



## Corrigé Devoir Six Sigma

NB : les réponses doivent être justifiées par les formules et les détails de calcul

### Exercice I (08 points)

Un ingénieur qualité mesure les tensions de sortie des chargeurs des téléphones portables, il collecte aléatoirement 20 échantillons et il obtient une moyenne de 5.05 Volts et un écart type de 0.055 V

Si on prend un risque  $\alpha = 5\%$

1-Mentionner les formules et Calculer les intervalles de confiance de la moyenne et de l'écart type

$$X_{\text{bar}} = 5.05, s = 0.055; n = 20, V = n - 1 = 19; t_{\alpha/2} = 2.093; \chi_{\alpha/2} = 32.85 \quad \chi_{1-\alpha/2} = 8.91$$

$$- X_{\text{bar}} - t_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq X_{\text{bar}} + t_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} \quad 5.055 - 2.093 \cdot 0.055 / \sqrt{20} \leq \mu \leq 5.055 + 2.093 \cdot 0.055 / \sqrt{20}$$

$$5.0243 \leq \mu \leq 5.0756$$

$$- S \cdot \sqrt{(n-1)/\chi_{\alpha/2}} \leq \sigma \leq S \cdot \sqrt{(n-1)/\chi_{1-\alpha/2}} \quad 0.055 \cdot \sqrt{(19/32.85)} \leq \sigma \leq 0.055 \cdot \sqrt{(19/8.91)}$$

$$0.04182 \leq \sigma \leq 0.0803$$

2- Calculer le % des chargeurs qui auront une tension < 4.8 (tension inférieure V1) et la tension > 5.2 (tension supérieure V2)

$$Z_{Ti} = (X_{\text{bar}} - Ti) / \sigma; Z_{Ti} = (5.05 - 4.8) / 0.055 = 4.545; \quad Z_{Ts} = (Ts - X_{\text{bar}}) / \sigma; Z_{Ts} = (5.2 - 5.05) / 0.055 = 2.727$$

$$\Pr(X_i < Ti) = \Pr(Z < 4.55) = 3.4 \cdot 10^{-6} \quad \Pr(X_i > Ts) = \Pr(Z_{Ts} > 2.727) = 3.17 \cdot 10^{-3}$$

3- Les spécifications techniques du chargeur doit être  $5 \pm 0.2V$  calculer les indices de capabilité Cp et Cpk

$$Ts - Ti = (2.727 + 4.545) \sigma = 7.272 \sigma \quad Cp = (Ts - Ti) / 6 \sigma = 7.272 / 6 = 1.212 \quad \mathbf{Cp = 1.212}$$

$$X_{\text{bar}} - Ti = 4.545 \sigma, Ts - X_{\text{bar}} = 2.727 \sigma \quad Cpk = \min((X_{\text{bar}} - Ti) / 3 \sigma; (Ts - X_{\text{bar}}) / 3 \sigma) \quad Cpk = \min(4.545 / 3; 2.727 / 3)$$

$$\mathbf{Cpk = 0.909}$$

4- Si on considère que l'échantillon est à court terme, calculer les PPM des tensions (long terme) en dehors des limites de spécifications

$$Z_{LT} = Z_{CT} - 1.5 \sigma$$

$$Z_{Ti}(LT) = Z_{Ti}(CT) - 1.5 \sigma = 4.545 - 1.5 \cdot 0.055 = 4.463 \quad Z_{Ts}(LT) = Z_{Ts}(CT) - 1.5 \sigma = 2.727 - 1.5 \cdot 0.055 = 2.644$$

$$PPM = \Pr(Z_{Ts} > 2.644) + \Pr(Z_{Ti} < 4.463) \cdot 10^6 = (4150 + 3.398) \quad \mathbf{PPM = 4154}$$

5- Calculer les indices de capabilité de la population Pp et Ppk

$$Ts - Ti = (2.644 + 4.463) \sigma = 7.107 \sigma \quad Pp = (Ts - Ti) / 6 \sigma = 7.107 / 6 = 1.212 \quad \mathbf{Pp = 1.185}$$

$$X_{\text{bar}} - Ti = 4.463 \sigma, Ts - X_{\text{bar}} = 2.644 \sigma \quad Ppk = \min((X_{\text{bar}} - Ti) / 3 \sigma; (Ts - X_{\text{bar}}) / 3 \sigma) \quad Cpk = \min(4.463 / 3; 2.644 / 3)$$

$$\mathbf{Cpk = 0.881}$$

## Exercice II (12 points)

Une analyse MSA d'un système de mesure par la méthode ANOVA

Source	DF	SS	MS	F	P
part	9	820,933	.....	.....	0,000
operator	2	28,156	.....	.....	0,000
Repeatability	78	71,400	.....		
Total	89	920,489			

