

PLAN

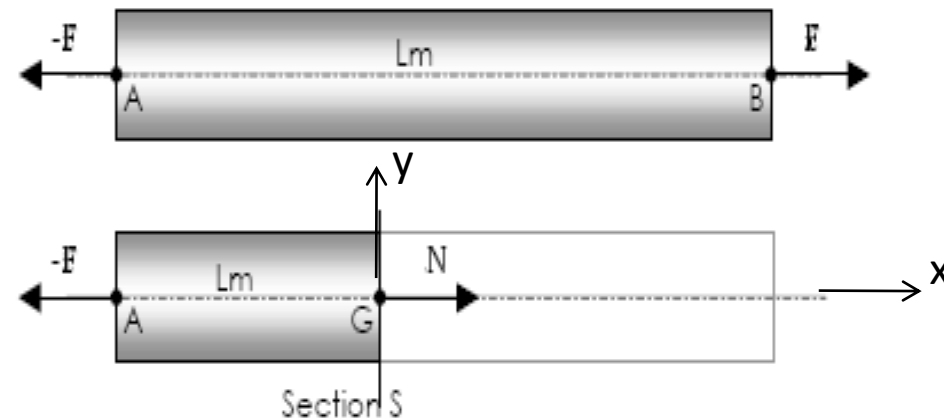
- 1. Introduction**
- 2. Rappel : La Statique**
- 3. Théories élémentaires de la Résistance Des Matériaux « RDM »**
- 4. Torseur des efforts intérieurs-Notion de contraintes**
- 5. Traction simple – Compression simple**
- 6. Cisaillement simple**
- 7. Torsion des poutres circulaires**
- 8. Flexion simple**
- 9. Flambement**

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

A-Traction Simple

I-Définition

Une poutre est sollicitée en traction simple lorsqu'elle est soumise à deux forces directement opposées appliquées au centre des surfaces de section extrême et qui tendent à l'allonger.



Dans le repère (G, x, y, z) tout les éléments de réduction en G de torseur des efforts intérieurs s'exprime par :

$$\left\{ \tau_{\text{int}} \right\}_G = \begin{Bmatrix} N \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Si $N > 0$: la poutre est soumise à de la traction

Si $N < 0$: la poutre est soumise à de la compression

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

II- Relation contrainte/effort normal

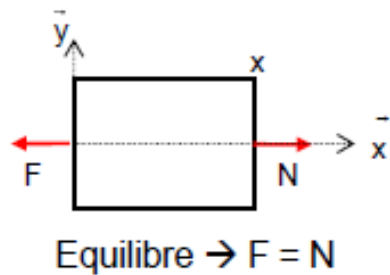
$$\{\tau_{int}\} = \begin{Bmatrix} N\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{T}(M, \vec{n})dS \\ \overrightarrow{GM} \wedge \vec{T}(M, \vec{n})dS \end{Bmatrix}$$



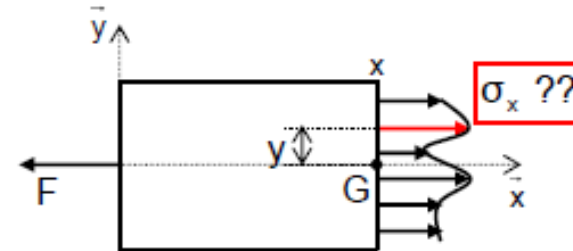
$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \sigma_x \vec{x}$$



$$\{\tau_{int}\} = \begin{Bmatrix} \iint (\sigma \vec{x}) dS \\ \iint (\overrightarrow{GM}) \wedge \sigma \vec{x} dS \end{Bmatrix}$$



