

## Série n°1

### Exercice n°1 :

Un échantillon de polytétrafluoroéthylène ( $\text{CF}_2\text{-CF}_2)_n$  a été analysé par une méthode chromatographique.

Les résultats suivants ont été obtenus

Intervalle de masse molaire (g/mol)	$F_{n,n+1}$	$n_x$	$n_n \cdot n_{n+1}$	$w_x$	$w_n \cdot w_{n+1}$
10000–20000	15000	0.03	450	0.01	150
20000–30000	25000	0.09	2250	0.04	1000
30000–40000	36000	0.15	5250	0.11	3850
40000–50000	45000	0.25	11250	0.23	10350
50000–60000	55000	0.22	12100	0.24	13200
60000–70000	65000	0.14	9100	0.18	11200
70000–80000	75000	0.08	6000	0.12	9000
80000–90000	86000	0.04	3400	0.07	5350

- a) Calculer la masse moléculaire moyenne numérique
- b) Calculer la masse moléculaire moyenne pondérale
- c) Déterminer l'indice de polydispersité
- d) En déduire le degré de polymérisation
- e) Faites les représentations graphiques des distributions en nombre et en masse.

### Exercice n°2 :

Voici un tableau des plages de masses molaires d'un polymère. Calculez

- a) la masse molaire moyenne en nombre ;
- b) la masse molaire moyenne en masse.
- c) Sachant que ce polymère a un degré moyen de polymérisation de 477, identifiez-le et justifiez votre réponse.

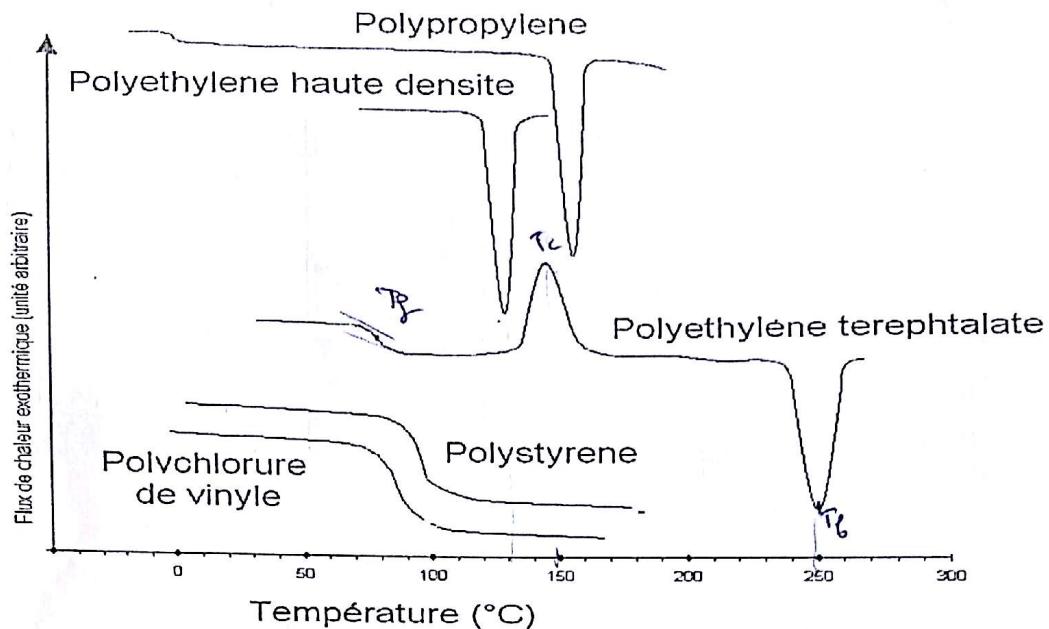
Intervalle de masse molaire (g/mol)	$m_{moyenne}$	$n_x$	$n_n \cdot n_{n+1}$	$w_x$	$w_n \cdot w_{n+1}$
8,000–20,000	14000	0,05	700	0,02	280
20,000–32,000	26000	0,15	3900	0,08	2080
32,000–44,000	38000	0,21	7980	0,17	6460
44,000–56,000	50000	0,28	14000	0,29	14100
56,000–68,000	62500	0,18	11160	0,23	14260
68,000–80,000	74000	0,10	7400	0,16	11840
80,000–92,000	86000	0,03	2580	0,05	14300

### Exercice n°3 :

Les noms des cinq polymères de plus grande consommation sont le polyéthylène, polypropylène, le polystyrène, le polychlorure de vinyle et le polyéthylène téréphthalate

- a) Ecrire la formule semi - développée du motif de répétition.
- b) Dans la colonne polymère ajouter l'abréviation (française) pour chaque polymère.
- c) Indiquer s'il y a lieu les  $T_g$ ,  $T_f$  et la nature du polymère (amorphe ou semi-cristallin) en vous référant à la figure des thermogrammes DSC.

- d) Expliciter les termes PEhd et PP syndiotactique. Quelles relations faites-vous entre ces termes et le caractère semi-cristallin des deux polymères ?  
e) Sur le thermogramme du PET expliciter l'exotherme enregistré vers 150°C.



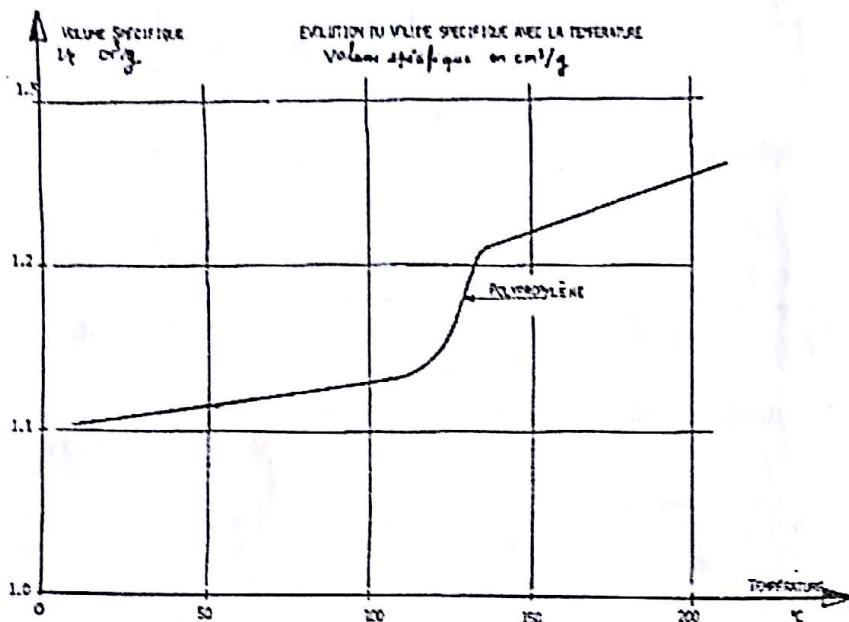
#### Exercice n°4 :

Grâce aux catalyseurs organo-métalliques, dits Ziegler-Natta, le polypropylène isotactique a pu être produit en 1957 par Montecatini et Hoechst en Europe, et par Hercules Powder aux U.S.A.

- Quelle est l'unité constitutive du polypropylène ?
- Qu'est-ce qu'un polymère isotactique ? A quelle caractéristique de la structure moléculaire s'applique le qualificatif « isotactique » ?
- Quel était le type de polypropylène produit avant 1957 ?
- Rappeler la définition du taux de cristallinité d'un polymère semi-cristallin.
- Montrer que lorsque l'on connaît les masses volumiques respectives,  $\rho_c$  et  $\rho_a$ , des phases cristalline et amorphe, il est possible de déterminer le taux de cristallinité d'un échantillon à partir d'une mesure de sa masse volumique  $\rho$  (ou de son volume spécifique  $v$ ).
- La masse volumique d'un cristal de polypropylène est  $1,014 \text{ g/cm}^3$  à  $20^\circ\text{C}$ . le même polymère, amorphe, à une densité à  $20^\circ\text{C}$  de  $0,84 \text{ g/cm}^3$ . Estier le pourcentage de cristallinité :
  - D'un polypropylène à basse densité, de masse volumique  $0,92 \text{ g/cm}^3$  à  $20^\circ\text{C}$ ,
  - D'un polypropylène à haute densité, de masse volumique  $0,97 \text{ g/cm}^3$  à  $20^\circ\text{C}$ .
- La masse volumique et le pourcentage de cristallinité pour deux matériaux en polypropylène sont comme suit :

	$\rho \text{ (g/cm}^3)$	Cristallinité (%)
	0.904	62.8
	0.895	54.4

- a) Calculer les masses volumiques du polypropylène totalement cristallin  $\rho_c$  et totalement amorphe  $\rho_a$ .
- b) Déterminer la masse volumique d'un échantillon ayant une cristallinité de 74,6%.
8. On a mesuré sur un échantillon de masse  $m = 20 \text{ mg}$ , une variation d'enthalpie de  $1,95 \text{ J}$  lors de la fusion. On donne la variation d'enthalpie massique de fusion pour un polypropylène 100% cristallin :  $\Delta H_f = 209 \text{ J g}^{-1}$ . Calculer :
- La variation d'enthalpie massique correspondant à la fusion de ce polypropylène.
  - Le taux de cristallinité.
9. Le volume spécifique d'un échantillon de polypropylène a été mesuré au cours d'un refroidissement très lent, à partir de  $200^\circ\text{C}$ . Les résultats de cette mesure sont présentés sur la figure 1, sous la forme d'une courbe volume spécifique-température. En déduire le taux de cristallinité de cet échantillon de polypropylène, à  $25^\circ\text{C}$ . On prendra  $\rho_c = 0,936 \text{ g/cm}^3$ .



