Université de Carthage
ENSTAB
Classes : TA1, TA2 &TA3
Enseignants : M. KERMANI, H. KHECHINI

Année Universitaire 2018/
Session de rattrap
Le Jeudi 13-06-
Durée 1h30

Examen d'Asservissement et Régulation Industrielle

Exercice N°1 (6pts)

Soit un CAN à rampe numérique de 10 bits de fréquence f=1Mhz, de tension pleine échelle PE=10,23V. Déterminer :

1. Le pas de progression du CAN.
2. L'équivalent décimal d'une tension $V_a = 3,728V$.
3. L'équivalent binaire de V_a .
4. La durée de conversion.
5. On donne l'équation récurrente suivante : $2x(k+2)-1.8x(k+1)+0.16x(k)=3e(k)$.

   Etablir expression de $x(nT)$ sachant que le signal d'entrée $e(k)$ est un échelon unitaire.

Exercice N°2 (6pts)

On considère le système asservi continu linéaire de la Figure .

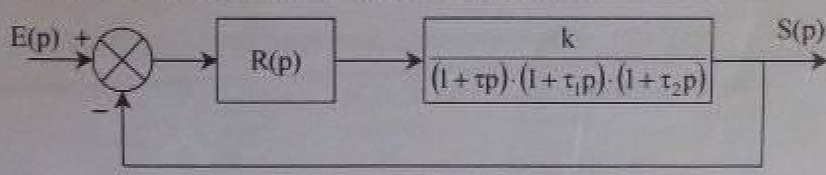

Figure 2

On donne $\tau = 0.1s$, $\tau_1 = 0.02s$ et $\tau_2 = 0.4s$.

1. R(p) = 1.

   1.1. Etudier la stabilité du système.

   1.2. Calculer l'erreur statique de position.

2. On désire améliorer les performances du système. On pose $R(p) = A\cdot(1+T_d p)\left(1+\frac{1}{T_i p}\right)$

2.1. Quelle est la nature de ce régulateur ?

2.2. Calculer l'erreur statique de position.

2.3. On impose $T_d = \tau_1$ et $T_i = \tau_2$. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée.

2.4. On impose un facteur d'amortissement $m = 0.7$, calculer la valeur du gain A.

Exercice N°3 (8pts)

On considère le système asservi échantillonné de la Figure .

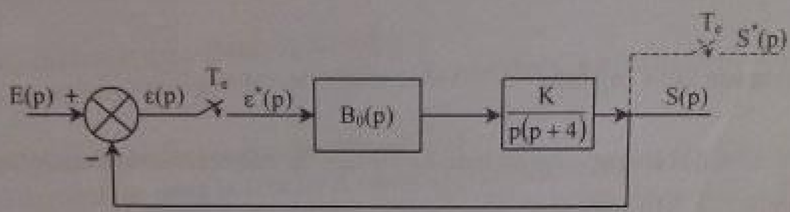

Figure 3

On donne $T_e = 0.1$s.

1. Déterminer la transmittance échantillonnée du système en boucle ouverte ($G(z) = S(z)/\varepsilon(z)$).
2. En déduire la transmittance échantillonnée du système en boucle fermée ($H(z) = S(z)/E(z)$).
3. Discuter la stabilité du système en boucle fermée en fonction du paramètre K (en utilisant le critère de Jury)
4. Pour $K = 45$, calculer :

   4.1. L'erreur statique de position ε_{Sp},

   4.2. L'erreur statique de vitesse ε_{Sv},

   4.3. L'équation de récurrence caractérisant le système,

   4.4. Les quatre premiers échantillons de la réponse indicielle unitaire du système (s(0), s(1), s(2), s(3)), sachant que les échantillons à l'entrée et à la sortie sont nuls pour les instants négatifs ($s(n) = e(n) = 0$ pour $n<0$).

