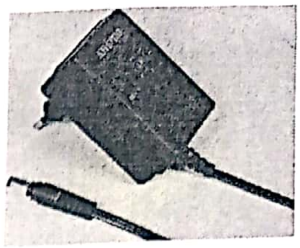
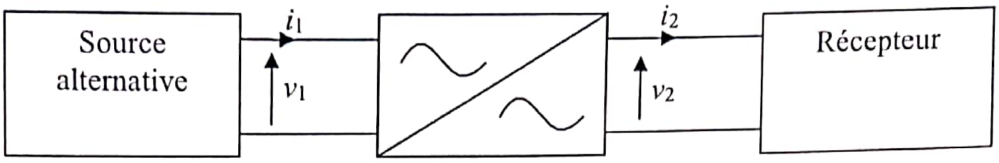
Chapitre : Modélisation d'un transformateur électrique

Contenu

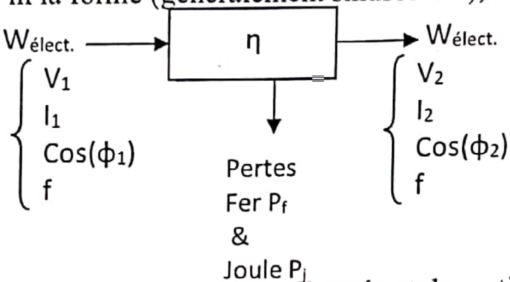
1 Définitions



Le transformateur est un convertisseur **statique** (i.e. il ne comporte aucune partie mobile) **réversible** d'énergie électrique. Il transfère, en alternatif, une puissance électrique d'une source à une charge, en adaptant les valeurs de la tension (ou du courant) au récepteur.



Le rôle d'un transformateur est en général, de modifier la valeur efficace d'une tension sans en changer ni la forme (généralement sinusoïdale), ni la fréquence.



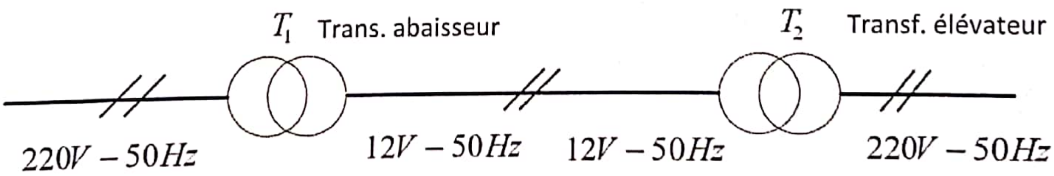
En effet, selon les niveaux des tensions d'entrée et de sortie, le transformateur se comporte :

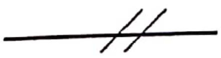
- comme élévateur de tension si $V_2 > V_1$
- comme abaisseur de tension si $V_2 < V_1$
- comme isolateur si $V_1 = V_2$ du fait que les deux enroulements sont électriquement isolés.

avec V_1 et V_2 sont respectivement les valeurs efficaces des tensions v_1 et v_2.

Remarque :

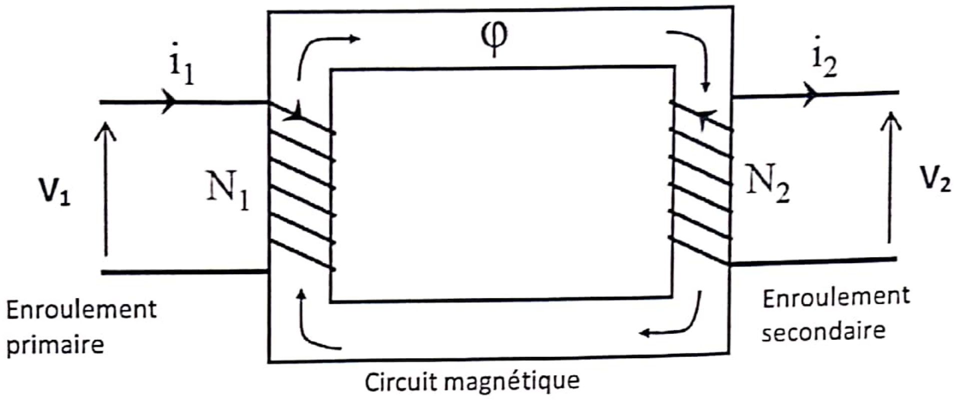
Si au lieu d'alimenter le primaire, on alimente le secondaire d'un transformateur abaisseur de tension, on obtient une tension à son primaire supérieure à la tension d'alimentation ; il se comporte dans cette configuration comme élévateur de tension. On dit que le transformateur est réversible.




: Liaison monophasée (2 fils : Phase + Neutre)

2 Constitution d'un transformateur monophasé

2.1 Description et symbole



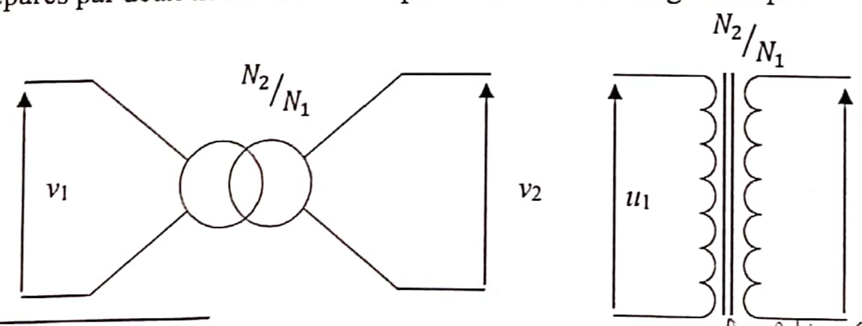
Un transformateur est constitué au moins :

- d'un **circuit magnétique** dans lequel circule le flux qui transporte l'énergie et sur lequel sont disposés deux bobinages en cuivre isolés électriquement. Il est constitué de tôles ferromagnétiques[1] isolées les unes des autres par une couche de vernis pour réduire les pertes ferromagnétiques.
- d'un **bobinage primaire** de N_1 spires qui reçoit l'énergie électrique pour la transformer en une énergie magnétique dans le circuit magnétique. Il joue le rôle d'un récepteur, d'où la convention récepteur pour i_1, v_1.
- d'un **bobinage secondaire** de N_2 spires qui restitue l'énergie électrique initiale en transformant l'énergie magnétique du circuit magnétique. Il alimente la charge, d'où la convention en générateur pour i_2, v_2.

Remarque : Les bobinages primaire et secondaire sont électriquement isolés. On parle d'isolation galvanique.

Note : Les grandeurs du primaire seront indicées 1 et les grandeurs du secondaire indicées 2.

Le symbole normalisé du composant reprend les éléments précédents, où les cercles représentent les bobinages, où leur entrelacement montre la liaison entre le primaire et secondaire (par le biais du circuit magnétique) et où les paires de fils révèlent l'entrée et la sortie du transformateur. Un second symbole couramment rencontré consiste dans deux bobinages séparés par deux traits verticaux représentant l'isolation galvanique.



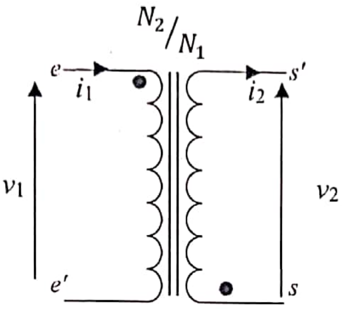
ou bien

isolation électrique

[1] Le ferromagnétisme est la propriété qu'ont certains corps de s'aimanter très fortement sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, et pour certains (les aimants, matériaux magnétiques durs) de garder une aimantation importante même après la disparition du champ extérieur.

