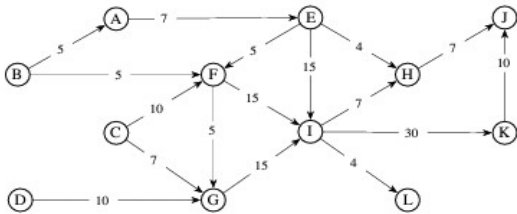


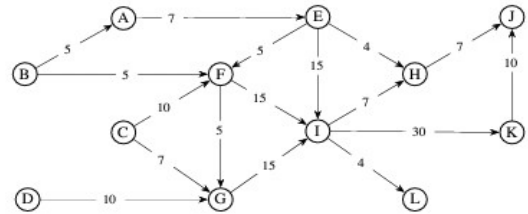
Scilab et Metanet – Exercice n° 3 : adduction d'eau

Trois villes J , K et L sont alimentées en eau grâce à quatre réserves A , B , C et D . Les réserves journalières disponibles sont de 15 milliers de m^3 pour A , C et D et de 10 milliers de m^3 pour B . Le réseau de distribution est schématisé par le graphe ci-dessous (les débits maximaux, en milliers de m^3 par jour, sont indiqués sur chaque arc).



Scilab et Metanet – Exercice n° 3 : adduction d'eau

Ces trois villes en pleine évolution désirent améliorer leur réseau d'alimentation afin de satisfaire des besoins futurs plus importants. Une étude a été faite et a permis de déterminer les demandes journalières maximales probables, à savoir, pour la ville J , 15 milliers de m^3 , pour la ville K , 20 milliers de m^3 et 15 milliers de m^3 pour la ville L .



Scilab et Metanet – Exercice n° 3 : adduction d'eau

Question 1

Déterminez la valeur du flot maximal pouvant passer dans le réseau actuel et donnez la coupe minimale correspondante.

Question 2

La valeur de ce flot est jugée nettement insuffisante, aussi le conseil intercommunal décide-t-il de refaire les canalisations (A, E) et (I, L) . Déterminez les capacités à prévoir pour ces deux canalisations et la valeur du nouveau flot optimal.

Question 3

Devant l'importance des travaux, le conseil intercommunal décide de ne pas refaire les deux canalisations en même temps. Dans quel ordre doit-on entreprendre leur réfection de façon à augmenter, après chaque tranche de travaux, la valeur du flot optimal passant dans le réseau ?

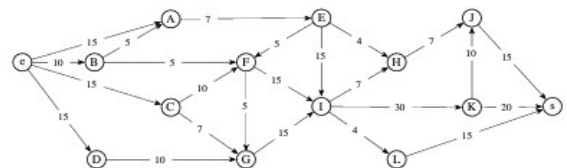
Question 4

Quelles sont, après chaque tranche de travaux, les valeurs des flots optimaux ?

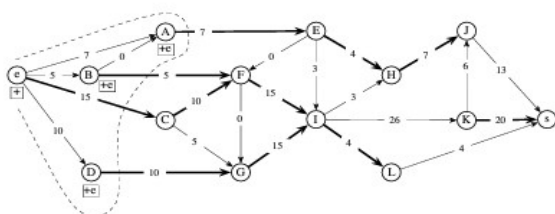
Scilab et Metanet – Exercice n° 3 : adduction d'eau

Le problème est de trouver un flot maximal dans le graphe en essayant de satisfaire au mieux les besoins des villes J , K et L , compte tenu des disponibilités en A , B , C et D . On transforme donc le graphe en un réseau de transport en créant :

- une entrée fictive e et les arcs (e, A) , (e, B) , (e, C) et (e, D) de capacités respectives 15, 10, 15 et 15,
- une sortie fictive s et les arcs (J, s) , (K, s) , et (L, s) de capacités 15, 20 et 15.



Scilab et Metanet – Exercice n° 3 : adduction d'eau



Le flot optimal a pour valeur 37. La coupe minimale est indiquée en traits pointillés.

Scilab et Metanet – Exercice n° 3 : adduction d'eau

On désire augmenter les capacités des canalisations (A, E) et (I, L) . Sachant que :

- il ne peut arriver au maximum que $15 + 5 = 20$ milliers de m^3 en A ,
- il ne peut partir au maximum que $5 + 15 + 4 = 24$ milliers de m^3 de E ,

le flot sur l'arc (A, E) pourra être égal au plus à $\min(20, 24)$ soit 20 milliers de m^3 .

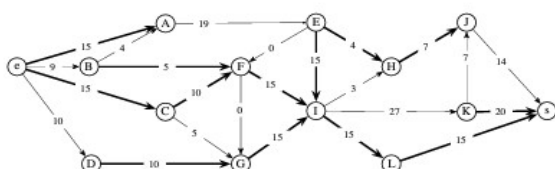
De même,

- il ne peut arriver au maximum que $15 + 15 + 15 = 45$ milliers de m^3 en I ,
- il ne peut partir au maximum que 15 milliers de m^3 de L ,

le flot sur l'arc (I, L) pourra être égal au plus à $\min(45, 15)$ soit 15 milliers de m^3 .

On cherche alors un nouveau flot maximal avec ces nouvelles capacités maximales.

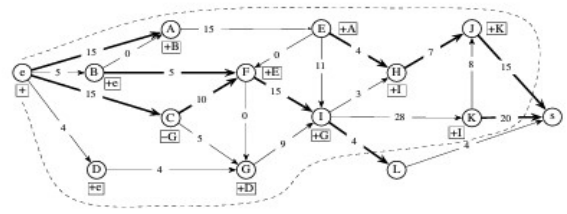
Scilab et Metanet – Exercice n° 3 : adduction d'eau



Le flot optimal a pour valeur 49.

Scilab et Metanet – Exercice n° 3 : adduction d'eau

Après réfection de la canalisation (A, E) et augmentation de sa capacité à 20 milliers de m^3 , le flot optimal est de 39 milliers de m^3 :



On constate qu'après cette réfection, l'arc (I, L) appartient à la coupe minimale : sa réfection permet ensuite d'obtenir un flot égal à 49 milliers de m^3 .