



Date : 03/01/2023 Durée : 1h30	Session : 2 ^{ème} TA <input checked="" type="checkbox"/> Principale <input type="checkbox"/> Rattrapage	Documents : <input checked="" type="checkbox"/> non autorisés <input type="checkbox"/> autorisés	Nbr. de pages : 8
Matière : Résistance des Matériaux Enseignant : Zied Antar			

Exercice 1 (5 points)

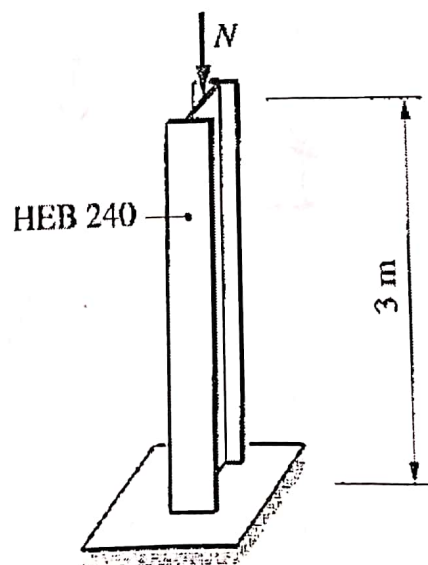
Un arbre de torsion tubulaire de diamètre extérieur D , de diamètre intérieur d , de longueur 1200mm, est sollicité par un couple de 2000 mN. Sous l'action de ce couple, l'angle de torsion total de l'une des extrémités par rapport à l'autre doit être de $20^\circ \pm 0.5^\circ$. La contrainte maximum admissible en torsion est de 400 MPa. Le module de COULOMB du matériau vaut 80 GPa. (E)

1. Calculer la distorsion angulaire maximum en radians en appliquant la loi de HOOKE. (1point)
2. En déduire le diamètre extérieur D en mm (arrondir le résultat au mm). (1 point)
3. Quel est alors le diamètre intérieur d en mm (arrondir le résultat au mm). (1point)
4. Avec les valeurs trouvées en 2) et 3) calculer la contrainte maximum de torsion (en MPa) et l'angle de torsion des sections extrêmes (en $^\circ$). (2points)

Exercice 2 (4 points)

Une colonne, encastrée au pied et libre en tête, est formée d'un profilé laminé HEB 240 en acier doux. Elle est soumise à une charge verticale N de compression (le poids propre est négligeable). avec $N = 100 \text{ kN}$

$$\text{MPa} = \text{N/mm}^2$$



1. Calculer le rayon de giration de la section droite ρ . (1 point)
2. Calculer l'élancement de la poutre λ . (1 point)
3. Quelle est la charge maximale tolérable : F_{adm} . (1 point) (selon λ)
4. Calculer la charge critique d'Euler F_{cr} et en déduire le coefficient de sécurité k . (1 point)

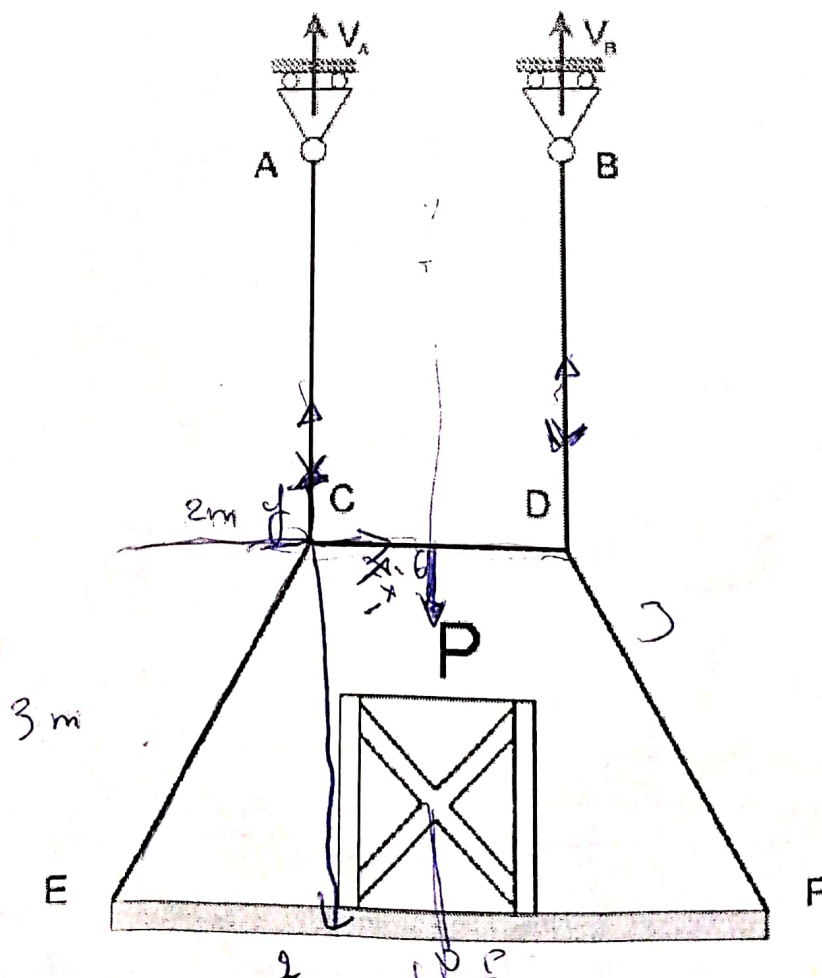
$R_{pc} = 200 \text{ MPa}$, $\lambda_c = 60$, $R_e = 240 \text{ MPa}$, $E = 200 \text{ GPa}$.