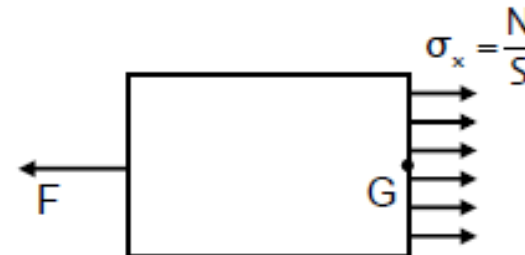
$$N(x) = \iint_{(S)} \sigma_x dS$$



➤ Hypothèse basé sur des résultats expérimentaux et sur l'hypothèse de linéarité contrainte/déformation

$$\sigma_x = cte$$

$$N\vec{x} = \iint (\sigma \vec{x}) dS = \sigma \vec{x} \iint dS \text{ avec } \iint dS = S$$

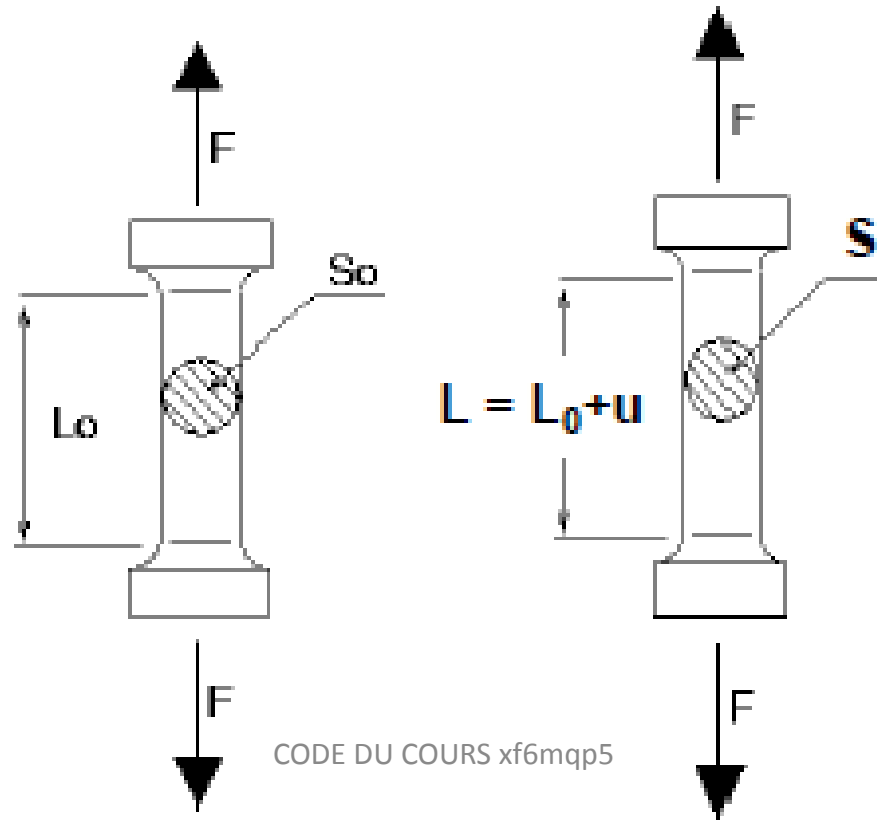


$$\sigma = \frac{N}{S}$$

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

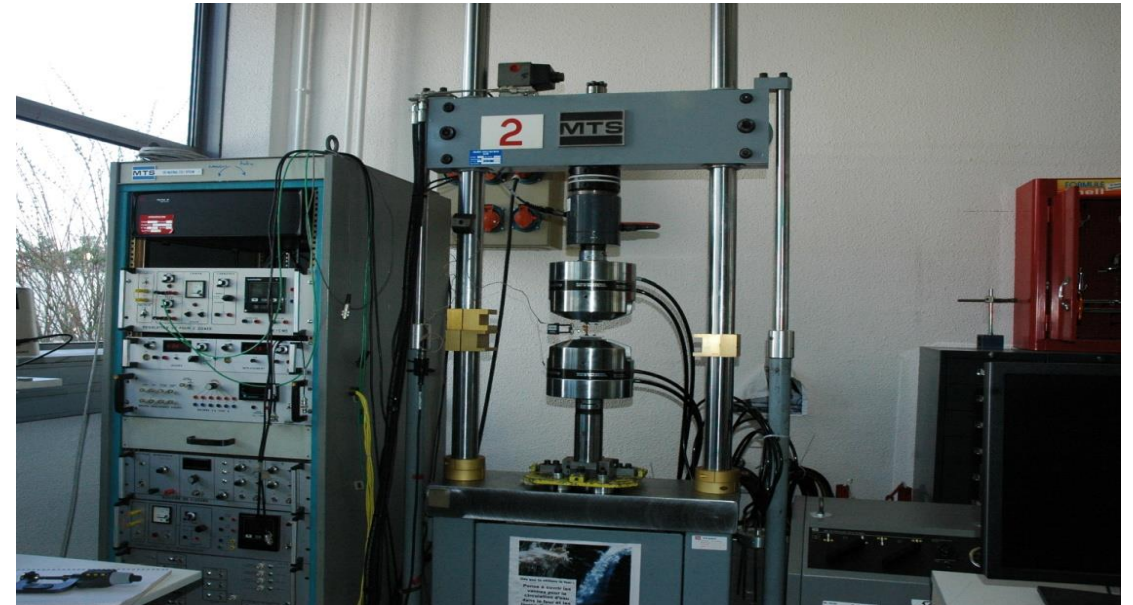
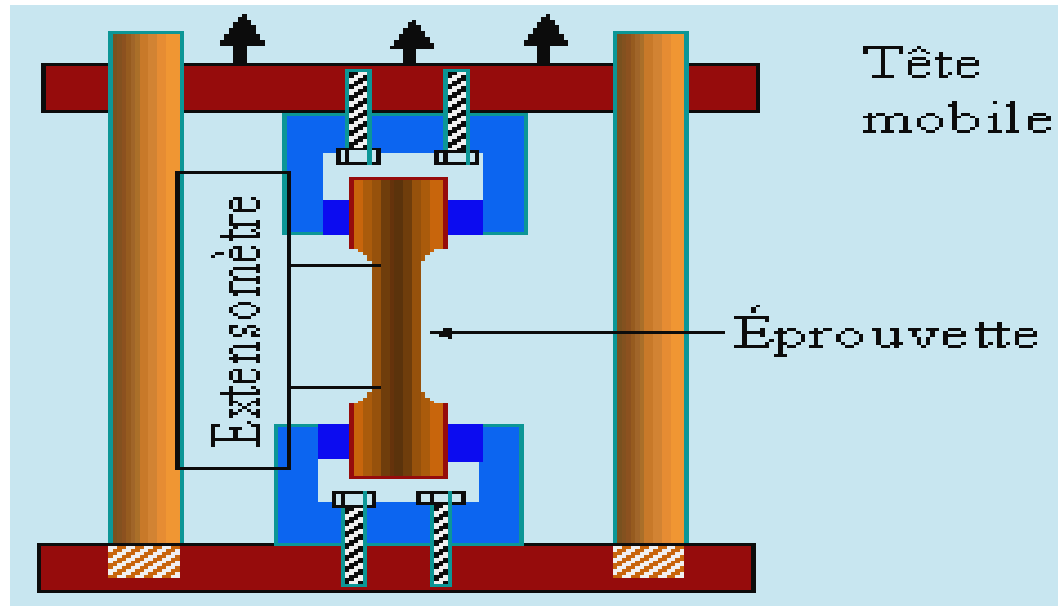
III- Principe de l'essai

- Cet essai ou expérience consiste à exercer sur une éprouvette de forme normalisée 2 forces colinéaires, alignées et de sens opposés.
- On enregistre l'allongement et la force.



