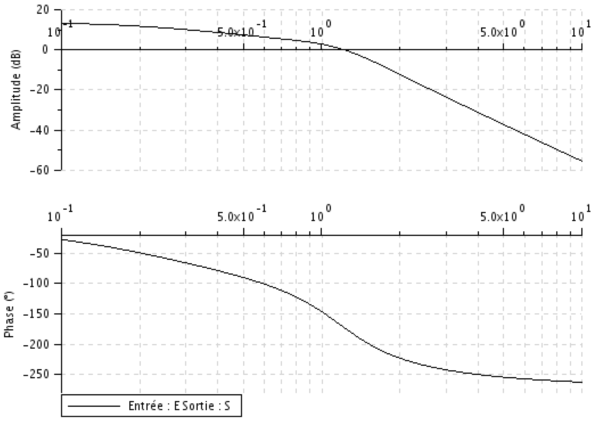
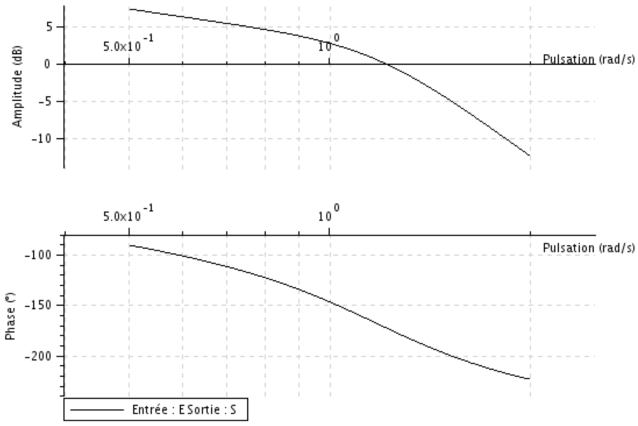
Exemples corrigés

Testez vos connaissances sur des exemples corrigés. Vous êtes invités, pour que l'exercice soit formateur, à proposer vos réponse aux questions avant de valider à l'aide du corrigé.

Exercice 1

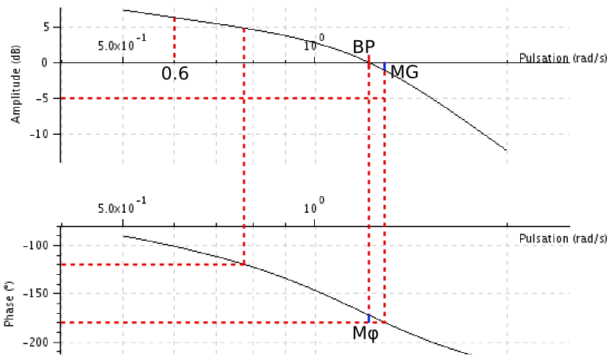
On considère la FTBO dont le diagramme de Bode est tracé ci-dessous, à gauche pour une large gamme de fréquence et à droite pour une gamme de fréquence plus étroite :





1. Quelle sont les valeurs des marges de gain et de phase ?
2. Quelle est la bande passante ?
3. Quelle correction proportionnelle Kp1 faut-il choisir pour assurer une bande passante de 0.6 rad/s ?
4. Quelle correction proportionnelle Kp2 faut-il choisir pour assurer une marge de gain de 6 dB ?
5. Quelle correction proportionnelle Kp3 faut-il choisir pour assurer une marge de phase de 60° ?
6. Si le cahier des charges impose une bande passante d'au moins 0.6 rad/s, une marge de gain d'au moins 12 dB et une marge de phase d'au moins 60°, quelle correction proportionnelle Kp faut-il choisir ?

