TRANSFERT DE CHALEUR

Convection thermique

I. Généralités

La convection est un transfert de chaleur dans la matière avec un mouvement macroscopique de la matière. Ce type de transfert n'intervient que pour les liquides et les gaz (C'est le fluide en mouvement qui transporte de la chaleur).

On distingue deux types de convection :

La convection forcée : le mouvement du milieu est engendré par un dispositif externe (le vent, un ventilateur, …)

Exemple : refroidissement d'un bâtiment sous l'effet du vent, utilisation d'un ventillateur…

La convection naturelle : le mouvement du fluide est engendré par les variations de densité causées par les gradients de température au sein du fluide. C'est un mode de transfert rapide en général.

Exemple : mouvement de la vapeur au-dessus d'une tasse de café, principe du convecteur…

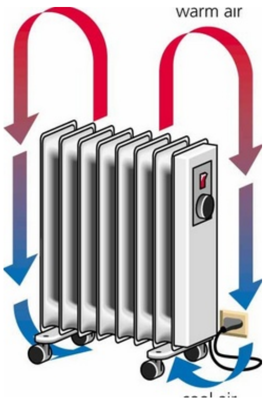
1. Principe :

Pour la convection, on envisage uniquement des transferts entre solides et fluides (et non des transferts entre fluides). On dit qu'il y a convection lorsqu'il y a déplacement de la matière. Ce phénomène est très complexe car il concerne aussi bien les gaz que les liquides dans des situations qui peuvent être très différentes. Dans un écoulement de fluide en contact avec une paroi solide, il existe le long de la paroi, une mince couche de fluide qui s'écoule très lentement car le fluide est comme accroché aux aspérités de la paroi;

On admet qu'il n'y a pas d'échange de matière et que dans cette région la chaleur ne peut se transmettre que par conduction. Au sein du fluide, la chaleur se transmet par mélange des particules de fluide, provoquant ainsi une égalisation rapide de la température; On parle ainsi de température de mélange du fluide T_f.

Si le mouvement des molécules provient de la différence de masse volumique du fluide en différents points à cause des transferts de chaleur: c'est la convection naturelle (la distribution de température engendre son propre mouvement en créant des forces d'Archimède).

Ce mouvement peut être accentué par un mécanisme (pompe, ventilateur, vent…): c'est la convection forcée.



Toutefois, les problèmes de convection thermique sont trop difficiles pour admettre des solutions mathématiques rigoureuses. En convection naturelle ou en convection forcée, on utilise une forme modifiée et empirique de la loi de Fourier.

$$q = h.\ (T_p - T_f) \quad [W/m^2]$$

Où ***h*** représente le coefficient d'échange thermique par convection ou simplement le « Coefficient de convection » en [W /m².K].

En fait, le problème est repoussé car il s'avère que ***h*** n'est pas constant et que sa détermination n'est pas aisée, elle varie localement. D'autre part on montre que ***h*** varie en fonction:

-de la nature du fluide,

-des températures en présence (h croît avec T),

-de la vitesse de circulation du fluide au voisinage de la plaque,

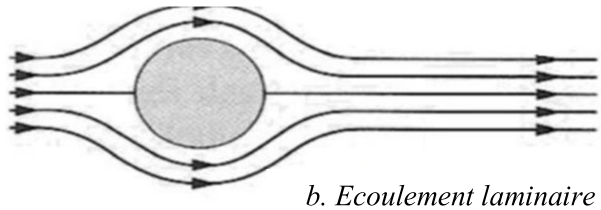
-de l'orientation de la surface et de ses paramètres géométriques (verticale, horizontale, etc.),

2. Ecoulement laminaire et turbulent:

Le phénomène de convection thermique fait intervenir le mouvement d'un fluide, ce qui fait appel aux types d'écoulements de ce dernier. On distingue deux régimes d'écoulement de fluides : Laminaire et Turbulent.

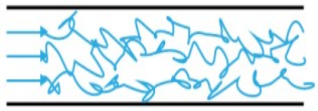
a. **Ecoulement laminaire** : C’est un écoulement régulier où les lignes de courant sont parallèles. L’écoulement, ainsi, s’effectue par couches pratiquement indépendantes. L’écoulement dans ce cas est unidirectionnel.

