

Code Unité : 107020
Code épreuve : 14977
Samedi 26 Mai - 8H00 -10H00
Durée : 2 heures

Documents et Calculatrice autorisés

Les parties III et IV sont quasi-indépendantes des parties I et II.

Partie I : Etude d'un capteur de température à thermistance

Une thermistance est un capteur résistif à base de matériau semi-conducteur (silicium); sa résistance varie fortement avec la température selon la loi de Steinhart Hart :

$$R(T) = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$
 avec B coefficient spécifique, T température absolue et R_0 résistance à la température absolue T_0 de référence. La thermistance étudiée est le modèle 6800 Ω du constructeur (AVX) dont les caractéristiques sont en annexe.

1) Quelle est la température T_0 de référence constructeur en °C, en K ? Quelle est la valeur du paramètre B pour cette thermistance, son unité ? Quelle est l'étendue de mesure proposée par le constructeur?

2) Déterminer la valeur de $R(T)$ pour les températures T suivantes et la représenter graphiquement (choisir l'origine et l'échelle des axes pour que le graphe soit significatif!):

T en °C	15	25	35	45	55	65	75	85
-----------	----	----	----	----	----	----	----	----

3) Calculer la sensibilité *théorique* σ du capteur. En déduire la sensibilité aux points d'observation. La sensibilité relative α au point de référence T_0 est-elle conforme à la valeur annoncée par le constructeur ?

La réponse est-elle linéaire (justifier votre réponse) ? Peut-on utiliser la thermistance comme capteur de température sans correction ?

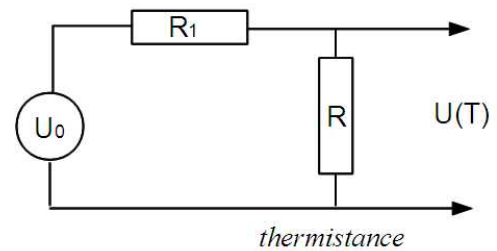
Quelle est l'erreur sur la valeur de résistance à 25°C? L'erreur sur la température pour le même point?

Partie II : Mesure et linéarisation

1) Pour mesurer R_T , on utilise un générateur de courant 1mA et un voltmètre. Donner le schéma de montage. Sur quelle gamme doit-on placer le voltmètre ?

2) On réalise le montage suivant sans générateur de courant , avec $R_1 = 1900 \Omega$:

Quel type de montage est-ce ? Donner l'expression théorique de la tension U en fonction de $R(T)$ et U_0 . Pour chacune des valeurs de T précédentes, calculer $U(T)$ avec $U_0 = 10V$. Tracer [avec soin] la courbe $U=f(T)$. La réponse est-elle linéaire ?



3) Déterminer l'équation de la droite liant le premier point au dernier point. Donner la sensibilité moyenne du capteur ainsi linéarisé.

Evaluer l'erreur de linéarité intégrale en V puis en $^{\circ}C$. Comparer cette erreur à celle introduite par l'erreur sur B à $25^{\circ}C$. La méthode de linéarisation est-elle acceptable pour l'étendue de mesure considérée ?

4) Quelle est la puissance électrique dissipée dans la résistance R lors de la mesure à $25^{\circ}C$? Quel effet produit-elle sur le capteur ? En utilisant le "facteur de dissipation thermique" de la documentation (notion équivalente à celles données en cours avec un autre vocabulaire), déterminer l'erreur de mesure introduite par cet effet. Est-elle négligeable devant l'erreur de linéarité ?

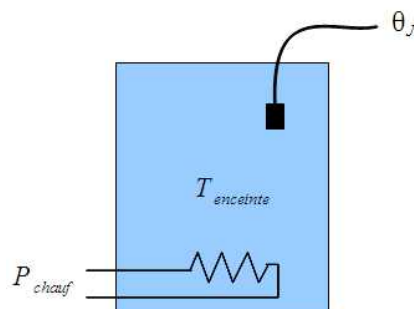
Partie III : Réponse dynamique

On désire maintenant étudier la réponse dynamique de cette sonde de température. On suppose que les indications fournies par le conditionneur de signal sont exprimées en $^{\circ}C$.

