CHAPITRE 3: COMPOSITES RENFORCÉS PAR DES FIBRES

1. Propriétés générales des matériaux composites à fibres

a) fraction volumique et massique

Un des facteurs les plus importants qui déterminent les caractéristiques mécaniques d'un matériau composite est la proportion relative de matrice et de renfort. Cette proportion peut être exprimée soit en fraction volumique (ou fraction en volume), soit en fraction massique (ou fraction en masse)

- fraction volumique

La fraction volumique de fibres est : $$V_f = \frac{v_f}{v_c}$$

La fraction volumique de matrice est : $$V_m = \frac{v_m}{v_c}$$

avec $$V_m = 1 - V_f$$

puisque $$v_c = v_f + v_m$$

- fraction massique

Les fractions massiques sont définies de la même manière à partir des masses m_c, m_f, m_m respectives de matériau composite, de fibres, de matrice. Les fractions massiques ou fractions en masse de fibres et de matrice s'écrivent respectivement :

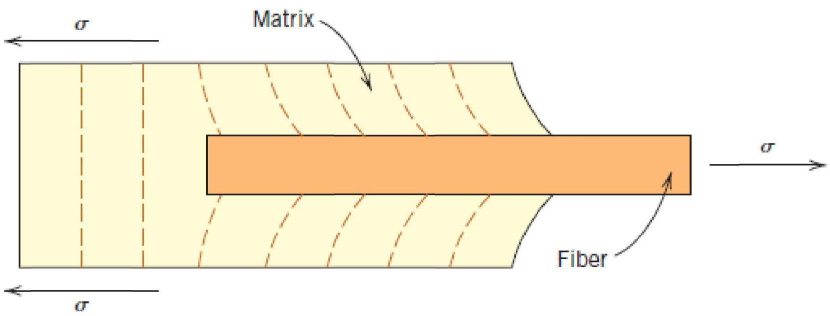
La fraction massique de fibres est : $$P_f = \frac{m_f}{m_c}$$

La fraction massique de matrice est : $$P_m = \frac{m_m}{m_c}$$

avec $$P_m = 1 - P_f$$

2. Rôle de la longueur des fibres

Les caractéristiques mécaniques des composites renforcés par des fibres dépendent des propriétés des fibres et de l'ampleur avec laquelle la matrice transfère aux fibres une charge appliquée.
La qualité de l'adhérence fibre-matrice détermine en grande partie le degré de ce transfert de charge.
L'application d'une contrainte rompt le lien fibre-matrice aux extrémités de la fibre, ce qui déforme la matrice, comme le montre la figure suivante. Autrement dit, le transfert de charge est nul à chaque extrémité d'une fibre.



Une fibre renforce sensiblement la résistance et la rigidité du matériau composite si elle a une longueur minimale l_c. Cette longueur critique de la fibre dépend de son diamètre d et de sa résistance à la rupture σ_f. Elle dépend également de τ_c, qui représente la plus petite des deux grandeurs suivantes: la résistance de la liaison fibre-matrice ou la limite d'élasticité en cisaillement de la matrice.
L'équation suivante définit la relation entre tous ces paramètres :