2.2 Bornes homologues

Les points portés sur les bobinages précisent le début de chacun des enroulements du transformateur bobinés dans le même sens. On parle de bornes homologues.
Le primaire et le secondaire sont orientés de façon que des courants d'intensité i_1 et i_2 de même signe, engendrent des champs magnétiques dont les lignes de champ magnétique ont le même sens.
Autrement, les bornes homologues sont les bornes d'entrée des courants pour obtenir des flux orientés dans le même sens.



e et *s* sont des bornes homologues ainsi que *e'* et *s'*

Détermination expérimentale des bornes homologues :
En pratique, pour déterminer les bornes homologues d'un transformateur on alimente le primaire avec une tension sinusoïdale et on observe à l'oscilloscope les tensions présentes sur chacune des bornes présumées homologues. Si les tensions sont en phase les bornes sont effectivement homologues.

3 Principe de fonctionnement

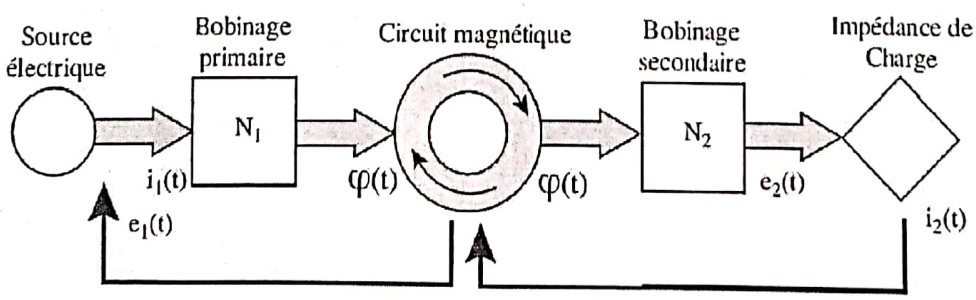
3.1 *Rappel* : LOI DE FARADAY

Une variation de flux magnétique φ(t) à travers une spire crée une f.é.m. *e(t)*.
Inversement, une f.é.m. *e(t)* dans une spire crée une variation de flux à travers celle-ci.

$$e(t) = -\frac{d\varphi}{dt}$$

3.2 Principe du transformateur

Cette machine est basée sur la loi d'induction électromagnétique. Le bobinage du primaire est alimenté sous une tension sinusoïdale v_1. Il est alors parcouru par un courant alternatif i_1 qui crée un flux variable φ dans le circuit magnétique. Le bobinage du secondaire, traversé par ce flux variable, est le siège d'une f.é.m. induite. La tension au secondaire v_2 est sinusoïdale, de même fréquence que la tension au primaire, de valeur efficace V_2 généralement différente de la valeur efficace V_1 de la tension au primaire.



4 Modèle équivalent du transformateur parfait :

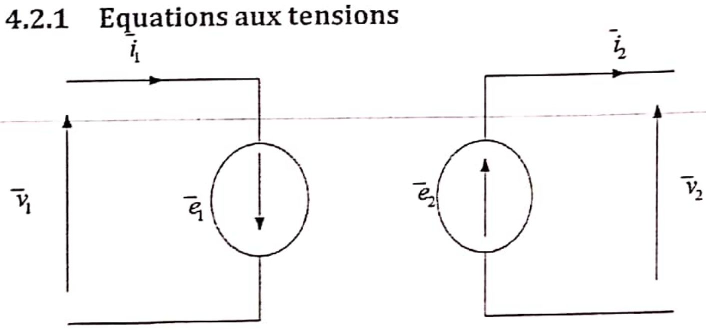
4.1 Hypothèses

Un transformateur est parfait lorsqu'il ne provoque aucune perte d'énergie :

- Il n'y a pas de pertes par effet Joule, donc les résistances R_1 et R_2 des deux enroulements primaire et secondaire sont considérées nulles.
- Il n'y a pas de pertes dans le circuit magnétique, donc ni hystérésis, ni courant de Foucault.
- Les fuites magnétiques sont négligeables, donc les lignes de champ sont caractérisées par le circuit magnétique fermé. Cette hypothèse entraîne aussi que le circuit magnétique, ne se sature pas et que la perméabilité relative μ_r est infinie (i.e. la réluctance[2] R_{mag} nulle étant donné qu'elle est inversement proportionnelle à μ_r).

4.2 Equations de fonctionnement

4.2.1 Equations aux tensions



Lois des mailles :

- Circuit primaire (convention récepteur) : $v_1(t) + e_1(t) = 0$ avec $e_1 = -N_1 \frac{d\emptyset(t)}{dt}$.
  Ainsi, $v_1(t) = N_1 \frac{d\emptyset}{dt}$
- Circuit secondaire (convention générateur) : $v_2(t) = e_2(t) = -N_2 \frac{d\emptyset(t)}{dt}$

En notation complexe :

$$\begin{cases} \underline{V_1} = -\underline{E_1} = j\, N_1 \omega \phi \\ \underline{V_2} = -\underline{E_2} = -j\, N_2 \omega \phi \end{cases}$$

Ainsi, $\frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = -\frac{N_2}{N_1} = -m$ ou encore en valeurs efficaces, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$ avec m est le rapport de transformation, une constante caractéristique du transformateur.

En conclusion, la tension instantanée au secondaire $v_2(t)$ est en opposition de phase par rapport à $v_1(t)$, de même fréquence et de valeur efficace $m*V_1$.

[2] Réluctance : par analogie avec la notion de résistance, la réluctance est l'aptitude d'un circuit **magnétique** à s'opposer à sa pénétration par un champ magnétique.

4.2.2 Équations aux ampères tours

- **Rappel sur l'analogie de Hopkinson :**

Circuit électrique	Circuit magnétique
Intensité I	Flux du champ magnétique dans le circuit ϕ
Conductivité σ	Perméabilité μ
Résistance $R = \frac{L}{\sigma S}$	Réluctance $R_{magn} = \frac{L}{\mu S}$ (en H^{-1})
Force électromotrice E=R*I	Force magnétomotrice $F=NI=R_{magn}*\ \phi$; avec N le nombre de spires.

D'après la loi d'Hopkinson : $N_1\underline{I_1} + N_2\underline{I_2} = R_{magn} * \underline{\phi}$

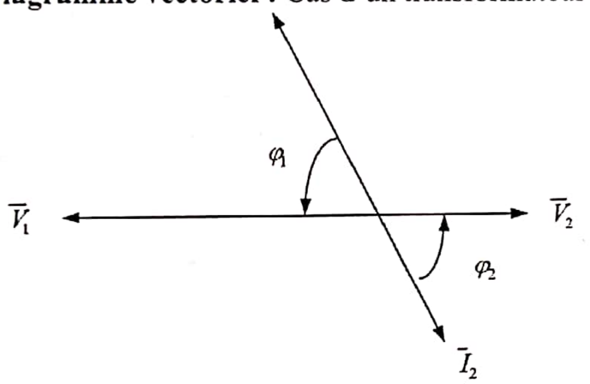
Par hypothèse, R_{magn} est considérée nulle. Il en convient que :

$$\frac{\underline{I_1}}{\underline{I_2}} = -\frac{\underline{N_2}}{\underline{N_1}} = -m$$

En valeurs efficaces :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Diagramme vectoriel : Cas d'un transformateur abaisseur