a. Ecoulement laminaire dans une conduite

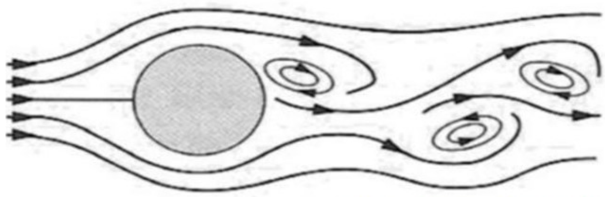


b. Ecoulement laminaire autour d’un obstacle

b. **Ecoulement turbulent** : C’est un écoulement perturbé et irrégulier où les lignes de courant ne sont plus parallèles et la vitesse présente en tout point de l’écoulement un caractère tourbillonnaire. L’écoulement n’est pas unidirectionnel.



a. Ecoulement turbulent dans une conduite



b. Ecoulement turbulent autour d’un obstacle

II. Convection forcée sans changement de phase

Dans le cas de la convection forcée, le mouvement du fluide est imposé par une force extérieure, l’étude hydraulique est alors dissociée du problème thermique. On montre l’existence d’une couche limite laminaire dans laquelle la température varie linéairement, et où les transferts de chaleur se font essentiellement par conduction. Hors de la couche limite c’est par mélange que se répartit la chaleur dans l’ensemble du fluide, et est donc lié à la masse volumique et à la chaleur massique.

Les variables mises en jeux sont donc:

ρ	masse volumique [kg/m3]
C_p	chaleur spécifique du fluide [J/kg.K]

μ	viscosité dynamique du fluide [kg/m.s],
K_f	conductivité thermique du fluide [W/m.K],
L_c	Dimension caractéristique de l'écoulement [m],
h	coefficient d'échange [W/m².K],
V	vitesse moyenne du fluide [m /s].

En effet, le problème de la convection dépend de 3 nombres adimensionnels :

- **Nombre de REYNOLDS :** C'est le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité. Il caractérise un écoulement, en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent)

$$Re = \frac{V.L_c.\rho}{\mu}$$

- **Nombre de NUSSELT :** C'est le rapport de la quantité de chaleur convectée au fluide à la quantité de chaleur conduite dans le fluide. et il fournit une mesure du transfert de chaleur par convection se produisant à la surface.

$$Nu = \frac{h.L_c}{K_f}$$

- **Nombre de PRANDTL :** C'est le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et celle de la chaleur**.** Il Caractérise la distribution des vitesses par rapport à la distribution des températures, c'est une caractéristique du fluide.

$$Pr = \frac{C_p.\mu}{K_f}$$

Dans les problèmes de convection forcée, le nombre de Nusselt est une fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl : $Nu=f\,(Re, Pr)$. En général il est de la forme suivante :

$$Nu_D = C.\mathrm{Re}_D^m.\mathrm{Pr}^n$$ Avec C, m et n sont déterminés expérimentalement.

Les propriétés du fluide sont évaluées à la « température du film » (température de la couche du fluide juste à coté de la surface).

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$

1. Ecoulement interne

Le nombre de Reynolds dans les écoulements interne est fonction du diamètre (voire diamètre hydraulique dans le cas des conduites à section non circulaire) :

$$Re_D = \frac{V.D.\rho}{\mu} = \frac{V.D}{\nu}$$

$D_h = \frac{4\,S}{P}$: Diamètre hydraulique, avec S : aire de la surface, P : périmètre de la surface.

Où ν est la viscosité cinématique exprimé en [m²/s]

Et en fonction du débit massique :

$$\dot{m} = \rho.V.\pi.\frac{D^2}{4} \quad \Rightarrow \quad Re_D = \frac{4.\dot{m}}{\pi.D.\mu}$$

➢ **Ecoulement turbulent dans les conduites (Re > 2300)**

L'expression du nombre de Nusselt pour un écoulement turbulent dans un tube est donnée par Colburn :

$$Nu_D = 0.023\,\mathrm{Re}_D^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

Avec $0.5 \leq \mathrm{Pr} = \frac{C_p\mu}{K} \leq 100$

Les propriétés doivent être évaluées à la température du film :

$$T_f = \frac{T_m + T_s}{2} \quad \text{et} \quad T_m = \frac{T_{entrée} + T_{sortie}}{2}$$

➢ **Ecoulement laminaire dans les conduites**

D'après Sieder et Tate : Lorsque $\left(\mathrm{Re}_D\,\mathrm{Pr}\frac{D}{L}\right) > 10$

On a $Nu_D = 1.86(\mathrm{Re}_D\,\mathrm{Pr})^{0.33}\left(\frac{D}{L}\right)^{0.33}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$

Les propriétés du fluide sont évaluées à T_m sauf μ_s à T_s.