1) Cette sonde est à la température initiale de $\theta_i = 25^{\circ}C$ est introduite rapidement dans une enceinte de température $\theta_f = 50^{\circ}C$. Donner l'équation formelle de la réponse du thermomètre en fonction du temps. La calculer numériquement (les paramètres caractéristiques sont donnés par le constructeur) puis la tracer . Peut-on retrouver graphiquement la constante de temps (donner plusieurs méthodes d'évaluation).

2) Au bout de combien de temps le thermomètre atteint-il $49.9^{\circ}C$ (calcul exact)?

3) On désire maintenant utiliser le capteur pour suivre l'élévation de température d'une enceinte supposé *isotherme* dans laquelle est installé un radiateur électrique d'une puissance constante de 1kW. L'enceinte a une capacité calorifique totale de $10^4 J.K^{-1}$



Donner l'équation de bilan calorifique et en déduire l'équation différentielle de cette enceinte.

TSVP

La température initiale est $T_{enceinte}=25^{\circ}\text{C}$. A l'instant $t=0$, on met en marche le radiateur. Quelle loi suit la température de l'enceinte ? Donner son expression. Au bout de combien de temps atteint-on 75°C ?

4) Quelle est la forme de la réponse du capteur ? Tracer l'allure générale. Le capteur donne-t-il la valeur instantanée de la température de l'enceinte sans erreur ? Quel est le phénomène mis en évidence ? Peut-on retrouver la constante de temps du capteur ?

Partie IV : Utilisation en anémométrie

1) Quelle grandeur physique mesure un anémomètre ? Quelle unité de mesure internationale ? Est-elle dépendante de la masse spécifique du gaz mesuré ? Citez le principe le plus courant.

2) Pour évaluer la vitesse d'un gaz dans une veine (tuyau) avec la thermistance, on crée un auto-échauffement de la résistance en injectant un courant I et on évalue la quantité de chaleur transmise au gaz en mouvement. Cette technique est appelée "anémomètre à fil chaud".

a) Soit θ la température d'équilibre lorsque le gaz s'écoule à la vitesse v et R_{θ} la valeur de la thermistance à cette température.

- Quelle est la puissance calorifique dissipée dans la thermistance ?

b) On suppose que la chaleur de la résistance est cédée au gaz de température T_0 par convection ; la puissance cédée étant:

$$\Phi = h(\theta - T_0) \quad (1)$$

avec h coefficient de transfert de la chaleur de la forme (appelé loi de King's):

$$h = a + b v^c$$

Les coefficients a et b seront fixés par étalonnage ; c est caractéristique du gaz (de l'ordre de 0.5).

- Commenter l'équation de convection (1).

- Donner l'équation d'équilibre thermique du capteur.

- En déduire v en fonction de R_{θ} , θ et des autres paramètres [relation (2)]

- Eliminer θ en remplaçant la variable par son expression en fonction de R_{θ} .

- Est-il possible d'évaluer la vitesse v en mesurant R_{θ} ? La relation est-elle linéaire ?

3) Pour simplifier la mesure, on introduit un asservissement du courant I : le courant I est augmenté jusqu'à ce que la température atteigne une valeur fixée θ_0 (ou équivalentement, la thermistance atteint la valeur R_{θ_0}). L'anémomètre est dit alors "à température constante".

- L'expression (2) permet-elle de déterminer v à partir de I et des paramètres a, b, c, R_{θ_0} et θ_0 ? La relation $v = f(I)$ est-elle linéaire dans le cas général ?

- Pour $a \simeq 0$ et $c=0.5$, que devient la relation ? Dans quelles conditions pouvez-vous considérer que a est négligeable ?

4) Pour construire un anémomètre sur ce principe, combien vous faudra-t-il de thermistances ? Quels autres appareils de mesure électrique vous faut-il ?

