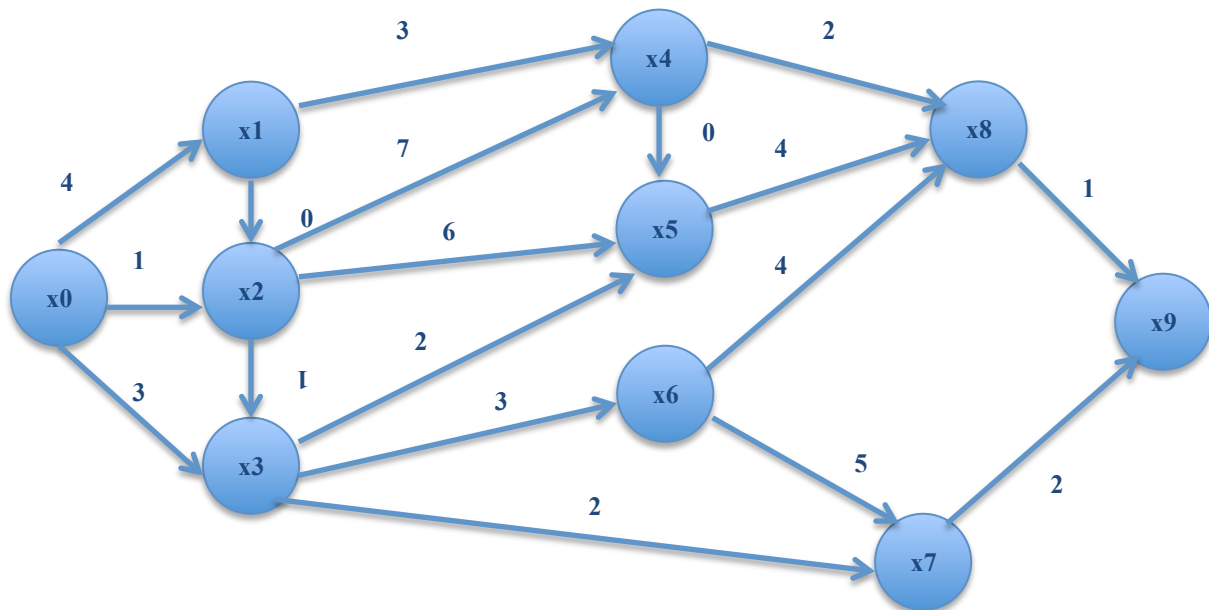


## TD 1. Chemins Optimaux

### Exercice 1 : (Algorithme de Dijkstra)

Considérer le graphe suivant.



1. Appliquer l'algorithme de Dijkstra à ce graphe afin de déterminer le chemin de valeur minimale allant de  $x_0$  à  $x_9$ .
2. Montrer à l'aide d'un contre-exemple que cet algorithme n'est pas applicable lorsque certaines valuations sont strictement négatives.

### Exercice 2 : (Un problème de stocks)

La demande d'un équipement important en janvier, février et mars est de 2 unités, les 2 unités étant livrées à la fin de chaque mois. Le fabricant souhaite établir le plan de production de cet équipement.

Le stock ne peut dépasser 2 unités en février et mars, et, est nul en janvier et en avril. La production maximale pour un mois donné est de 4 unités.

Pour un stock de  $i$  équipements et une production  $y$ , le coût mensuel vaut  $c(y, i) = f(y) + 6i$  avec  $f(0)=0$ ,  $f(1)=15$ ,  $f(2)=17$ ,  $f(3)=19$ ,  $f(4)=21$ .

1. Formaliser ce problème en problème de cheminement, puis le résoudre à l'aide un algorithme approprié.

### Exercice 3 : (Représentation d'un graphe en ordinateur et cheminement)

1. Tracer le graphe associé aux données ci-dessous :

#### LISTE DES INDICES DES SOMMETS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

#### NOMBRE DE SUCESSEURS DE CHAQUE SOMMET (demi - degré extérieur de chaque sommet)

3	2	2	3	2	3	2	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

#### LISTE DES SUCESSEURS

2	4	6	3	9	7	8	2	5	6	6	7	2	3	7	8	10	10	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	---

Le sommet 1 ayant 3 successeurs, ceux-ci sont les trois premiers éléments de cette liste etc.

#### VALUATIONS DES ARCS

15	-3	20	5	2	3	-7	7	3	-7	-2	8	8	9	7	13	11	1	3
----	----	----	---	---	---	----	---	---	----	----	---	---	---	---	----	----	---	---

Le sommet 1 ayant 2 comme premier successeur, la valuation de l'arc (1,2) est 15, celle de (1,4) est -3, etc.

2. Vérifier l'absence de circuit dans ce graphe.

3. renuméroter les sommets selon un ordre topologique si nécessaire.

4. Utiliser l'algorithme de BELLMAN pour trouver le (ou les) chemin(s) de valeur minimale de  $x_1$  vers les autres sommets du graphe.