4.3 Propriétés d'un transformateur parfait

4.3.1 Puissances

Nous retrouvons à partir des résultats précédents $\left(\frac{\underline{I_1}}{\underline{I_2}}\right)^* = -m = \frac{\underline{I_1}}{\underline{I_2}} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}}$

Ainsi, $\underline{V_1}\,\underline{I_1}^* = \underline{V_2}\,\underline{I_2}^*$ ou encore $\underline{S_1} = \underline{S_2}$

D'un autre côté, $\underline{S_1} = P_1 + j\,Q_1$ et $\underline{S_2} = P_2 + j\,Q_2$

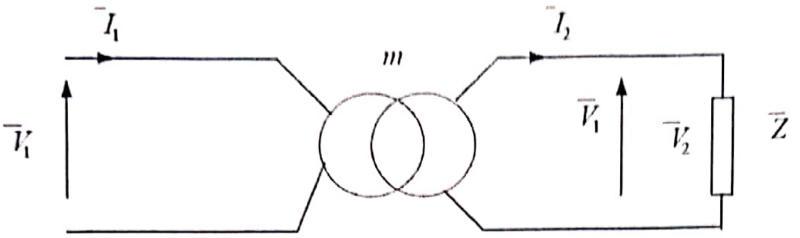
Il en découle :

$$\begin{cases} P_1 = P_2 \\ Q_1 = Q_2 \\ \varphi_1 = \varphi_2 \end{cases}$$

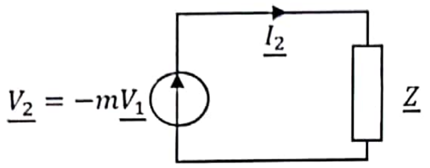
Les puissances active et réactive absorbées par le circuit primaire sont totalement transmises à la charge connectée au secondaire. Le rendement η d'un transformateur parfait est alors égal à 1.

4.3.2 Impédance ramenée au primaire – Adaptation d'impédance

Considérons le cas d'une charge $\underline{Z}$ connectée au secondaire d'un transformateur parfait. Nous cherchons à établir son modèle équivalent vu du secondaire puis du primaire.



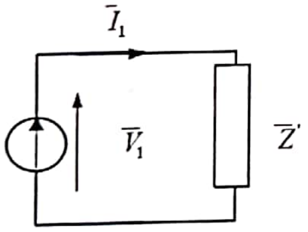
a) Vu du secondaire :
Le transformateur parfait, vu du secondaire, se comporte comme une source de tension idéale de f.é.m. égale à $-m\underline{V_1}$.



b) Vu du primaire :
Les circuits primaire et secondaire sont décrits par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \underline{V_2} = \underline{Z}\,\underline{I_2} \\ \underline{V_2} = -m\,\underline{V_1} \\ \underline{I_2} = -\frac{\underline{I_1}}{m} \end{cases} \Rightarrow \underline{V_1} = \frac{\underline{Z}}{m^2}\,\underline{I_1} = \underline{Z'}\,\underline{I_1}$$

Pour la source de tension v_1, le transformateur et sa charge sont équivalents à une impédance $\underline{Z'} = \frac{\underline{Z}}{m^2}$. Tout se passe comme si elle alimentait directement $\underline{Z'}$.



Remarques :

- Cette propriété des transformateurs est parfois utilisée pour réaliser l'adaptation d'impédance en puissance d'un générateur avec une charge désadaptée.
- D'une façon générale, pour ramener une impédance du circuit primaire au secondaire ou inversement, il faut veiller à ne pas modifier le fonctionnement du circuit global. En effet,
  - pour ramener une charge $\underline{Z}$ initialement située au secondaire au circuit primaire, il faut la diviser par m^2.
  - pour ramener une charge $\underline{Z_1}$ initialement située au primaire au circuit secondaire, il faut la multiplier par m^2.

5 Modèle équivalent d'un transformateur réel

5.1 Hypothèses

En réalité :

• $P_2 < P_1$ (rendement < 1) du aux :

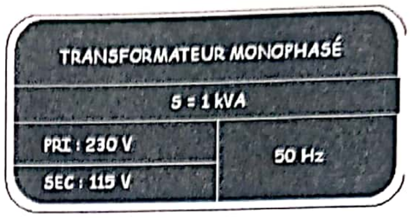
– pertes Joule dans les enroulements
– pertes fer dans le circuit magnétique
– vibrations

• La magnétisation du circuit magnétique demande un peu de puissance réactive : $Q_2 < Q_1$
• A vide (pas de charge au secondaire : $I_2 = 0$) : $I_{10} \neq 0$
• V_2 dépend du courant I_2 débité dans la charge

à vide ou bien I_{1v}
aussi I_{1n} nominal

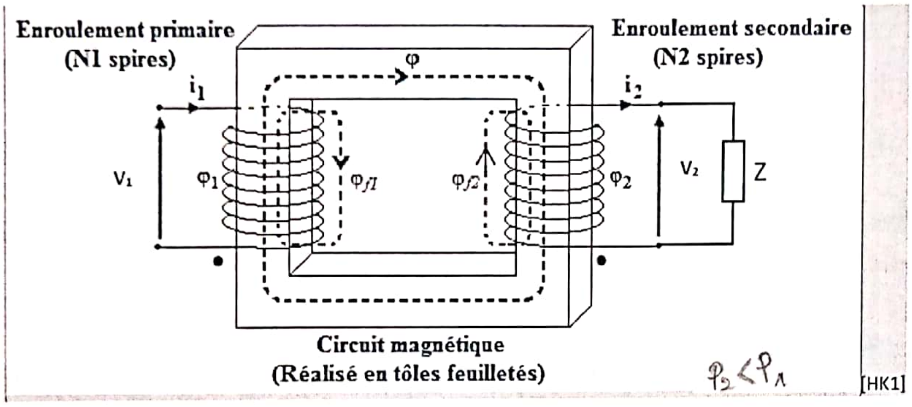
5.2 Lecture de la plaque signalétique

Soit la plaque signalétique suivante :



Selon la norme NF 15.100, ces indications se traduisent par :

- V_{1n} = 230 V tension nominale du primaire.
- V_{20} = 115 V tension à vide du secondaire.
- f = 50 Hz fréquence nominale de fonctionnement.
- S_{1n} = 1 kVA puissance apparente nominale au primaire



$P_2 < P_1$

[HK1]

5.3 Rapport de transformation

Le rapport de transformation à vide est donnée par : $m_V = \frac{V_{20}}{V_1} \cong \frac{N_2}{N_1}$

5.4 Equations de fonctionnement

Les flux ϕ_1 et $\phi_2$respectivement à travers les enroulements primaire et secondaire sont donnés par :

$\phi_1 = \phi + \phi_{f1}$

$\phi_2 = \phi + \phi_{f2}$

On associe aux flux de fuites ϕ_{f1} et ϕ_{f2} respectivement les inductances de fuites l_{f1} et l_{f2} données par :

$l_{f1} = \frac{N_1\phi_1}{I_1}$ et $l_{f2} = \frac{N_2\phi_2}{I_2}$

On en déduit alors :

$$\begin{aligned} e_{t1}(t) &= -N_1 \frac{d\emptyset_1}{dt} \\ &= -N_1 \frac{d(\phi+\phi_{f1})}{dt} \\ &= -N_1 \frac{d\phi}{dt} - N_1 \frac{d\phi_{f1}}{dt} \\ &= -N_1 \frac{d\phi}{dt} - l_{f1} \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

De même, on trouve $e_{t2}(t) = -N_2 \frac{d\phi}{dt} - l_{f2} \frac{di_2}{dt}$

5.4.1 Equations en tension

Lois des mailles : Rappelons que pour un transformateur réel, on considère les résistances R_1 et R_2 des enroulements non nulles.