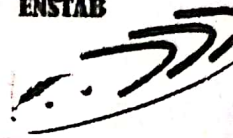
Exercice 3 (4 points)

Le mécanisme ci-dessous est composé d'un plateau suspendu par des câbles. Les câbles ont un diamètre de 3 mm et ont une résistance $R_e = 300 \text{ MPa}$. On néglige le poids propre du plateau.

1. Calculer en fonction du poids « P » de la caisse l'effort dans le câble le plus sollicité. (2 points)
2. Calculer le poids maximal qu'il est possible de placer sur le plateau sans rompre les câbles. Le coefficient de sécurité à prendre en compte sur la résistance est de 1,5. (2 points)

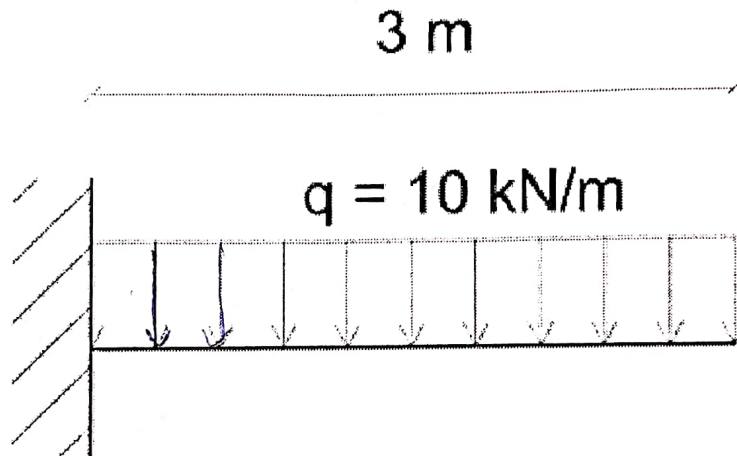
$$K = 1,5$$





Exercice 4 (7 points)

La structure suivante est composée d'un profilé HEA. On considère $R_e=355$ MPa et un coefficient de sécurité de 1,5.



1. Sur base du moment maximal dans la poutre, dimensionner le profilé HEA. (3 points)
2. Dimensionner le profilé HEA nécessaire pour que la flèche soit limitée à $1/350$ de la longueur. (3 points)
3. Quel profilé HEA faut-il choisir pour vérifier les deux critères précédents ? (1 points)

Formulaire

Traction

- $\sigma = E \cdot \varepsilon$
- $\sigma \leq R_p$

Cisaillement

- $\gamma = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $\tau = G \cdot \gamma$
- $\tau_e = \frac{k_0}{1+k_0}$ avec $k_0 = \frac{\sigma_e}{\sigma_{ec}}$
- $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$
- $\tau_{moy} \leq \tau_{adm}$

Torsion

- $\theta = \alpha / x$
- $\gamma_M = \theta \cdot \rho$
- $\tau = G \cdot \gamma_M$
- $M_t = G \cdot \theta \cdot I_0$

contrainte $\rightarrow \tau = \frac{M_t}{I_0 / \rho}$

- $\tau_{max} = \frac{|M_t|_{max}}{I_0 / \nu}$
- $|\tau|_{max} \leq \tau_{adm}$
- $\theta = \frac{M_t}{G \cdot I_0} \leq \theta_{lim}$

Flexion

- $|\sigma_{max}| = \frac{|M_{fz}|_{max}}{\frac{I_{Gz}}{\nu}}$
- $\tau_y = - \frac{\tau_y \cdot W_{Gz}}{b \cdot I_{Gz}}$

