Chapitre II

Traitements de base d'une image

Plan du chapitre

1. Transformations ponctuelles
2. Transformations de voisinage
3. Transformations spectrales
4. Transformations morphologiques

Objectifs

1. Comprendre la différence entre les différentes Transformations
2. Appliquer quelques transformations de base sur une image
3. Choisir la meilleure transformation dans une situation réelle (augmenter la brillance, réduire le bruit)

Transformations d’images

Principe:
Changer la valeur de chaque pixel d'une image I pour obtenir une nouvelle image I'. Cette image résultat a la même taille que I, mais des propriétés plus intéressantes.

Notation
La transformation est notée t :

$$I_{N_x \times N_y} \xrightarrow{t} I'_{N_x \times N_y}$$

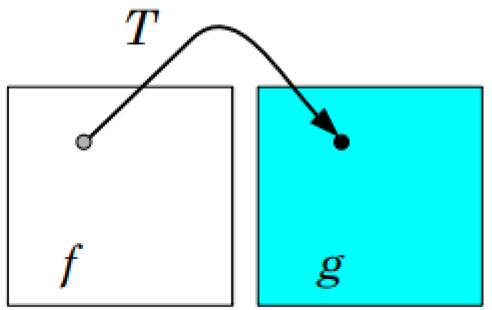
Types de transformations
-**Ponctuelles**
-**Locales (ou de voisinage)** :
-**Spectrales**
-**Morphologiques**

Exemple : seuillage, ajustement luminosité/contraste, opérations algébriques, opérations logiques et arithmétiques, manip. d'histogramme.

Transformations Ponctuelles

- La nouvelle valeur I'(x,y) est obtenue à partir de I(x,y) de l'image de départ seulement.

- Les transformations ponctuelles sont utilisées, souvent en visualisation, pour mettre en évidence des pixels satisfaisant à une propriété donnée.



Exemple:

- Les opérations arithmétiques
- Les opérations logiques
- Les opérations géométriques

Les opérations arithmétiques

Addition:

- ❑ Principe : I(a, b)= I1(a, b) + I2(a, b) pour tout pixel de coordonnées (a, b).
- ❑ Stratégies pour le dépassement de capacité :
  - Décalage des valeurs dans [0, 127] avant addition (perte du bit de poids faible).
  - Saturation : I (a, b) = min (I1(a, b) + I2(a, b), 255)

Image1 : I1(a, b)

Image2 : I2(a, b)

0.5*I1(a,b) + 0.5*I2(a, b)

Applications :

- Augmentation de la luminance d’une image (par addition d’une constante ou d’une image avec elle-même).
- Diminution du bruit dans une série d’images.

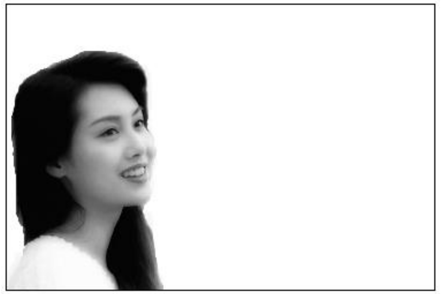
Les opérations arithmétiques

Soustraction:

- Principe : I(a, b)= I1(a, b) - I2(a, b) pour tout pixel de coordonnées (a, b).
- Stratégies pour le dépassement de capacité :
  - Saturation : I (a, b) = max (I1(a, b)-I2(a, b), 0)
  - Différence absolue : I (a, b) = Abs (I1(a, b) - I2(a, b)).

Image1 : I1(a, b)

Image2 : I2(a, b)



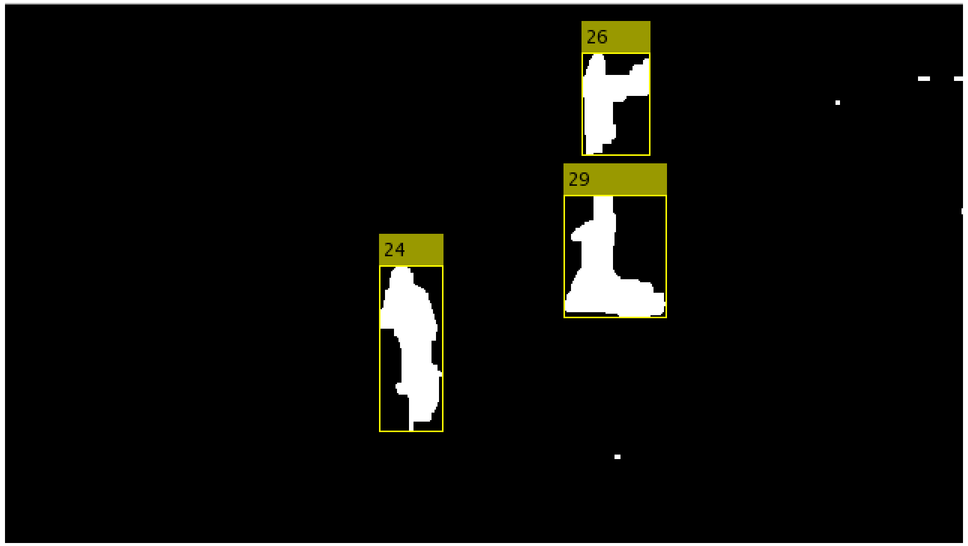
I1(a, b) – I2(a, b)

Applications :

- Diminution de la luminance d'une image
- Détection de changements entre les images :
  - i)Défauts (par comparaison avec une image de référence)
  - ii)Mouvements (par comparaison avec une autre image de la séquence)