NTC SMD Thermistors



With Nickel Barrier Termination NB 12 - NB 20

Chip thermistors are high quality and low cost devices especially developed for surface mounting applications. They are widely used for temperature compensation but can also achieve temperature control of printed circuits.

A nickel barrier metallization provides outstanding qualities of solderability and enables this chip to meet the requirements of the most severe soldering processes.

Types	NB 12 IEC SIZE : 0805	NB 20 IEC SIZE : 1206
DIMENSIONS: millimeters (inches)		
Terminations	Nickel Barrier	
Marking	On packaging only	
Climatic category	40/125/56	
Operating temperature	-55°C to +150°C	
Tolerance on R _n (25°C)	±5%, ±10%, ±20%	
Maximum dissipation at 25°C	0.12 W	0.24 W
Thermal dissipation factor	2 mW/°C	4 mW/°C
Thermal time constant	5 s	7s

Resistance - Temperature characteristics: pages 36 to 40.

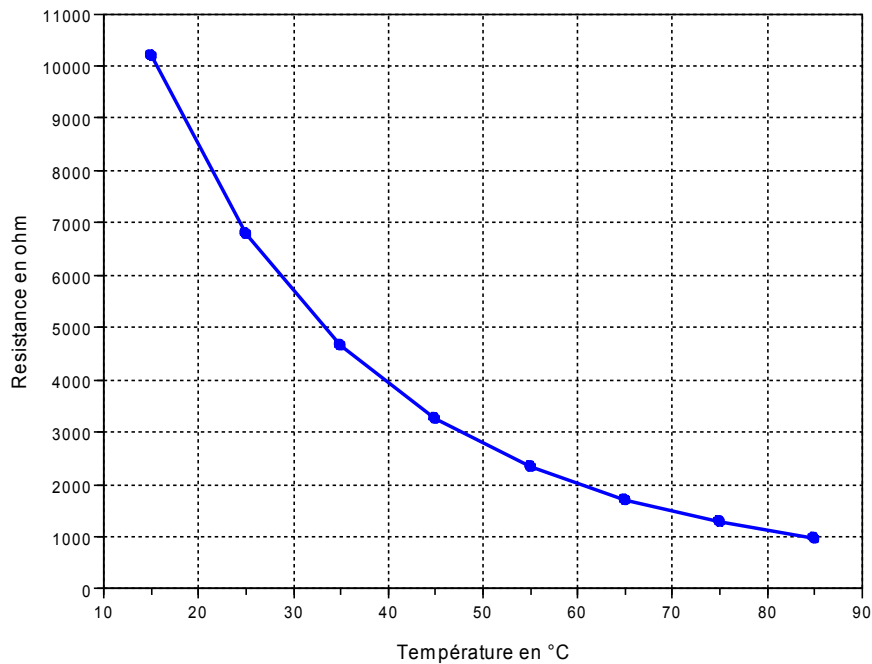
NB 20 IEC SIZE : 1206				
Types	R _n at 25°C (Ω)	Material Code	B ($\Delta B/B$ (1) ± 5% (2) ± 3%)	α at 25°C (%/°C)
NB 20 MC 0 221	220	MC	3910 ± 3%	- 4.4
NB 20 MC 0 102	1,000	MC	3910 ± 3%	- 4.4
NB 20 J 0 0472	4,700	J	3480 ± 3%	- 3.9
NB 20 J 0 0562	5,600			
NB 20 J 0 0682	6,800			
NB 20 J 5 0822	8,200	J5	3480 ± 3%	- 3.9
NB 20 K 0 0103	10,000	K	3630 ± 3%	- 4.0
NB 20 K 0 0123	12,000			
NB 20 L 0 0153	15,000	L	3790 ± 3%	- 4.2
NB 20 L 0 0183	18,000			
NB 20 L 0 0223	22,000			
NB 20 M 0 0273	27,000	M	3950 ± 3%	- 4.4
NB 20 M 0 0333	33,000			
NB 20 M 0 0393	39,000			
NB 20 M 0 0473	47,000			

Partie I : Etude de la thermistance

1) La température de référence du constructeur est $T_0 = 25^\circ\text{C}$ soit $T_0 = 298\text{ K}$. Le paramètre B vaut 3480 K. Etendue de mesure constructeur : de -55°C à 150°C .

