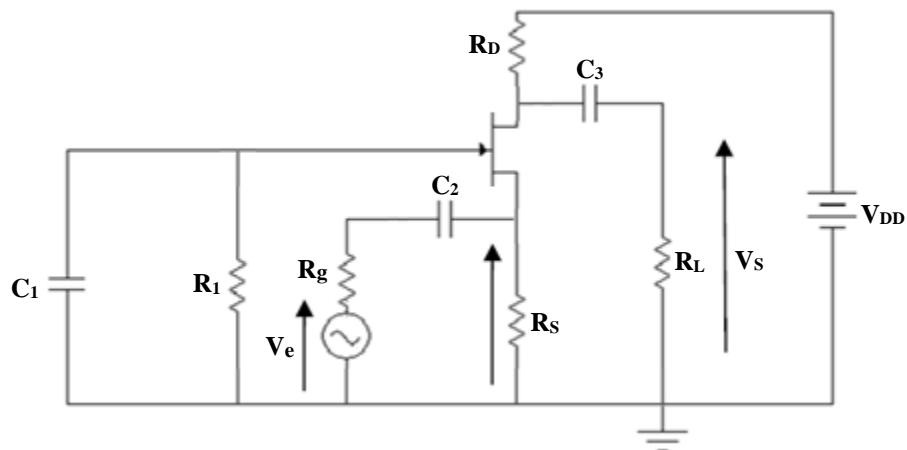
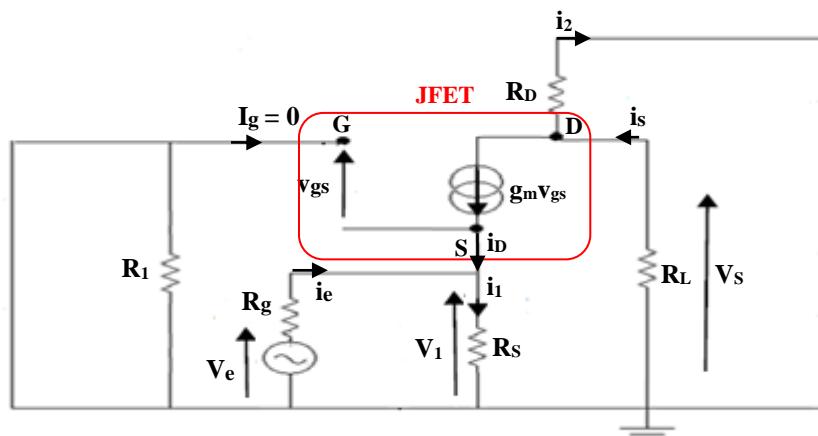


Schéma équivalent du montage amplificateur grille-commune

La résistance R_1 est court-circuitée par le condensateur C_1 donc le schéma devient :



□ Paramètres caractéristiques du montage amplificateur

Gain en tension $A_v = \frac{V_s}{V_1}$ avec $V_1 = V_e - R_g i_e$

D'après la maille d'entrée : $V_1 = -v_{gs}$ (1)

D'autre part la maille de sortie nous donne :

Donc de l'équation (1) et (2) le gain devient : $A_v = \frac{V_s}{V_1} = \frac{-(R_D//R_L) \cdot g_m \cdot v_{gs}}{-v_{qs}} = (R_D//R_L) \cdot g_m$

$$\text{Résistance d'entrée } R_e = \left. \frac{V_1}{i_e} \right|_{i_s = 0}$$

D'après le schéma on a : $i_e = i_1 - i_D$ et $V_1 = R_S i_1 \Rightarrow i_1 = \frac{V_1}{R_S}$

D'autre part : $i_D = g_m v_{qs}$ et $V_1 = -v_{qs}$

Donc on obtient : $i_e = i_1 - i_D = \frac{V_1}{R_s} - g_m v_{gs} \Rightarrow i_e = \frac{V_1}{R_s} + g_m V_1 = V_1 \left(\frac{1}{R_s} + g_m \right)$

Et la résistance d'entrée $R_e = \frac{V_1}{i_e} = \frac{1}{\frac{1}{R_S} + g_m}$

Résistance de sortie $R_s = \left. \frac{V_s}{i_s} \right|_{V_s = 0}$

Quand on court-circuite le générateur de tension $V_e = 0$ on obtient $V_1 + v_{gs} = 0 \Rightarrow V_1 = -V_{as} = 0$

En d'autre part : $V_s = R_D i_2 = R_D(i_s - i_D) = R_D(i_s - g_m v_{qs}) = R_D i_s$

Donc la résistance de sortie est donné par : $R_s = \frac{V_s}{i_s} = R_D$ [34].

Remarque : Le signe négatif dans l'équation résultante pour le gain en tension A_V révèle qu'il se produit un décalage de phase de 180° entre les signaux d'entrée et de sortie.

1.2 Transistor à effet de champ MOSFET

1.2.1 Description

Le transistor à effet de champ MOSFET (Metal Oxyde Semiconductor Field Effect Transistor) est différent du JFET par le fait que la grille est isolée du canal. Il est encore appelé FET à Grille isolé.

