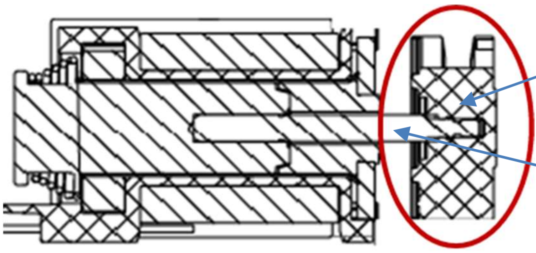
Ecole Nationale des Sciences et Technologie Avancées

Module : Six Sigma SIC2

Corrigé Examen Six Sigma Mai-2019

NB : Les réponses doivent être justifiées par les formules et les détails du calcul numérique

Un ingénieur en industrie automobile désire résoudre un problème de soudure ultrason d'un relai destiné à protéger la batterie des surcharges électriques.



Après une analyse du problème il définit 04 facteurs clefs qui ont un impact sur la force de traction Axe-pièce plastique (réponse) et décide de mener un DOE afin de définir les effets de chaque facteur sur la réponse (Amplitude A, le Type de pièces plastique P, la force de contact F1 et la force de vibration F2), en se basant sur l'historique des données pour des produits similaires, il fixe deux niveaux pour chaque facteur et les code (-1 pour le niveau bas et +1 pour le niveau haut)

1- Quel est le nombre d'essais (expériences) maximales qu'on peut dérouler dans cette configuration ? écrire la formule, comment s'appelle ce plan d'expérience ? (01 point)

   Notre DOE est un 2k factorielle le nombre des expériences est $2^k = 2^4 = 16$

   Si on exécute la totalité des expériences on est devant un 2k full factoriel DOE

2- On veut réduire le nombre d'essais à 08 essais comment s'appelle ce plan d'expérience ? quelle est sa résolution, décrire les caractéristiques de cette résolution ? (01point)

   On devise le nombre des expériences par 2 donc on a un demi fractionnel 2 k factoriel DOE

   La résolution est IV ou les interactions à trois sont confondus dans les facteurs principaux et les interactions à deux sont confondus entre eux

3- En exécutant le plan d'expérience on obtient le résultat suivant :

A	P	F1	F2	FT	A*F2	P*F1
-1	-1	-1	-1	50	1	1
1	1	-1	-1	90	-1	-1
1	-1	1	-1	85	-1	-1
-1	1	1	-1	45	1	1
1	-1	-1	1	60	1	1
-1	1	-1	1	52	-1	-1
-1	-1	1	1	42	-1	-1
1	1	1	1	55	1	1

Etablir la table ANOVA (on sait que seule l'interaction A*F2 est significative et comparer Fcal & Fcrit (prenez α=0.05) (04 points)

Le tableau ANOVA

Degré de liberté :

- Degré de liberté d'un facteur = nombre des niveaux (2) – 1 = 1
- Degré de liberté d'une interaction DLI = nombre des niveaux (2) – 1 = 1
- Degré de liberté linéaire DLL = somme des degrés de liberté des facteurs = 4
- Degré de liberté Modèle DLM = DLL+DLI =4+1 = 5
- Degré de liberté Total DLT= n -1= 8-1 = 7
- Degré de liberté erreur DLT – DLM = 7-5 = 2

Somme des carrés SS :

$\bar{Y}tot = \bar{Y}$= (60+52+42+55+50+90+85+45)/8 = 59,875

SStot = $\sum(Yi-\bar{Y})^2$ = 2262.875

SS facteur : $SC(A) = nb\Sigma_i(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$

$\bar{Y}(A)_{+1}$= (90+85+60+55)/4 = 72,5 , $\bar{Y}(A)_{-1}$= (50+45+52+42)/4 = 47.25

$\bar{Y}(P)_{+1}$= (90+45+52+55)/4 = 60,5 , $\bar{Y}(P)_{-1}$= (50+85+60+42)/4 = 59,25