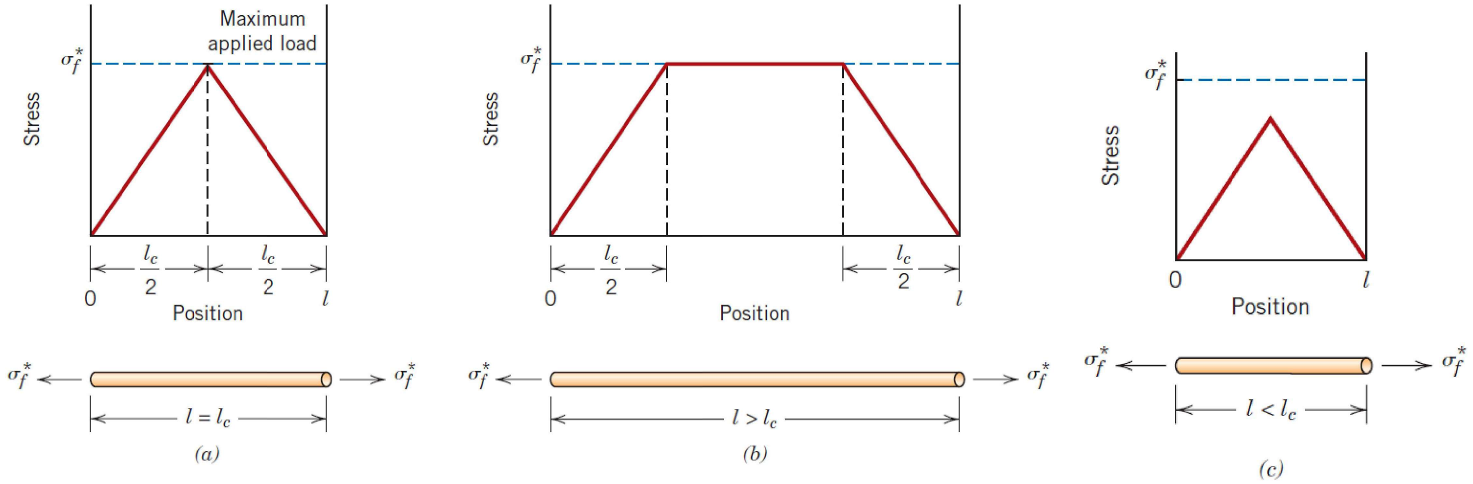
$$l_c = \frac{\sigma_f . d}{2\tau_c}$$

Pour nombre de composites à fibres de verre ou de carbone, la longueur critique l_c est de l'ordre de 1 mm, soit de 20 à 150 fois le diamètre de la fibre.

Exemple: Un composite à matrice époxyde a été renforcé par des fibres de verre dont le rapport entre la longueur critique et le diamètre est 50. Déterminez la résistance de la liaison fibre-matrice.
La résistance à la rupture des fibres de verre est σ_f=3,45 GPA

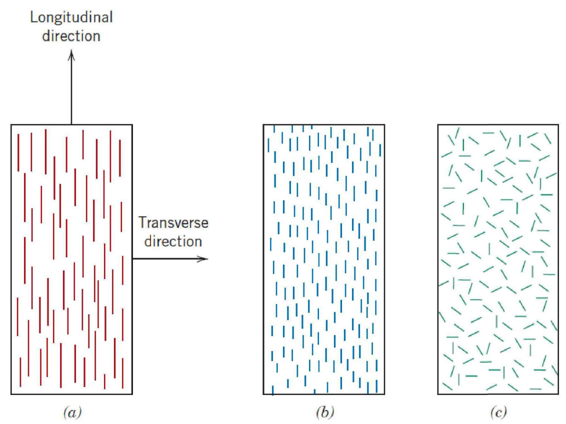
$$\tau_c = \frac{\sigma_f . d}{2 l_c} = 3.45.10^3 . \frac{1}{2} . \frac{1}{50} = 34.5 \text{ MPa}$$

La figure a indique la répartition du transfert de charge sur l'axe d'une fibre de longueur l_c, soumise à une contrainte σ_f. La charge est maximale au centre axial de la fibre.
Si la longueur de la fibre augmente, le renforcement du composite croît, comme le montre la courbe de la figure b, dans laquelle la contrainte appliquée est toujours σ_f mais la longueur 1 de la fibre est supérieure à l_c.
À la figure c, la longueur de la fibre est inférieure à l_c.
Si la longueur des fibres est nettement supérieure à l_c, ($1 > 15\ l_c$, en général), les fibres sont dites continues ou longues; sinon, elles sont dites discontinues ou courtes.