Les opérations arithmétiques

App1: Détection de mouvement

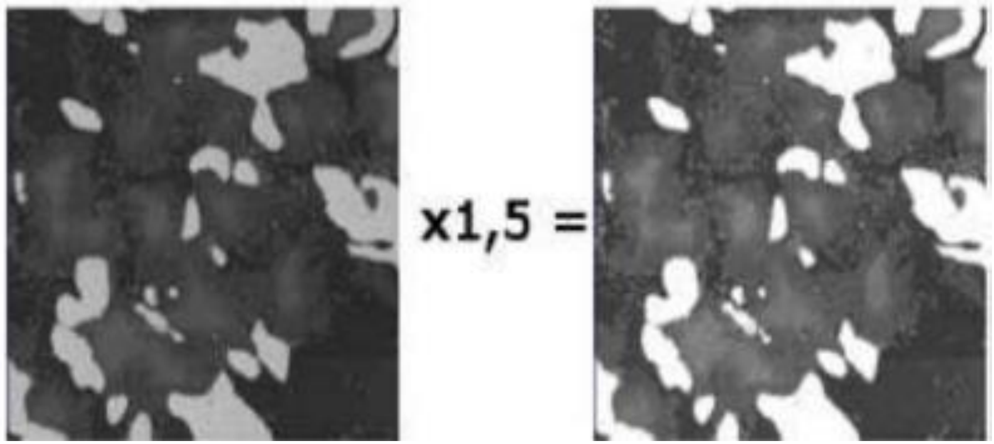


App2: La soustraction d'images est utilisée dans certaines applications pour mettre en évidence certains détails caractéristiques. Ainsi, en radiographie, on peut être intéressé à mettre en évidence certains organes par utilisation de matière colorante: on effectue une prise d'image aux rayons X d'un sujet : I1(x,y), puis après injection de matière colorante, on prend des images TV du même sujet : I2(x,y). On effectue alors la différence g(x,y) = I1(x,y) - I2(x,y) qui permet de donner une visualisation "dynamique" des détails intéressants.

Les opérations arithmétiques

<u>Multiplication</u>:

- Principe: la multiplication d’une image I par un facteur B:
  S(x,y)=Max(B*I(a, b);255)



Applications :

- Augmenter le contraste (augmenter la luminosité)

Les opérations logiques (ET,OU, NOT)

- Opérations réalisées bit par bit sur les images
- Appliquées à des images en niveaux de gris, les opérations logiques s’effectuent sur des chaînes de bits:

$$a = 131 \longrightarrow 10000011$$
$$\bar{a} \longrightarrow 01111100 \longrightarrow 124$$
$$124 + 131 = 255$$

$$a = 109 \longrightarrow 01101101, b = 89 \longrightarrow 01011001$$
$$a\&\&b \longrightarrow 01001001 \longrightarrow 73$$

et	0	1
0	0	0
1	0	1

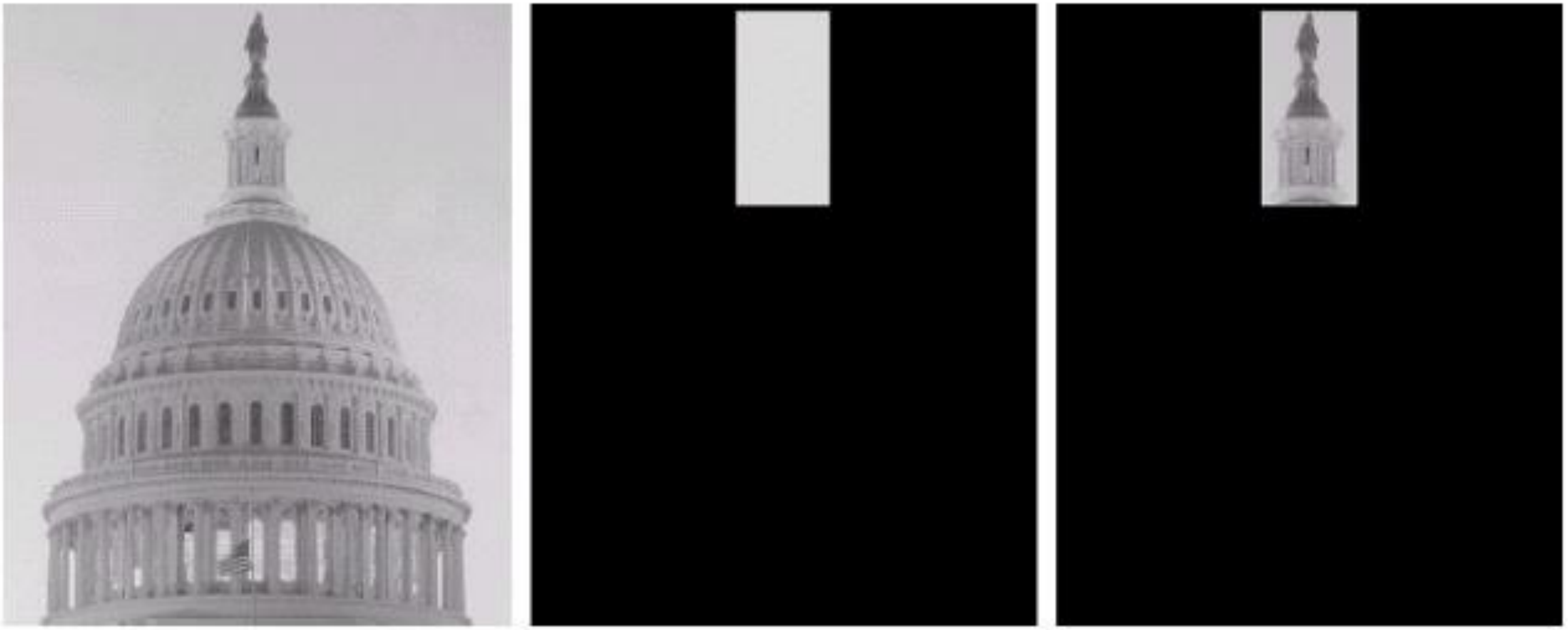
ou	0	1
0	0	1
1	1	1

xor	0	1
0	0	1
1	1	0

-	not
0	1
1	0

Les opérations logiques (ET,OU, NOT)

ET (découpage):
Pour une image donnée (a), la conception d'un masque (b) et le recours à une opération logique ET permet d'isoler une région d'intérêt dans une image (c).



Les opérations géométriques

- Translation
- Changement d’échelle
- Rotation

Les opérations géométriques

Translation

La translation d'un pixel (i, j) de vecteur $(t_i, t_j)^t$ s'exprime :

$$\begin{pmatrix} i' \\ j' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_i \\ t_j \end{pmatrix}$$

Les opérations géométriques

Changement d'échelle

Le changement d'échelle d'un pixel (i, j) de cœfficients α_i et α_j s'exprime :

$$\begin{pmatrix} i' \\ j' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_i & 0 \\ 0 & \alpha_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