$\bar{Y}(F1)_{+1}$= (85+45+42+55)/4 = 56,75 , $\bar{Y}(F1)_{-1}$= (90+50+60+52)/4 = 63

$\bar{Y}(F2)_{+1}$= (60+52+42+55)/4 = 52,25 , $\bar{Y}(F2)_{-1}$= (50+90+85+45)/4 = 67.5

$\bar{Y}(A*F2)_{+1}$= (50+45+60+55)/4 = 52,5 , $\bar{Y}(A*F2)_{-1}$= (90+85+52+42)/4 = 67.25

SS(A) = 4*((59.875-72.5)^2+(59.875-47.25)^2) =1275.125

SS(P) = 4*((59.875-60.5)^2+(59.875-59.25)^2) =3.125

SS(F1) = 4*((59.875-56.75)^2+(59.875-63)^2) =78.125

SS(F2) = 4*((59.875-52.5)^2+(59.875-67.5)^2) =465.125

SS(A*F2) = 4*((59.875-52.5)^2+(59.875-67.25)^2) =435.125

SS(Linéaire) = SS(A)+SS(P)+SS(F1)+SS(F2) =1275.125+3.125+78.125+465.125= 1821.5

SS(Interaction) = SS(A*F2) = 435.125

SS(Modèle) = SS(Linéaire)+SS(interaction) = 1821.5+435.1.25 = 2256.625

SS(erreur) = SS(total) – SS (Modèle) = 2262.875- 2256.625 = 6.25

Moyenne des carrés :MS

MS = SS/DL

MS(A) = 1275/1 = 1275,125

MS(P) = 3.125/1 = 3.125

MS(F1) = 78.125/1 = 78.125

MS(F2) = 465.125/1 = 465.125

MS(A*F2) = 435.125/1 = 435.125

MS(Erreur) = 6.25/2 = 3.125

MS(Linéaire) = 1821.5/4 = 455.375

MS(Modèle) = 2256.625/5= 451.325

MS(Ineraction) = 435.25/1 = 435.25

Fcal = MS /MS(erreur)

Fcal(A) = MS(A)/Ms(Erreur) = 1275,125/ 3.125 = 408.04

Fcal(P) = MS(P)/MS(Erreur) = 3.125 / 3.125 = 1

Fcal(F1) = MS(F1)/MS(Erreur) = 78.125 /3.125 = 25

Fcal(F2) = MS(F2)/MS(Erreur) = 465.125/3.125 = 148.84

Fcal(A*F2) = MS(A*F2)/Ms(Erreur) =435.125/3.125 = 139.24

Fcal(Linéaire) = MS (Linéaire)/ MS(Erreur) = 455.375/3.125 = 145.72

Fcal(Interaction) = MS(interaction)/MS(Erreur) = 435.25/3.125= 139.24

Fcal(Modèle) = MS (Modèle)/MS(Erreur) = 451.325/3.125 = 144.424

Fcritique (Voir tableau F) = (v_1 ;v_2) ; α =0.05

Fcrit (A) = F(1 ;2) = 18.5

Fcrit (P) = F(1 ;2) = 18.5

Fcrit (F1) = F(1 ;2) = 18.5

Fcrit (F2) = F(1 ;2) = 18.5

Fcrit (A*F2) = F(1 ;2) = 18.5

Fcrit (Linéaire) = F(4 ;2) = 19.2

Fcrit (Modèle) = F(5 ;2) = 19.3

Le tableau ANOVA :