- Circuit primaire (convention récepteur) :

$$v_1(t) = -e_{t1}(t) + R_1\, i_1$$
$$= N_1 \frac{d\phi}{dt} + l_{f1}\frac{di_1}{dt} + R_1\, i_1$$

Ou encore en notation complexe $\underline{V_1} = jN_1\omega\, \underline{\phi} + (R_1 + jl_{f1}\omega)\, \underline{I_1}$

En considérant à l'image d'un transformateur parfait une f.é.m. $\underline{E_1} = jN_1\omega\, \underline{\phi}$, $\underline{V_1} = \underline{E_1} + (R_1 + jl_{f1}\omega)\, \underline{I_1}$

- Circuit secondaire (convention générateur) :

$$v_2(t) = e_{l2}(t) - R_2 i_2 = -N_2\frac{d\emptyset(t)}{dt} - l_{f2}\frac{di_2}{dt} - R_2 i_2$$

En considérant $\underline{E_2} = jN_2\omega\, \underline{\phi}$, $\underline{V_2} = \underline{E_2} - (R_2 + jl_{f2}\omega)\, \underline{I_2}$

En conclusion :

$$\underline{V_1} = \underline{E_1} + (R_1 + jl_{f1}\omega)\, \underline{I_1} \qquad \text{éq. 1}$$
$$\underline{V_2} = \underline{E_2} - (R_2 + jl_{f2}\omega)\, \underline{I_2} \qquad \text{éq. 2}$$

avec $\begin{cases} \underline{E_1} = jN_1\omega\, \underline{\phi} \\ \underline{E_2} = jN_2\omega\, \underline{\phi} \end{cases}$

5.4.2 Flux à vide – Flux en charge

En déduit, de l'expression établie de la tension $\underline{V_1} = jN_1\omega\, \underline{\phi} + (R_1 + jl_{f1}\omega)\, \underline{I_1}$ l'expression du flux :

- En charge :

$$\underline{\phi} = \frac{1}{jN_1\omega}\left[\underline{V_1} - \left(R_1 + jl_{f1}\omega\right)\underline{I_1}\right]$$

- A vide

$$\underline{\phi_{10}} = \frac{1}{jN_1\omega}\left[\underline{V_1} - \left(R_1 + jl_{f1}\omega\right)\underline{I_{10}}\right]$$

D'un autre côté, même si R_1 et l_{f1} introduisent des chutes de tension, celles-ci restent négligeables devant la tension d'alimentation $\underline{V_1}$. On peut donc à priori supposer $\underline{\phi} \cong \underline{\phi_{10}} \cong \frac{1}{jN_1\omega}\, \underline{V_1} \cong \underline{\phi_m}$.

On en conclu que le flux magnétique est principalement forcé par $\underline{V_1}$ et n'est presque influencé ni par $\underline{I_1}$ ni par $\underline{I_2}$.

Le courant $\underline{I_{10}}$ produit par le flux $\underline{\phi_{10}}$ est appelé courant magnétisant. Dans un circuit magnétique linéaire, le flux est relié au courant magnétisant par :

$$N_1\underline{\phi_{10}} = L_m\, \underline{I_{10}}$$

Cette relation conjointement avec celle de la tension V_1 implique

$$\underline{V_1} \cong jN_1\omega\, \underline{\phi_{10}} = j\omega L_m\, \underline{I_{10}}$$

Ou encore en représentation temporelle :

$$v_1(t) \cong L_m \frac{di_{10}(t)}{dt}$$ éq. 3

On peut donc modéliser le bobinage primaire par une inductance magnétisante L_m qui parcourue par le courant magnétisant $i_{10}(t)$ induit la tension $v_1(t)$.

Remarque : Dans la réalité, le flux $\underline{\phi}$ est légèrement supérieur à $\underline{\phi_{10}}$ de quelques pourcents seulement, ce qui constitue une différence effectivement négligeable.

5.4.3 Equations aux ampères tours

- A vide ($\underline{I_2} = 0$) : $N_1\underline{I_{10}} = R_m * \underline{\phi_{10}}$
- En charge : $N_1\underline{I_1} + N_2\underline{I_2} = R_m * \underline{\phi}$

En considérant l'approximation d'égalité des flux $\underline{\phi} \cong \underline{\phi_{10}}$, on déduit :

$$N_1\underline{I_1} + N_2\underline{I_2} \cong N_1\underline{I_{10}}$$

Ou encore

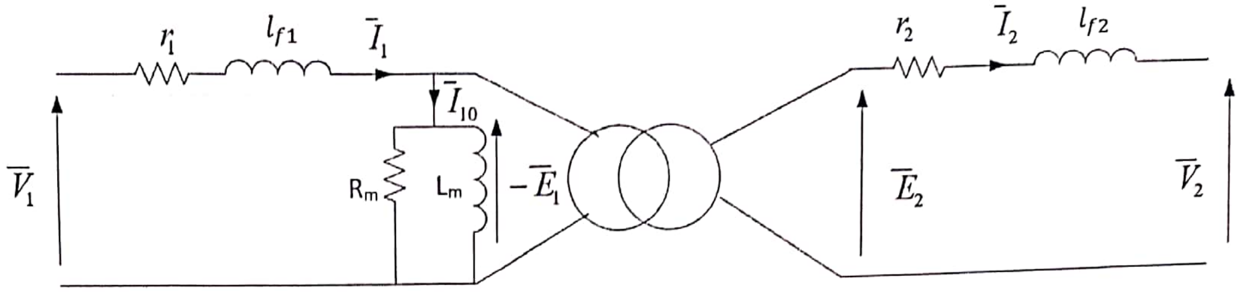
$$\underline{I_1} \cong -m\,\underline{I_2} + \underline{I_{10}}$$ éq. 4

On déduit de cette relation que lorsqu'on passe d'un fonctionnement à vide en un fonctionnement en charge, le primaire appelle un courant supplémentaire égal à $-m\,\underline{I_2}$ dit courant de travail.

$$N_1\underline{I_1} + N_2\underline{I_2} \cong N_1\underline{I_{10}} = R_m * \underline{\phi_{10}}$$ [HK2]