Les opérations géométriques

Rotation

La rotation d'un pixel (i, j) d'angle θ (dans un repère au centre de l'image) s'exprime :

$$\begin{pmatrix} i' \\ j' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

Les opérations géométriques

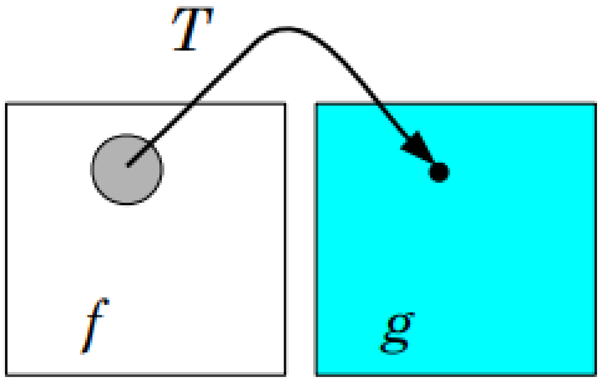
Déformation linéaire

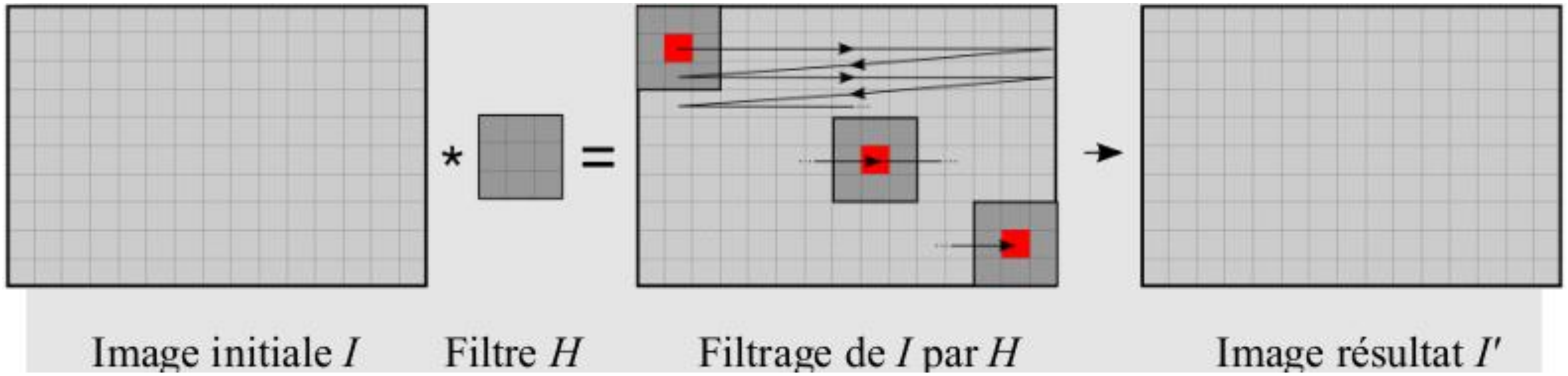
La déformation linéaire d'un pixel (i, j) de cœfficients β_{i_1}, β_{i_2}, β_{j_1} et β_{j_2} s'exprime :

$$\begin{pmatrix} i' \\ j' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{i_1} & \beta_{i_2} \\ \beta_{j_1} & \beta_{j_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

Produit de convolution

- Le produit de convolution est obtenu en parcourant les différents pixels de l'image tout en remplaçant à chaque fois la valeur du pixel en cours par une combinaison des pixels relatifs à son voisinage. La nouvelle valeur du pixel est donnée par la formule ci-dessous :

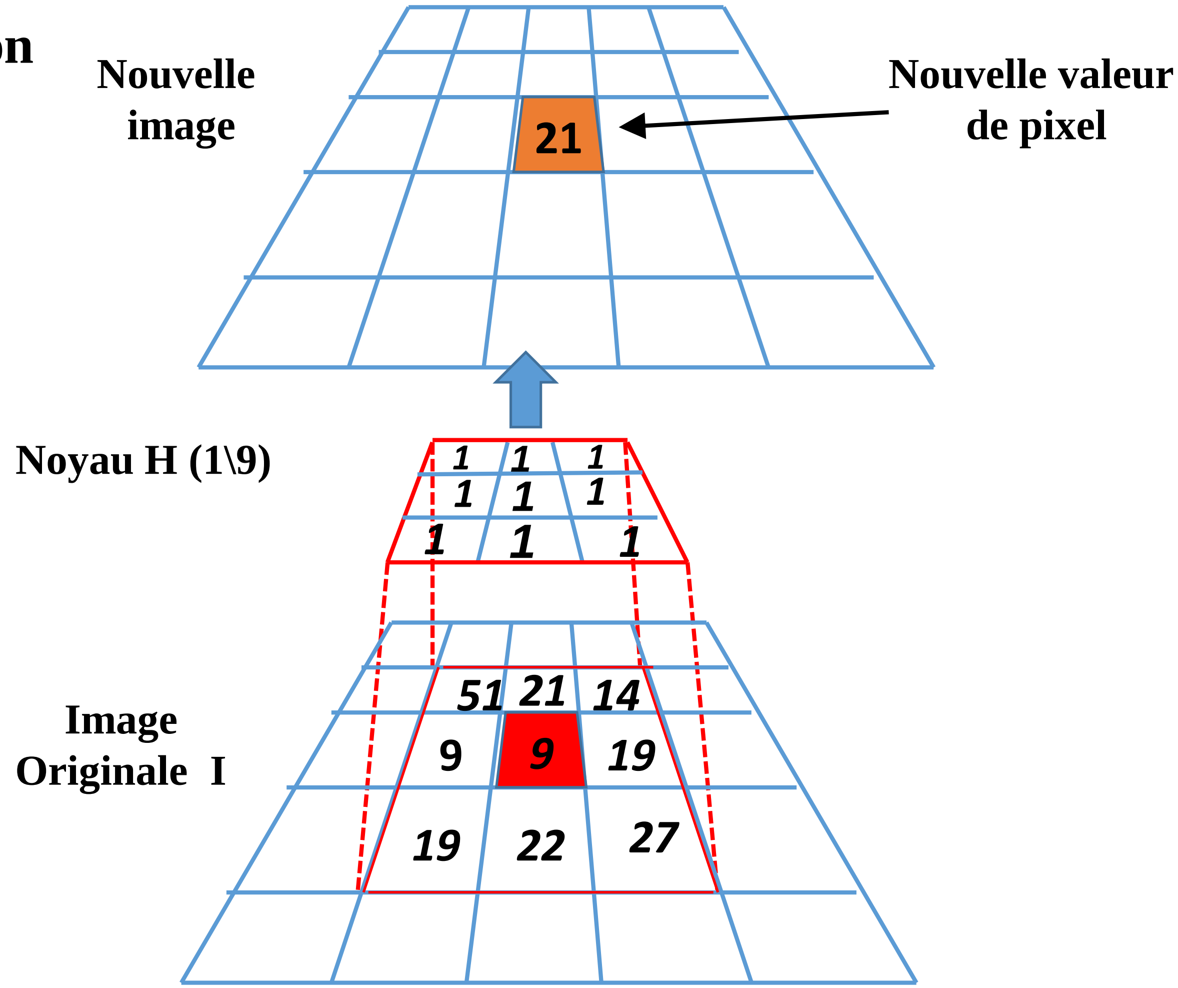




- **Formule** : L'image résultat de la convolution de I par H est donnée par :

$$I'(x,y)=(I*H)(x,y)=\sum_{\forall i}\sum_{\forall j} I(x-i,y-j).H(i,j)$$

Produit de convolution



$$\textbf{Nouvelle valeur de pixel} = \begin{bmatrix} 1\times 51 + 1\times 21 + 1\times 14 + \\ 1\times\ 9 + \ 1\times\ 9\ + 1\times 19 + \\ 1\times 19 + 1\times 22 + 1\times 27 + \end{bmatrix} /9 = 21$$