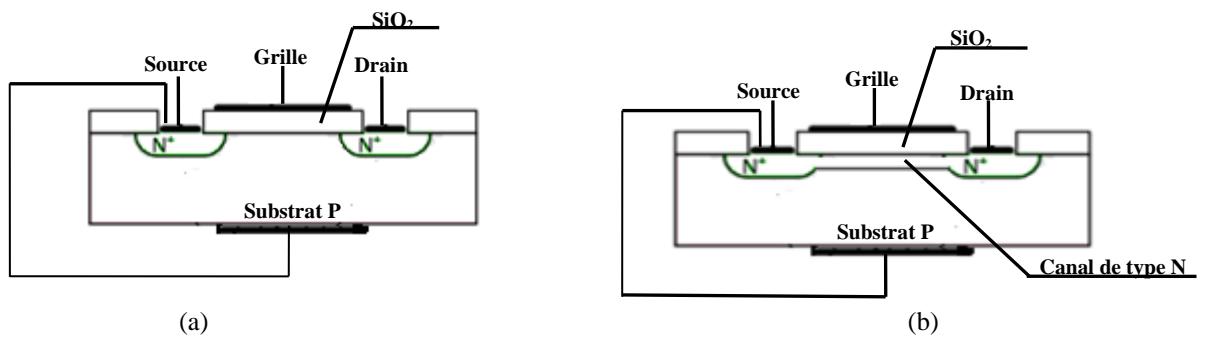


Figure 7.6 – MOSFET à canal N : a) à enrichissement et b) à déplétion.

Ce type de transistor est généralement constitué d'un substrat de type P, faiblement dopé, dans lequel on diffuse par épitaxie deux zones N+ qui deviendront la source et le drain. Le silicium au-dessus du canal est oxydé en SiO₂ puis métallisé pour réaliser la grille, ce qui constitue une capacité entre la grille et le substrat. En général, on relie la source à la masse, ainsi que le substrat. On porte le drain à un potentiel supérieur de ceux de la source et du substrat, créant ainsi un champ électrostatique entre la source, le substrat et le drain.

On distingue deux types de transistors MOS :

- Le MOS à appauvrissement ou déplétion
- Le MOS à enrichissement.

Dans ce qui suit, on considérera uniquement des MOSFET à canal N. Le fonctionnement des MOSFET à canal P peut être déduit de celui des MOSFET à canal N en inversant le sens des tensions et des courants.

1.2.1.a MOS à appauvrissement ou déplétion

- Symboles schématique

Les symboles de MOSFET les plus courants sont présentés ci dessous :

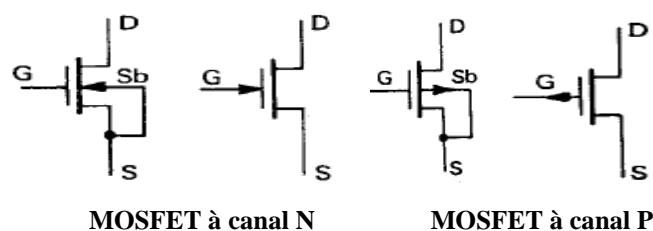


Figure 7.7 – Symboles électriques des MOSETs à déplétion.

Tous les symboles ont en commun de montrer l'isolation de grille autrement dit, l'électrode de grille n'est pas en contact avec le canal.

1.2.1.b MOS à enrichissement

- **Symboles schématique**

Les symboles plus courants sont présentés ci dessous :

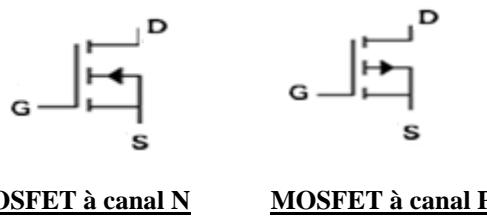


Figure 7.8 – Symboles électriques des MOSETs à enrichissement.

Les pointillés indiquent qu'il n'y a pas de canal physique et donc qu'il n'y a aucune circulation de courant entre drain et source tant qu'il n'y a pas de tension positive sur la grille.

1.2.2 Fonctionnement du MOSFET

Les deux types fondamentaux du MOSFET sont les MOSFET à appauvrissement D-MOSFET, et les MOSFET à enrichissement E-MOSFET. Dans chaque type de MOSFET, on peut distinguer le MOSFET canal N (le courant provient du déplacement d'électrons) et le MOSFET canal P (le courant provient du déplacement des trous).

Les transistors MOS à enrichissement sont bloqués sans tension de commande sur la grille (OFF), ils deviennent passants à partir d'une certaine tension de grille V_{GSth} (V_T). Plus $|V_{GS}| > |V_{GSth}|$, plus le E-MOS devient passant. Les transistors MOS à appauvrissement sont passants sans tension de commande sur la grille (ON), ils deviennent de moins en moins conducteurs au fur et à mesure que la tension de commande augmente pour finalement se bloquer au delà d'une tension de blocage V_{Gsoff} .

- **NMOS à enrichissement**

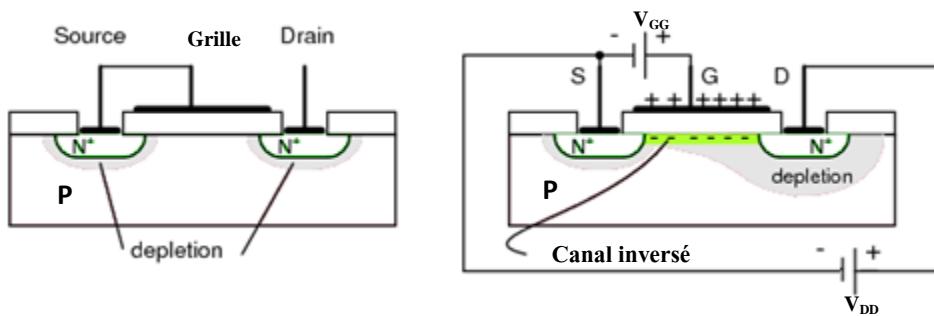


Figure 7.9 – Schéma de principe d'un MOSFET à enrichissement canal N.