5.5 Modèle complet du transformateur

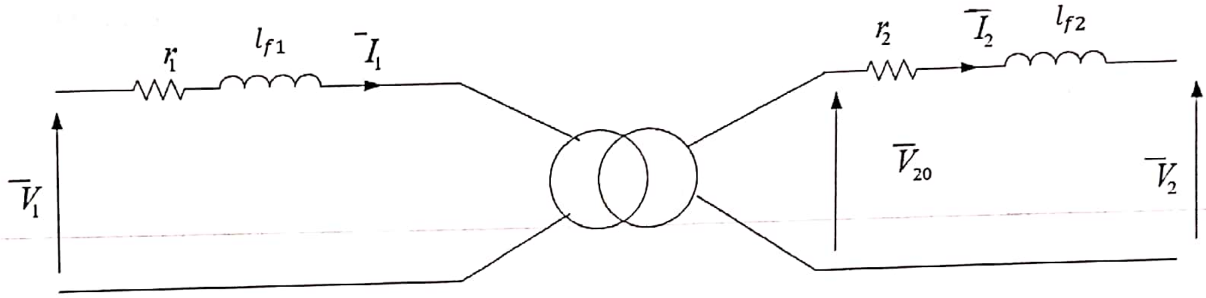
- On déduit des équations éq. 1, et éq. 2 la disposition de R_1 et l_{f1} (respectivement R_2 et l_{f2}) en série avec le circuit primaire (respectivement le circuit secondaire).
- Comme l'incite l'équation éq. 3, on modélise le bobinage primaire par une inductance magnétisante L_m qui parcourue par le courant magnétisant $i_{10}(t)$ induit la tension $v_1(t)$ (en négligeant la chute de tension produite par l_{f1} et R_1)
- L'équation éq. 4. confirme la présence sur le circuit primaire d'un nœud qui divise le courant $\underline{I_1}$ en un courant de travail $-m\,\underline{I_2}$ et un courant magnétisant $\underline{I_{10}}$.
- On admet que les pertes fer et les pertes par courant de Foucault sont conditionnées par la fréquence et par le carré de l'amplitude crête du champ magnétique. Sachant que l'induction est proportionnelle à la tension primaire $v_1(t)$ ($P_{fer} \cong cte\ V_1^2$). A fréquence fixe, les pertes sont donc proportionnelles au carré de la tension $v_1(t)$. Pour tenir compte de ces pertes, on place une résistance R_m en parallèle du primaire $P_{fer} \cong \frac{1}{R_m} V_1^2$ (toujours en négligeant la chute de tension produite par l_{f1} et R_1).
- Le primaire consomme ainsi :
  - Une puissance réactive comme une inductance pure L_m $Q_{fer} = \frac{{V_1}^2}{L_m\omega}$
  - Une puissance active comme une résistance R_m $P_{fer} = \frac{{V_1}^2}{R_m}$.



5.6 Etude du transformateur par l'hypothèse de Kapp :

5.6.1 Hypothèse de Kapp

Pour étudier le transformateur en charge, il possible d'alléger son modèle en considérant que le courant à vide $\underline{I_{10}}$ est faible devant $\underline{I_2}$. L'impédance formée par Rm en parallèle avec L_m est alors éliminée du modèle.

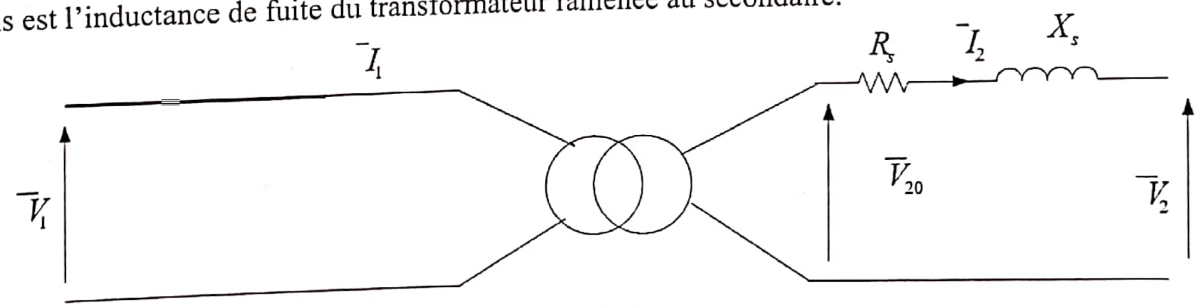


5.6.2 Schéma équivalent avec impédance ramenée au secondaire

L'impédance $R_1 + jl_{f1}\omega$ peut être ramenée au secondaire sans modifier le fonctionnement du transformateur en la multipliant par m^2.

Ainsi, $\begin{cases} R_s = R_2 + m^2 R_1 \\ l_s = l_{f2} + m^2 l_{f1} \end{cases}$

Rs est la résistance du transformateur ramenée au secondaire.
ls est l'inductance de fuite du transformateur ramenée au secondaire.



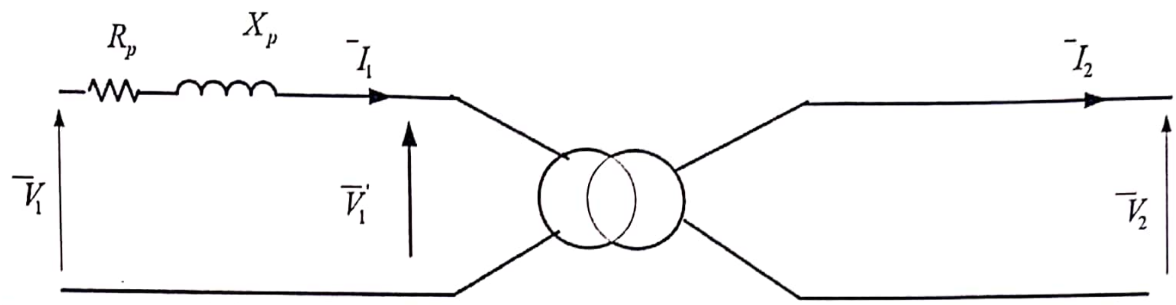
Dans ce cas la loi des mailles appliquée au secondaire donne :

$$\underline{V_2} = \underline{V_{20}} - (R_s + jl_s\omega)\underline{I_2}$$

5.6.3 Schéma équivalent - Impédance ramenée au primaire

L'impédance $R_2 + jl_{f2}\omega$ peut être ramenée au primaire sans modifier le fonctionnement du transformateur en la divisant par m^2. Il en découle les formulations suivantes de la résistance R_p et l'inductance de fuite l_p du transformateur ramenées au primaire.

$$\begin{cases} R_p = R_1 + \dfrac{R_2}{m^2} \\ l_p = l_{f1} + \dfrac{l_{f2}}{m^2} \end{cases}$$



Dans ce cas la loi des mailles appliquée au primaire donne :

$\underline{V_1} = \underline{V_1}' + (R_p + jl_p\omega)\underline{I_1}$ avec $\underline{V_1}' = \frac{-\underline{V_2}}{m}$

5.6.4 Etude de la chute de tension

a. Chute de tension - Définition

Par définition, la chute de tension ΔV_2 est donnée par la différence entre les **valeurs efficaces** de la tension à vide et la tension en charge.

$$\Delta V_2 = V_{20} - V_2$$

- Etant donné que $\underline{V_2} = \underline{V_{20}} - (R_s + jl_s\omega)\underline{I_2}$, ΔV_2dépend de I_2 et φ_2.
- ΔV_2 est une grandeur algébrique. Elle peut être négative en cas de surtension.
- Généralement, la chute de tension est donnée par sa valeur relative :

$$\varepsilon(\%) = \frac{\Delta V_2}{V_{20}} * 100$$

La chute de tension peut être déterminée par deux méthodes : une résolution graphique ou analytique en partant d'une expression approchée.

b. Détermination graphique de ΔV_2

Pour prédéterminer quelle sera la valeur efficace V_2 pour une charge donnée (I_2 et φ_2 connues), nous utilisons le diagramme de Kapp (représentation vectorielle). C'est une application de l'expression $\underline{V_2} = \underline{V_{20}} - (R_s + jl_s\omega)\underline{I_2}$, avec $V_{20} = m\, V_1$.