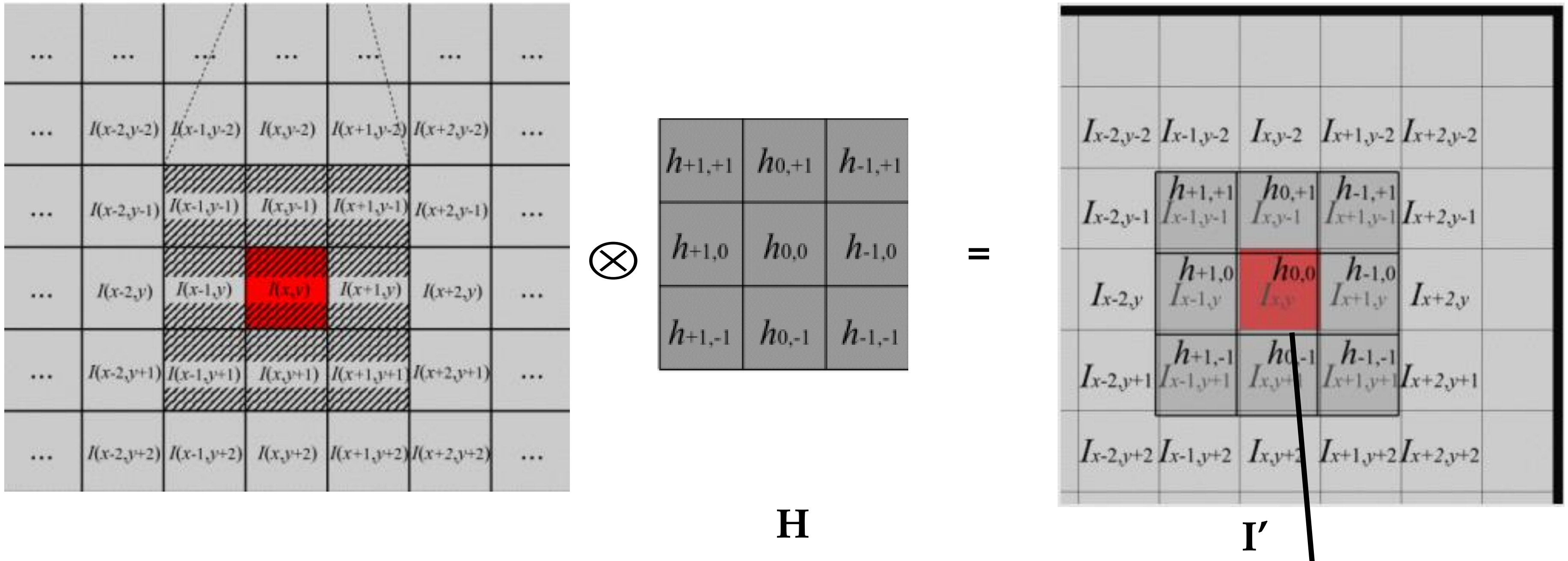
Produit de convolution

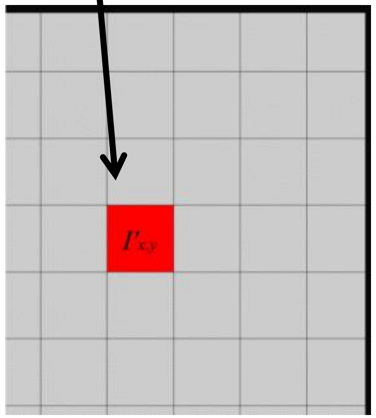
- Pour lisser une image, on utilise un filtre H (aussi appelé noyau de convolution ou fenêtre de convolution) dont la longueur et les coefficients déterminent la puissance du lissage.

- L'image lissée est alors obtenue par une convolution 2D entre l'image en niveau de gris I et le noyau (filtre) :

$$I_{lissée} = I \otimes H$$

- Le produit de convolution numérique d'une image par un noyau est une somme de multiplications

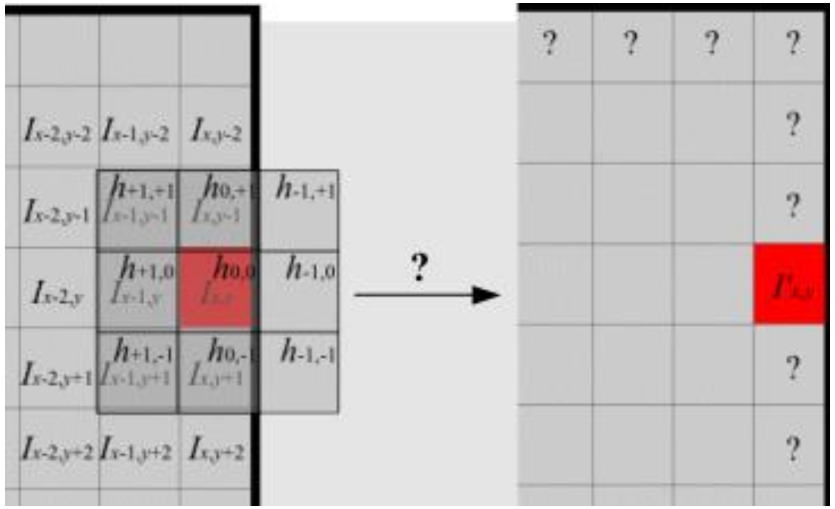




$$
\begin{aligned}
I'_{x,y} = \quad & I_{x-1,y-1}.h_{+1,+1}+I_{x-1,y}.h_{+1,0}+I_{x-1,y+1}.h_{+1,-1} \\
& +I_{x,y-1}.h_{0,+1}+I_{x,y}.h_{0,0}+I_{x,y+1}.h_{0,-1} \\
& +I_{x+1,y-1}.h_{-1,+1}+I_{x+1,y}.h_{-1,0}+I_{x+1,y+1}.h_{-1,-1}
\end{aligned}
$$

Produit de Convolution 2D : Effets de bords :

- Quelle stratégie pour les pixels se trouvant aux bords d’une image?