Un courant ne circulera au travers du canal drain-source que si la tension de grille (V_{GS}) est plus élevée que la tension de seuil (V_T) donc $V_{GS} < V_T \rightarrow I_D = I_S = 0$ et transistor **bloqué**. La tension positive va repousser les trous hors du canal en attirant les électrons vers la couche

d'oxyde. Le canal est ainsi formé et le courant peut circuler. Une fois le canal créé, il suffit d'appliquer une tension V_{DS} (entre le drain et la source) pour obtenir un courant I_{DS} .

- **NMOS à appauvrissement (à déplétion)**

Le MOSFET à déplétion est moins usuel que le MOSFET à enrichissement. Il est normalement conducteur (ON) sans l'application d'une tension de grille. Cependant, l'application d'une tension grille-source (V_{GS}) va bloquer le dispositif, de manière similaire à un JFET. Pour un MOSFET à canal N, une tension de grille positive va élargir le canal et accroître le courant drain source. Si la tension de grille est négative, le courant sera au contraire réduit.

1.2.3 Réseau caractéristiques de NMOS à appauvrissement

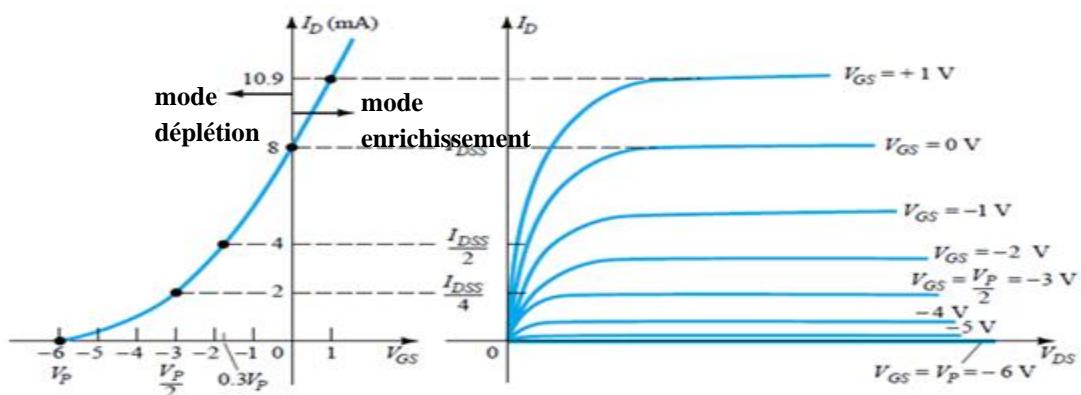


Figure 7.10 – Caractéristiques du MOSFET à déplétion canal N.

MOSFET à appauvrissement (ou à déplétion) peut être utilisé avec une grille positive ou négative. Lorsque la grille est positive par rapport à la source, elle fonctionne dans le mode enrichissement et lorsque la grille est négative par rapport à la source, comme illustré en figure ci-dessus, il fonctionne en déplétion.

Lorsque le drain est rendu positif par rapport à la source, un courant de drain s'écoulera, même avec un potentiel de zéro et le MOSFET fonctionnant en mode Enrichissement. Dans ce mode de fonctionnement, la grille attire les porteurs de charge négatifs du substrat P vers le canal N et réduit ainsi la résistance du canal et augmente le courant de drain. Plus la grille est positive, plus il y a de courant de drain.

D'autre part, lorsque la grille est rendue négative par rapport au substrat, la grille repousse certains des porteurs de charge négatifs hors du canal N. Cela crée une région d'appauvrissement dans le canal, comme illustré en figure ci-dessus, et augmente donc la résistance du canal et réduit le courant de drain. Plus la grille est négative, moins il y a de

courant de drain. Dans ce mode de fonctionnement, le dispositif est appelé MOSFET en mode déplétion. Ici, trop de tension de grille négative peut pincer le canal. Ainsi, l'opération est similaire à celle de JFET.

Remarque : L'analyse d'un circuit MOSFET en mode d'appauvrissement est presque identique à celle d'un circuit JFET. La seule différence est l'analyse pour une grille positive.

1.2.4 Réseau caractéristiques de NMOS à Enrichissement

Le comportement d'un MOSFET à canal N peut être décrit par la fonction $I_D = f(V_{GS}, V_{DS})$ avec une tension de seuil V_T , comme indiqué les caractéristiques ci-dessous:

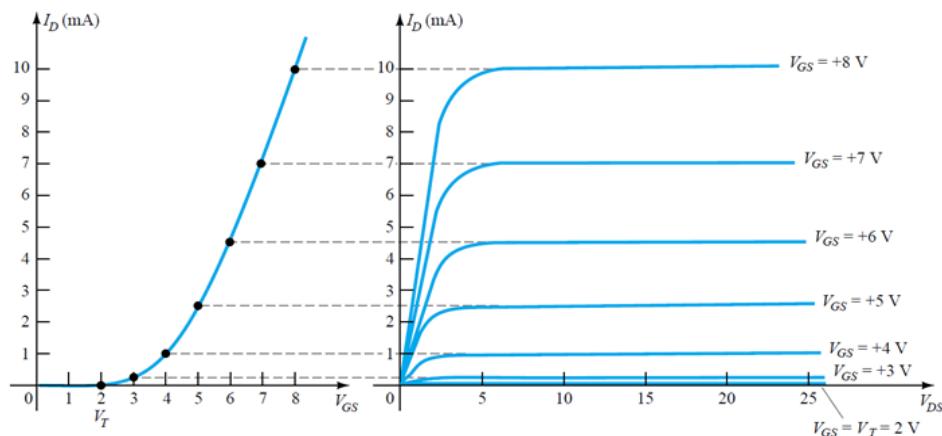


Figure 7.11 – Caractéristiques du MOSFET à enrichissement canal N.