2)

T en $^\circ\text{C}$	15	25	35	45	55	65	75	85
T en K	288	298	308	318	328	338	348	358
R en Ω	10200	6800	4654	3262	2337	1707	1270	960



3) Sensibilité théorique $\sigma = \frac{dR}{dT}$. L'équation est une exponentielle de la forme e^u ; sa dérivée est de la forme $u' e^u$.

$$\sigma = -\frac{BR_0}{T^2} e^{\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = -\frac{BR(T)}{T^2}$$

la sensibilité est décroissante (pente négative de la caractéristique); elle s'exprime en $\Omega/^\circ\text{C}$ ou en Ω/K (un écart de température a la même valeur, que la température soit exprimée en $^\circ\text{C}$ ou K). Attention : le calcul se fait avec la température T en K.

T en $^\circ\text{C}$	15	25	35	45	55	65	75	85
σ en Ω/K	- 428	- 266.5	- 170.7	- 112.3	- 75.6	- 52.0	- 36.5	- 26.0

A 25°C , la sensibilité est de $-266.5 \Omega/\text{K}$. La sensibilité relative est $\alpha = \frac{\sigma}{R_0}$ soit $-0.03919/^\circ\text{C}$. Cette valeur est identique à celle du constructeur (-3.9%).

La sensibilité n'est pas constante ; le capteur est donc non-linéaire. Il faut corriger la valeur mesurée (la résistance) pour un usage courant du capteur.

L'erreur sur B est 3 %; elle se répercute sur la valeur de résistance. Soit ΔB cette erreur et $R_T + \Delta R$ la nouvelle valeur de la résistance à 25°C (le calcul présenté ici peut être fait pour n'importe quelle température).

$$R_T + \Delta R = R_0 e^{(B + \Delta B)\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} e^{\Delta B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

On remarque que le terme $e^{\Delta B(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})}$ est un terme de la forme e^ε ; il peut être développé en série et approximé par $1 + \varepsilon$

$$\text{D'où } \frac{\Delta R}{R_T} = \Delta B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \text{ (résultat sans dimension)}$$

L'erreur en température se calcule en déterminant l'erreur absolue divisée par la sensibilité à la température considérée.

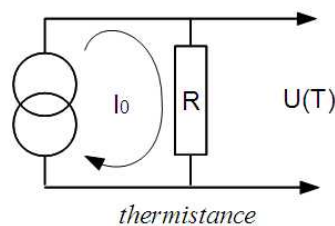
Théoriquement, on constate qu'une variation sur B ne provoque pas d'erreur sur la mesure à la température de référence 25°C. L'erreur n'est visible qu'aux autres températures ; cette erreur est équivalente à une erreur de gain sur le capteur.

Note 1: seul le calcul général permet d'établir le résultat ; le calcul numérique pour T=25°C donne directement 0 et ne permet pas de répondre à la question posée. Le choix de limiter l'étendue du problème conduit à une simplification excessive de l'étude au point de donner un résultat peu pertinent.

Note 2 : la question aurait dû être formulée autrement (il est tenu compte de cette difficulté dans la notation des copies) !