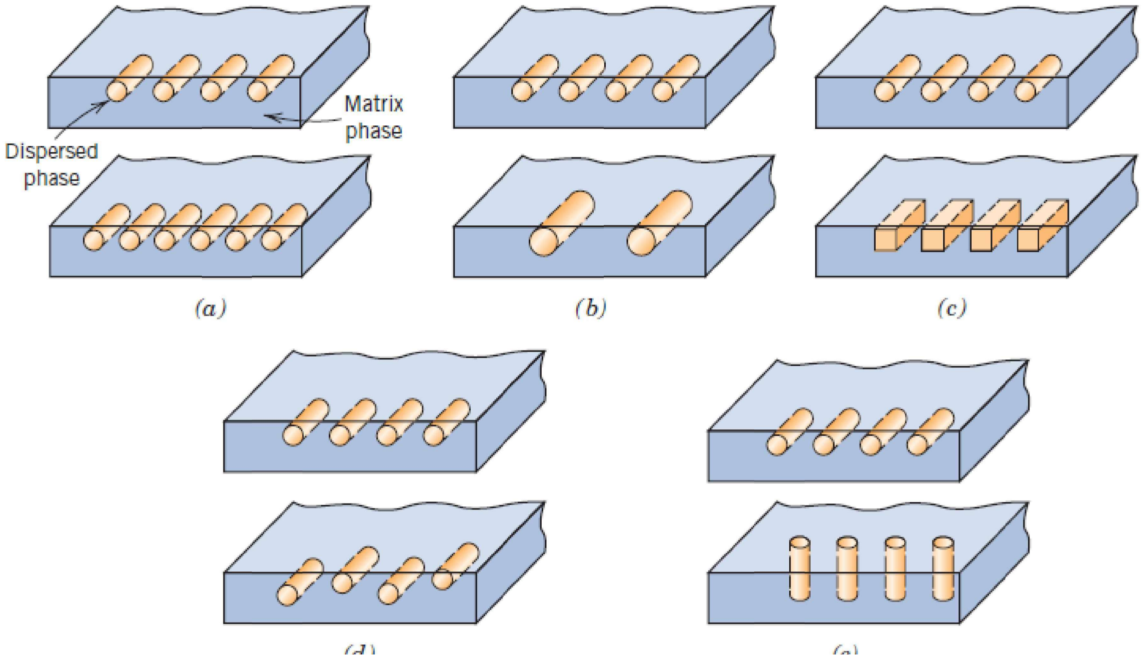


3. Rôle de l'orientation et de la concentration des fibres

La disposition des fibres les unes par rapport aux autres dans la matrice influe grandement sur les propriétés finales du composite, et notamment sur sa résistance. L'orientation, la concentration et la répartition des fibres sont donc importantes. L'orientation des fibres présente l'un des deux arrangements suivants :
1) une orientation selon une même direction;
2) une orientation aléatoire.
Habituellement, les fibres continues sont alignées (figure a). Les fibres discontinues peuvent être alignées (figure b), orientées aléatoirement (figure c) ou partiellement alignées. La répartition uniforme des fibres dans la matrice donne des composites aux propriétés optimales.



Représentation schématique des caractéristiques géométriques des fibres de renfort qui déterminent en partie les propriétés des composites: a) concentration. b) taille. c) forme, d) répartition, e) orientation.



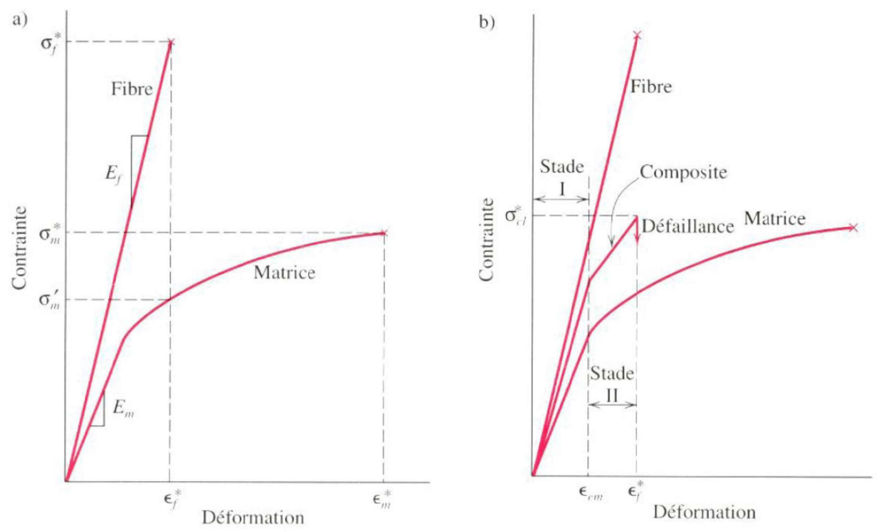
4. Composites à fibres continues et alignées