Ces caractéristiques peuvent être divisées en trois régions :

Région de blocage : Lorsque $V_{GS} < V_T$, aucun courant ne traverse la source et le drain, en raison des deux jonctions PN, c'est-à-dire $I_D = 0$, indépendamment de V_{DS} .

Région de Triode (ohmique) : lorsque $V_{GS} > V_T$ et $V_{GD} = V_{GS} - V_{DS} > V_T$, (ou $V_{DS} < V_{GS} - V_T$, certains électrons dans le substrat de type P (porteurs minoritaires) sont tirés vers la grille pour former une couche d'inversion proche de la grille pour former un canal de type N avec une certaine résistance entre S et D. I_D augmente linéairement comme V_{DS} augmente, avec un coefficient $\Delta V_{DS} / \Delta I_D$ (loi d'Ohm) et non linéairement en V_{GS} augmente (pour tirer plus d'électrons vers la grille pour améliorer la conductivité du canal n, le courant I_D devient ensuite quadratique suivant l'équation :

$$I_D = 2K [(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2] \quad \text{avec } K = \frac{1}{2} \mu C_{ox} W/L$$

W : largeur du canal, L : Longueur du canal, μ : mobilité des porteurs de charge (mobilité des électrons dans le cas d'un MOSFET à canal N), C_{ox} : capacité d'oxyde de grille, V_{th} : la tension minimale qu'il faut appliquer entre la grille et la source pour que du courant puisse circuler dans le transistor), K : paramètre de conduction en A/V² ou $\mu\text{A}/\text{V}^2$,

Région de saturation: Lorsque $V_{GS} > V_T$ mais V_{DS} augmente encore, la tension $V_{GD} = V_{GS} - V_{DS}$ entre la grille et le canal électronique près du drain devient petit et le canal électronique proche du drain se rétrécit. En particulier, lorsque la tension entre la grille et le drain est inférieure à la tension de seuil:

$$V_{GD} = V_{GS} - V_{DS} < V_T$$

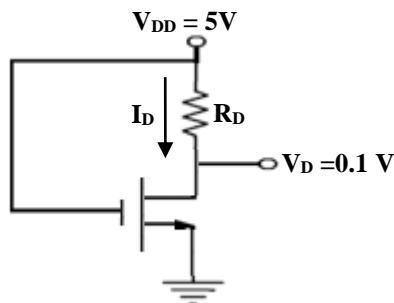
Le canal électronique à l'extrême drain est presque fermé (pincée) et I_D est saturé et maintenu à une valeur constante, même si V_{DS} augmente encore, V_{DS} plus élevé tend à attirer plus d'électrons vers le drain d'une part, mais aussi à améliorer l'effet de pincement sur l'autre. Maintenant, I_D n'est affecté que par V_{GS} .

$$I_D = \begin{cases} 0 & \text{si } V_{GS} < V_T \text{ (region de blocage)} \\ K(V_{GS} - V_T)^2 & \text{si } V_{GS} \geq V_T, V_{GD} = V_{GS} - V_{DS} \leq V_T, \text{ (region de saturation)} \end{cases}$$

Dans la région de saturation, le transistor se comporte comme une source de courant à tension contrôlée [33].

Note : La région de triode et la région de saturation sont séparées par $V_{GD} = V_{GS} - V_{DS} = V_T$.

Exemple : Déterminer la valeur de la résistance R_D et la résistance entre drain et source r_{DS} pour cette NMOS, on donne, une tension V_D de 0.1 V, $V_T = 1$ V et $K = 1$ mA/V².



Solution : Etant donné $V_D = 0.1$ V, cela doit signifier que $V_{DS} = 0.1$ V. Ceci est également dire que le NMOS fonctionne à la région linéaire parce que $V_{DS} \leq (V_{GS} - V_T)$

$$V_{DD} - V_{GS} = 0 \rightarrow V_{GS} = V_{DD} = 5V$$

$$\begin{aligned} I_D &= 2K \left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{1}{2}V_{GS}^2 \right] = 2 \times 1 \times 10^{-3} A/V^2 \left[(5 - 1) \times 0.1 - \frac{1}{2} \times 0.01 \right] \\ &= 0.79 mA \end{aligned}$$

$$\text{Résistance } R_D : R_D = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{I_D} = \frac{5V - 0.1V}{0.79 mA} = 6.2 k\Omega$$

$$\text{Et la résistance } r_{DS} : r_{DS} = \frac{V_{DS}}{I_D} = \frac{0.1 V}{0.79 mA} = 174.5 \Omega$$

1.2.5 Polarisation du MOSFET à enrichissement (E-MOSFET)

Il y a deux façons pour polariser un E-MOSFET sont diviseur de tension et rétroaction. Dans E-MOSFET V_{GS} doit être $> V_{GSth}$

- la polarisation par diviseur de tension

Exemple : Déterminer I_{DQ} , V_{GSQ} , et V_{DS}

$$\text{Solution : } V_G = \frac{R_2 V_{DD}}{R_1 + R_2} = \frac{(18 M\Omega)(40V)}{22 M\Omega + 18 M\Omega} = 18V$$