Correction



1. Les marges de gain et de phase sont très faibles, environ 10° de marge de phase et environ 1 dB de marge de gain. Elles se mesurent à des pulsations très proches.
2. La bande passante BP vaut entre 1 et 2 rad/s, environ 1.2 rad/s par lecture graphique.
3. Le correcteur proportionnel ne modifie pas la phase et translate le gain verticalement de $20\log Kp$. Pour assurer une bande passante de 0.6 rad/s, il faut que le correcteur baisse la courbe de gain jusqu'à ce qu'elle croise l'axe 0dB en 0.6 rad.s, soit une baisse de 6 dB environ, soit $Kp=10^{\frac{-6}{20}}=0.5$.
4. La courbe de phase n'étant pas modifiée, la marge de phase est toujours mesurée pour la même pulsation, là où la phase vaut -180°. Avant correction le gain à cette pulsation vaut environ -1 dB. Pour assurer une marge de gain de 5 dB, il faut baisser la courbe de 4 dB, soit $Kp=10^{\frac{-5}{20}}=0.63$.
5. Pour assurer une marge de phase de 60°, celle-ci doit se mesurer à la pulsation où la phase vaut -180+60=-120°, c'est à dire entre 0.7 et 0.8 rad/s, 0.78 rad/s environ par lecture graphique. À cette pulsation, le gain vaut avant correction 5 dB. Il faut donc descendre la courbe de 5dB, soit $Kp=10^{\frac{-5}{20}}=0.56$
6. Pour respecter le cahier des charges, il faut Kp > 0.5 pour respecter la bande passante et Kp<0.63 et Kp<0.56 pour respecter les marges. Toute valeur comprise entre 0.5 et 0.56 convient. Pour optimiser la rapidité, il vaut mieux choisir Kp=0.56.

Exercice 2

On considère une FTBO de fonction de transfert $FTBO(p)=\frac{2}{p^2+2p+1}$. L'asservissement (en boucle fermée) n'étant pas précis, on adopte une correction PI (proportionnelle intégrale) de la forme $C(p)=K\frac{1+\tau p}{p}$.

Montrer que le correcteur choisi revient à un correcteur PI du type $K_P+\frac{K_I}{p}$ et identifier K_P et K_I en fonction de K et τ .

Tracer le diagramme de Bode du correcteur seul en précisant les caractéristiques en fonction de K et τ .

Tracer le diagramme de Bode asymptotique ainsi que l'allure du diagramme de Bode réel de la FTBO.

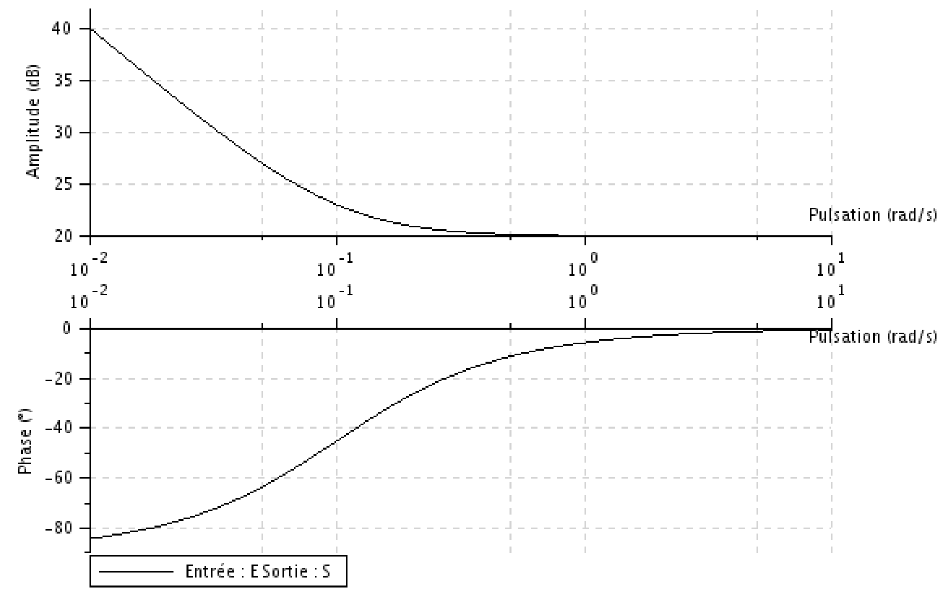
Pour éviter de dégrader les marges de stabilité, la pulsation de cassure du correcteur est placée une décade avant la pulsation propre de la FTBO. En déduire la constante de temps τ .