### Exercice n°5 :

La température de transition vitreuse du PMMA est  $100^\circ\text{C}$ . Quelle est la structure du polymère

- en dessous de  $T_g$
- en dessus de  $T_g$

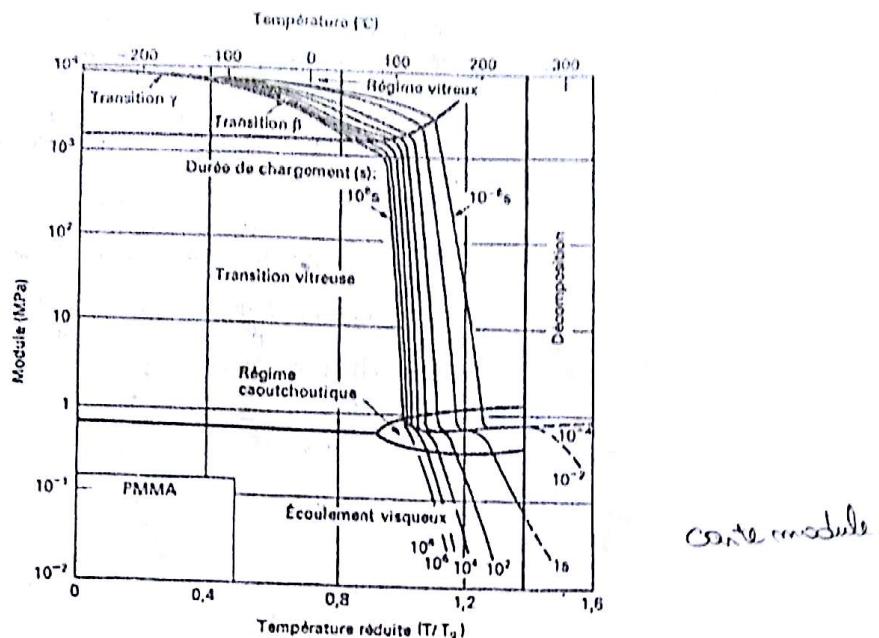
La température de transition vitreuse du caoutchouc naturel est voisine de  $-70^\circ\text{C}$ . Quelles sont les propriétés de ce polymère à  $-196^\circ\text{C}$ .

### Exercice n°6 :

La carte de module du PMMA (en annexe), présente le domaine vitreux, la transition vitreux/caoutchouteux, le domaine caoutchouteux et le domaine d'écoulement visqueux.

- Expliquer plus en détail le comportement du polymère dans chaque domaine.
- Est-ce que cette carte est représentative des polymères linéaires amorphes.

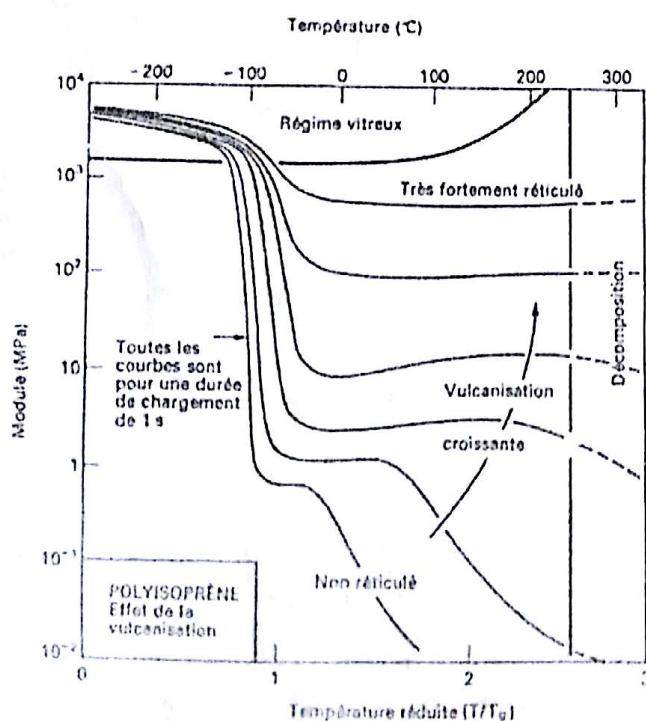
c. Quelle est l'effet des facteurs température et temps sur le module



Exercice n°7 :

La figure en annexe montre, pour une seule durée d'essai, l'influence du pontage sur l'évolution du module pour le polyisoprène

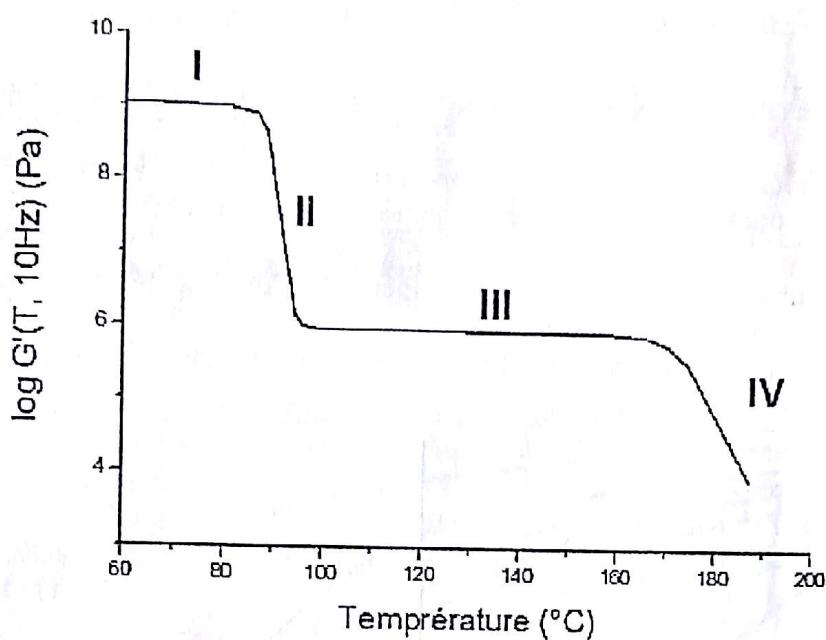
- Quelle est l'influence de la réticulation sur le comportement du polymère dans le domaine caoutchouteux.
- Quelle est l'effet de la densité de ponts et de la cristallisation sur le module



## Exercice n°8 :

Le module élastique a été mesuré à une fréquence de 10 Hz et à différentes températures T dans le cas d'un échantillon de polystyrène radicalaire de masse Mn = 200000 g.mol<sup>-1</sup>. Que se passe-t-il en II et IV ?