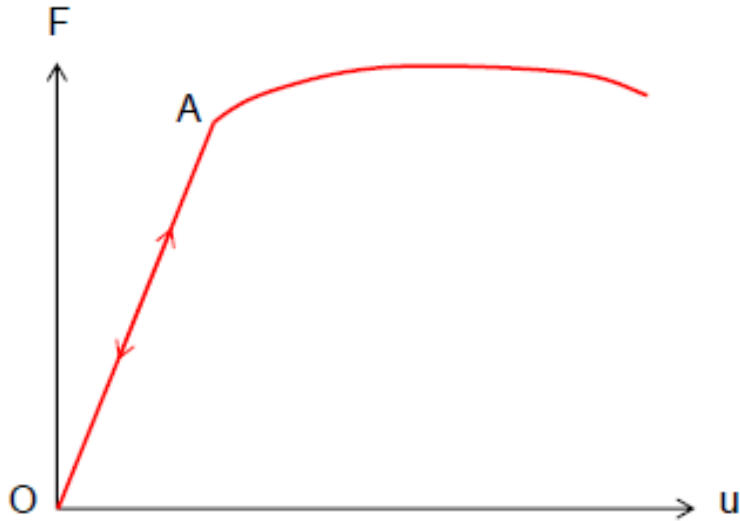
TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

→ En pratique: on place une petite barre du matériau à étudier entre les mâchoires d'une machine de traction qui tire sur la barre jusqu'à sa rupture.