a. Comportement en traction - Charge longitudinale

Pour expliquer le comportement en traction d'un composite constitué de fibres essentiellement fragiles et d'une matrice relativement ductile, partons des courbes contrainte-déformation de la figure a, dans laquelle sont indiquées la résistance à la rupture de la fibre et celle de la matrice, σ_f et σ_m, ainsi que les déformations correspondantes, ε_f et ε_m. On pose que $\varepsilon_f < \varepsilon_m$, ce qui est normalement le cas.

Un composite à fibres dont le renfort et la matrice réagissent de cette façon présente une courbe contrainte-déformation semblable à celle de la figure b. Initialement, au stade I, les fibres et la matrice se déforment élastiquement et la partie correspondante de la courbe est souvent linéaire.

Généralement, pour un composite de ce type, la matrice atteint sa limite d'élasticité et commence à se déformer plastiquement lorsque la déformation devient égale à ε_{em}(figure b). tandis que les fibres continuent de s'allonger de manière élastique si leur résistance à la traction est notablement plus élevée que la limite d'élasticité de la matrice. Cela constitue le stade II du processus. Habituellement, la courbe contrainte-déformation demeure presque linéaire durant ce stade, mais sa pente est moindre que durant le stade I. En outre, la proportion de la charge supportée par les fibres augmente lors du passage du stade I au stade II.



b. Comportement élastique - Charge longitudinale

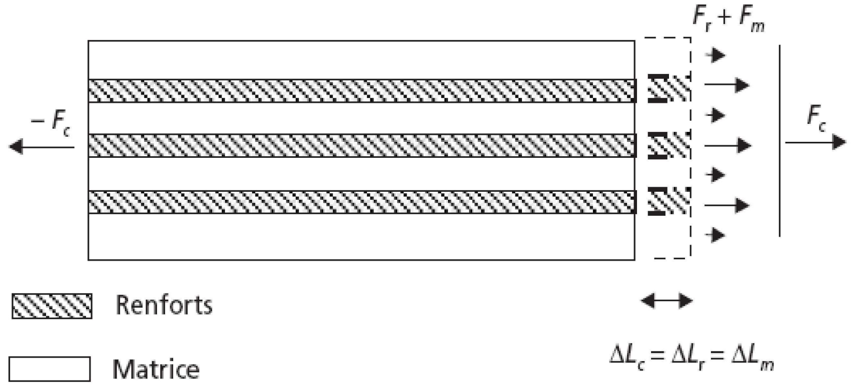
Examinons maintenant le comportement élastique d'un composite à fibres continues et alignées soumis à une charge orientée dans le sens des fibres. Supposons que les fibres adhèrent fortement à la matrice et que les fibres et la matrice se déforment identiquement (isodéformation). Dans ces conditions, la charge totale Fc, supportée par le composite est égale à la somme des charges agissant sur la matrice et sur les fibres. Donc,

$$F_c = \sigma_c . S_c = F_f + F_m = \sigma_f . S_f + \sigma_m . S_m$$

σ: la contrainte $N.m^{-2}$ ou Pa (Pascal), S: la section m² et F: la force N (Newton)

$$\sigma_c = \sigma_f . V_f + \sigma_m . V_m$$

les fractions des sections des fibres et de la matrice étant égales à leurs fractions volumiques



Les allongements relatifs sont les mêmes dans l'hypothèse d'une adhérence parfaite :