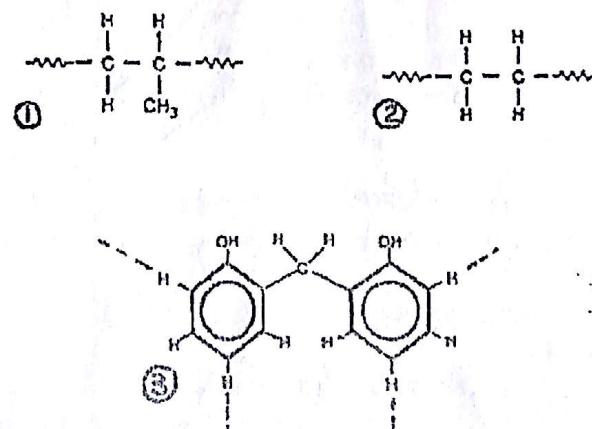
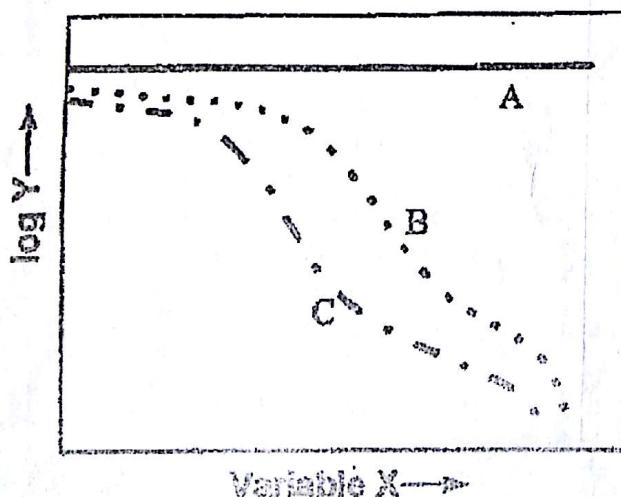
On désire utiliser ce polymère pour protéger un moteur thermique des chocs extérieurs (Correspondant à une fréquence de 10 Hz), sachant que la température du moteur peut monter à 150 °C que se passe-t-il ?



## Exercice n°9 :

La figure suivante schématise la variation du logarithme de la propriété Y d'un polymère en fonction de la variable X.

- Quelle est la variable X portée en abscisse et la propriété Y portée en ordonnée ?
- À chacun des polymères, dont le numéro 1, 2 ou 3 est représenté en annexe, associez l'une des courbes A, B ou C représentées en figure 4. Justifiez votre réponse.
- Lequel de ces polymères a la température de transition vitreuse la plus élevée ?



## Exercice n°10:

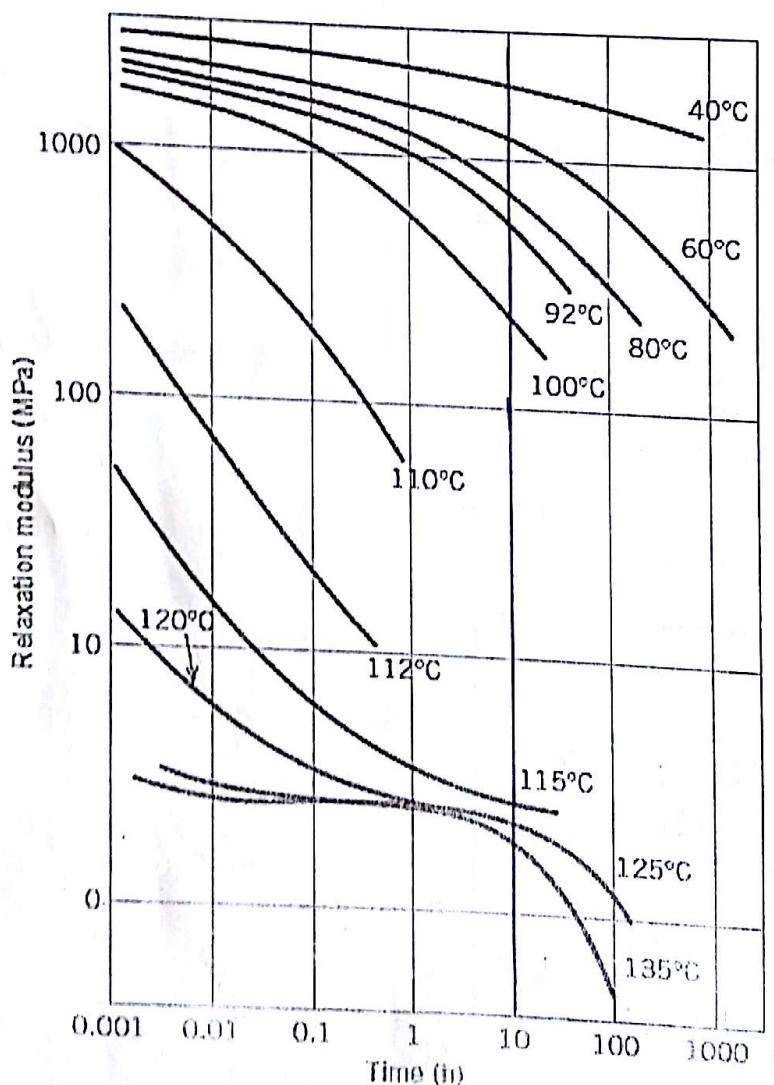
- a) La résistance à la traction et la masse molaire moyenne en nombre de deux matériaux de polyméthacrylate de méthyle PMMA (plexiglass) sont les suivantes

Résistance à la traction (MPa)	Masse molaire moyenne en nombre (g/mol)
107	40000
170	60000

La résistance à la traction ( $R_m$ ) est fonction de la masse molaire moyenne en nombre selon l'équation suivante :

$R_m = R_{m\infty} \cdot A / M_m$ , où  $R$  est la résistance à la traction pour une masse molaire infinie, et  $A$  une constante. Calculez la résistance à la traction pour une masse molaire moyenne en nombre de 30000 g/mol.

- b) La figure suivante montre les courbes, à diverses températures, du logarithme de  $E_r(t)$  en fonction du logarithme du temps dans le cas du PMMA. Tracez la courbe de  $E_r(10)$  en fonction de la température, puis calculez la valeur de  $T_v$ .



**Exercice n°11:**

Exprimer la fraction volumique  $V_f$  de fibres d'un composite en fonction de la fraction massique en faisant intervenir le rapport  $\rho_f / \rho_m$  des masses volumiques et le rapport  $(1 - P_f) / P_m$  des fractions massiques de la matrice et des fibres.

**Exercice n°12:**

Tracer la courbe fraction volumique de fibres en fonction de la fraction massique de fibres pour des composites à fibres de verre ( $\rho_f = 2500 \text{ kg/m}^3$ ), à fibres de carbone ( $\rho_f = 1900 \text{ kg/m}^3$ ), de Kevlar ( $\rho_f = 1500 \text{ kg/m}^3$ ), pour une même matrice  $\rho_m = 1200 \text{ kg/m}^3$ .

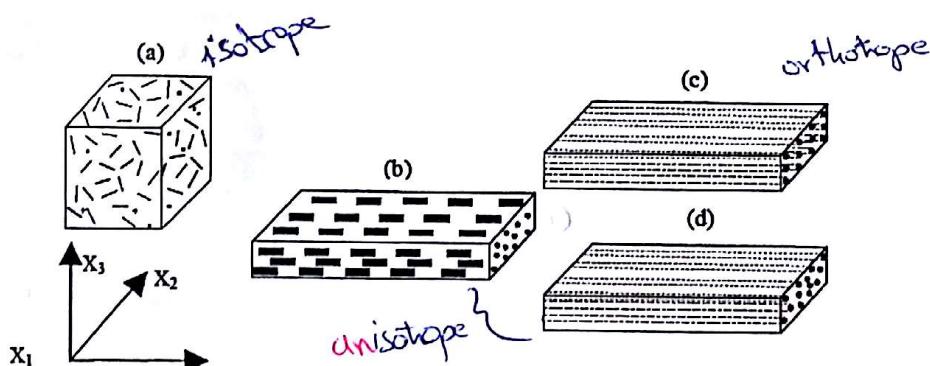
**Exercice n°13:**

Une structure en composite doit être réalisée en un composite contenant une proportion  $V_f$  en volume de fibres. La structure à réaliser a un volume  $v_c$ . Calculer les masses de fibres et de matrice nécessaires

Application :  $V_f = 50\%$ ,  $v_c = 0,01 \text{ m}^3$ . Calculer les masses dans le cas des composites considérés dans l'exercice précédent.

**Exercice n°14:**

- Donner la définition d'un matériau orthotrope et isotrope
- Les matériaux composites sont très souvent macroscopiquement anisotropes, d'où provient cette anisotropie ?
- La figure suivante présente quelques types d'organisation de fibres discontinues et continues dans une matrice supposée isotrope. Déterminer le type des matériaux composites a, b, c et d.