D'après le tableau ANOVA ci-dessus

- 1- Quel est le nombre de pièces, le nombre d'opérateurs et le nombre de répétitions des mesures effectués dans cette analyse

$$\text{Nbr pièce} = DF_{\text{part}} + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$\text{Nbr Opérateur} = DF_{\text{operator}} + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$\text{Nbr Opérateur} = DF_{\text{operator}} + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$\text{Nbr Total} = DF_{\text{total}} + 1 = 89 + 1 = 90 = \text{Nbr pièce} * \text{Nbr opérateur} * \text{Nbr répétition}$$

$$\text{Nbr répétition} = \text{Nbr Total} / (\text{Nbr opérateur} * \text{Nbr pièce}) = 90 / (10 * 3) = 3$$

- 2- Compléter le tableau ANOVA par le calcul du MS et la valeur F

$$MS = SS/DF \quad MS_{\text{part}} = 820.933/9 = 91.215, \quad MS_{\text{operator}} = 28.156/2 = 14.078$$

$$MS_{\text{rep}} = 71.42/78 = 0.916$$

$$F_{\text{part}} = MS_{\text{part}}/MS_{\text{repeatability}} = 99.62 \quad F_{\text{operator}} = MS_{\text{operator}}/MS_{\text{repeatability}} = 15.396$$

Une analyse MSA d'un système de mesure par la méthode ANOVA

Source	DF	SS	MS	F	P
part	9	820,933	91.215	99.62	0,000
operator	2	28,156	14.078	15.396	0,000
Repeatability	78	71,400	0.916		
Total	89	920,489			

- 3- Interpréter la valeur P

$$\alpha = 0.05$$

$$P_{\text{part}} \& P_{\text{operator}} = 0.00$$

$P < \alpha$  on rejette l'hypothèse  $H_0$  nul qui préconise qu'il n'y a pas d'impact dû aux pièces & opérateur

Et on confirme l'hypothèse alternatif (il y a un effet sur le système de mesure dû aux opérateur & pièce)

- 4- Compléter le tableau de contribution de chaque facteur (pièce, répétabilité et reproductibilité) et donner une interprétation préliminaire sur la fiabilité du système de mesure

Source	VarComp	%Contribution (of VarComp)
Total Gage R&R	1,3541	11.89%
Repeatability	0,9154	8.04%
Reproducibility	0,4387	3.85%
Part-To-Part	10,0333	88.11%
Total Variation	11,3874	100,00

On Remarque que la contribution de part-to-part est 88.11% dans la variation totale et 11.89% du système de mesure (contribution faible) donc on estime qu'on va avoir un système de mesure acceptable

5- Calculer la variabilité de chaque facteur

$$\sigma_{\text{part}} = \sqrt{\text{variancepart}} = \sqrt{10.0333} = 3.167$$

$$\sigma_{\text{MS}} = \sqrt{\text{Total gage R\&R}} = \sqrt{1.3541} = 1.163$$

$$\sigma_{\text{Total}} = \sqrt{\text{Totalvariation}} = \sqrt{11.3874} = 3.3745$$

6- Calculer et interpréter l'indice P/TV (précision/variabilité totale)

$$P/TV = \sigma_{\text{MS}} / \sigma_{\text{Total}} * 100 = 1.163 / 3.3745 * 100 = 34.46\%$$

P/TV > 30% on doit pas utiliser le système de mesure actuel

7- Calculer et interpréter l'indice P/IT (précision/Intervalle de tolérance) sachant que l' IT=40

$$P/IT = 5.15 \sigma_{\text{MS}} / IT_l * 100 = 5.15 * 1.163 / 40 * 100 = 14.97\%$$

10% < P/IT < 30% le système peut être utilise sous condition de mener des actions d'amélioration

8- Calculer et interpréter l'indice de discrimination

$$DC = 1.414 * \sigma_{\text{part}} / \sigma_{\text{MS}} = 1.414 * 3.167 / 1.163 = 3.85$$

DC < 4 on doit pas utiliser le système de mesure actuel

9- Quel Indice est le plus approprié dans ce cas

Dans notre cas le client exige un intervalle de tolérance donc l'indice le plus approprié est P/IT

10- Quel action à entreprendre pour le système de mesure

La contribution de l'opérateur dans la variance total est 3.85% ce qui montre qu'on a pas un problème de compétence des opérateurs, la contribution dans le MS provient principalement de la répétabilité (Instrument de mesure 8.04% soit 68% gage R&R)

- Revoir les spécifications (intervalle de tolérance)
- Vérifier la Cpk si elle est suffisamment grande on n'aura pas un grand impact sur le classement des produits (bon/mauvais) si non on risque de refuser des pièces bonnes (risque producteur)
- Utiliser l'abaque de correction de l'indice Cpk