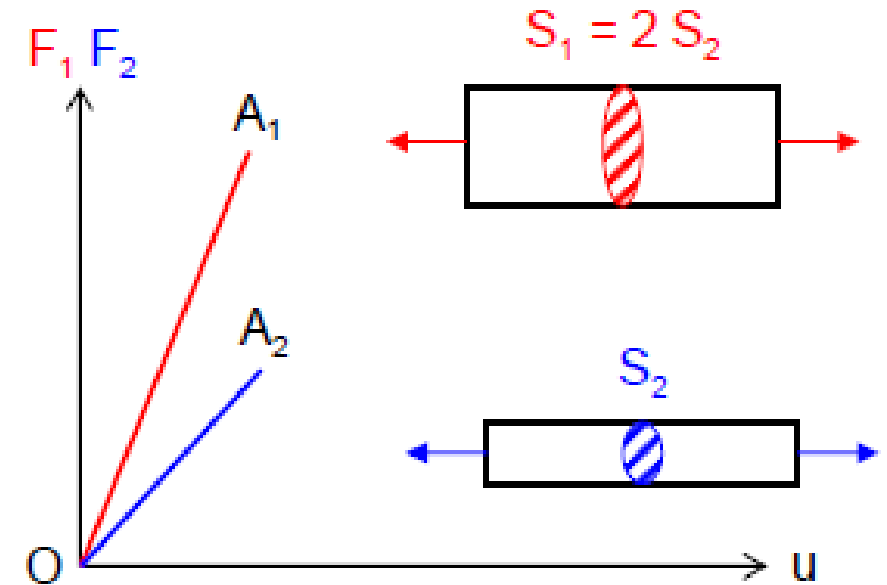


TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

Courbe expérimentale



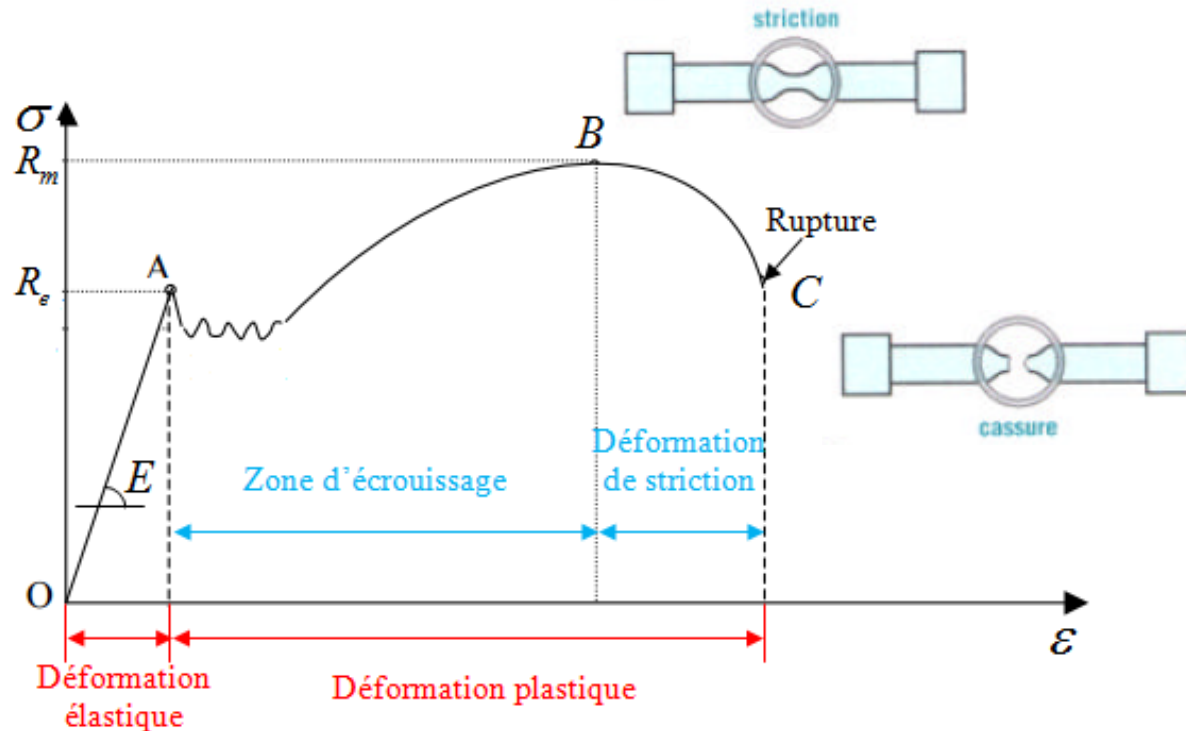
Problématique



→ Courbes obtenues pour un même matériau avec 2 éprouvettes différentes

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