**Exercice n°15 :**

Un composite à fibres continues unidirectionnel est formé de 40% en volume de fibres avec un module d'élasticité de 69 GPa et 60% de résine époxy. Après traction le module de Young du composite est 3.4 GPa. *transversale*

- Calculez le module longitudinal du composite
- Supposons que la section est de  $250 \text{ mm}^2$  et qu'une contrainte de 50 MPa est appliquée dans la direction longitudinale, calculer les forces appliquées sur les fibres et sur la matrice.
- Déterminer la déformation sur chaque phase quand cette contrainte est appliquée.
- Calculez le module longitudinal du composite lorsque la même contrainte est appliquée perpendiculairement à la direction des fibres.

**Exercice n°16:**

En utilisant la loi des mélanges, calculer  $E_L$  et en utilisant la formule d'Halpin-Tsaï calculer  $E_T$  pour les composites suivants (fibres rondes):

- \* fibre de verre - epoxy
- \* fibre de carbone - epoxy
- \* fibre de Kevlar - epoxy

et pour les différentes fractions volumique en fibre 20, 45, 60 %.

**Propriétés des matériaux**

matériau	$E$ (GPa)	$\nu$	Densité (g/cm <sup>3</sup> )	$\sigma_u$ (MPa)
Epoxy	3.5	0.34	1.2	52.5
Fibre de verre	70	0.21	2.5	700
Fibre de carbone	350	0.21	1.8	700
Fibre Kevlar	147	0.23	1.5	1300
Fibre de Bore	390	0.22	2.63	2800

**Exercice n°17 :**

Quelle fraction volumique de carbone faut-il ajouter à un composite fibre de verre - epoxy pour doubler  $E_L$  en maintenant la fraction volumique de la matrice égale à 35% ? Que vaut la réduction de densité suite à l'inclusion des fibres de carbone ? Calculer la résistance longitudinale du premier composite.

**Exercice n°18 :**

Pour une application donnée, vous avez le choix de réaliser une pièce en composite ayant une matrice d'époxy pouvant être renforcée par des fibres continues alignées soit de verre, soit de carbone. Le tableau suivant résume les propriétés mécaniques de ces composants

Composant	$E$ (GPa)	$R_e$ (MPa)	$R_m$ (MPa)	A (%)
Époxy	4	65	90	4
Verre	70	—	1 700	nd*
Carbone	200	—	3 000	nd

\*nd = non disponible

Pour l'application considérée, vous avez déterminé que le composite « Carbone - Époxy » ayant une fraction volumique  $V_f$  de renfort égale à 22 % pouvait satisfaire le critère de rigidité imposé. Toutefois, une analyse de coûts révèle que le prix de la pièce sera trop élevé si l'on prend en compte le fait que le coût d'un renfort de carbone est 20 fois plus élevé que celui d'un renfort de verre. Vous décidez alors de réaliser le composite en « Verre - Époxy » en ajustant comme il se doit la fraction volumique de renfort pour obtenir la même rigidité recherchée.

- Quelle est la valeur recherchée du module d'Young  $E_c$  (en GPa) du composite?
- Quelle est la fraction volumique  $V_f$  (en %) de fibres de verre que vous devez utiliser pour obtenir cette rigidité ?
- Lequel de ces composites (« Verre - Époxy » ou « Carbone - Époxy ») se comportera de façon purement élastique jusqu'à sa rupture? Justifiez
- Quelle est la résistance à la traction  $R_m$  (en MPa) du composite déterminé à la question précédente

## Exercice n°1.

a) masse moléculaire moyenne en nombre ( $\text{g/mol}$ )

$$\bar{M}_n = \frac{\sum n_i \cdot M_i}{\sum n_i} = 49300 \text{ g/mol.}$$

masse moléculaire moyenne	fraction moléculaire dans l'échantillon	rac $M_n$
15000	0,03	450
25000	0,03	2250
35000	0,15	5250
45000	0,25	11250
55000	0,22	12100
65000	0,14	9100
75000	0,08	6000
85000	0,04	3400

b)

c) D'indice de polydispersité,

$$\text{on a: } I_p = \frac{\bar{M}_w}{\bar{M}_n} = \frac{55200}{49300} = 1,108.$$

d) de degré de polymérisation:

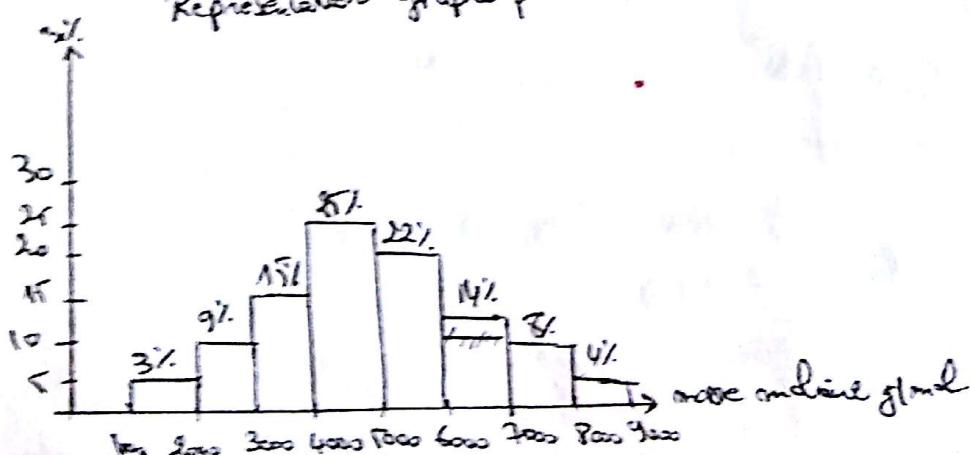
Données:  $M_F = 19 \text{ g.mol}^{-1}$ ;  $M_C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$ .

$$M_0 = 2M_C + 4M_F = 100 \text{ g/mol.}$$

$$\text{donc: } \bar{x} = \frac{\bar{M}_n}{M_0} = \frac{49300}{100} = 493.$$

e)

Représentation graphique en nombre.



Exercice n°2:

a)

b) masse molaire moyenne en poids (g/mol):  $\bar{M}_w = \frac{\sum w_i \cdot M_i}{\sum w_i} = 53720 \text{ g/mol}$

c) sachant que ce polymère a un degré moyen de polymérisation de 477.

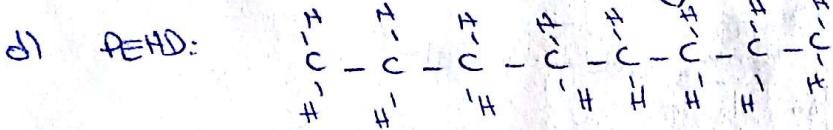
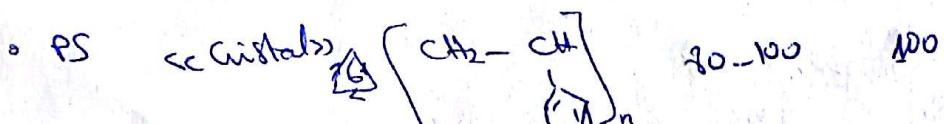
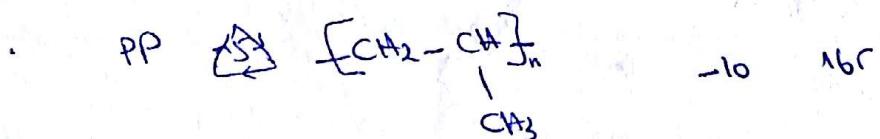
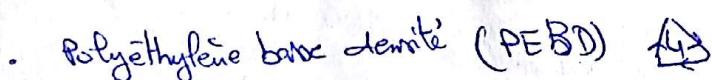
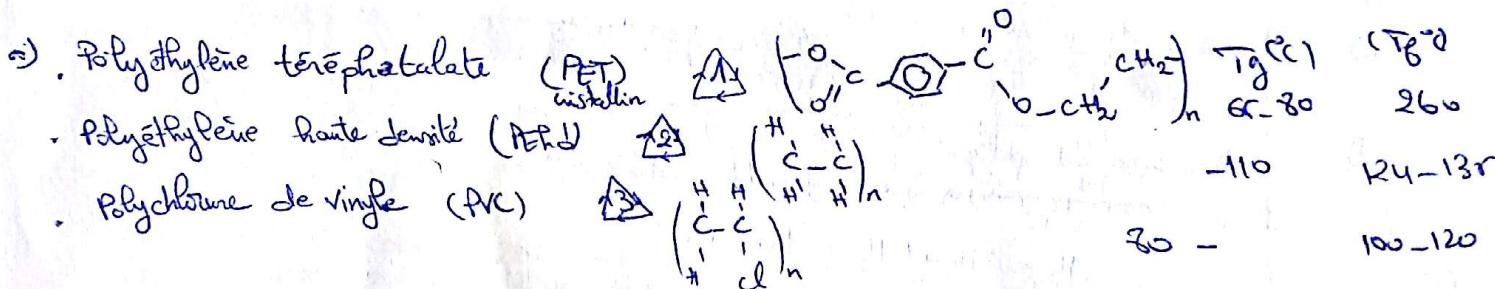
$$\text{Donc: } M_0 = \frac{\bar{M}_w}{x} = \frac{47720}{477} = 100,04 \text{ g/mol.}$$

ce polymère est donc le polytetrafluoroéthylène  $(CF_2 - CF_2)_n$ .