- Solutions envisagées :

  - Ne pas traiter les pixels se trouvant aux frontières de l’image.

  - Considérer les pixels extérieurs égales à zéro et on aura ainsi une convolution partielle

Transformation de Fourier

Si on considère un signal continu x(t, u), alors sa transformée de Fourier X(f , g) est donnée par :

$$X(f,g) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t,u)e^{-i2\pi(ft+gu)}dtdu \quad \text{avec} \quad (f,g) \in \mathbb{R}^2$$

Interprétation :
Projection de x(t, u) sur un ensemble de fonctions 2d de base {exp (2iπ(ft + gu))},
(f , g) ∈ IR2 = images de base
• X(f , g) = < x(t, u); e $^{i2\pi(ft+gu)}$ > : produit scalaire entre x(t, u) et la fonction 2d e $^{i2\pi(ft+gu)}$

Transformation de Fourier

Définitions:

- Partie réelle $X_R(f,g) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t,u)\cos\left(2\pi(ft+gu)\right) dtdu$ paire.
- Partie imaginaire $X_I(f,g) = -\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t,u)\sin\left(2\pi(ft+gu)\right) dtdu$ impaire.
- Module, ou spectre d'amplitude $|X(f,g)| = \sqrt{X_R(f,g)^2 + X_I(f,g)^2}$.
- Phase $\Phi(f,g) = \arctan\left(\frac{X_I(f,g)}{X_R(f,g)}\right)$.
- La fréquence fondamentale, pour $f = g = 0$, $X(0,0) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t,u)dtdu$

Transformation de Fourier

Reconstruction:

- On peut reconstruire le signal $x(t,u)$ à partir de sa représentation fréquentielle $X(f,g)$ par la formule :

$$x(t,u) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} X(f,g)e^{i2\pi(ft+gu)}dfdg$$

- Conséquence directe de la projection dans une base orthonormée :

$$x(t,u) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} < x(t,u); \Phi_{f,g}(t,u) > \Phi_{f,g}(t,u)dfdg \quad (12)$$

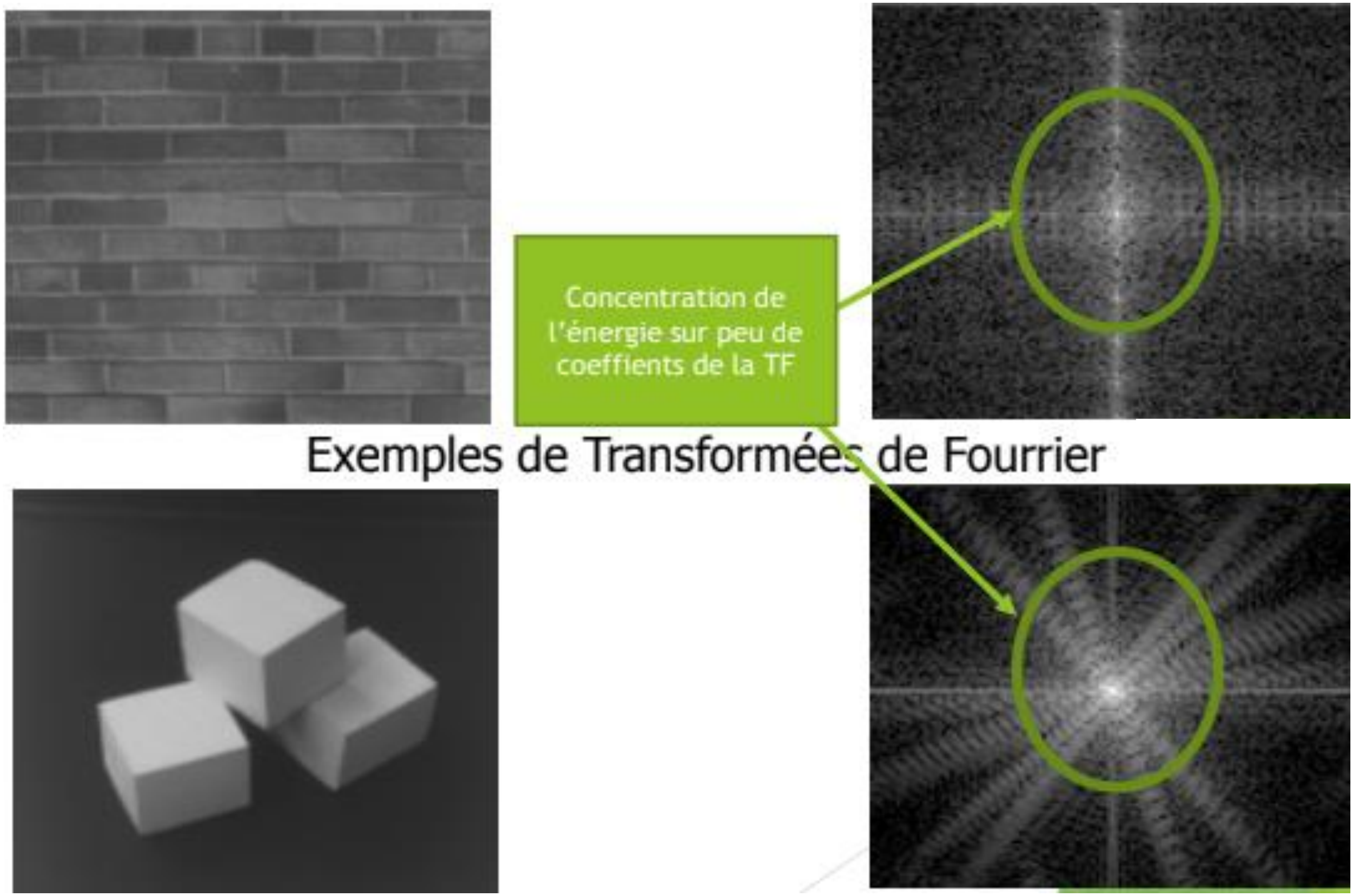
avec $\Phi_{f,g}(t,u) = e^{i2\pi(ft+gu)}$