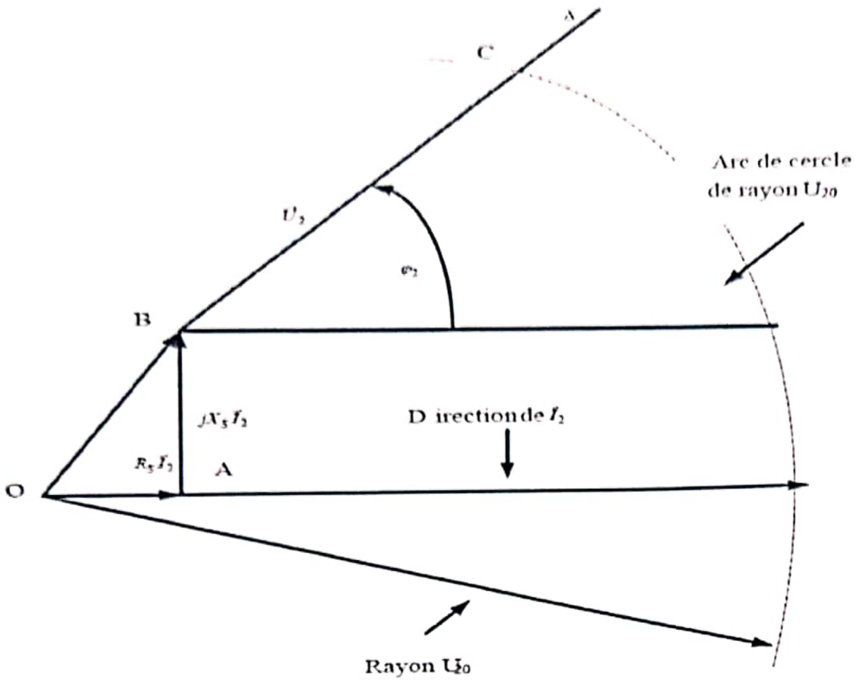
$$\overrightarrow{V_{20}} = R_s\overrightarrow{I_2} + \overrightarrow{V_{Ls}} + \overrightarrow{V_2}$$

Les données sont alors : V_1, m, R_s, X_s, I_2, et φ_2. On cherche à déterminer V_2

Les étapes de construction du diagramme vectoriel en considérant l'approximation de Kapp sont données par :

- $V_{20} = m\, V_1$. Choisir l'échelle en fonction de V_{20}
- choisir la direction de I_2 comme origine des phases (axe horizontal)
- tracer le cercle (O, V_{20})
- tracer A tel que OA=Rs I_2
- tracer B tels que $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{AB} = Xs\,\overrightarrow{I_2}$
- tracer une droite Δ passant par B et faisant un angle φ_2 avec l'horizontal

⇨ la tension efficace V_2 est donnée par la mesure BC en considérant l'échelle



c. *Expression approchée*

D'après de le diagramme de Kapp, la chute de tension peut être approximée par l'expression suivante :

$$\Delta V = R_s\, I_2 \cos(\varphi_2) + X_s I_2\ \sin(\varphi_2)$$

Si on considère l'impédance du transformateur ramenée au secondaire : $\underline{Z_s} = Z_s\, e^{j\varphi_{cc}}$, avec $\varphi_{cc} = \tan^{-1}(\frac{X_s}{R_s})$, on peut écrire : $\Delta V = Z_s\, I_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_{cc})$

Remarques :

- $\Delta V = 0$ pour une charge capacitive ayant $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2} + \varphi_{cc}$
- ΔV est maximale pour une charge inductive telle que $\varphi_2 = \varphi_{cc}$[HK3]

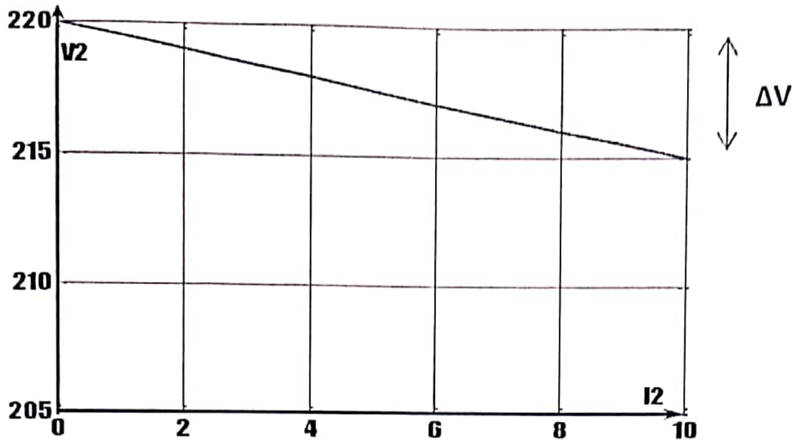
5.6.5 Caractéristique en charge

On appelle caractéristique en charge d'un transformateur la courbe $V_2 = f(I_2)$.
Si le transformateur est alimenté au primaire par une tension constante V_1 :

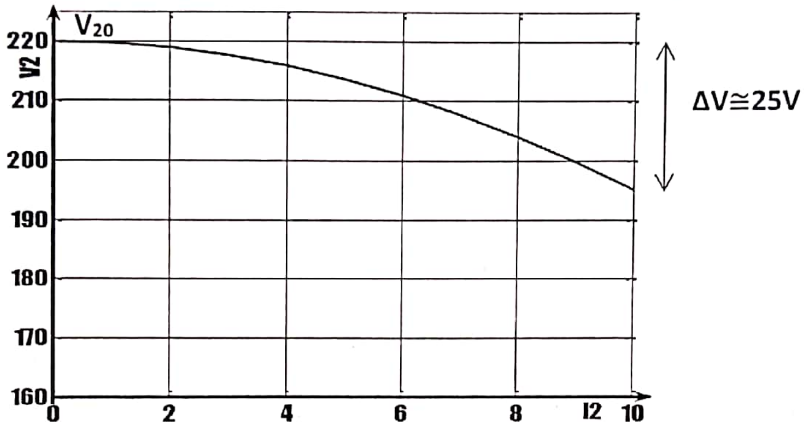
$$V_2 = V_{20} - \Delta V = V_{20} - R_s I_2 \cos(\varphi_2) + X_s I_2\ \sin(\varphi_2)$$

- Charge résistive : $\varphi_2 = 0$ alors $\Delta V = R_s\, I_2$ et $V_2 = V_{20} - R_s\, I_2$

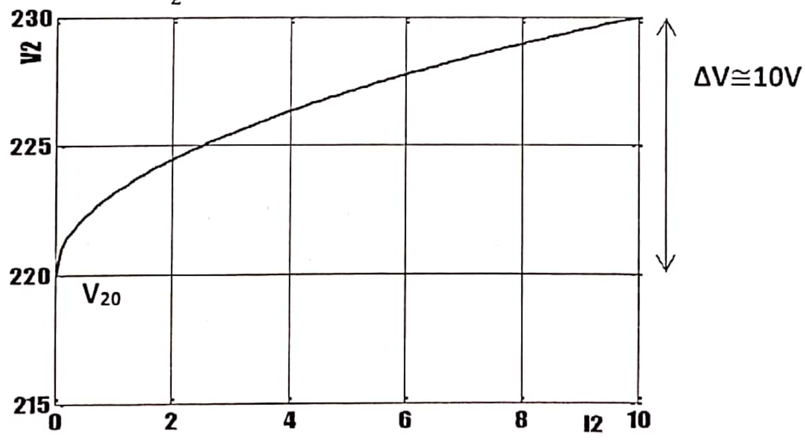
V_{20}



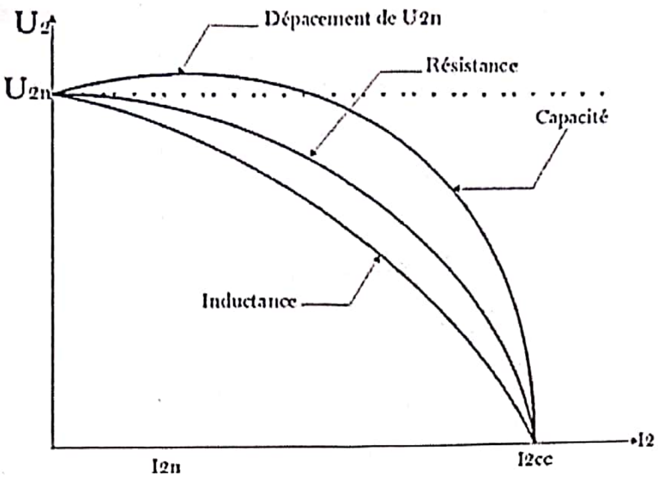
- Charge inductive : $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$ alors $\Delta V = -X_s\, I_2$ et $V_2 = V_{20} + X_s\, I_2$