Polyethylene 28,05 g/mol

- Poly(vinyl chloride) 62,49 g/mol
- Polytetrafluoroethylene 100,02 g/mol.
- Polypropylene 42,08 g/mol
- Polystyrene 104,14 g/mol
- Poly(methyl methacrylate) 100,11 g/mol
- Phenol-formaldehyde 133,16 g/mol
- Nylon 6,6 - 226,32 g/mol
- PET -- 192,16 g/mol
- Polycarbonate 254,27 g/mol

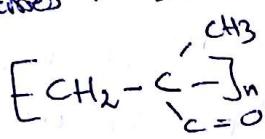
Exercice n°3:



avec ce matériau reste flexible même pendant un hiver très rigoureux. Mais si on le refroidit à  $-196^{\circ}\text{C}$  dans de l'azote liquide, il devient dur et cassant, comme le PMMA à température ambiante.

### Exercice n°6:

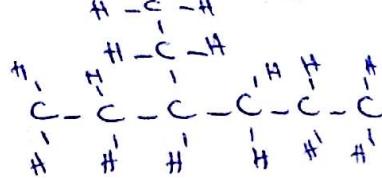
- a- le comportement vitreux
  - la transition vitreuse
  - le comportement caoutchique
  - l'écoulement visqueux.
  - la décomposition.
  - b- le contre du module du PMMA est typique des polymères amorphes (le PS, entre autres, a une courbe très similaire). Le module  $E$  est représenté en ordonnée logarithmique : il passe de  $0,01 \text{ MPa} \approx 1000 \text{ MPa}$ . La  $T_g$  est rapportée à la température de transition vitreuse,  $T_g$ . Elle est portée linéairement sur l'axe des abscisses, entre 0 (zéro absolu) et 1,6  $T_g$  (le polymère se décompose un peu en dessous).
- (Le polymère est un thermoplastique amorphe, transparent et sans couleur qui est dur et rigide mais fragile et sensible à l'entaille. Il a une bonne résistance à l'abrasion et aux UV et une excellente transparence optique mais une résistance médiocre aux bâches  $T_g$ , à la fatigue et aux solvants.



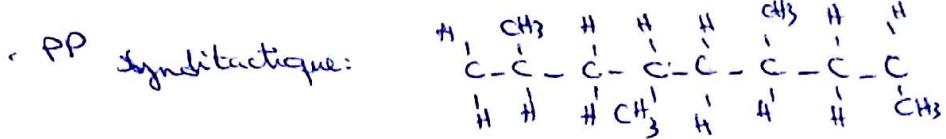
- c- Tout comme la  $T_g$ , le facteur temps a un effet sur le module. Cela est mis en évidence par la famille de courbes pour des durées d'essai très courtes ( $10^{-3}$  s) aux très longues ( $10^5$  s).

La courbe montre que, même en régime vitreux, le module mesuré sur une longue durée peut valoir moins de la moitié du module mesuré aux temps courts. Au voisinage de la transition vitreuse, il peut y avoir un facteur 100 entre les deux modules. Les courbes rendent compte de façon concise du comportement des polymères aux petites déformations, et permettent de voir comment un polymère donné va réagir dans un emploi donné.

PEBD:



Exercice



→ la densité  $\rho$ ,  $T_g$  sont modifiées par l'architecture moléculaire.

De façon intuitive, on comprend par exemple que la densité diminue avec la ramifications des molécules en augmentant l'espace entre les chaînes principales. Ainsi le PE non ramifié présente une haute densité (PEHD) et donc un point de fusion  $T_f$  plus élevé que le PE ramifié basse densité (PEBD)

→ Dans les atomes des macromolécules sont rangés de manière régulière, comme on l'a vu pour le polystyrène isotactique et syndiotactique, il est facile pour le polymère de s'arranger

la température au pt le plus haut et appellée  $T_c$  de cristallisation du polymère,

$T_c$  est également possible de mesurer l'aire du "pic", qui est le volume de la distribution de cristallisation du polymère. Mais n'oublions pas le plus important, cette mesure nous indique que le polymère peut cristalliser. Si vous analysez un polymère 100% amorphe, comme le polystyrène atactique, vous n'obtiendriez pas

de hauteur sur la courbe, parce que de tels matériaux ne cristallisent pas. En outre, parce que le polymère dégaze la chaîne quand il se cristallise, nous appellerons la cristallisation une transition exothermique



### Exercice n°5:

a - La température de transition vitreuse ~~est une donnée aussi importante que l'HTA~~ est  $100^\circ\text{C}$  à température ambiante, ce dernier est donc un solide rigide.

En dessous de  $T_g$ , un polymère devient d'abord viscoélastique puis caoutchoutique, capable de subir de grandes déformations élastiques sans rompre.

La température de transition vitreuse du caoutchouc naturel est voisine de  $-100^\circ\text{C}$ ,

### Exercice n°7:

a) Plus un polymère est rigide, plus le plateau du régime élastohyperélastique (régime élastohyperélastique) est élevé, plus le module élastohyperélastique augmente, et la fusion disparaît.

b) La figure montre que la renormalisation du module à haute température (par une seule durée d'essai) au fil de la température de pointe.

La cristallisation a également le module (le cristal est plus rigide que le polymère amorphe), parce que les molécules sont rangées de façon plus compacte), mais n'empêche pas la fusion.

En conséquent, on peut mettre en forme par moulage à chaud des polymères linéaires cristallisés, de la même façon que des polymères linéaires amorphes. C'est pas possible pour les polymères réticulés.

### Exercice n°8:

à  $150^\circ\text{C}$ , on est sur le plateau élastohyperélastique. Notre polymère est donc mou. Il est facilement déformable et donc pas bon pour protéger des chocs.



### Exercice n°9:

a) La variable  $x$  est la température.

La variable  $y$  est le module d'Young ( $E$ ).

b) Le polymère 2 (polyéthylène) : polymère à chaînes linéaires sans groupes volumineux ( $\eta$  faible)  $\rightarrow \text{C}$

Le polymère 3 (polypropylène) : polymère à chaînes linéaires avec groupes volumineux  $\text{CH}_3$  volumineux ( $\eta$  plus élevée)  $\rightarrow \text{B}$

→ le polymère 3 (phénol-formaldéhyde ou bakélite) : polymère réticulé  
transition vitreuse ou caoutchoutique → A.

c) le polymère 1 a la température de transition vitreuse la plus élevée.

Exercice n°10:

$$R_m = R_{m\infty} - \frac{A}{M_n}$$

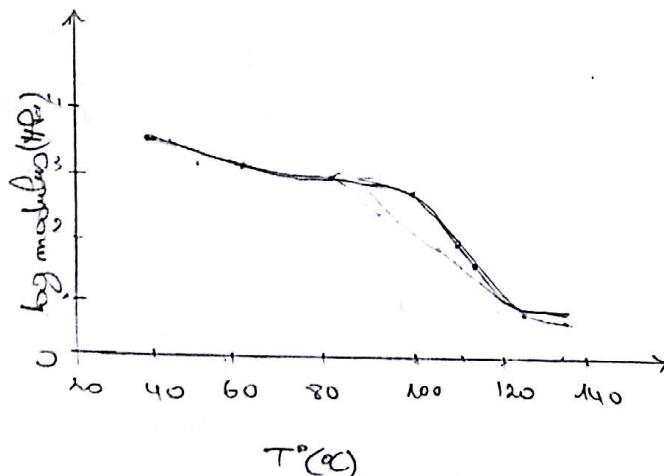
$$(1) \Rightarrow 107 = R_{m\infty} - \frac{A}{40000}$$

$$(2) \Rightarrow 170 = R_{m\infty} - \frac{A}{60000}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 63 = - \frac{A}{60000} + \frac{A}{40000} \Rightarrow \frac{A}{120000} \Rightarrow A = 7,56 \cdot 10^6 \text{ g mol}^{-1}$$

$$(1) \Rightarrow R_{m\infty} = 107 + \frac{7,56 \cdot 10^6}{40000} = 296 \text{ MPa.}$$

$$R_m(30000) = 296 - \frac{7,56 \cdot 10^6}{30000} = 44 \text{ MPa.}$$



→ 11 (chap 4):

$$\text{la fraction volumique de fibres est : } V_f = \frac{V_f}{V} = \frac{V_f}{V_m + V_f} = \frac{1}{1 + \frac{V_m}{V_f}}$$

$$\text{la fraction massive de fibres est : } P_f = \frac{m_f}{m_c} = \frac{m_f}{m_f + m_m} = \frac{P_f \cdot V_f}{P_f \cdot V_f + P_m \cdot V_m}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{P_m \cdot V_m}{P_f \cdot V_f}}$$