▪ Solution → La normalisation



Avec

$$\sigma = \frac{F}{S_0} (MPa)$$

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

➤ O à A : zone de déformation élastique (réversible) ;

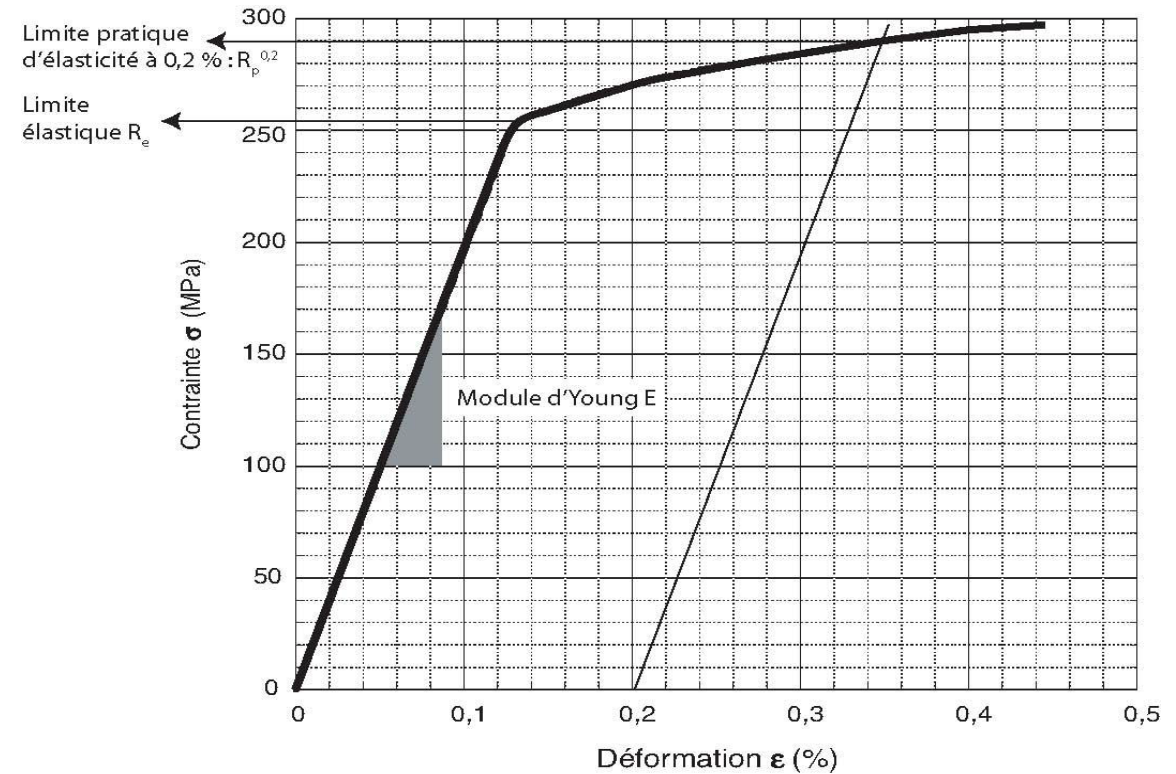
➤ A à B : zone de déformation plastique répartie (zone d'écrouissage) ;