Transformation de Fourier

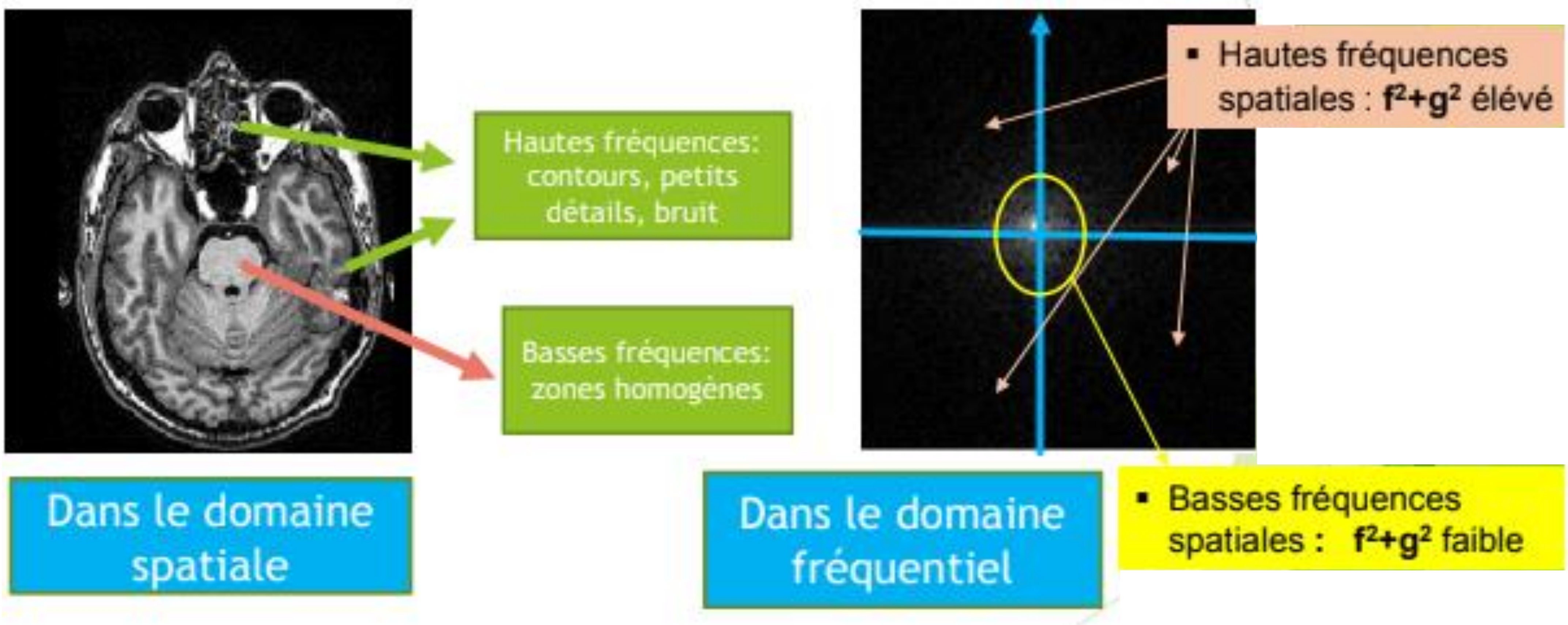
Propriétés:

		TF continue 1D		TF continue 2D	
		x(t)	X(f)	x (t,u)	X(f,g)
Linéarité	1	$x(t)+\lambda y(t)$	$X(f)+\lambda Y(f)$	$x(t,u)+\lambda y(t,u)$	$X(f,g)+\lambda Y(f,g)$
Translation	2	$x(t-t_0)$	$X(f)\,e^{-2i\pi f t_0}$	$x(t-t_0,u-u_0)$	$X(f,g)\,e^{-2i\pi(ft_0+gu_0)}$
contraction	3	$x(\alpha t)$	$\frac{1}{\lvert\alpha\rvert}X(\frac{f}{\alpha})$	$x(\alpha t,\beta u)$	$\frac{1}{\lvert\alpha\rvert\lvert\beta\rvert}X(\frac{f}{\alpha},\frac{g}{\beta})$
convolution	4	$x(t)\star y(t)$	$X(f)\cdot Y(f)$	$x(t,u)\star y(t,u)$	$X(f,g)\cdot Y(f,g)$
Produit	5	$x(t)\cdot y(t)$	$X(f)\star Y(f)$	$x(t,u)\cdot y(t,u)$	$X(f,g)\star Y(f,g)$