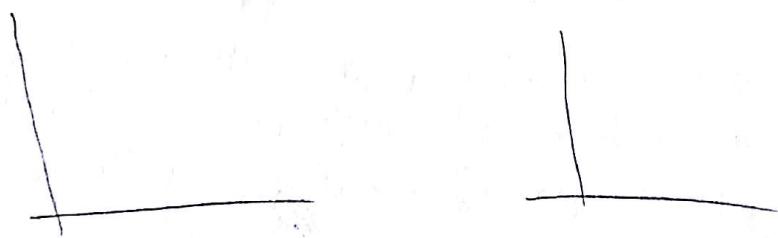
$$\Rightarrow \frac{V_m}{V_f} = \frac{P_f}{P_m} \left( 1 - \frac{P_f}{P_B} \right) \Rightarrow V_f = \frac{1}{1 + \frac{P_f}{P_m} \left( \frac{1 - \frac{P_f}{P_B}}{1 - \frac{P_f}{P_B}} \right)}$$

Ex 12:

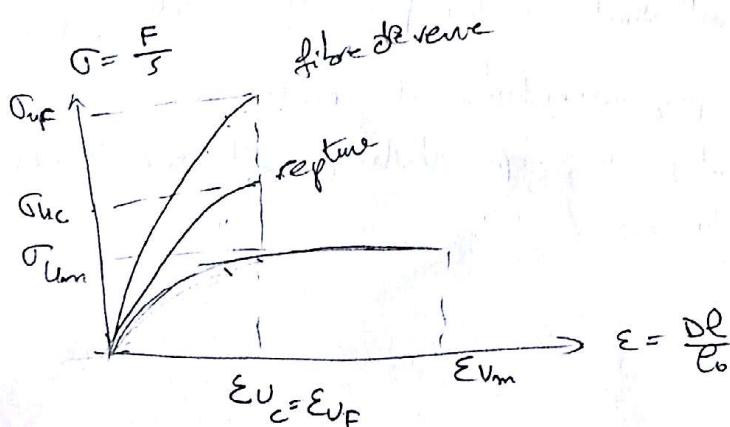
$$V_f = f(P_f)$$

$$\text{on a } V_f = \frac{1}{1 + \frac{P_f}{P_m} \left( \frac{1 - \frac{P_f}{P_B}}{1 - \frac{P_f}{P_B}} \right)}$$

$P_f$	F. vase (V_f)	F. carbone (V_f)	F. Kevlar (V_f)
0	0	0	0
0,05	0,025	0,034	0,042
0,1	0,051		



Courves :



### Exercice 13:

$$V_f = 50\% = 0,5$$

$$V_e = 0,01 \text{ m}^3$$

La fraction volumique de fibres est:  $V_f = \frac{V_f}{V_e} \Rightarrow V_f = 0,5 \times 0,01 = 0,005 \text{ m}^3$

$$\text{Puisque } V_e = V_f + V_m \Rightarrow V_m = 0,005 \text{ m}^3$$

$$m_f = \rho_f \cdot V_f \text{ et } m_m = \rho_m \cdot V_m$$

Pour le composite à fibres de verre  $\rho_f = 2500 \text{ kg/m}^3$   $m_f = 12,5 \text{ kg}$   
matrice epoxy  $\rho_m = 1200 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow m_m = 6 \text{ kg}$

Pour le composite à fibres de carbone  $\rho_f = 1900 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow m_f = 9,5 \text{ kg}$   
matrice epoxy  $\rho_m = 1200 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow 6 \text{ kg.}$

Pour le composite à fibres de kevlar  $\rho_f = 1800 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow m_f = 7,5 \text{ kg}$   
matrice epoxy  $\rho_m = 1200 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow m_m = 6 \text{ kg.}$

### Exercice n°14:

a - L'isotropie caractérise l'invariance des propriétés physiques d'un milieu en fonction de la direction. Le contraire de l'isotropie est l'anisotropie.

Un matériau présentant deux directions perpendiculaires pour ses caractéristiques est dit orthotrope. Une direction principale et deux perpendiculaires: les deux perpendiculaires à la première direction ont les mêmes propriétés mécaniques.

b - L'anisotropie résulte de l'arrangement spatial des renforts et du fait que renforts et matrice n'ont pas les mêmes propriétés. Même si les propriétés du renfort et de la matrice sont isotropes le composite peut être un matériau anisotrope.

c - Le milieu (a) peut être imaginé isotrope à l'échelle macroscopique car aucune direction particulière n'existe.

Les matériaux (b) et (d) sont anisotropes. La direction parallèle aux fibres est singulière le plan perpendiculaire est isotrope.

Le matériau (c) n'est quant à lui, qu'orthotrope. Il possède trois plans de symétrie distincts parallèles aux axes.

Exercice n° 15:

L'équation de mélangage donne le module d'élasticité du composite.

$$E_f = 3,4 \cdot 0,6 + 69 \cdot 0,4 = 30 \text{ GPa}$$

b) Déterminons d'abord le rapport entre la charge supportée par les fibres et celle supportée par la matrice. Ainsi :

$$\frac{F_f}{F_m} = \frac{E_f \cdot V_f}{E_m \cdot V_m} = \frac{69,0,4}{3,4,0,6} = 13,5 ; \text{ soit } f_f = 13,5 F_m.$$

à partir de la contrainte  $\sigma$  de la section  $S$ , du composite, on peut calculer la force  $F$ , qui s'exerce sur le composite, on obtient,

$$F_c = \sigma S = 250 \cdot 50 = 12500 \text{ N}$$

la charge totale  $F_c$  est la somme des forces agissant sur la matrice et sur les fibres:  $F_c = F_f + F_m = 12500 \text{ N}$

Si on substitue dans la dernière équation la valeur de  $F$ , calculée ci-dessus, on obtient:  $13,5 F_m + F_m = 12500 \text{ N}$

$$\text{soit } F_m = 860 \text{ N} \Rightarrow F_f = F_c - F_m = 12500 - 860 = 11640 \text{ N}$$

les fibres supportent donc la plus grande partie de la charge.

Exercice n° 20:

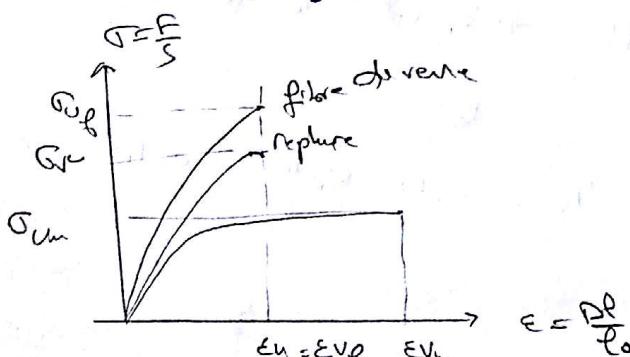
a) la résistance à l'traction longitudinale du composite:

$$\sigma_{CL} = \sigma_f \cdot V_f + \sigma_m (1 - V_f)$$

$$\sigma_{CL} = 3600 \cdot 0,3 + 45 \cdot 0,7 = 1100 \text{ MPa.}$$

b) Le module d'élasticité longitudinale du composite,

$$E_{CL} = V_f \cdot E_f + (1 - V_f) E_m = 0,7 \cdot 2,4 + 0,3 \cdot 131 = 41 \text{ GPa}$$



### Exercice 16.

$$D_L = D_f \cdot V_f + D_m \cdot V_m$$

la loi des mélanges:  $E_{CL} = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m ; \left[ \frac{1}{E_{CL}} = \frac{1}{E_f} V_f + \frac{1}{E_m} V_m \right]$

les équations d'Halpin-Tsai:

$$\frac{E_{CT}}{E_m} = \frac{1 + 2 \eta_f V_f}{1 - \eta_f V_f} \quad \text{avec } \eta_f = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + 2}$$

1) ~~\*)~~ fibre de verre-époxy:

-  $V_f = 20\%$ .