2. Ecoulement externe

a. Sur une surface plane :

- **Régime Laminaire ($Re < 5.10^5$)**

Le nombre de Nusselt global le long d'une plaque plane est exprimé par :

$$Nu_L = \frac{hL}{K} = 0.664\,\mathrm{Re}_L^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

Cette expression n'est valable que pour $\mathrm{Pr} > 0.6$

- **Régime Turbulent ($Re > 5.10^5$)**

$$Nu_L = (0.037\,\mathrm{Re}_L^{4/5} - 871)\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

Avec

$0.6 < \mathrm{Pr} < 60$

$5.10^5 < \mathrm{Re}_L < 10^8$

$\mathrm{Re}_{x,c} = 5.10^5$

Les propriétés sont évaluées à la température du film T_f.

Churchill and Ozoe (1973) ont fourni une relation plus générale qui peut être utilisée pour une plus large gamme de fluide :

$$Nu_x = \frac{0.3387\,Pr^{1/3}{Re_x}^{1/2}}{\left[1 + \left(\frac{0.0468}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \quad avec \quad Re_x.Pr \geq 100$$

b. Autour d'un cylindre

Plusieurs expressions empiriques sont fournies pour les écoulements transversaux autour des cylindres, on note celle de Churchill an Bernstein (1977) :

$$Nu_D = 0.3 + \frac{0.62\,Pr^{1/3}{Re_D}^{1/2}}{\left[1 + \left(\frac{0.04}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \cdot \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad valable\ pour\ Re.\mathrm{Pr} > 0.2$$

On peut également utiliser la formule suivante de Nusselt pour les écoulement autour des conduites à différentes sections, en se référant aux tableaux 3 et 4.

$$Nu_D = \frac{h_c D}{K_f} = C \operatorname{Re}_D^m \operatorname{Pr}^{1/3}$$

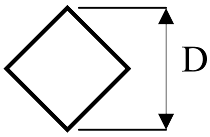
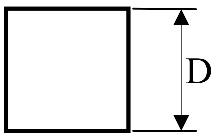
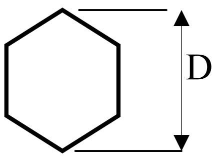
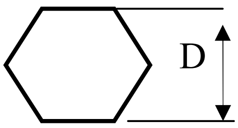
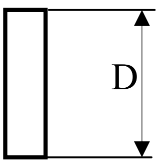
Les propriétés sont évaluées à la température du film T_f.

Tableau 3 : *Valeurs de C et m* .

Re_D	C	m
0,4 – 4	0,989	0,330
4 – 40	0,911	0,385
40 – 4 000	0,683	0,466
4 000 – 40 000	0,193	0,618
40 000 – 400 000	0,027	0,805

Si l'écoulement est autour d'une conduite non circulaire le tableau suivant donne les nouvelles valeurs des coefficients C et m de l'équation précédente.

Tableau 4 : conduites non circulaires

Géométrie	**Re_D**	**C**	**m**
	$5\ 10^3$-10^5	0,246	0,588
	$5\ 10^3$-10^5	0,102	0,675
	$5\ 10^3$-$1{,}95\ 10^4$ $1{,}95\ 10^4$-10^5	0,160 0,0385	0,638 0,782
	$5\ 10^3$-10^5	0,153	0,638
	$4\ 10^3$-$1{,}5\ 10^4$	0,228	0,731

c. Autour d'une sphère

D'après **Whitaker** le nombre de Nusselt pour un écoulement autour d'une sphère peut être déterminé par la relation suivante:

$$Nu_D = 2 + \left[0.4\,\mathrm{Re}_D^{1/2} + 0.06\,\mathrm{Re}_D^{2/3}\right]\mathrm{Pr}^{0.4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

Avec :

$$0.71 < \mathrm{Pr} < 380$$

$$3.5 < \mathrm{Re}_D < 7.610^4$$

$$1 < \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right) < 3.2$$

Les propriétés sont évaluées à T_∞ à l'exception de μ_s à T_s.

III. Convection naturelle

Dans le cas de la convection naturelle, Si une molécule du fluide est en contact avec la paroi, elle se réchauffe (ou se refroidi). Il y a donc une dilatation locale du fluide et ainsi, la densité locale du fluide diminuant, la molécule s'élève (poussée d'Archimède) et est remplacée aussitôt par une autre molécule voisine : c'est un mouvement naturel. Il s'effectue à l'intérieur d'une couche d'épaisseur donnée parallèle à la paroi, dite "couche limite". Les variables définissant le mouvement naturel sont donc :

ρ	Masse volumique [kg/m^3]
C_p	Chaleur spécifique du fluide [J/kg.K],
μ	Viscosité dynamique du fluide [kg/m.s],
K	Conductivité thermique du fluide [W/m.K],
β	Coefficient de dilatation du fluide [K^{-1}],
D	Dimension caractéristique de la surface d'échange [m],
ΔT	Différence de température entre le mur et le fluide [K],

g	Accélération de la pesanteur [m/s2],
h	Coefficient d'échange [W/m².K].