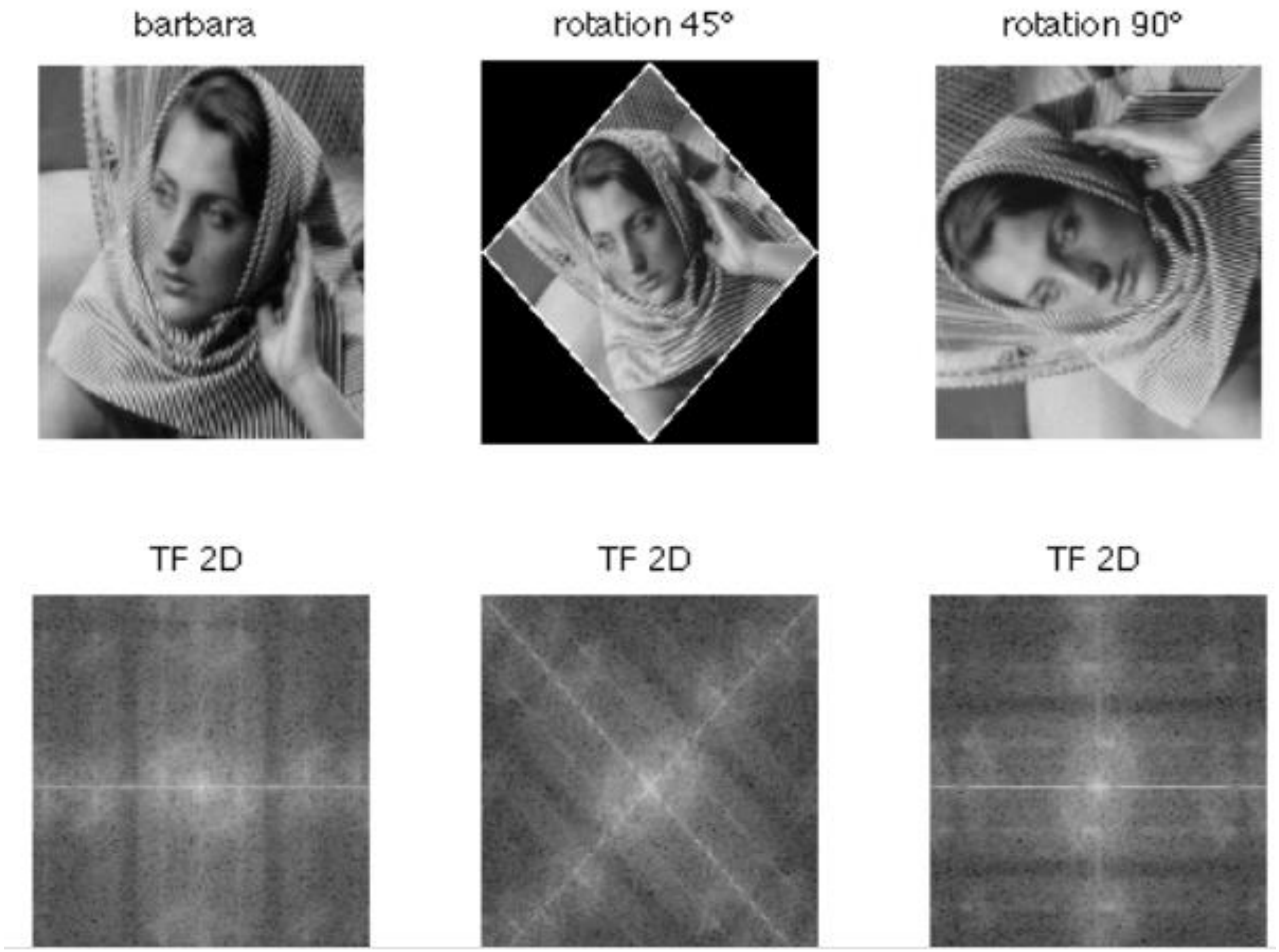
Transformation de Fourier



Transformation de Fourier



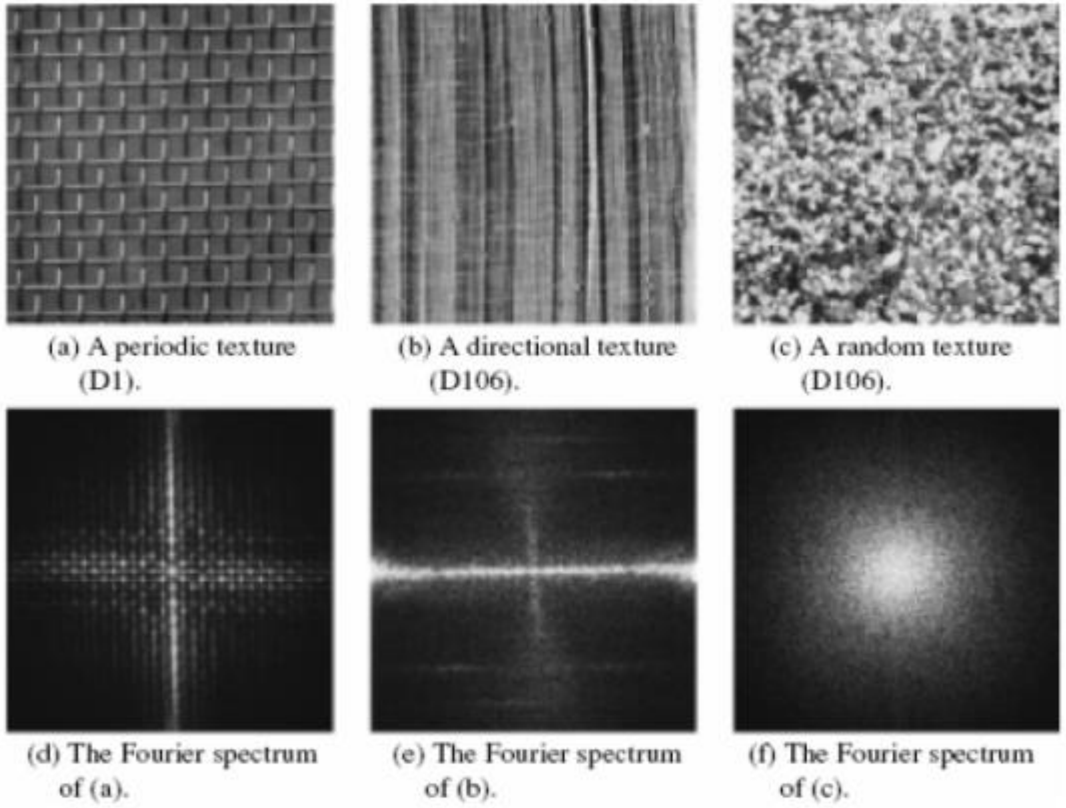
Transformation de Fourier



Transformation de Fourier

Propriétés:

La réponse fréquentielle de X(f , g) comporte une information structurelle sur la direction des fréquences spatiales



Transformation de Fourier

Application au filtrage

Objectifs: isoler le signal du bruit
Hypothèse: le bruit et le signal utile vont être portés par les composantes fréquentielles différentes:
Signal-BF
Bruit-HF

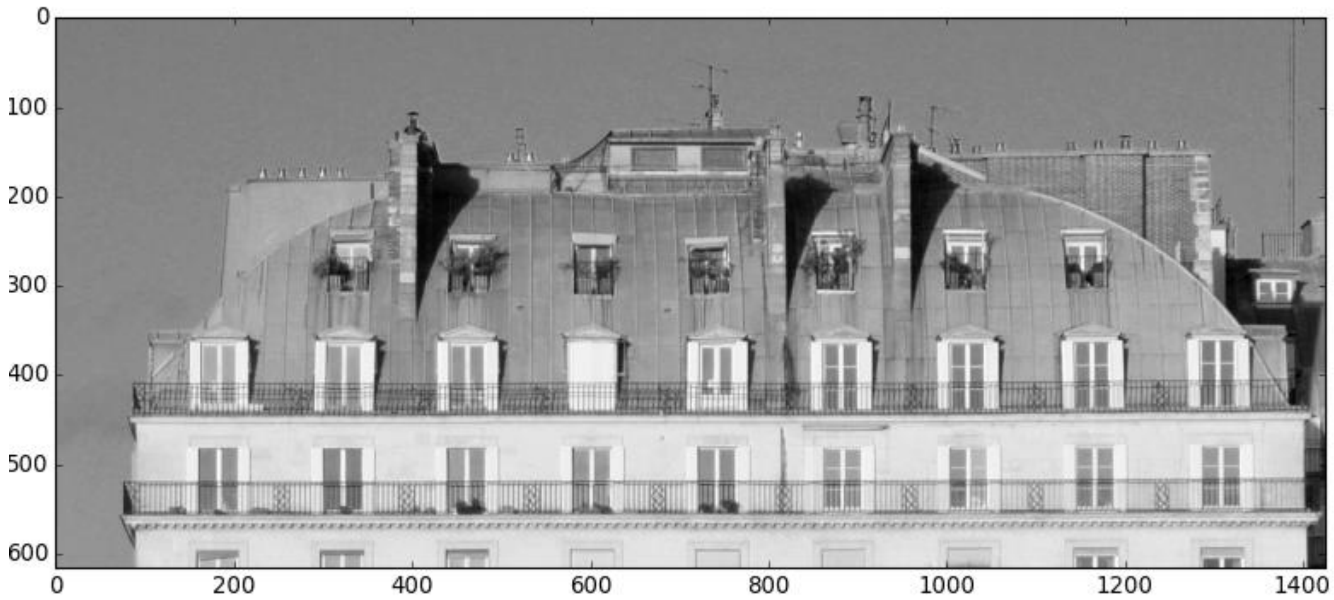
Méthodes de débruitage :
Mise à zéros des composantes fréquentielles qui correspondent aux hautes fréquences