Partie II : Mesure et linéarisation

1)



Pour l'étendue de mesure pour laquelle les calculs de résistance ont été fait, il faut se placer sur la gamme 20V pour visualiser la mesure (appliquer un facteur 1000 pour obtenir une mesure en Ω)

2) Montage de type *diviseur de tension* .

$$\text{La tension de mesure est : } U(T) = \frac{R(T)}{R_1 + R(T)} \cdot U_0$$

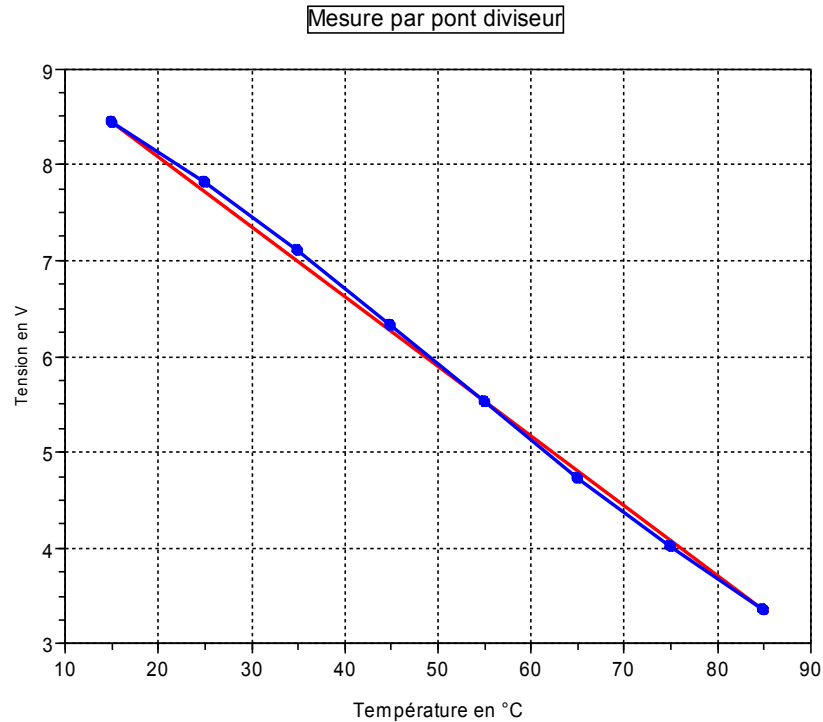
T en °C	15	25	35	45	55	65	75	85
U(T) en V	8.43	7.82	7.10	6.32	5.51	4.73	4.00	3.36
Droite en V	8.43	7.71	6.98	6.26	5.53	4.81	4.08	3.36
Ecart en V	0.00	0.11	0.12	0.06	- 0.016	- 0.074	- 0.076	0.00

$$\text{L'équation de la droite est } U_D(T) = U(15) + \frac{U(85) - U(15)}{85 - 15} (T - 15) \text{ avec T en } ^\circ\text{C}$$

La pente est de $- 0.0724554\text{V}/^\circ\text{C}$; elle définit la sensibilité moyenne σ_m . Si le choix est fait d'exprimer la température en K , l'origine de l'abscisse est différente (prendre 272+15 !).

L'écart de linéarité maximum constaté ε_{max} est de 0.12V soit 1.7°C .

La comparaison avec l'erreur introduite sur B ne peut se faire que si le calcul a été mené sur l'ensemble des points de mesure (non demandé suite à simplification du sujet donc question non cotée!)



4) Puissance électrique $P_R(T) = \frac{U(T)^2}{R(T)} = 0.00898 W$

La documentation donne le "facteur de dissipation thermique" ; l'unité de mesure de cette grandeur montre qu'il s'agit d'une conductance G_{25} . L'auto-échauffement sera :

$$\Delta T = P_R(T)/G_{25} = 2.2^\circ C$$

Remarquer que l'auto-échauffement dépend de la température. L'erreur due à l'auto-échauffement est supérieure à l'erreur de linéarité ; il conviendrait donc d'alimenter le diviseur de tension avec une tension plus réduite (par exemple, à 5V l'auto-échauffement sera le 1/4 de celui à 10V).