$$V_{GS} = V_G - I_D R_S = 18V - I_D (0.82 k\Omega)$$

Quand $I_D = 0 \text{ mA}$

$$V_{GS} = 18V - (0 \text{ mA})(0.82 k\Omega) = 18V$$

Quand $V_{GS} = 0$

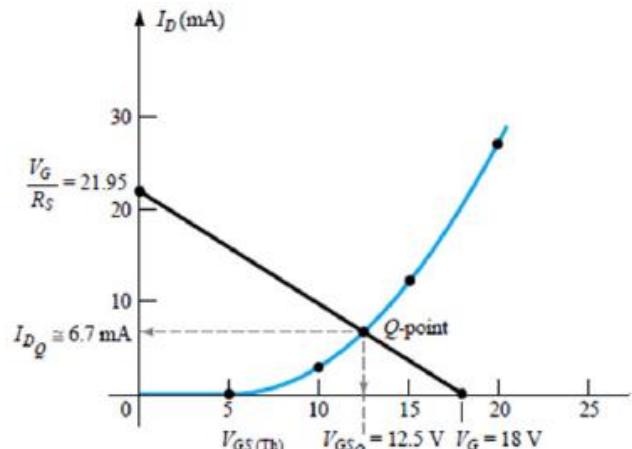
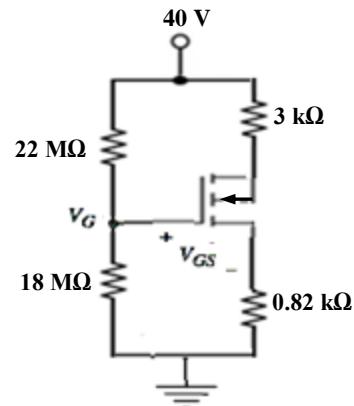
$$0 = 18V - I_D (0.82 k\Omega) = 18V$$

$$\text{Donc } I_D = \frac{18V}{0.82 k\Omega} = 21.95 \text{ mA}$$

Si $V_T = 5V$, $I_D (\text{on}) =$

3 mA avec $V_{GS} = 10V$

$$\begin{aligned} K &= \frac{I_D(\text{on})}{V_{GS}(\text{on}) - V_T^2} \\ &= \frac{3 \text{ mA}}{(10V - 5V)^2} \\ &= 0.12 \times 10^{-3} \text{ A/V} \end{aligned}$$



Le transistor est en saturation, le courant de drain est le suivant :

$$I_D = K(V_{GS} - V_T)^2 = 0.12 \times 10^{-3}(V_{GS} - 5)^2$$

$$I_{DQ} = 6.7 \text{ mA} \text{ et } V_{GSQ} = 12.5 \text{ V}$$

$$V_{DS} = V_{DD} - I_D(R_S + R_D) = 40V - (6.7 \text{ mA})(0.82k\Omega + 3k\Omega) = 40V - 25.6V = 14.4V$$

1.2.6 Polarisation du MOSFET à appauvrissement (D-MOSFET)

Les circuits de polarisation des MOSFETs à appauvrissement (D-MOSFETs) sont similaires à ceux utilisés dans les JFETs. La seule différence est que les MOSFETs du type appauvrissement peuvent fonctionner avec des valeurs positives de V_{GS} et des valeurs I_D qui surpassent I_{DSS} .

Exemple 1 : Calculer le courant de drain et la tension drain-source d'un circuit MOSFET source commun avec un canal n à mode enrichissement. Supposons que $R_1 = 30 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_D = 20 \text{ k}\Omega$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $V_T = 1 \text{ V}$ et $K = 0.1 \text{ m/V}^2$.

Solution : Le courant de grille dans le transistor est égal à zéro ($I_G=0$), donc la tension de grille (V_G) est donnée par le diviseur de tension : $V_G = V_{th} = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_{DD} = \frac{20}{30+20} 5 = 2 \text{ V}$

Maille grille source GS donne: ($I_G = 0 \rightarrow R_G$ court circuitée)

$$V_{GS} - V_{th} + 0 = 0 \rightarrow V_{GS} = V_{th} = 2 \text{ V}$$

- Confirmez notre hypothèse:

Si $V_{DS} > V_{DSsat} = V_{GS} - V_T$, le transistor est polarisé dans la région de saturation. Si $V_{DS} < V_{DSsat}$, le transistor est polarisé dans la région de non-saturation (ohmique) :

$$V_{DSsat} = V_{GS} - V_T = 2 - 1 = 1 \text{ V}$$

$V_{DS} = V_{DD} - R_D I_D = 5 - (0.1)(20) = 3 \text{ V}$ donc $V_{DS} > V_{DSsat}$ donc le transistor polarisé dans la région de saturation, le courant de drain est donné par :

$$I_D = K(V_{GS} - V_T)^2 = (0.1)(2 - 1)^2 = 0.1 \text{ mA}$$

Exemple 2: Calculer le courant de drain et de la tension drain-source d'un circuit à MOSFET source commun avec un canal P à mode d'enrichissement. Retrouvez également la puissance dissipée. Supposons que, $V_T = -1.1 \text{ V}$ et $K = 0.3 \text{ mA/V}^2$.

Solution :

$$\text{Maille SG: } V_{SG} + 0 + 2.5 - 5 = 0 \rightarrow V_{SG} = 5 - 2.5 = 2.5 \text{ V}$$

On assume que le transistor polarisé en mode de saturation:

$$I_D = K(V_{SG} + V_T)^2 = 0.3 (2.5 - 1.1)^2 = 0.5888 \text{ mA}$$

Calcul de V_{SD} : On utilise la loi de maille à la maille SD:

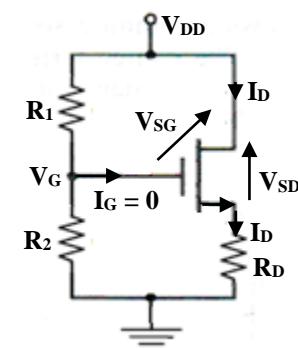
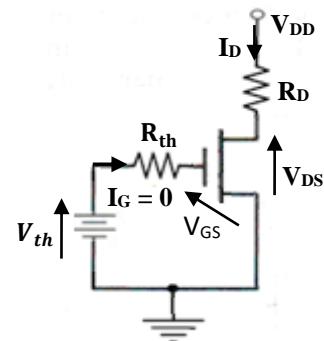
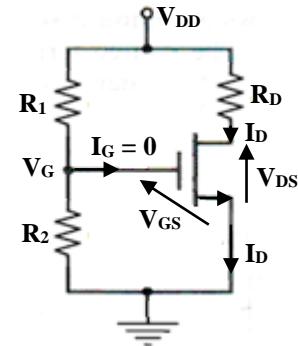
$$V_{SD} + I_D R_D - 5 = 0 \rightarrow V_{SD} = 5 - I_D R_D$$

$$V_{SD} = 5 - 0.5888 (7.5) = 0.584 \text{ V}$$

$$V_{SDsat} = V_{SG} + V_T = 2.5 - 1.1 = 1.4 \text{ V}$$

donc, $V_{SD} < V_{SDsat}$. Par conséquent hypothèse est incorrecte. Le transistor est en mode de non saturation et courant drain est donnée par :

$$I_D = K[2(V_{SG} + V_T)V_{SD} - V_{SD}^2]$$



$$I_D = 0,3[2(2.5 - 1.1)(5 - I_D R_D) - (5 - I_D R_D)^2]$$

$$I_D = 0.3[2.8(5 - 7.5I_D) - (5 - 7.5I_D)^2]$$

$$I_D = 0.3[14 - 21I_D - (25 - 75I_D + 56.25I_D^2)]$$

$$I_D = 0.3[14 - 21I_D - 25 + 75I_D - 56.25I_D^2] \rightarrow 56.25 I_D^2 - 50.67 I_D + 11 = 0$$

On trouve deux solutions : $I_{D1} = 0.536$ et $V_{SD} = 5 - I_D R_D = 0.98 V$

$$I_{D2} = 0.365 \text{ et } V_{SD} = 5 - I_D R_D = 2.26 V$$

Et puis on compare V_{SD} trouvé par les deux solutions avec la valeur de V_{SDsat} :

$$V_{SDsat} = V_{SG} + V_T = 2.5 - 1.1 = 1.4V$$

$0.98V < 1.4V$ inférieur à V_{SDsat} : donc la solution acceptée (car transistor polarisé dans la région ohmique (non saturation)).

$2.26V > 1.4V$ supérieur à V_{SDsat} : solution refusée

2) Puissance dissipée = $I_D \times V_{SD} = 0.525 \text{ mW}$

1.2.7 Le transistor à effet de champ D-MOSFET en amplification

1.2.7.1 Schéma équivalent du MOSFET en régime dynamique

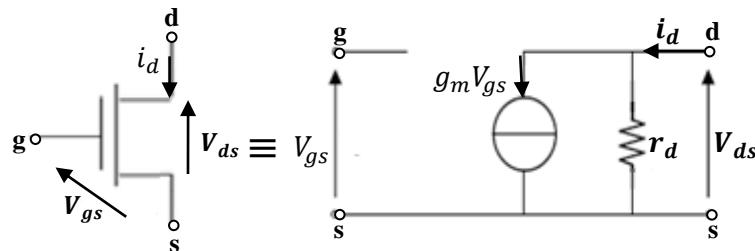


Figure 7.12– Schéma équivalent alternatif petits signaux (schéma générale).

Transconductance g_m (A/V) : le rapport de variation de I_D en fonction de V_{GS} (la pente de la caractéristiques $I_D = f(V_{DS})$) :

$$g_m = \frac{\Delta I_D}{\Delta V_{GS}} = \frac{d}{dV_{GS}} K(V_{GS} - V_{th})^2 = 2K(V_{GS} - V_{th}) = 2\sqrt{K}\sqrt{K}(V_{GS} - V_{th}) = 2\sqrt{K}\sqrt{I_D}$$

Exemple : Pour l'amplificateur ci-contre, trouver les paramètres de l'amplificateur : gain en tension, gain en courant, la résistance d'entrée et la résistance de sortie.

$$K = 0.2 \text{ mA/V}^2, V_T = 0.8 \text{ V}, r_d = 12.5 \text{ k}\Omega.$$

On donne : $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $R_1 = 520 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 320 \text{ k}\Omega$, $R_D = 10 \text{ k}\Omega$.

Solution :

$$V_{GS} = V_G = V_{DD} \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

$$= 5 \left(\frac{320}{520 + 320} \right) = 1.905 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} g_m &= 2K_n(V_{GS} - V_{TN}) \\ &= 2 \times 0.2 \times 10^{-3} (1.905 - 0.8) \\ &= 0.442 \text{ mA/V} \end{aligned}$$

$$\text{Gain en tension : } A_V = \frac{V_S}{V_e} = \frac{-g_m V_{gs} (R_D // r_d)}{V_{gs}} = -g_m (R_D // r_d) = -4.67$$

$$\text{Résistance d'entrée : } R_e = R_1 // R_2 = 520 // 320 = 198 \text{ k}\Omega$$

$$\text{Résistance de sortie : } R_s = R_D // r_d = 5.55 \text{ k}\Omega$$

$$\text{Gain en courant : } A_i = A_v \frac{R_e}{R_D // r_d} = -4.67 \frac{198}{5.55} = -166.6$$