N.B. : On rappelle que :

$$B_0(p) = \frac{1-e^{-T_e p}}{p} \; ; \qquad Z\left[\frac{1}{p}\right] = \frac{z}{z-1} \; ; \qquad Z\left[\frac{1}{p^2}\right] = \frac{T_e \cdot z}{(z-1)^2} \; ;$$

$$Z\left[\frac{a}{p^2(p+a)}\right] = \frac{T_e \cdot z}{(z-1)^2} - \frac{\left(1-e^{-aT_e}\right)\cdot z}{a(z-1)\cdot\left(z-e^{-aT_e}\right)}.$$

Ex n°1 : Rqme : $1023 = 2^{10} - 1$

① $p = \dfrac{PE}{2^{10}-1} = 10\ mV = 10 \cdot 10^{-3}\ V$

② $N_{(10)} = \dfrac{Va}{p} = 372{,}8\ V \xrightarrow{\text{arrondi}} 373$

③ $N_{(2)} \longrightarrow$ calculatrice : ..

$\longrightarrow 373_{(10)} = \underbrace{0101110101}_{10\ \text{bits}}{}_{(2)}$

$$
\begin{array}{l|l}
373 & 2 \\
1 & 186 \mid 2 \\
 & 0 \quad 93 \mid 2 \\
 & \quad 1 \quad 46 \mid 2 \\
 & \quad\quad 0 \quad 23 \mid 2 \\
 & \quad\quad\quad 1 \quad 11 \mid 2 \\
 & \quad\quad\quad\quad 1 \quad 5 \mid 2 \\
 & \quad\quad\quad\quad\quad 1 \quad 2 \mid 2 \\
 & \quad\quad\quad\quad\quad\quad \vdots
\end{array}
$$

Sens de lecture

④ $f_e = 1\ MHz = 10^6\ Hz \Rightarrow T_e = 10^{-6}\ s$

$\Rightarrow$ durée $= 10 \cdot T_e = 10^{-5}\ s$.

Ex n°2 :

1.1) $H(p) = \dfrac{K}{(1+\tau p)(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + K}$

$\vdots$

$$= \frac{K}{\tau_1\tau_2\tau_3 p^3 + (\tau_1\tau + \tau_1\tau_2 + \tau\tau_2)p^2 + (\tau+\tau_1+\tau_2)p + K+1}$$

Routh : • 1ère condition validée si $\boxed{K > -1}$

p^3	8.10^{-4}	$0{,}52$
p^2	5.10^{-2}	$K+1$
p		
1	$K+1$	

(X) : $\dfrac{5.10^{-2} \cdot 0{,}52 - 8.10^{-4}(K+1)}{5.10^{-2}}$

$\Rightarrow K < \dfrac{2{,}52}{0{,}08} = 31{,}5$

Donc, il faut que : $-1 < K < 31{,}5$.
pour que le système soit stable.

1.2) $G(p) = \frac{K}{p^{\alpha}} \frac{1}{(1+\tau p)(\ldots)} \ldots \Rightarrow$ classe : $\underline{\alpha = 0}$

et par suite, $\varepsilon_{sp} = \frac{1}{1+K}$

2.1) PID $\begin{cases} \text{Proportionnel} : A \\ \text{Integrateur} : \frac{1}{T_i p} \\ \text{Derivateur} : T_d \cdot p \end{cases}$

2.2) $R(p) = \frac{T_i p (A + A \cdot T_d \cdot p) + A + A \cdot T_d p}{T_i \cdot p}$

$= \frac{A \cdot [p(T_i + T_d + T_i T_d) + 1]}{T_i p}$

$\Rightarrow G(p) = \frac{A \cdot K \cdot [1 + p(T_i + T_d + T_i T_d)]}{T_i p (1+\tau p)(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$

classe de sys : $\alpha = 1 \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{1}{K'}$; $K' = \frac{AK}{T_i}$

2.3) $G(p) = \frac{AK[1 + p(\tau_2 + \tau_1 + \tau_2 \tau_1)]}{\tau_2 p (1+\tau p)(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$ $\begin{cases} T_i = \tau_2 \\ T_d = \tau_1 \end{cases}$