-  $E_f = 70 \times 0,2 + 3,5 \times 0,8$

-  $E_{CT} = ?$

~~\*)~~ fibre de carbone-époxy:

-  $V_f = 45\%$ .

-  $E_f = 350 \times 0,45 + 3,5 \times 0,55 = 159,425$

-  $E_{CT} = ?$

~~\*)~~ fibre de kevlar-époxy:

-  $V_f = 60\%$

-  $E_f = ?$

-  $E_{CT} = ?$

$$\frac{E_{CT}}{E_m}$$

### Exercice 17:

$$E'_L = 2E_L$$

$$E_L = E_f V_f + E_m V_m$$

$$\text{AN: } E_L = 70 \times 0,65 + 3,5 \cdot 0,35 = 46,7 \text{ GPa}$$

$$E'_L = 2 \times 46,7 = E_v V_v + E_c V_c + E_m V_m$$

$$\text{or } V_v + V_c = 0,65$$

$$\left. \begin{array}{l} E_v V_v + E_c V_c = 93,4 = 70 V_v + 350 V_c \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} V_v + V_c = 0,65 \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$(1)-(2) \Rightarrow V_c = 0,167 \Rightarrow V_v = 0,65 - 0,167 = 0,483$$

\* Fraction volumique des fibres de carbone  
Par la loi des mélanges, on obtient  $E_L = 46 \times 10^9 \text{ Pa}$ .

on va ajouter des fibres de verre et on veut  $E_L' = 2 \cdot E_L$  (vérification)

$$\Rightarrow V_c + V_v + V_e = 1$$

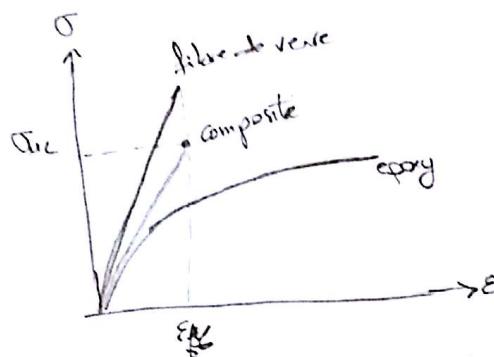
$$\text{on obtient } V_c = 0,167$$

\* Réduction de densité  $5,7\%$ .

$$\Delta D\% = \frac{D_{C1} - D_{C2}}{D_{C1}} \times 100$$

\* Résistance longitudinale du premier composite,

$$\sigma_{UL} = \sigma_m \cdot V_{eff} (\varepsilon_c)_{eff} \cdot V_c = 46 \times 10^6 \text{ Pa.}$$



$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m (\varepsilon_{eff})^{V_m} \quad \text{avec } \sigma_m (\varepsilon_{eff}) = E_m \cdot \varepsilon_{eff}.$$

### Exercice n°18:

- a) valeur recherchée pour le module de Young  $E_{CL}$  du composite  
D'après la règle des mélanges appliquée aux modules, on en déduit le module  $E_{CL}$   
du composite contenant 22% de fibres de carbone:  

$$E_{CL} = V_f \cdot E_f + (1 - V_f) E_m = (0,22 \times 200) - (1 - 0,22) \times 4 = 47,126 \text{ Pa}$$

- b) fraction volumique de fibres de verre requise  
D'après la règle des mélanges appliquée aux modules, on en déduit la fraction  
volumique  $V_f$  de fibres de verre requise pour obtenir une valeur donnée du  
module  $E_{CL}$ :  $\frac{V_f}{E_{CL}} = \frac{(E_{CL} - E_m)}{(E_f - E_m)} = \frac{(47,126 - 4)}{(200 - 4)} = 0,1635 = 16,3\%$

- c) composite ayant un comportement fragile:  
si le composite a un comportement fragile en traction (comportement élastique  
jusqu'à sa rupture), le renfort fragile se rompt avant que la matrice ductile  
me soit déformé plastiquement. il faut donc comparer la valeur de  
l'allongement à la rupture  $\varepsilon_f$  du renfort à celle de la déformation  $\varepsilon_{dm}$  la  
matrice par laquelle la déformation plastique de cette matrice apparaît.  
on obtient ainsi:

(6)

Pour les fibres de carbone :  $(\varepsilon_f)_c = (R_m/E)_c = (3/2000) = 15 \cdot 10^{-2} = 1,5\gamma$

Pour les fibres de verre :  $(\varepsilon_f)_v = (R_m/E)_v = 1,7/40 = 2,43 \cdot 10^{-2} = 2,43\gamma$

Pour la matrice d'époxy :  $\varepsilon_{époxy} = R_m/E_m = 65/4000 = 1,625 \cdot 10^{-2} = 1,625\gamma$

puisque  $(\varepsilon_f)_c < \varepsilon_{époxy}$  et que  $(\varepsilon_f)_v > \varepsilon_{époxy}$ , le composite renforcé par fibres de carbone présentera un comportement fragile en traction.

d) Résistance à la traction du composite divisé à la question précédente.

**Exercice n°19 :**

La structure tubulaire de la navette spatiale comprend plusieurs éléments (entretoises, raidisseurs) qui sont faits d'un matériau composite ayant une matrice d'**aluminium** renforcée de fibres continues et alignées de **bore**. La fraction volumique de renfort  $V_f$  est égale à 45 %.

- Quelle est la valeur (en GPa) du module d'Young  $E_c$  du composite ?
- Quelle est la valeur du rapport  $E_c/E_m$ , où  $E_m$  est le module d'Young de la matrice ?
- Quelle est la valeur (en MPa) de la limite d'élasticité  $R_{eC}$  du composite ?
- À la limite d'élasticité du composite, quelle est la valeur du rapport  $r = F_f/F_m$  de la force  $F_f$  supportée par les fibres à la force  $F_m$  supportée par la matrice ?
- Quelle est la valeur (en %) de l'allongement relatif final à la rupture  $A_c$  du composite ?

Les propriétés des composants sont données au tableau suivant :

Composant	$E$ (GPa)	$R_e$ (MPa)	$R_m$ (MPa)	$A$ (%)
Aluminium	70	400	600	12
Bore	400	na	3600	?

**Exercice n°20 :**

On fabrique un composite à fibres continues et alignées fait de 30%vol de fibres d'aramide et de 70%vol de polycarbonate pour la matrice. Lors de la rupture des fibres, la charge s'exerçant sur la matrice est de 45 MPa. Calculez :

- la résistance à la traction longitudinale du composite ;
- le module d'élasticité longitudinal du composite.

Le tableau suivant donne les propriétés mécaniques de ces matériaux.

Composant	Module d'élasticité (GPa)	Résistance à la traction (MPa)
fibres d'aramide	131	3600
polycarbonate	2,4	65

**Exercice n°21 :**

On veut fabriquer un composite de nylon 6,6 renforcé par des fibres de verre continues et alignées.

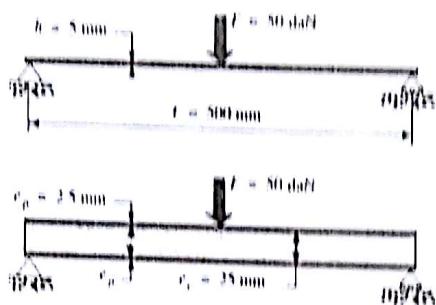
Les fibres de ce composite devront supporter 94 % d'une charge appliquée en direction longitudinale.

- À l'aide des données ci-dessous, calculez la fraction volumique des fibres à utiliser.
- Calculez la résistance à la traction de ce composite dans l'hypothèse où la contrainte s'exerçant sur la matrice lors de la rupture des fibres est de 30 MPa.