➤ B à C : zone de déformation plastique non répartie. Il y a striction de l'éprouvette jusqu'à la rupture (en C).

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

L'essai de traction donne plusieurs valeurs importantes :

- R_e : Limite élastique (MPa) ;
- $R_{p0,2}$: Limite élastique conventionnelle à 0,2 (MPa) ;
- E : module d'élasticité ou module de Young (MPa);
- R_m : Contrainte maximale (MPa) ;
- R_r : Contrainte à la rupture (MPa) ;
- $A(\%)$: l'allongement à la rupture;
- L_u : longueur ultime après rupture (mm);
- L_0 : longueur initiale (mm);
- $Z(\%)$: Coefficient de striction;
- S_u : Section ultime après rupture (mm^2)
- S_0 : Section initiale (mm^2)



TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

- Dès qu'un matériau subit une déformation dans une direction, il en subit aussi une autre dans l'autre direction. On constate expérimentalement que le rapport est constant pour un matériau donné. Ce rapport est appelé *coefficient de Poisson* et est noté ν . On a donc:

$$-\frac{\epsilon_t}{\epsilon} = \nu$$

- Le coefficient ν est borné : il est positif et inférieur à 0,5.
- Si ν était négatif, on aurait une augmentation du diamètre d'un barreau en traction. La limite supérieure de 0,5 correspond à un matériau incompressible.

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

Matériau	Module d'Young (E MPa)	Coefficient de Poisson ν sans dimension	Limite pratique d'élasticité R_p en MPa
Acier	210 000	0, 29	450
Aluminium	70 000	0, 34	270
Verre	60 000	0, 24	65 (en compression)
Polystyrène	3 000	0, 4	48

IV-Relation contrainte-déformation

- Dans la zone élastique, on peut écrire une relation linéaire entre la contrainte normale et la déformation:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Loi de Hook}$$

- Soit encore :

$$\frac{N}{S} = E \cdot \varepsilon$$

- Ainsi, on peut aussi exprimer la déformation en fonction de l'effort normal

$$\varepsilon = \frac{N}{S \cdot E}$$

V-Relation contrainte-déplacement

Lorsque la déformation est homogène sur toute la longueur de la poutre, comme c'est le cas dans l'essai de traction, alors on a:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

VI-Critère de dimensionnement

Pour dimensionner la poutre on peut utiliser deux types de critères:

- un critère en contrainte
- un critère en déplacement

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

Critère en contrainte

- Le critère en contrainte va traduire le fait que le matériau doit rester dans la zone élastique.

$$\sigma \leq R_p$$

- On prend classiquement en compte un coefficient de sécurité $S > 1$ pour vérifier ce critère qui s'écrit alors:

$$\sigma \cdot S \leq R_p$$

Critère en déplacement

Le critère en déplacement traduit, moyennant un coefficient de sécurité s , que le déplacement en un point M (par exemple le point où le déplacement est maximum) doit rester inférieur à une valeur donnée dépendant des conditions d'utilisation U_{lim} :