$H(p) = \frac{G(p)}{1+G(p)} = \frac{AK[1 + p(\tau_2 + \tau_1 + \tau_1 \tau_2)]}{\tau_2 p (1+\tau p)(1+\tau_2 p)(1+\tau_1 p) + AK[1 + p(\tau_2 + \tau_1 + \tau_1 \tau_2)]}$

Developpi hethi ? في الجنّة إن شاء الله

2.4) par identification avec sys d'ordre 2 $(m = 0{,}7) \Rightarrow$ Gain

Ex n° 3 : Donnée : $B_0 = \frac{1-e^{TeP}}{P}$

① $G(z) = \mathcal{Z}\left[B_0(P) \cdot L(P)\right]$, $L(P) = \frac{K}{P(P+4)}$

linéaire $= \mathcal{Z}\left[\frac{L(P)}{P} - e^{-TeP} \cdot \frac{L(P)}{P}\right]$ retard.

$= \mathcal{Z}\left(\frac{L(P)}{P}\right) - z^{-1} \cdot \mathcal{Z}\left(\frac{L(P)}{P}\right)$

$= (1-z^{-1}) \mathcal{Z}\left(\frac{L(P)}{P}\right)$

- $1 - z^{-1} = \frac{z-1}{z}$
- $z^{-1} = \frac{1}{z}$

• $\mathcal{Z}\left(\frac{L(P)}{P}\right) = \mathcal{Z}\left(\frac{K}{p^2(p+4)}\right) = \frac{K}{4} \mathcal{Z}\left(\frac{4}{p^2(p+4)}\right)$

$\mathcal{Z}\left(\frac{a}{p^2(p+a)}\right)$: donnée

$= \frac{K}{4}\left[\frac{Te \cdot z}{(z-1)^2} - \frac{(1-e^{-4Te})z}{4(z-1)(z-e^{-4Te})}\right]$

retour à $G(z) = \frac{(z-1)}{z} \cdot \frac{zK}{16(z-1)}\left[\frac{4Te}{(z-1)} - \frac{1-e^{-4Te}}{z-e^{-4Te}}\right]$

$= \frac{K}{16}\left(\frac{4Te}{z-1} - \frac{1-e^{-4Te}}{z-e^{-4Te}}\right)$ $T_e = 0{,}1$

$= \frac{K}{16}\left(\frac{0{,}4(z-0{,}67) - 0{,}33(z-1)}{(z-1)(z-0{,}67)}\right)$

$= \frac{(K/1{,}12)(z+0{,}886)}{(z-1)(z-0{,}67)}$

② $H(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{(K/1{,}12)(z+0{,}886)}{(z-1)(z-0{,}67) + \left(\frac{K}{1{,}12}\right)(z+0{,}886)}$

$$H(z) = \frac{(K/1{,}12)(z+0{,}886)}{D(z)}$$

$$D(z) = z^2 + \left(\frac{K}{1{,}12} - 1{,}67\right)z + \frac{0{,}886}{1{,}12}K + 0{,}67$$

③ Jury : * ① $\underbrace{\frac{0{,}886}{1{,}12}K + 0{,}67}_{D(0)} > 1$

coef de z^2

$\Rightarrow K > 0{,}417$.

* ② $D(1) > 0 \Rightarrow \frac{1+0{,}886}{1{,}12}K > 0 \Rightarrow K > 0$.

* ③ $D(-1) < 0 \Rightarrow K > 32{,}81$

$\Rightarrow$ Sys° stable <u>ssi</u> $K > 32{,}81$

④ 1) $G(z) = \frac{40{,}18(z+0{,}886)}{(z-1)(z-0{,}67)}$: classe $\alpha = 0$

$\Rightarrow \varepsilon_{sp} = \frac{1}{K+1} = \frac{1}{41{,}18} = 2{,}4\%$

2) $\varepsilon_{sp} = +\infty$