On souhaite une bande passante de 3 rad/s. Déterminer la valeur de K assurant cette bande passante et en déduire les marges de gain et de phase.

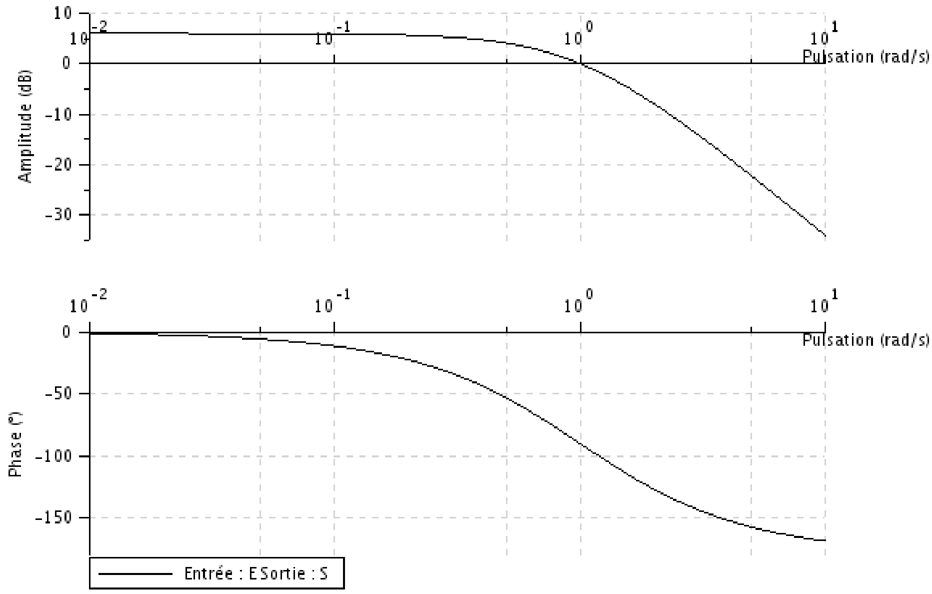
Correction :

1. $C(p)=K\frac{1+\tau p}{p}=K\tau+\frac{K}{p}$ d'où $K_P=K\tau$ et $K_I=K$.

2. Le diagramme de Bode du correcteur comporte à basse fréquence une droite à -20 dB/dec et à aute fréquence une constante de valeur $K\tau$.



3. Le diagramme de Bode de la FTBO est celle d'un second ordre non résonant ($\epsilon=1$), de pulsation propre $\omega_0=1 rad/s$, et de valeur à basse fréquence $20\log 2$.



4. La pulsation de cassure du correcteur est $1/\tau$. Elle est placée une décade avant ω_0 pour $\tau=10s$.

5. Pour K=1, le gain de la FTBO en $\omega = 3 rad/s$ vaut $\left|\frac{1+\tau j\omega}{j\omega}\times\frac{2}{1+2j\omega+(j\omega)^2}\right| = 2$. Il faut donc K=0.5 pour que la FTBO soit unitaire en $\omega = 3 rad/s$. La marge de phase vaut alors -145° (argument de la FTBO en $\omega = 3 rad/s$), soit 35° de marge de phase. La marge de gain est infinie car la phase ne coupe jamais la valeur -180°.