Source	DL	SS	MS	Fcal	Fcritique		P value
Modèle	5	2256,625	451,325	144,424	19,3	P<α	0,006891
Linéaire	4	1821,5	455,375	145,72	19,2	P<α	0,006827
A	1	1275,125	1275,125	408,04	18,5	P<α	0,002442
P	1	3,125	3,125	1	18,5	P>α	0,422650
F1	1	78,125	78,125	25	18,5	P<α	0,037750
F2	1	465,125	465,125	148,84	18,5	P<α	0,006652
Intéraction	1	435,125	435,125	139,24	18,5	P<α	0,007105
A*F2	1	435,125	435,125	139,24	18,5	P<α	0,007105
Erreur	2	6,25	3,125				
Total	7	2262,875	323,267857				

4- Calculer l'effet principale de chaque facteur (A, P, F1, F2) (02points)

Effet principale = $(\bar{Y}_{i+1}-\bar{Y}_{i-1})$

Eff(A) = 72.5 - 47.25 = 25.25

Eff(P) = 60.5 - 59.25 = 1.25

Eff(F1) = 56.75 – 63 = -6,25

Eff(F2) = 52.25 – 67,5 = -15.25

5- Calculer l'effet des interactions A*F2 et P*F1 quel est ta conclusion ? (01 point)

Effet(A*F2) = 52.5- 67.25 = - 14.75

Effet(P*F1) = 52.5 – 67.25 = -14.75

Effet(A*F2) = Effet(P*F1) est conséquence directe d'un résolution IV ou les intéraction double sont confondues entre eux

6- Ecrire l'équation de régression de la Force de traction. (01 points)

$Y = Cte + a_1(A) + a_2(P) + a_3(F1) + a_4(F2) + a_5(A*F2)$

Les coefficients a_i = effet/2

La Cte= $\bar{Y}$ = 59.875

a_1 = effet(A)/2 =25.25 / 2 =12.625

a_2 = effet(P)/2 =1.25 / 2 =0.625

a_3 = effet(F1)/2 =-6.25 / 2 =-3.125

a_4 = effet(F2)/2 =-15.25 / 2 =-7.625

a_5 = effet(A*F2)/2 =-14.75 / 2 =-7.375

Y = 59.875 + 12.625*A + 0.625*P - 3.125*F1 - 7.625*F2 - 7,375*A*F2

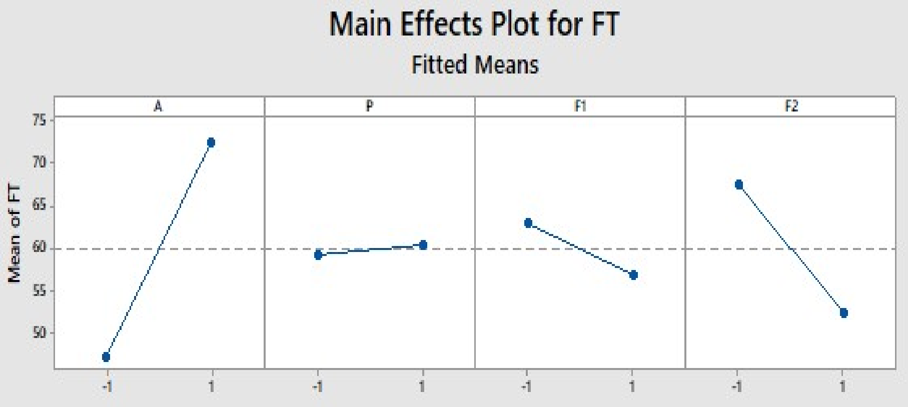
7- Calculer R^2 et R^2 ajusté, quel est ta conclusion concernant la consistance de l'équation ? (02 points)

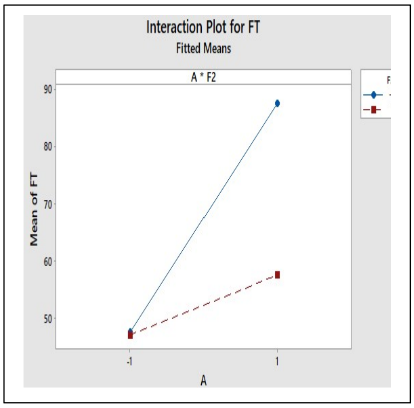
R^2 = 1- SS(Erreur) / SS(total) = 1- 6.25/2262.875 = 99.72%