$$\text{Et gain en puissance } G = A_v A_i = 778.02$$

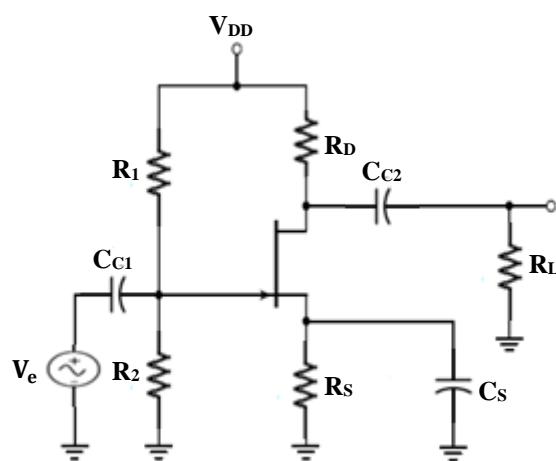
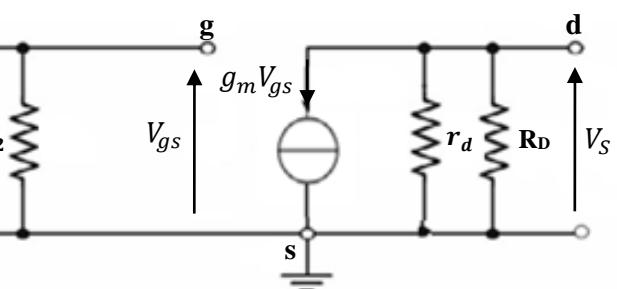
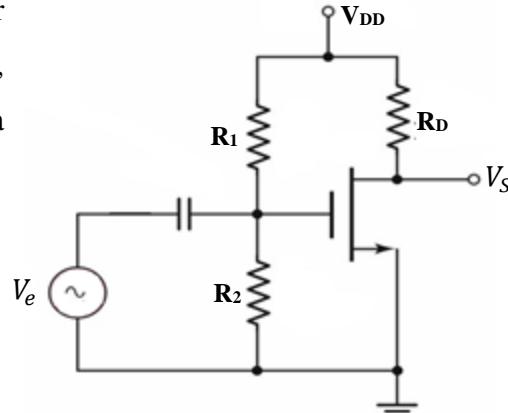
Exercices

Exercice 1 :

On considère le circuit illustré ci-dessous avec les paramètres du transistor, $V_P = -4 \text{ V}$, $I_{DSS}=12 \text{ mA}$.

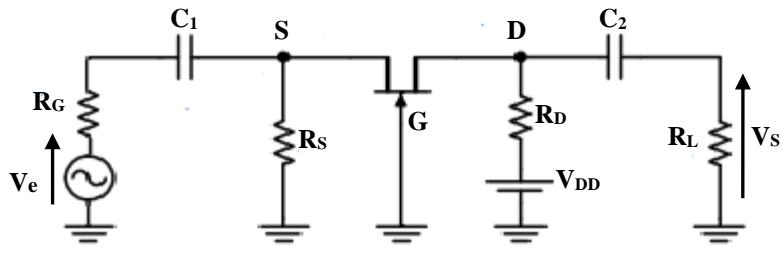
1. Calculer la tension V_{GS} et courant I_D et la Transconductance g_m .
2. Déterminer le gain de tension, l'impédance d'entrée et de sortie de petit signal.

Donnés : $V_{DD} = 20 \text{ V}$, $R_1 = 420 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 180 \text{ k}\Omega$, $R_D = 2.7 \text{ k}\Omega$, $R_s = 27 \text{ k}\Omega$, $R_L = 4 \text{ k}\Omega$.



Exercice 2 : En considérant l'amplificateur JFET à canal N à grille commune ci-dessous.

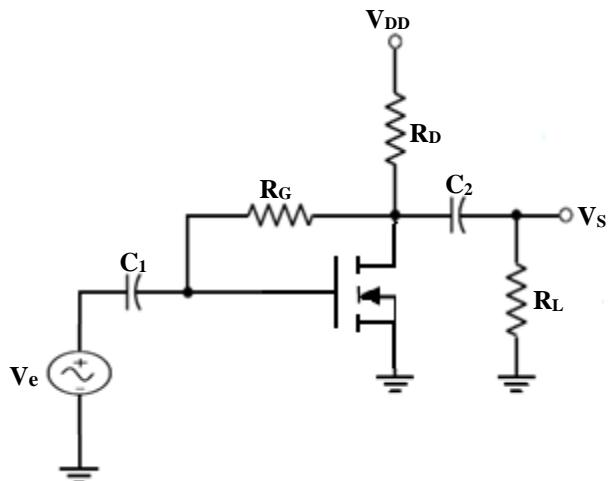
1. Trouver les paramètres de l'amplificateur : gain en tension, gain en courant, la résistance d'entrée et la résistance de sortie.



Exercice 3 :

On considère le montage ci-contre. Le transistor MOSFET en mode enrichissement est supposé polarisé dans sa zone de saturation.

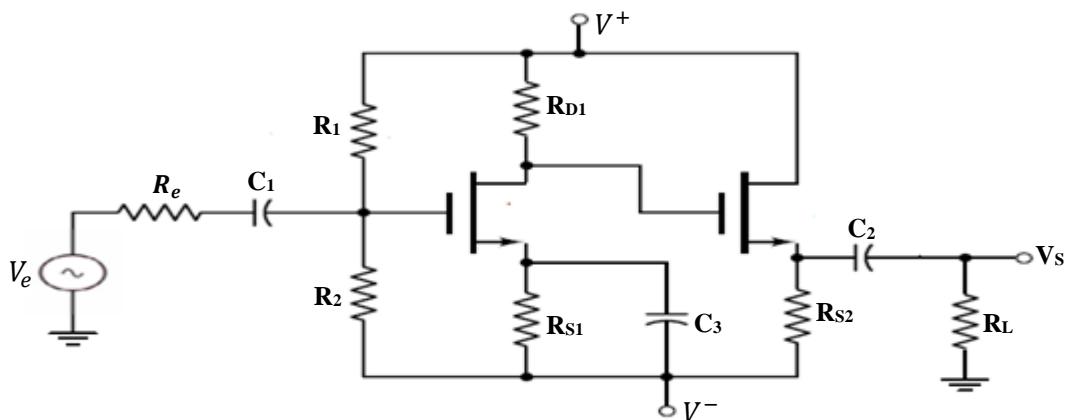
1. Calculer le paramètre de conduction k .
2. Calculer la tension V_{GS} et le courant I_D .
3. Déterminer les expressions du gain en tension, résistances d'entrée et de sortie de ce montage.