Composant	Module d'élasticité (GPa)	Résistance à la traction (MPa)
fibres de verre	72,5	3400
nylon 6,6	3	76

**Exercice n°22 :**

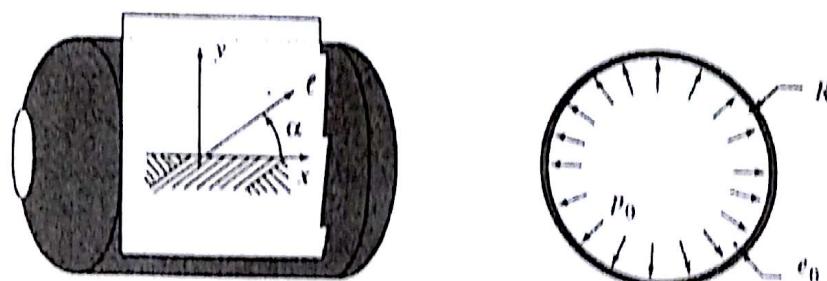
1. La figure représente une poutre de duralumin sur deux appuis simples, en son milieu à un effort transverse  $F = 50 \text{ daN}$ . Calculer la flèche, notée  $\Delta$ , prise par cette poutre au droit de l'effort  $F$ .



2. on sépare la poutre de duralumin en deux parties d'épaisseur  $e_p = 2.5 \text{ mm}$ , en la coupant par son plan moyen. Chaque moitié est collée sur un parallélépipède de mousse de polyuréthane, formant ainsi les revêtements d'une poutre sandwich ayant sensiblement la même masse que la poutre initiale (en négligeant la masse du pain de mousse et de la colle). La poutre ainsi constituée est posée sur les mêmes appuis et soumise au même effort  $F$ . Calculer la déflexion au droit de  $F$ , notée  $\Delta'$ . Comparer avec la valeur  $\Delta$  trouvée en 1. (On prendra un module de cisaillement de la mousse :  $G_0 = 20 \text{ MPa}$ ).

**Exercice n°23 :**

On considère un réservoir ayant la forme d'une enveloppe mince de révolution, bobiné en roving verre R/époxyde. Il a dans sa partie cylindrique une épaisseur notée  $e_0$  faible devant son rayon moyen noté  $R$ . Ce réservoir est soumis à une pression interne  $p_0$ .



1. La résine époxyde est supposée non travaillante. En désignant par  $e$  l'épaisseur du renfort, calculer dans le plan tangent  $x,y$  (figure) les contraintes  $\sigma_{0x}$  et  $\sigma_{0y}$ , induites par la pression  $p_0$  dans l'enveloppe mince.
2. Dans la partie cylindrique du réservoir, le bobinage est constitué de couches alternées faisant les angles  $\pm \alpha$  avec les génératrices. On désire que chacune des fibres, de direction  $i$ , soit tendue avec une tension uniforme  $\sigma_i$  soit identique pour toutes les fibres (réservoir «isotensoroïde»).
  - a) Évaluer les contraintes  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  dans les fibres en fonction de  $\sigma_i$
  - b) En déduire la valeur à donner à l'angle d'hélice  $\alpha$  et la tension  $\sigma_i$  dans les fibres en fonction de la pression  $p_0$ .
  - c) Quelle sera l'épaisseur  $e_0$  à donner à un réservoir de 80 cm de diamètre devant supporter une pression de 200 bars avec un pourcentage de 80 % de verre en volume.

### Exercice 24:

Supposons que  $l > l_c$ , la résistance à la rupture en traction longitudinale ( $\sigma_{cd}$ ) est déterminée par la relation:

$$\sigma_{cd} = \sigma_f \cdot v_f \left(1 - \frac{l_c}{2l}\right) + \sigma_m v_m = \sigma_f v_f \left(1 - \frac{\sigma_f d}{4T_c l}\right) + \sigma_m (1 - \sigma_f v_f)$$

$$\Rightarrow \sigma_{cd} = \sigma_f \cdot v_f - \frac{\sigma_f^2 v_f d}{4T_c l} + \sigma_m - \sigma_m v_f$$

$$\Rightarrow \sigma_f \left( \frac{v_f d}{4T_c l} - \sigma_f v_f + \sigma_{cd} - \sigma_m (1 - v_f) \right) = 0$$

C'est une équation du second degré en  $\sigma_f$ :  $\Rightarrow \sigma_f^2 a - \sigma_f b + c = 0$

$$\text{avec } a = \frac{v_f \cdot d}{4T_c l} = \frac{0,45 \times 8 \times 10^{-3}}{4,4 \times 3,5 \times 10^{-3}} = 6,13 \cdot 10^{-6}$$

$$b = -v_f = -0,45$$

$$c = \sigma_{cd} - \sigma_m (1 - v_f) = 1800 - 12(1 - 0,45) = 1893,4 \text{ MPa.}$$

D'où en résolvant cette équation du second degré:

$$\sigma_f = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-0,45) \pm \sqrt{(0,45)^2 - 4(6,13 \cdot 10^{-6}) \cdot 1893,4}}{2 \cdot 6,13 \cdot 10^{-6}}$$

$$\sigma_f = \pm \frac{0,45 \pm 0,3922}{1,286 \cdot 10^{-5}} \text{ MPa.}$$

$$\text{Il y a 2 solutions: } \sigma_f = \frac{0,45 + 0,3922}{1,286 \cdot 10^{-5}} = 65500 \text{ MPa}$$

$$\sigma_f = \frac{0,45 - 0,3922}{1,286 \cdot 10^{-5}} = 6,937 \text{ MPa.}$$

Après consultation des tables de grandeurs des  $\sigma_f$  des fibres, seulement  $\sigma_f$  est raisonnable.

$$l_c = \frac{\sigma_f \cdot d}{2T_c} = \frac{65500 \times 900}{2 \times 40} = 0,45 \text{ mm}$$

puisque  $l > l_c$  ( $3,5 \text{ mm} > 0,45 \text{ mm}$ ) notre hypothèse de départ est correcte..

### Exercice 21:

$$\text{a) } \frac{F_f}{E_m} \frac{F_f}{F_m} = \frac{E_f v_f}{E_m v_m} = \frac{E_f v_f}{E_m (1 - v_f)}$$

Les fibres de ce composite devront supporter 94% d'une charge appliquée en direction longitudinale. Par conséquent la matrice devra supporter 6% de la charge appliquée en direction longitudinale:  $\frac{F_f}{F_m} = \frac{0,94}{0,06} = 15,67 \Rightarrow \frac{F_f}{F_m} = 15,67 = \frac{E_f v_f}{3(1 - v_f)}$

et la fraction volumique des fibres à utiliser est  $v_f = 0,393$ .

b) la résistance de la traction de ce composite

$$F_L = V_f E_f + \Gamma_m (1 - V_f)$$

$$F_L = 3400 \times 0,393 + 30 (1 - 0,393) = 1354 \text{ MPa.}$$

Exercice 19:

a) le module d'Young du composite est donné par la règle des mélanges appliquée aux modules des composites composants :

$$E_L = V_f E_f + (1 - V_f) E_m = (0,45 \times 400) + (0,55 \times 70) \text{ GPa} = 218,5 \text{ GPa}$$

b) En utilisant la règle des mélanges, on obtient :

$$\frac{E_L}{E_m} = \frac{V_f \cdot E_f}{E_m} + (1 - V_f) = 0,45 \cdot \frac{400}{70} + 0,55 = 3,12$$

c) Il faut d'abord vérifier si la matrice entre en régime de déformation plastique avant que le renfort ne se rompt. La déformation élastique de la matrice correspond à sa limite d'élasticité et est égale à :  $E_{dm} = \frac{\sigma_{dm}}{E} = 0,57\%$ .

L'allongement à la rupture du renfort (bore) est égal à :  $\Delta f = \frac{\sigma_{rf}}{E_f} = 9\%$ .

La matrice se déforme donc plastiquement avant la rupture ( $\epsilon_{fm}$ )  
et la limite de traction du composite comporte une limite d'élasticité  $\sigma_{el}$  donnée  
par la loi de Hooke appliquée au composite :

$$\sigma_{el} = E_c E_{dm} = [V_f E_f + (1 - V_f) E_m] \frac{\sigma_{dm}}{E_m} = 1248,6 \text{ MPa.}$$

d) à la limite d'élasticité du composite, on a :  $\frac{\sigma_f}{\sigma_{el}} = \frac{E_f \epsilon_f}{E_m \epsilon_{dm}} = 4,67\%$ .

$\epsilon_f E_f = \epsilon_{dm} \Rightarrow \frac{\sigma_f}{\sigma_{el}} = \frac{\epsilon_f}{\epsilon_{dm}}$   $\Rightarrow \frac{\sigma_f}{\sigma_{el}} = \dots$

e) la rupture du composite a lieu quand le renfort se rompt c'est pour un allongement

égal à l'allongement :

$$\text{à la rupture du bore: } \Delta f = \frac{\sigma_{rf}}{E_f} = \frac{316}{400} = 98\%.$$