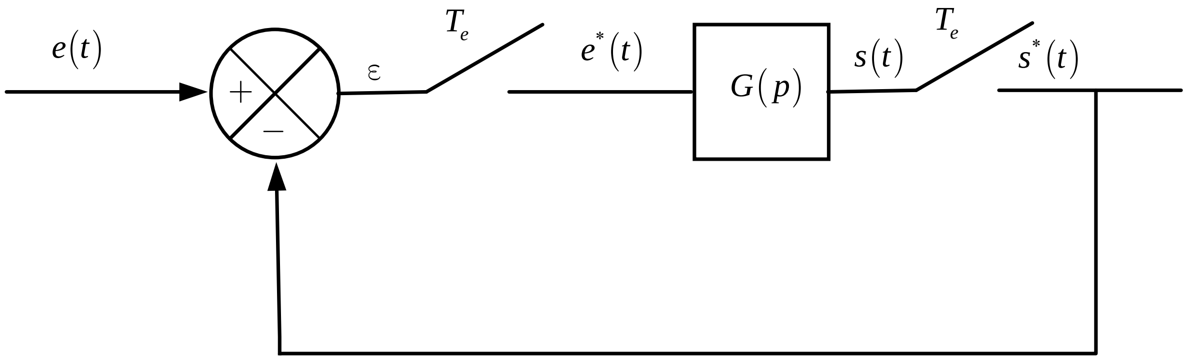
Chapitre 5. Précision des systèmes échantillonnés

1. Erreur statique

On considère le système linéaire asservi suivant :



La précision est évaluée par l'écart entre la sortie réelle et la sortie désirée.

Comme pour les systèmes continus, la précision est déterminée par l'erreur statique.

$$\varepsilon_s = \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t)$$

$$\begin{cases} \varepsilon(z) = E(z) - S(z) \\ S(z) = G(z)\varepsilon(z) \end{cases} \Rightarrow \varepsilon(z) = \frac{E(z)}{1+G(z)}$$

$$\lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim_{z\to1} (z-1)\varepsilon(z)$$

$$\lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim_{z\to1} (z-1)\frac{E(z)}{1+G(z)}$$

$$G(z) = \frac{N(z)}{(z-1)^\alpha D_1(z)}; D(z) = (z-1)^\alpha D_1(z)$$

$$\lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim_{z\to1} (z-1)\frac{E(z)}{1+\frac{N(z)}{(z-1)^\alpha D_1(z)}}$$

$$= \lim_{z\to1} \frac{(z-1)^{\alpha+1} D_1(z)E(z)}{(z-1)^\alpha D_1(z) + N(z)}$$

1.1.Erreur de position

C'est l'erreur lorsque l'entrée $e(t)$ est un échelon.

$$\varepsilon_p = \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) \Big/ e(t)=u(t)$$

$$\varepsilon_p = \lim_{z\to1} \frac{(z-1)^{\alpha+1} D_1(z) \dfrac{z}{z-1}}{(z-1)^{\alpha} D_1(z)+N(z)} = \lim_{z\to1} \frac{(z-1)^{\alpha} D_1(z) z}{(z-1)^{\alpha} D_1(z)+N(z)}$$

Si $\alpha=0$ pas de pole $z=1$. $D_1(z)=D(z)$

$$\varepsilon_p = \lim_{z\to1} \frac{D_1(z)}{D_1(z)+N(z)} = \varepsilon_p = \lim_{z\to1} \frac{1}{1+\dfrac{N(z)}{D_1(z)}} = \frac{1}{1+G(1)}$$

Si $\alpha \geq 1$:

$$\varepsilon_p = \lim_{z\to1} \frac{(z-1)^{\alpha} D_1(z) z}{(z-1)^{\alpha} D_1(z)+N(z)}.$$

1.2. Erreur de vitesse

C'est l'erreur lorsque l'entrée $e(t)$ est un échelon de vitesse (rampe).

$$\varepsilon_v = \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) \Big/ e(t)=tu(t)$$

$$\varepsilon_v = \lim_{z\to1} \frac{(z-1)^{\alpha+1} D_1(z) \dfrac{T_e z}{(z-1)^2}}{(z-1)^{\alpha} D_1(z)+N(z)} = \lim_{z\to1} \frac{(z-1)^{\alpha-1} D_1(z) T_e}{(z-1)^{\alpha} D_1(z)+N(z)}.$$