Donnés : $I_{D(ON)} = 6 \text{ mA}$, $V_{GS(ON)} = 8 \text{ V}$, $V_T = 3 \text{ V}$, $V_{DD} = 12 \text{ V}$, $R_D = 2 \text{ k}\Omega$, $R_G = 10 \text{ m}\Omega$.

Exercice 4 : On considère un montage à deux amplificateurs montés en cascade.

1. Calculer la tension V_{GS} et la transconductance g_m de chaque étage.
2. Dessiner le schéma équivalent petits signaux de l'étage source-commune.
3. Calculer son gain en tension petit signaux A_V , son impédance d'entrée Z_e , et son impédance de sortie Z_s .



On donne : $V = 5 \text{ V}$, $K_{n1} = 500 \mu\text{A/V}^2$, $K_{n2} = 200 \mu\text{A/V}^2$, $V_{T1} = V_{T2} = 1.2 \text{ V}$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $I_{DQ1} = 0.2 \text{ mA}$, $I_{DQ2} = 0.5 \text{ mA}$, $V_{DSQ1} = V_{DSQ2} = 6 \text{ V}$, et $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, et $R_e = 4 \text{ k}\Omega$

Références bibliographiques

- [1] Jean-Paul Kurtz, Dictionnaire Etymologique des Anglicismes et des Américanismes, Tome 1, Demand (2013).
- [2] Hoang Le-Huy, Circuits électriques, Presses Université Laval (2004).
- [3] Minkouo Teng, Cours physique avec Exercices, 2^{eme} édition (1997).
- [4] Tahar Neffati, Electricité générale, Analyse et Synthèse des Circuits, 2^{eme} édition. Dunod (2003).
- [5] Charles K Alexander, Matthew No Sadiku, Analyse des Circuits Electriques, 1^{re} édition (2012).
- [6] Henry Laurent, Les Fondements du Génie Electrique (2008).
- [7] Cours d'Electrocinétique : Régimes Continu et Transitoire, Université de Franche-Comté UFR des Sciences et Techniques (2005).
- [8] Nabil Mahamdioua, Polycopie de Cours de Physique II : Electricité et Magnétisme, Université de Jijel, Algérie (2016).
- [9] Noël Servagent, Physique des Semi-conducteurs : Fondamentaux, SCIRN-PRN - Université du Maine, France (2008).
- [10] Cours d'Electrocinétique EC2-Bobine et Condensateur.
- [11] Mechel Piou, Electrotechnique Electromagnétisme, Université de Nantes, France (2010).
- [12] Gilbert Rosset, Electrocinétique PCSI : Cours Méthodes Exercices Résolus (2003).
- [13] Matthieu Rigaut, Électrocinétique (2010).
- [14] Rezki Kifouche, Cours d'Electrotechnique-I, Janvier (2016).
- [15] Gabriel Cormier, GELE2112 Chapitre 3 : Techniques d'Analyse de Circuits, Cours en Circuits Electriques , Université de Moncton, Canada.
- [16] Khaled. Bekkouche, Electronique Fondamentale 1, 2^{ème} Année Licence Génie Electrique, Université Mohamed Khider Biskra, Algérie (2014).
- [17] Lynda Benbahouche, Electronique Fondamentale 1, Université Ferhat Abbas Sétif 1, Sétif, Algérie (2017).
- [18] Christian Peter, Pascal Masson, Les Quadripôles, École Polytechnique Universitaire de Nice Sophia-Antipolis, France.
- [19] Kamila Aliane, Electronique Fondamentale 2, Ecole Supérieure en Génie Electrique et Energétique d'Oran, Algérie (2016).

- [20] Gilles Chagnon, Cours de Génie Electrique, Université Paris VI-Jussieu, CFA Mecavenir, France (2003).
- [21] Didier Le Ruyet, Electronique analogique ELE004 : Filtrage et Amplificateur Opérationnel (2007).
- [22] Damien Decout, MPSI - Electrocinétique II - Filtre du 1^{er} ordre (2007).
- [23] Brahim Haraoubia, La Jonction PN.
- [24] Abdelmajid Oumnad, Electronique fondamentale, Ecole Mohammadia d'Ingénieurs.
- [25] Adel Said, Support de Cours : Electronique Générale, Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Nabeul (2013).
- [26] David Folio, Support de Cours de Composants Electroniques, Institut National des Sciences Appliquées (INSA), Centre Val de Loire, France (2017).
- [27] Samir Bensaid, Cours Electronique Fondamentale, Université de Bouira, Algérie (2012).
- [28] Christian Peter, Transistor Bipolaire, École Polytechnique Universitaire de Nice Sophia-Antipolis, France.
- [29] Adel.S.Sedra, Kenneth.C.Smith, Circuits Microélectroniques, Oxford University Press, New York (2011).
- [30] Chelbi Hassen, Electronique Générale, ISET Nabeul.
- [31] Henry Mathieu, Physique des Semi-conducteurs et des Composants Electroniques, Edition Masson (2004).
- [32] Christian Peter, Transistors a Effet de Champ, École Polytechnique Universitaire de Nice Sophia-Antipolis, France. .
- [33] R.K. Singh, Ashish Dixit, Basic Electronics Engineering and Device (2007).
- [34] Mourad Benyarou, Cours Electronique Fondamentale 2 avec Exercices d'applications, Université Djilali Bounaama, Khemis Miliana, Algérie (2016).