- Charge capacitive : $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ alors $\Delta V = X_s\, I_2$ et $V_2 = V_{20} - X_s\, I_2$



Notons que dans les transformateurs usuels, la résistance R_s est plus petite que la réactance X_s. La chute de tension est alors plus accentuée dans le cas d'une charge inductive comme l'ont montré les caractéristiques précédentes.



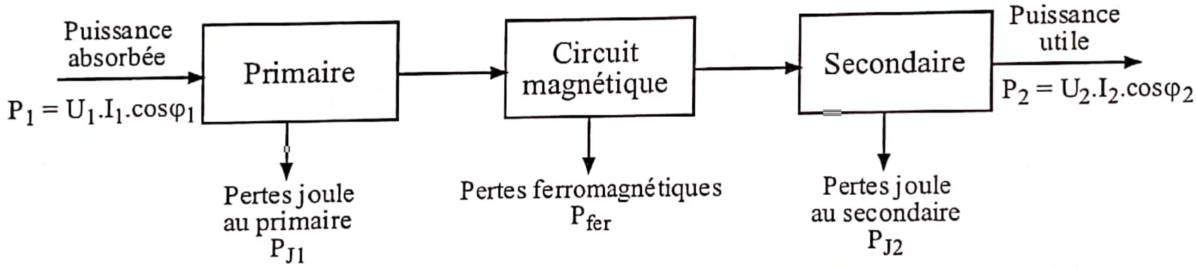
5.6.6 Rendement du transformateur

Comme pour tout autre système physique, le rendement d'un transformateur est donné par le rapport de sa puissance de sortie par sa puissance d'entrée :

$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{absorbée}} = \frac{P_2}{P_1}$ ou encore exprimé en % par $\eta = \frac{P_2}{P_1} * 100$

Avec P_{utile} est puissance utile délivrée à la charge et $P_{abosrbée}$ la puissance absorbée par le transformateur à l'entrée.

$$P_a = P_u + P_{pertes} = P_u + P_j + P_{fer}$$



A tension d'alimentation V_1 constante, les pertes fer sont constantes. Dans le cas où le courant à vide I_{10} est négligeable devant le courant de charge :

$I_1 = \frac{I_2}{m^2}$

Selon le modèle du transformateur considéré (impédance ramenée au primaire ou au secondaire), les perte Joule sont données par :

$$P_j = P_{j1} + P_{j2} = R_1 I_1^2 + R_2\, I_2^2 = R_p I_1^2 = R_s\, I_2^2.$$

Les pertes fer sont données par : $P_{fer[HK4]} = P_{10} - R_1 I_{10}^2 \cong P_{10}$

Le rendement est alors calculé par :

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_j + P_{fer}} = \frac{V_2\, I_2 \cos(\varphi_2)}{V_2\, I_2 \cos(\varphi_2) + R_s\, I_2^2 + P_{fer}}$$

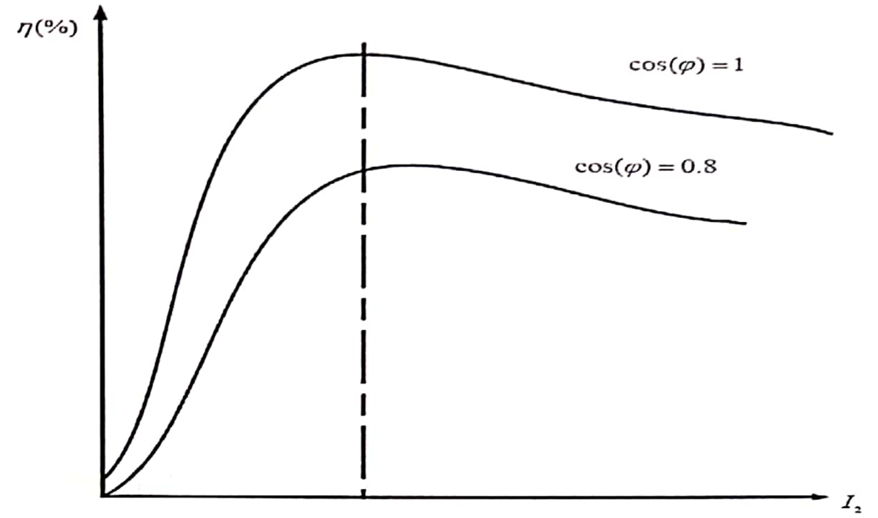
Comme le montre la figure suivante, pour une charge donnée ($\cos(\varphi_2) = $ cte), la courbe du rendement est croissante au début, atteint un maximum puis décroît.

Notons que :

- Le rendement maximum tend vers l'unité si R_s =0 (transformateur parfait), d'où l'intérêt de minimiser les résistances lors de la fabrication du transformateur.
- Le transformateur statique aura toujours un rendement meilleur que celui d'une machine tournante à cause des pertes mécaniques.

- Le rendement nominal d'un transformateur est généralement supérieur à 90%.
- Le meilleur rendement est obtenu avec une charge résistive ($\cos\varphi_2 = 1$).
- Le rendement maximal est obtenu pour un courant nominal I2opt tel que :

$$\frac{d\eta}{dI_2} = 0 \Rightarrow P_j = P_{fer} \Rightarrow I_{2opt} = \sqrt{\frac{P_f}{R_s}}$$



6 Détermination des paramètres du modèle équivalent

6.1 Mesure des résistances R_1 et R_2

Un essai à courant continu permet de déterminer les valeurs des résistances : primaire R_1 et secondaire R_2. Il suffit pour cela d'appliquer une tension continue V_{1C} au primaire et mesurer le courant primaire I_{1C}. De même pour déterminer R_2, on applique une tension V_{2C} au secondaire et on mesure le courant I_{2C}.

- $R_1 = \frac{V_{1c}}{I_{1c}}$
- $R_2 = \frac{V_{2c}}{I_{2c}}$

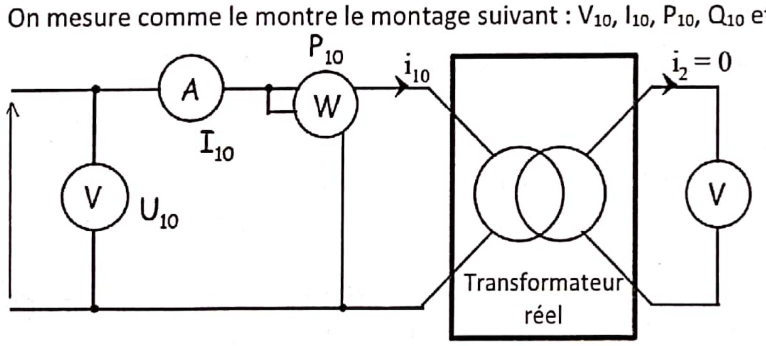
Etant donné que la valeur de la résistance dépend de la température, les mesures doivent se faire à chaud c'à d. suite un fonctionnement à pleine charge.