Le problème de la convection naturelle dépend donc de 2 nouveaux nombres adimensionnels :

- Nombre de GRASHOF : Caractérise l'écoulement en convection naturelle qui remplace Re_D)

$$Gr_L = \frac{g\beta}{\upsilon^2}(T_s - T_\infty)L^3$$

Avec $\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$

- Nombre de Rayleigh : Caractérise l'écoulement en convection naturelle (remplace Re_D)

$$Ra_L = Gr_L \Pr$$

1. Plan vertical ou cylindre vertical

D'après Chirchill et Chu :

$$Nu_L = \left\{0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$

Si $0 < Ra_L < 10^9$ donc on aura $Nu_L = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{1/4}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}}$

Pour un cylindre vertical de hauteur L et de diamètre D , l'équation est aussi utilisée tel que :

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{1/4}}$$

2. Plan horizontal

Dans ce cas, on distingue plusieurs situations selon la température de la surface par rapport à celle du milieu ambiant.

La longueur caractéristique est exprimée :

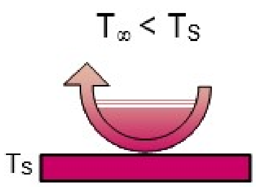
$$L = \frac{A_s}{P}$$

Avec A_s : aire de la surface

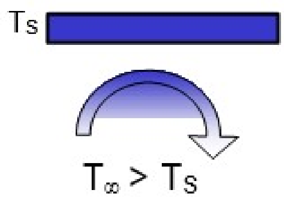
P : périmètre de la surface

Donc d'après Mc Adams :

a. Surface chaude sous le fluide ou surface froide au dessus du fluide:



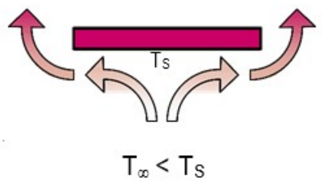
Ou



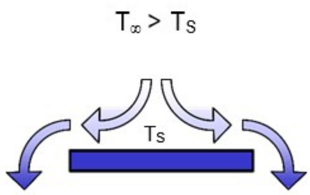
$$Nu_L = 0.54 Ra_L^{1/4} \quad \text{Si} \quad 10^5 \le Ra_L \le 10^7$$

$$Nu_L = 0.15 Ra_L^{1/3} \quad \text{Si} \quad 10^7 \le Ra_L \le 10^{10}$$

b. Surface froide sous le fluide ou surface chaude au dessus du fluide:



Ou



$$Nu_L = 0.27 Ra_L^{1/4} \quad \text{Si} \quad 10^5 \le Ra_L \le 10^{10}$$

3. Cylindre horizontal

Morgan a proposé cette formule tout en sachant que C et n sont donnés dans le tableau suivant :

$$Nu_D = C Ra_D^n$$

Ra_D	C	n
$10^{-10} - 10^{-2}$	0,675	0,058

$10^{-2} - 10^{2}$	1,02	0,148
$10^{2} - 10^{4}$	0,850	0,188
$10^{4} - 10^{7}$	0,480	0,250
$10^{7} - 10^{12}$	0,125	0,333

Et d'après Chirchill et Chu :

$$Nu_D = \left[\ 0.6 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.559}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\ \right]^2 \qquad \text{Pour} \quad 10^{-5} < Ra_D < 10^{12}$$

4. Sphère

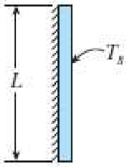
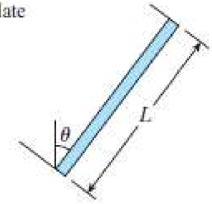
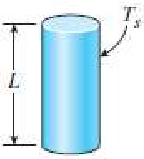
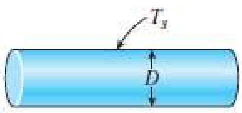
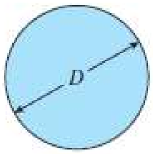
Yuge propose : $Nu_D = 2 + 0.43 Ra_D^{1/4}$ avec $\begin{bmatrix} 1 < Ra_D < 10^5 \\ \Pr = 1 \end{bmatrix}$

D'autres expressions sont aussi fournies pour le nombre de Nusselt. On peut se référer au tableau 5 qui récapitule cette partie.