Si $\alpha=0$, $\varepsilon_v=\infty$

Si $\alpha=1$, $\varepsilon_v=\dfrac{T_e D_1(1)}{N(1)}$

Si $\alpha>0$, $\varepsilon_v=0$

1.3. Erreur d'accélération

C'est l'erreur lorsque l'entrée $e(t)$ est un échelon d'accélération.

$$\varepsilon_a = \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) \Big/ e(t)=\frac{t^2}{2}u(t)$$

$$E(z)=\frac{T_e^{\,2}(z+1)z}{2(z-1)^3}$$

$$\varepsilon_a = \lim_{z\to 1} \frac{(z-1)^{\alpha+1} D_1(z) \dfrac{T_e^2 (z+1) z}{2(z-1)^3}}{(z-1)^{\alpha} D_1(z) + N(z)} = \lim_{z\to 1} \frac{(z-1)^{\alpha-2} D_1(z) T_e^2}{(z-1)^{\alpha} D_1(z) + N(z)}.$$

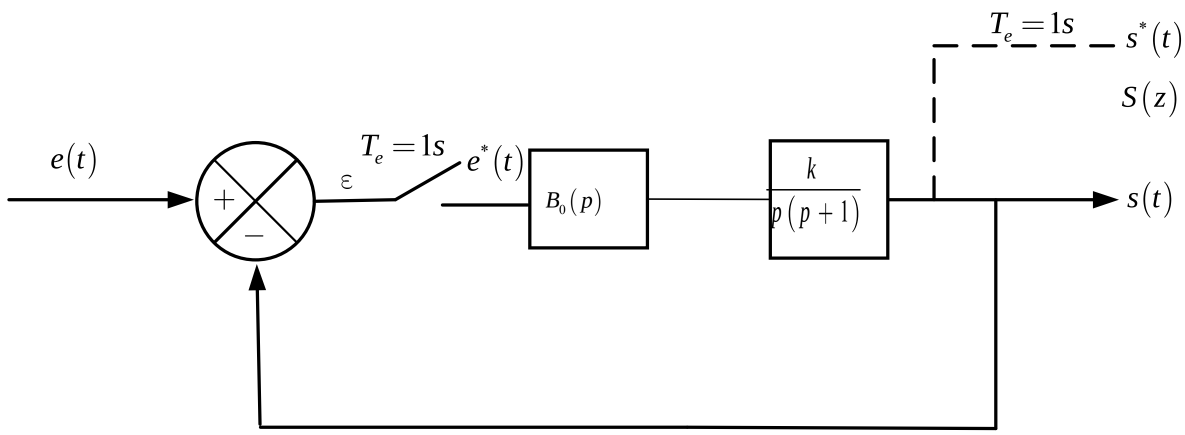
Si $\alpha < 2$, $\varepsilon_a = \infty$

Si $\alpha = 2$, $\varepsilon_a = \dfrac{D_1(1) T_e^2}{N(1)}$

Si $\alpha > 2$, $\varepsilon_a = 0$

Entrée / α	$u(t)$	$tu(t)$	$\frac{t^2}{2}u(t)$	
0	$\frac{1}{1+G(1)}$	∞	∞	∞
1	0	$\frac{T_e D_1(1)}{N(1)}$	∞	∞
2	0	0	$\frac{D_1(1) T_e^2}{N(1)}$	∞
3	0	0	0	

Exemple 1.



Calculer ε_p, ε_v et ε_a.

$$G(z) = \frac{k(0.37z + 0.26)}{(z-1)(z-0.37)}$$

$$N(z) = k(0.37z + 0.26)$$

$$D(z) = (z-1)^{\alpha} D_1(z)$$

$$D_1(z) = z - 0.37$$

$$\alpha = 1$$

$$\varepsilon_p = 0 \ ; \ \varepsilon_v = \frac{T_e D_1(1)}{N(1)} = \frac{0.63}{0.63k} = \frac{1}{k} \ , \ \varepsilon_a = \infty$$