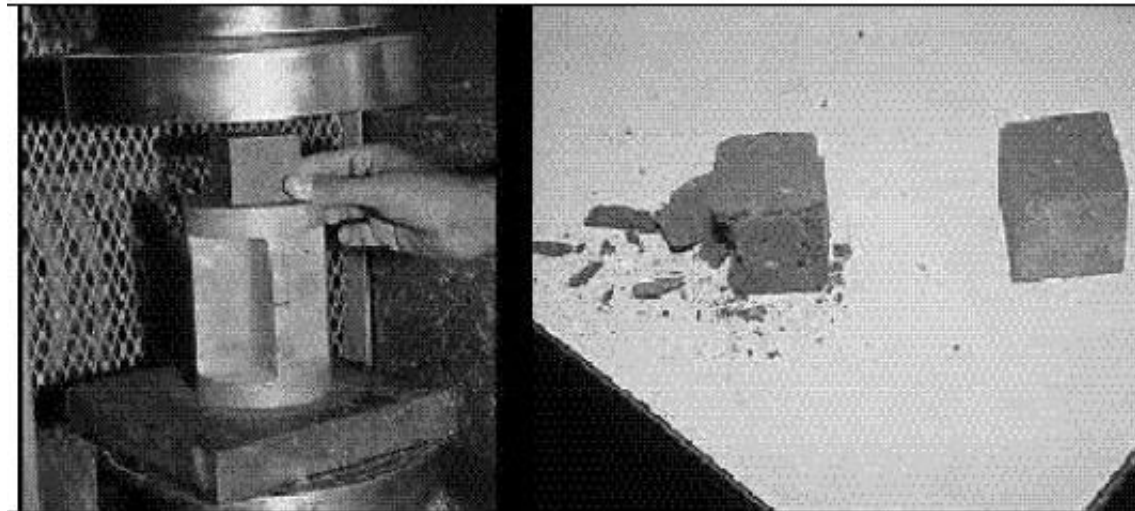
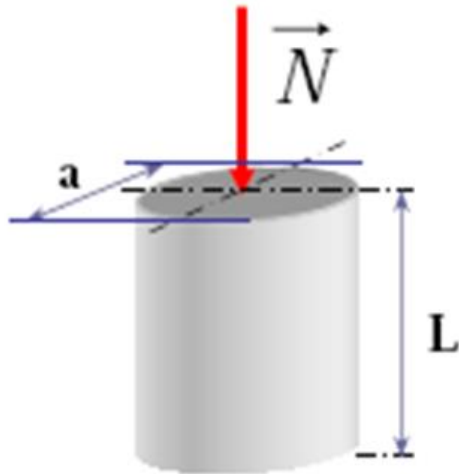
$$S' U(M) \leq U_{lim}$$

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

B-Compression Simple

I-Définition

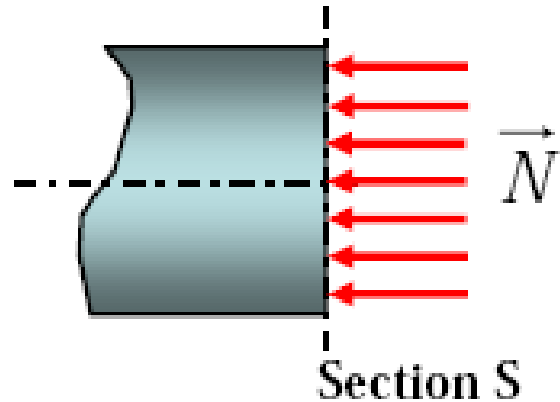
Une poutre est soumise à un effort de compression avec 2 efforts exercés avec une direction correspondant à la longueur de la pièce.