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta L_c}{L_0} = \varepsilon_r = \frac{\Delta L_f}{L_0} = \varepsilon_m = \frac{\Delta L_m}{L_0}$$

Pour des déformations élastiques des deux matériaux, le rapport,, permet de calculer facilement le module de Young longitudinal du composite E_{CL} *en fonction* de ceux des fibres E_f et de la matrice E_m

$$\varepsilon_c E_{CL} = \varepsilon_f E_f . V_f + \varepsilon_m E_m . V_m$$

$$\longrightarrow \quad E_{CL} = E_f . V_f + E_m . V_m$$

Puisque le composite ne comprend que deux phases, soit la matrice et un renfort de fibres, il s'ensuit que $V_f + V_m = 1$. Donc, l'équation précédente devient

$$E_{CL} = E_f . V_f + E_m .(1 - V_f)$$ La loi des mélanges

E_{CL} est donc égal à la moyenne des modules d'élasticité de ses constituants pondérée par leurs fractions volumiques. D'autres propriétés, dont la densité, s'expriment égaiement sous forme d'une moyenne pondérée par les fractions volumiques.

$$\rho_{CL} = \rho_f . V_f + \rho_m .(1 - V_f)$$

On peut également démontrer que, pour une contrainte longitudinale, le rapport entre la charge supportée par les fibres et celle supportée par la matrice est égal au deuxième membre de l'égalité suivante:

$$\frac{F_f}{F_m} = \frac{E_f V_f}{E_m V_m}$$

c. Comportement élastique - Charge transversale

La charge appliquée à un composite à fibres continues et alignées peut être transversale, ce qui signifie qu'elle s'exerce perpendiculairement à la direction de l'alignement des fibres. Dans ce cas, la contrainte a est identique pour le composite, la matrice et les fibres, soit

$$\sigma_c = \sigma_f = \sigma_m = \sigma$$

C'est ce qu'on appelle un état d'isocontrainte. L'expression de la déformation E, du composite est

$$\varepsilon_c = \varepsilon_f . V_f + \varepsilon_m . V_m$$

Or, ε = σ/E. Ainsi, $$\frac{\sigma}{E_{CT}} = \frac{\sigma}{E_f} . V_f + \frac{\sigma}{E_m} . V_m$$

où E_{CT} , représente le module d'élasticité transversal du composite. En divisant le tout par σ, on obtient

$$\frac{1}{E_{CT}} = \frac{1}{E_f} . V_f + \frac{1}{E_m} . V_m$$

✓ Module transversal (Halpin – Tsai)

Les équations semi-empirique de Halpin-Tsai offrent une formulation très pratique pour décrire les propriétés d'un composite. E_{LC} est obtenu avec une bonne précision à l'aide de la loi de mélange. Par contre, le module de Young transverse E_{CT} est mieux approché par les expression de Halpin-Tsai qui s'écrivent:

$$\frac{E_{CT}}{E_m} = \frac{1 + \xi_2 \eta_t V_f}{1 - \eta_t V_f}$$

avec $$\eta_t = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi_2}$$ et $$\xi_2 = 2$$

5. Composites à fibres discontinues et alignées

Pour un composite à fibres discontinues, alignées et uniformément réparties, dans lequel
l > lc, la résistance à la rupture en traction longitudinale (σ_{cd}) est déterminée par la relation

$$\sigma_{cd} = \sigma_f . V_f \left(1 - \frac{l_c}{2l}\right) + \sigma_m . V_m$$

où σ_f et σ_m représentent respectivement la résistance à la rupture de la fibre et la contrainte dans la matrice lorsque le composite se rompt

Si l < lc, la résistance longitudinale (σ_{cd}) est déterminée par la relation

$$\sigma_{cd} = \frac{l.\tau_c}{d} . V_f + \sigma_m . V_m$$

où d correspond au diamètre de la fibre et τ_c, représente la plus petite des deux grandeurs suivantes : la résistance de la liaison fibre-matrice ou la limite d'élasticité en cisaillement de la matrice.