Tableau 5 : Nombre de Nusselt en convection naturelle

TABLE 9–1

Empirical correlations for the average Nusselt number for natural convection over surfaces

Geometry	Characteristic length L_c	Range of Ra	Nu	
Vertical plate 	L	10^4–10^9 10^{10}–10^{13} Entire range	$\mathrm{Nu} = 0.59\mathrm{Ra}_L^{1/4}$ $\mathrm{Nu} = 0.1\mathrm{Ra}_L^{1/3}$ $\mathrm{Nu} = \left\{0.825 + \dfrac{0.387\mathrm{Ra}_L^{1/6}}{[1 + (0.492/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$ (complex but more accurate)	**(9–19)** **(9–20)** **(9–21)**
Inclined plate 	L		Use vertical plate equations for the upper surface of a cold plate and the lower surface of a hot plate Replace g by $g \cos\theta$ for $0 < \theta < 60°$	
Horizontal plate (Surface area A and perimeter p) (*a*) Upper surface of a hot plate (or lower surface of a cold plate)  (*b*) Lower surface of a hot plate (or upper surface of a cold plate) 	A_s/p	10^4–10^7 10^7–10^{11} 10^5–10^{11}	$\mathrm{Nu} = 0.59\mathrm{Ra}_L^{1/4}$ $\mathrm{Nu} = 0.1\mathrm{Ra}_L^{1/3}$ $\mathrm{Nu} = 0.27\mathrm{Ra}_L^{1/4}$	**(9–22)** **(9–23)** **(9–24)**
Vertical cylinder 	L		A vertical cylinder can be treated as a vertical plate when $D \geq \dfrac{35L}{\mathrm{Gr}_L^{1/4}}$	
Horizontal cylinder 	D	$\mathrm{Ra}_D \leq 10^{12}$	$\mathrm{Nu} = \left\{0.6 + \dfrac{0.387\mathrm{Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$	**(9–25)**
Sphere 	D	$\mathrm{Ra}_D \leq 10^{11}$ $(\mathrm{Pr} \geq 0.7)$	$\mathrm{Nu} = 2 + \dfrac{0.589\mathrm{Ra}_D^{1/4}}{[1 + (0.469/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{4/9}}$	**(9–26)**

IV. Méthodes pratiques de la détermination du coefficient de convection

1. Convection forcée :

- Calcul des températures : $T_f = \dfrac{T_m + T_s}{2}$ et $T_m = \dfrac{T_{entrée} + T_{sortie}}{2}$
- Définir les caractéristiques : ρ, Cp, K, μ en fonction de T_f
- Calcul du diamètre hydraulique : D_h
- Calcul du nombre de Reynolds et de Prandtl.
- Distinguer le régime d'écoulement à partir du nombre de Reynolds (laminaire ou turbulent) :

<table>
<tr><th>Régime turbulent</th><th>Régime laminaire</th></tr>
<tr><td>

-Dans un tube : $Re_D >> 2300$ alors

$Nu_D = 0.023\,Re_D^{0.8}\,Pr^{1/3}$

NB : les propriétés du fluide sont évaluées à T_f

. Ecoulement externe :

a. Surface plane

$$Nu_L = (0.037\,Re_L^{4/5} - 871)\,Pr^{1/3}$$

Les propriétés sont évaluées à la température du film T_f

</td><td>

-Dans un tube : $Re_D =< 2300$ alors

$Nu_D = 1.86(Re_D\,Pr)^{0.33}\left(\dfrac{D}{L}\right)^{0.33}\left(\dfrac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$

Les propriétés du fluide sont évaluées à Tm sauf μs à T_s.

.Ecoulement externe :

a. Surface plane

$$Nu_L = \frac{hL}{K} = 0.664\,Re_L^{1/2}\,Pr^{1/3}$$

Les propriétés sont évaluées à la température du film T_f

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

b. Surface cylindrique

$$Nu_D = \frac{h_c D}{K_f} = C\,Re_D^m\,Pr^{1/3}$$

Les propriétés sont évaluées à la température du film T_f

</td></tr>
</table>

- Calcul de h : $Nu_D = \dfrac{h.D}{k_f}$

2. Convection naturelle :

- Calcul de la température du film $T_f = \dfrac{T_m + T_s}{2}$
- Déterminer les caractéristiques du fluide : ρ, Cp, ν, μ, Pr
- Calcul du coefficient de dilatation β :
  - Pour les gaz parfaits $\beta = \dfrac{1}{T}$
  - Pour les liquides (à partir des tableaux)
- Calcul de la longueur caractéristique $L_c = \dfrac{S}{P}$
- Calcul des nombres sans dimensions
- Vérification des hypothèses
- Calcul de Nu selon le cas
- Calcul de h