Exercice 3

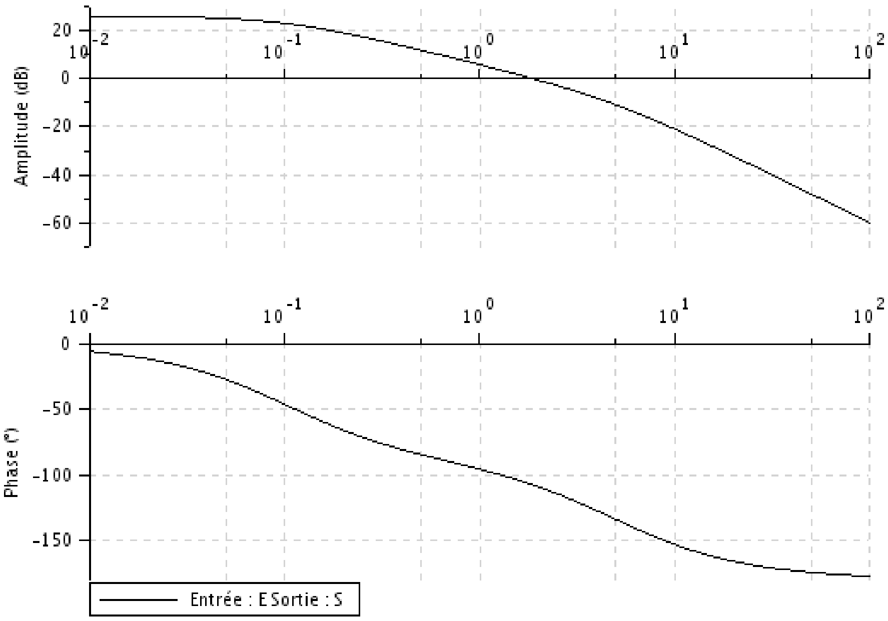
On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte :

$$FTBO(p)=\frac{20}{(1+0.2\,p)(1+10\,p)}$$

1. Tracer le diagramme de Bode du de la FTBO en précisant les pulsations de cassure.
2. Déterminer si la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO se situe avant 0.1 rad/s, après 5 rad/s ou entre ces deux pulsations.
3. En assimilant la courbe réelle des gains à son diagramme asymptotique, déterminer cette pulsation de coupure à 0dB : ω_{0dB} . En déduire une valeur approximative de la marge de phase.
4. On veut augmenter la bande passante tout en conservant une marge de phase de 45°. Sachant que les deux pulsations de cassures sont éloignées, déterminer la pulsation pour laquelle la marge de phase vaut 45°.
5. En déduire la valeur d'un correcteur proportionnel qui permettrait d'obtenir cette marge de phase.

Correction :

1. Le diagramme de Bode est la superposition de deux premiers ordres de pulsations de cassure 0.1 rad/s et 5 rad/s. Le gain à basse fréquence vaut $20\log 20=26\,dB$.



2. Pour $\omega=0.1\,rad/s$, $|FTBO(j\omega)|=\frac{20}{\sqrt{2}}=14>1$ (valeur du diagramme asymptotique).

   Pour $\omega=5\,rad/s$, $|FTBO(j\omega)|=\frac{20}{\sqrt{2}*10*5}=0.3<1$ (valeur du diagramme asymptotique).

   La pulsation de coupure se situe donc entre les deux pulsations de cassure.

3. L'équation de l'asymptote entre les deux pulsations de cassure s'écrit $GdB=20\log\left|\frac{20}{10\,j\omega}\right|$. GdB=0 si le contenu du log vaut 1, soit $\omega=2\,rad/s$. Vu que les deux pulsations de cassures sont éloignées, la phase à cette pulsation vaudra environ 90° soit une marge de phase de l'ordre de 90°. Le système est très stable.

4. En considérant que le premier “premier ordre” a totalement convergé en $\omega=5\,rad/s$ (pulsation de cassure du second “premier ordre”), la phase y vaut -135°, et la marge de phase est donc satisfaite à cette pulsation de cassure.

5. On a déjà calculé la valeur du diagramme asymptotique de la FTBO en $\omega=5\,rad/s$, qui vaut 0.3, soit -11 dB. La courbe réelle est 3dB sous la valeur asymptotique à la pulsation de cassure, soit -14dB. Il faut remonter la courbe de gain de façon à ce que le gain soit nul à cette pulsation, c'est-à-dire remonter de 14dB, d'où $K_P=5$.