- D'après les approches basées sur les **équations d'HALPIN-TSAI**:

Les équations semi-empirique de Halpin-Tsai peuvent être utilisées pour la prédiction des propriétés de composites renforcés de fibres discontinues et alignées.

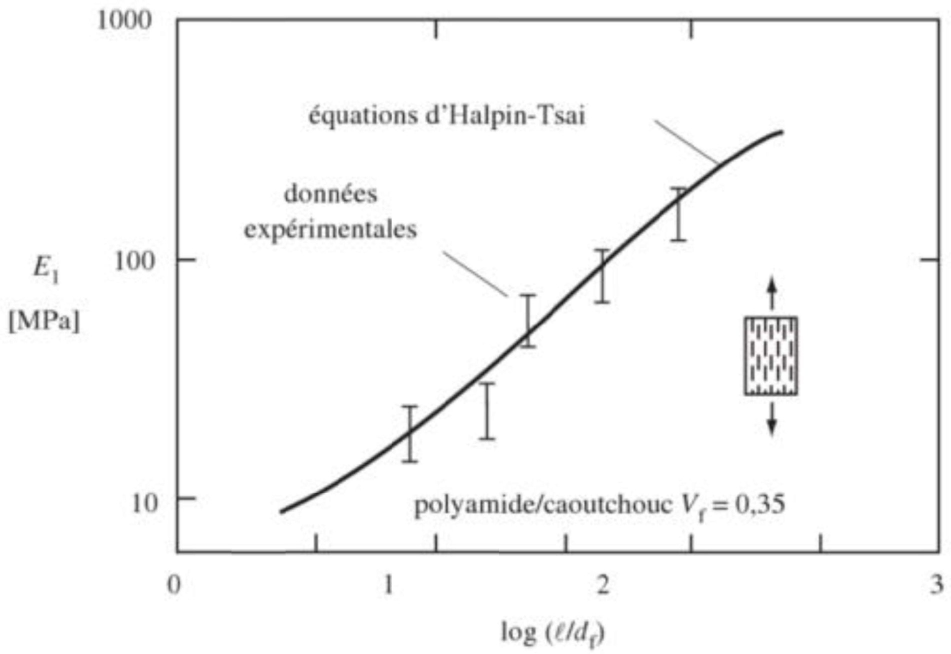
✓ Module longitudinal (Halpin)

$$\frac{E_{CL}}{E_m} = \frac{1 + \xi_1 \eta_t V_f}{1 - \eta_t V_f} \quad \text{avec} \quad \eta_t = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi_1} \quad \text{et} \quad \xi_1 = \frac{2L}{d}$$

✓ Module transversal (Halpin – Tsai)

$$\frac{E_{CT}}{E_m} = \frac{1 + \xi_2 \eta_t V_f}{1 - \eta_t V_f} \quad \text{avec} \quad \eta_t = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi_2} \quad \text{et} \quad \xi_2 = 2$$

Comparaison de la valeur du module longitudinal du composite Polyamide/caoutchouc renforcé de fibres courtes en fonction du rapport (L/d) selon la théorie de Halpin-Tsai et les valeurs expérimentales [Halpin]



6. Composites à fibres discontinues et orientées aléatoirement

On fabrique habituellement les matériaux composites à fibres orientées au hasard à l'aide de fibres courtes. L'équation suivante, une des formes de la règle des mélanges, exprime le module d'élasticité de ces matériaux.

$$E_{Cd} = K.E_f.V_f + E_m.V_m$$

Dans cette équation, K, le coefficient d'efficacité des fibres, dépend de V_f et du rapport E_f/E_m. Sa valeur, évidemment inférieure à 1, est généralement comprise entre 0,l et 0.6.

Orientation des fibres	Direction de la contrainte	Efficacité du renforcement
Fibres totalement alignées	Parallèle aux fibres Perpendiculaire aux fibres	1 0
Fibres réparties aléatoirement et uniformément dans un plan	Toute direction dans le plan des fibres	3/8
Fibres réparties aléatoirement et Uniformément dans toutes les directions	Toute direction	1/5