Objectifs: réduire l’espace occupé par une image
Hypothèse: l’énergie d’une image concentré sur peu de coefficient de la BF, les HF ont une énergie négligeable.

Idée:
Ne conserver que les BF

Transformation de Fourier

Exemple:

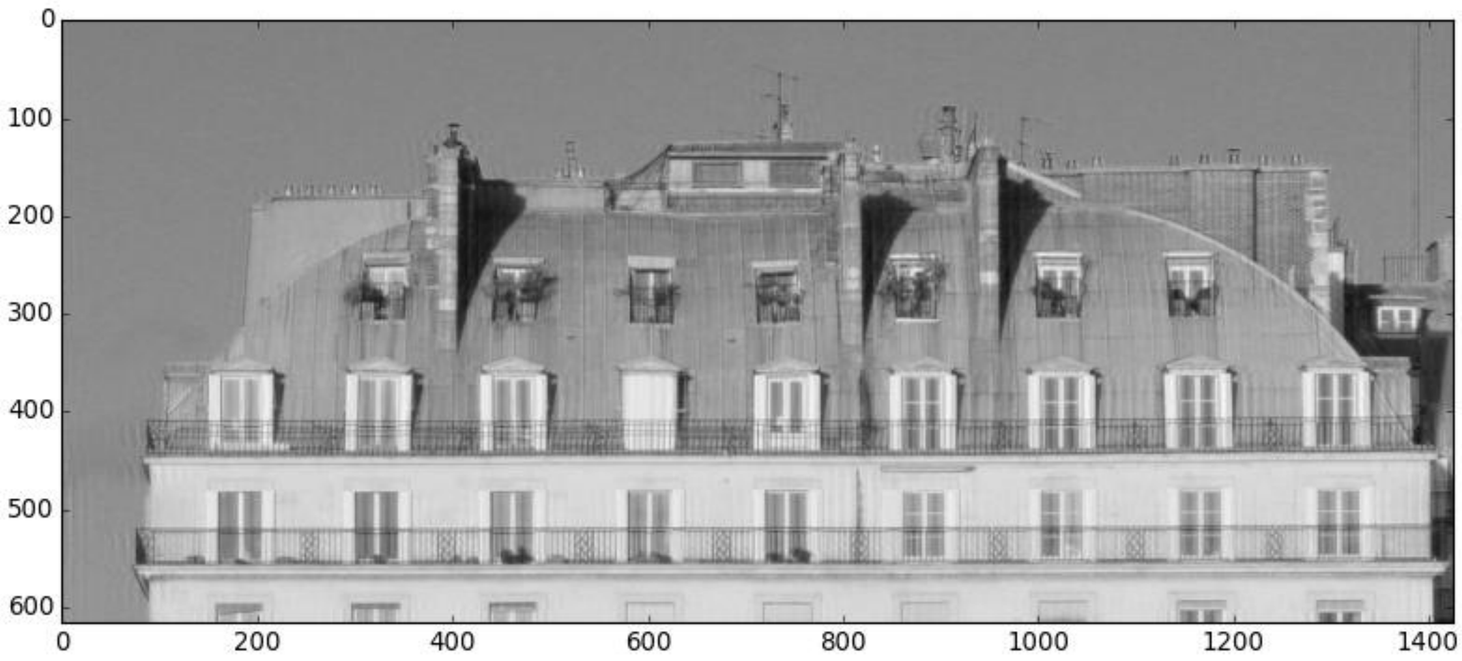


Cette photographie comporte une périodicité dans la direction X à cause de la répétition des fenêtres. Il y a aussi la répétition des barres des balustrades et des jonctions sur le toit en zinc. La périodicité des fenêtres est de 140 pixels, soit une fréquence de 1/140=0,00714, que l'on discerne sur le spectre sous forme de traits verticaux très rapprochées. Les barres des balustrades sont espacées de 6 pixels, soit une fréquence de 1/6=0,16. Le motif de la frise située sous le premier balcon a une période de 11 pixels, soit une fréquence de 1/11=0,091.

Transformation de Fourier

Exemple:

Comme exemple de filtre, considérons un filtre coupe bande gaussien qui agit sur les fréquences horizontales. On se sert de ce filtre pour enlever les traits situés à une fréquence horizontale multiple de 0,091, qui correspondent à une périodicité de 11 pixels.



Transformations morphologiques

- Technique de traitement d'image utilisée dans le but de détecter, améliorer ou modifier la forme, la structure et la topologie des objets présents dans l'image.

- Les opérations morphologiques sont couramment utilisées en traitement d'image pour effectuer des tâches telles que la détection de contours, la suppression du bruit, la segmentation d'objets et l'extraction de caractéristiques.

1. Dilatation : La dilatation d'une image consiste à élargir ou à agrandir les régions d'objets dans l'image. Elle est effectuée en balayant l'image avec un élément structurant (généralement une forme géométrique telle qu'un carré ou un cercle) et en élargissant les objets. La dilatation est souvent utilisée pour remplir les petits trous dans les objets et pour joindre des objets proches.

2. Érosion : L'érosion d'une image consiste à rétrécir ou à éroder les régions d'objets. Elle est effectuée en balayant l'image avec l'élément structurant et en retirant les parties des objets qui ne correspondent pas à la forme de l'élément structurant. L'érosion est utile pour éliminer les petites saillies ou le bruit autour des objets.