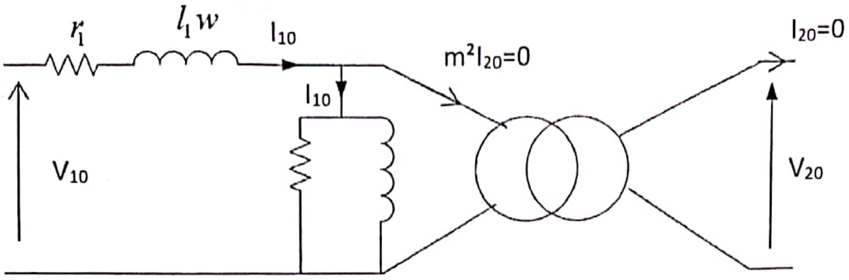
R_1 et R_2 peuvent également être déterminées par un essai en court-circuit qu'on détaillera dans la suite.

6.2 Essai à vide

Le secondaire du transformateur étant ouvert, on applique la tension d'entrée en l'augmentant progressivement de 0 jusqu'à la valeur de fonctionnement pour éviter un risque de fort appel de courant en régime transitoire.

On mesure comme le montre le montage suivant : V_{10}, I_{10}, P_{10}, Q_{10} et V_{20}.





A partir de ces mesures, on calcul :

- Le rapport de transformation : $m = \frac{V_{20}}{V_{10}}$
- Calcul de R_m et L_m
  $P_{10} = P_{j1} + P_{j2} + P_{fer} + P_u$ or le fonctionnement à vide se traduit par $I_2 = 0A$ donc $P_u = 0W$ et $P_{j2} = 0W$.

$$P_{10} = P_{j1} + P_{fer}$$

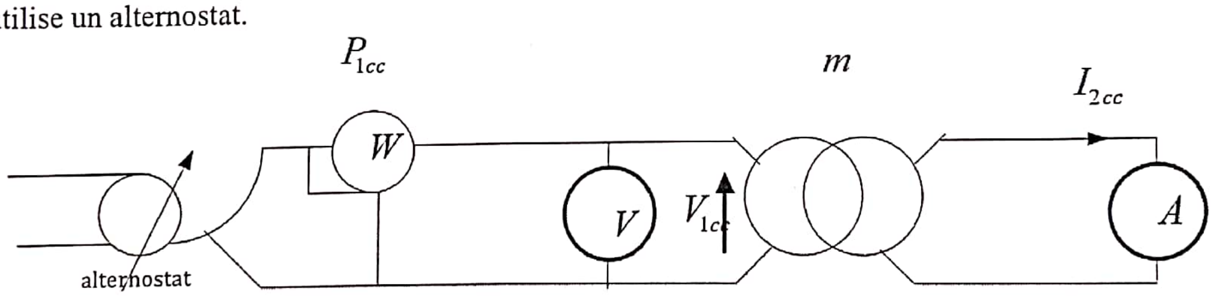
Or $P_{j1} \ll P_{fer}$ on en déduit : $P_{10} = P_{10} - R_1 I_{10}^2 \cong P_{fer}$[HK5]

- La résistance du circuit magnétique due aux pertes fer P_{fer} : $R_m = \frac{{V_1}^2}{P_f} \cong \frac{{V_1}^2}{P_{10}}$
- La réactance magnétisante : $X_m = l_m\omega = \frac{{V_1}^2}{Q_{fer}} \cong \frac{{V_1}^2}{Q_{10}}$ fréquence constante avec

$$Q_{10} = \sqrt{({S_{10}}^2 - {P_{10}}^2)} \text{ et } S_{10} = V_{10}\, I_{10}$$

6.3 Essai en court-circuit

Cet essai consiste à court-circuiter le secondaire et alimenter le primaire par une tension variable et réduite V_{1cc} très inférieure à la tension nominale V_{1n} ($V_{1cc} \ll \frac{V_{1n}}{10}$). Pour cela, on utilise un alternostat.

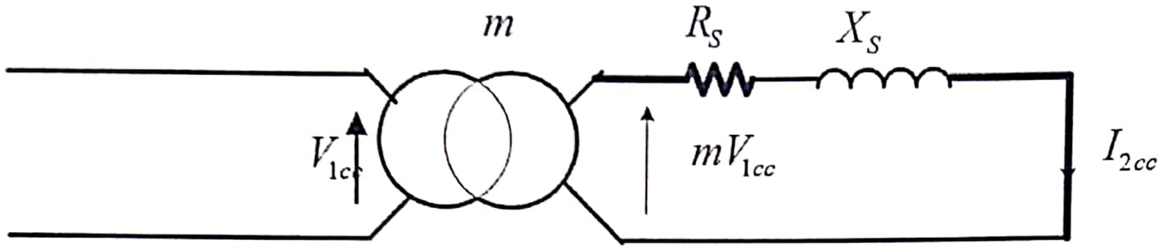


On utilise une pince ampèremétrique pour mesurer I_{2cc}.
Puisque $V_{1cc} \ll V_{1n}$, les pertes fer lors d'un essai en court-circuit sont négligeables. Il en suit :

Augmentons lentement la tension primaire et notons le courant primaire absorbé. Lorsque le courant secondaire I_{2cc} arrive à sa valeur nominale I_{2N}, on note la tension V_{1CC} et la puissance absorbée P_{1CC}.
Pour les transformateurs usuels, la résistance R_m représentant les pertes fer est généralement très grande par rapport aux résistances des enroulements R_1 et R_2. Or pendant l'essai en court-circuit R_m est en parallèle avec l'impédance du secondaire. Ainsi, on peut ne pas considérer l'impédance formée par L_m et R_m pour cet essai.

$P_a = P_{1cc} = P_{j1cc} + P_{j2cc} + P_{fer} + P_u$
Or $V_2 = 0V$ donc $P_{2cc} = P_u = 0W$

Les pertes fer sont proportionnelles à V_{1cc}^2, or $V_{1cc} \ll \frac{V_{1n}}{10}$, les pertes fer sont alors négligeables dans l'essai en court-circuit.



$P_{1cc} \cong P_{j1cc} + P_{j2cc}$

Pour déterminer la résistance et la réactance équivalente, on peut utiliser le modèle équivalent avec impédance ramenée au primaire ou au secondaire.

- En considérant, l'impédance ramenée au primaire, on obtient :
  - $R_p = \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2}$
  - $X_p = \frac{Q_{1cc}}{I_{1cc}^2}$ avec $Q_{1cc} = \sqrt{(S_{1cc}^2 - P_{1cc}^2)}$

  On suppose habituellement que $X_1 \cong m^2 X_2 \cong \frac{X_p}{2}$, on en déduit alors les valeurs de X_1 et X_2.
- On considère l'impédance ramenée au secondaire :
  - $R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$
  - On peut calculer Xs par les deux méthodes suivantes :
    - En calculant $Z_s = m\,\frac{V_{1cc}}{I_{2cc}}$, on déduit $X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$
    - $X_s = \frac{Q_{1cc}}{I_{2cc}^2}$ avec $Q_{1cc} = \sqrt{(S_{1cc}^2 - P_{1cc}^2)}$