→ Les efforts sont dirigés vers l'intérieure de la poutre

II-Contrainte normale

- La contrainte normale est perpendiculaire à la section de la poutre:



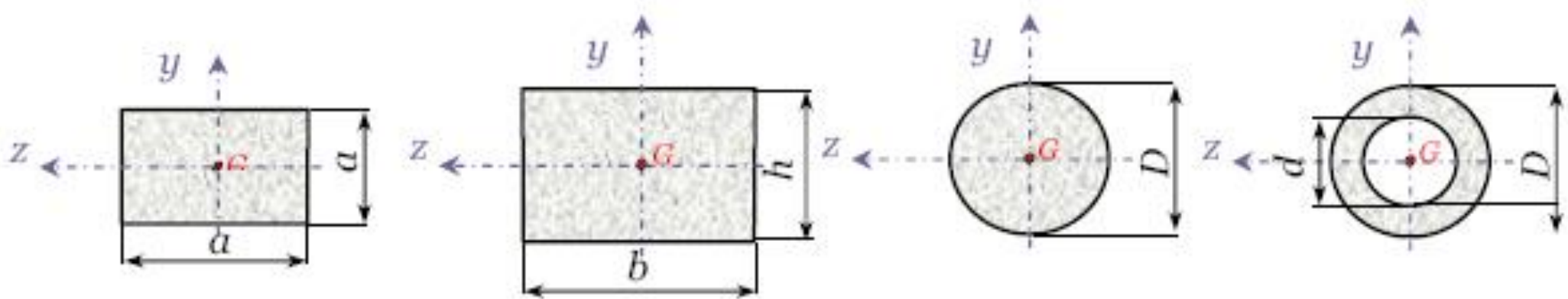
$$\sigma = \frac{N}{S}$$

- Sigma « σ »:** Contrainte normale en Newton/mm² ou MPa.
- N:** effort normal en N.
- S:** aire de la section en mm²

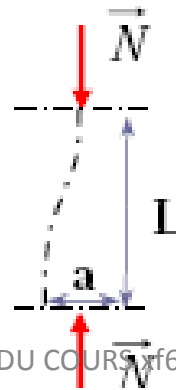
TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

III-Forme des sections

- Forme des sections tolérées:



- Remarque: La longueur de la pièce doit être moyenne $3a \leq L \leq 8a$ pour éviter le flambage



IV-Condition de résistance

- La résistance pratique à la compression s'écrit:

$$R_{pc} = \frac{R_{ec}}{S}$$

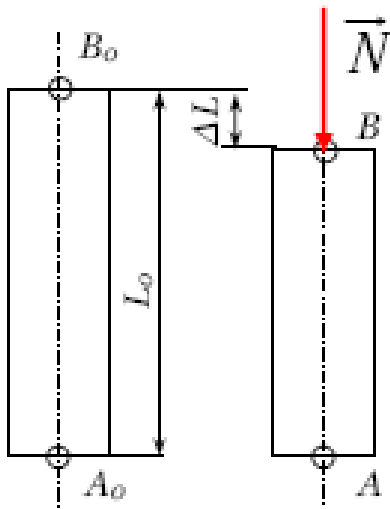
- R_{pc} : en Newton/mm² ou Mpa.
 - R_{ec} : Résistance élastique au cisaillement en Newton/mm² ou Mpa.
 - S : Coefficient de sécurité.
- La condition de résistance s'écrit:

$$\sigma_{adm} \leq R_{pc}$$

TRACTION SIMPLE – COMPRESSION SIMPLE

V-Déformation

- Dans le cas de la compression, la déformation appelée « epsilon » ε , correspond à un rapport entre le raccourcissement de la poutre et sa longueur initiale.



- L_0 : Longueur initiale de la poutre (en mm).
- L : Longueur de la poutre après déformation (en mm).
- $\Delta L = L - L_0$: Allongement de la poutre (en mm).

→ L'allongement relatif vaut $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$

VI-Loi de Hook

- Cette loi s'applique également pour les phénomènes de compression d'où:

$$\sigma = E. \varepsilon$$

- **Sigma « σ »:** Contrainte normale en Newton/mm² ou Mpa.
- **E:** module d'élasticité longitudinal ou module d'Young en MPa.
- **S:** Allongement relatif (sans unité).