R^2_{ajus} = 1-MS(Erreur)/(SS(total)/DLT) = 1-3.125/(2262.875/7) = 99.03%

La valeur de R^2 et R^2ajus montre que plus que 99% des valeurs Yi peuvent être expliquées par le modèle (équation), on a un modèle fort

8- Faire le graphe des effets principales (A, P, F1,F2) et l'interaction A*F2 (02 points)





9- Pour mettre le processus de soudure ultrason sous contrôle, l'ingénieur décide de mettre en place une carte de contrôle pour l'effort de traction avec un prélèvement de 05 pièces par échantillon.

Une collecte de 20 échantillons sur une période de temps donne les valeurs suivantes : Une moyenne Xbar de 92.5 N et Rbar de 4.5 N quel type de carte de contrôle on utilise dans ce cas ? justifier ta réponse calculer les limites de contrôle pour la moyenne et l'étendue (02 points)

Le nombre de valeur par échantillons est de 05 donc le type de carte de contrôle le plus approprié est le X_{bar}/R

Limite de contrôle de la moyenne

$CLX_{bar} = X_{bar} \pm A_2 * R_{bar}$ Pour un groupe de 05 valeurs $A_2 = 0.577$

$UCLX_{bar} = 92.5+0.577*4.5 = 95.065$

$LCLX_{bar} = 92.5-0.577*4.5 = 89.9$

$UCLR= D_4*R_{bar}$ $D_4 = 2.114$ $UCLR=4.5*2.114 = 9.513$

$LCLR= D_3*R_{bar}$ $D_3 = 0$ $LCLR=4.5*0 = 0$

10-Calculer l'écart type, L'ingénieur veut vérifier si le processus de soudure ultrason répond aux exigences automobiles pour un Cpk > 1.67 sachant que les spécifications client est 90±10N. Dérouler un test d'hypothèse pour répondre à cette question (04 points)

Ecart type $\sigma = R_{bar}/d_2$ $d_2 = 2.326$ (n=5) $\sigma = 4.5/2.326 = 1.935$

Step 1: Problème pratique – Le directeur veut savoir si la variabilité actuelle du processus peut répondre aux exigences des clients automobiles Cpk >1.67

Step 2: Statuer l'hypothèse nulle et alternative.

- On doit résoudre l'équation Cpk pour s.
- le USL du processus est 100, LSL est 80 Xbar = 92.5N
- Cpk = Inf ((USL-Xbar)/3s ; (Xbar-LSL)/3s)

  Cpk=1.67 = ((100-92.5)/3s) =7.5/3s ➡ s = 7.5/(3*1.67) > 1.497
- Avec Cpk=1.67, s = 1.497

  Pour σ: H_0: $\sigma_{population} \leq 1.497$

H_a $\sigma_{population} > 1.497$

Step 3: La distribution des échantillon est chi-carré

Step 4: On assume alpha est 0.05

Step 5: La taille de l'échantillon est 20

Step 6: On collecte aléatoirement 20 pièces de la production

Step 7: Mesurer et enregistrer les data

Step 8: Calculer le test statistique:

$$\chi_{calc}^{2} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(20-1)(1.935)^2}{(1.497)^2} = 31.734$$

Step 9: Trouver la valeur critique du table

- $\chi^2_{(critical)} = \chi^2_{0.05,\ 19df} = 30.14$
- Puisque $\chi^2_{(critical)} < \chi^2_{(calc)}$, on rejette l'hypothèse nulle

Step 10: Il y a une différence significative entre $\sigma_{population}$ et σ_{cible}; Le processus n'est capable à un niveau qualité qui peut répondre aux exigences du secteurs automobiles dû à des variation excessive variation.