Partie III : Réponse dynamique

1) Voir cours ! $\theta(t) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(1 - e^{-t/\tau})$ avec constante de temps thermique 7s

$$2) \theta(t_{49.9}) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(1 - e^{-t_{49.9}/\tau})$$

$$\text{d'où } (1 - e^{-t_{49.9}/\tau}) = (\theta(t_{49.9}) - \theta_i) / (\theta_f - \theta_i) \rightarrow e^{-t_{49.9}/\tau} = 0.004 \rightarrow t_{49.9} = -\tau \ln(0.004)$$

$$t_{49.9} = 38.7s$$

$$3) \text{ Le bilan calorifique est : } C \frac{d\theta}{dt} = P_{entrante}$$

La solution à cette équation différentielle est une rampe (droite) d'équation $\theta(t) = \theta_i + \frac{P}{C}t$

La pente est ici $10^{-1}^\circ C/s$; il faut donc 500s pour élever la température de $50^\circ C$.

4) voir cours ! phénomène = traînage de valeur égale à la constante de temps. Le traînage correspond à une erreur de $0.7^\circ C$, ici inférieure aux autres sources d'erreur déjà constatées.

Partie IV : Anémométrie

1) Un anémomètre mesure la vitesse du vent, plus généralement la vitesse d'un gaz. L'unité SI est le m/s. La vitesse est indépendante de la masse spécifique du gaz ; Le principe le plus courant est l'anémomètre à hélice (présenté en cours dans sa version vectorielle) ou à godet (utilisé dans les stations météorologiques, stores, protection des ouvrages d'art...)

$$2) a) \quad P_R = R_\theta I^2$$

b) l'équation de convection dit que la puissance cédée au gaz est proportionnelle à l'écart de température et au coefficient h . Ce coefficient est lui-même lié à la vitesse du gaz. Plus la vitesse est élevée, plus la thermistance cède de chaleur (c'est du *bon sens physique*!). A vitesse nulle, la convection n'est pas nulle (il y a conduction entre la thermistance et l'air ambiant, ainsi que rayonnement).

$$\text{Equilibre thermique : } R_\theta I^2 = (\theta - T_0)(a + b v^c)$$

$$\text{d'où } b v^c = \frac{R_\theta I^2}{\theta - T_0} - a \rightarrow v^c = \frac{1}{b} \left[\frac{R_\theta I^2}{\theta - T_0} - a \right] \rightarrow v = \frac{1}{b^{1/c}} \left[\frac{R_\theta I^2}{\theta - T_0} - a \right]^{1/c} \quad (2)$$

Par la mesure de R_θ , on en déduit θ ; il est alors possible d'évaluer la vitesse (le calcul tiendra compte de a et b qui seront déterminés par étalonnage).

$$\text{Elimination de } \theta : R(T) = R_0 e^{B(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})} \rightarrow B(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{T_0}) = \ln(R_\theta/R_0)$$

$$\theta = \frac{B T_0}{T_0 \ln(R_\theta/R_0) - B} \rightarrow \theta - T_0 = \frac{2B T_0 - T_0^2 \ln(R_\theta/R_0)}{T_0 \ln(R_\theta/R_0) - B}$$

Il est bien évident que l'équation (2) n'est pas linéaire, encore moins après substitution de θ .

3) L'équation (2) est plus facilement utilisable pour θ constant, ce qui entraîne que R_θ est constant aussi. L'étalonnage est beaucoup plus facile à réaliser.

$$\text{Pour } a \simeq 0 \text{ et } c \simeq 0.5, \quad v = \frac{1}{b^2} \frac{R_\theta^2 I^4}{(\theta - T_0)^2}$$

La relation est alors plus facilement utilisable. Elle suppose que la conduction thermique à vitesse nulle est négligeable.

4) Pour réaliser le calcul, il faut connaître T_0 , température du gaz et le courant I . Le courant est évalué avec un ampèremètre, la température T_0 avec une thermistance alimentée sous faible tension (pas d'auto-échauffement). Certains appareils utilisent un courant I pulsé, de façon à ce que la thermistance soit périodiquement à température du gaz puis en auto-échauffement.

L'étalonnage d'un anémomètre à fil chaud se fait souvent avec un tube de Pitot dont la loi de mesure est plus directe.