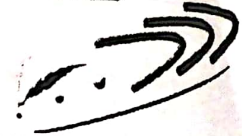


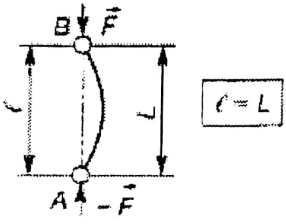
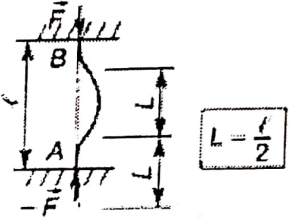
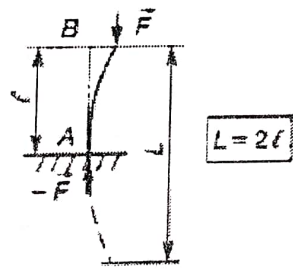
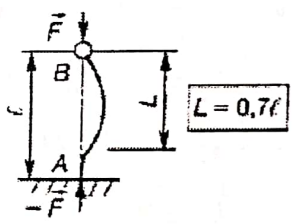
- $k \cdot |\sigma_{\max}| \leq \sigma_p = \frac{\sigma_e}{s}$
- $|\tau_{\text{moy}}| \leq \tau_p = \frac{\tau_e}{s}$
- $y''(x) = \frac{M_{fz}(x)}{E \cdot I_{Gz}}$
- $f_{\max} \leq f_{\lim}$

Flambement

- $F_c = EI\pi/L^2$
- $\lambda = L/\rho$
- $\rho = \sqrt{I_{Gz}/S}$ avec I_G minimale
- $F_c = \pi^2 ES/\lambda^2$
- $\lambda_c^2 = \pi^2 E/R_e$
- $k = 2s = 2R_{ec}/R_{pc}$
- $F_{adm} \leq F_c$

Poutres courtes $\lambda < 20$	Poutres moyennes $20 < \lambda < 100$	Poutres élancées $\lambda > 100$
<p>Compression simple</p> $F_{adm} = R_{pc} \cdot S$	<p>Formule expérimentale de Rankine</p> $F_{adm} = \frac{R_{pc} \cdot S}{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$	<p>Formule d'Euler</p> $F_{adm} = \frac{R_{pc} \cdot S}{2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$



LONGUEURS LIBRES DE FLAMBAGE			
Types de liaisons	Valeurs de L	Types de liaisons	Valeurs de L
① En A et B : liaisons pivots.		③ En A et B : liaisons encastrement.	
② En A : liaison encastrement. En B : extrémité libre.		④ En A : liaison encastrement. En B : liaison pivot.	

Geometrie	Section	Centre de gravité	Moment statique	Moment quadratique
	$S = a^2$	$z_G = \frac{a}{2}$ $y_G = \frac{a}{2}$	$M_{Ox} = \frac{a^3}{2}$ $M_{Oy} = \frac{a^3}{2}$	$I_{Ox} = \frac{a^4}{12}$ $I_{Oy} = \frac{a^4}{12}$
	$S = A^2 - a^2$	$z_G = \frac{A}{2}$ $y_G = \frac{A}{2}$	$M_{Ox} = \frac{A^3 - a^3}{2}$ $M_{Oy} = \frac{A^3 - a^3}{2}$	$I_{Ox} = \frac{A^4 - a^4}{12}$ $I_{Oy} = \frac{A^4 - a^4}{12}$
	$S = bh$	$z_G = \frac{b}{2}$ $y_G = \frac{h}{2}$	$M_{Ox} = \frac{bh^2}{2}$ $M_{Oy} = \frac{b^2h}{2}$	$I_{Ox} = \frac{bh^3}{12}$ $I_{Oy} = \frac{hb^3}{12}$
	$S = BH - bh$	$z_G = \frac{B}{2}$ $y_G = \frac{H}{2}$	$M_{Ox} = \frac{BH^2 - bh^2}{2}$ $M_{Oy} = \frac{B^2H - b^2h}{2}$	$I_{Ox} = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$ $I_{Oy} = \frac{HB^3 - hb^3}{12}$
	$S = BH - h(B - b)$	$z_G = \frac{B}{2}$ $y_G = \frac{H}{2}$	$M_{Ox} = \frac{BH^2 - h(B - b)H^2}{2}$ $M_{Oy} = \frac{B^2H - h(B - b)B^2}{2}$	$I_{Ox} = \frac{BH^3 - h^3(B - b)H^3}{12}$ $I_{Oy} = \frac{B^3H - h(B^3 - b^3)}{12}$
	$S = BH - h(B - b)$	$z_G = \frac{B}{2}$ $y_G = \frac{H_{Ox}}{S}$	$M_{Ox} = \frac{BH^2 - h^3(B - b)H^2}{2}$ $M_{Oy} = \frac{B^2H - hB(B - b)B^2}{2}$	$I_{Ox} = \frac{BH^3 - h^3(B - b)H^3}{12} - y_G^2 S$ $I_{Oy} = \frac{B^3H - h(B^3 - b^3)}{12}$

HEA Profils à larges ailes HEA

Longueurs normales

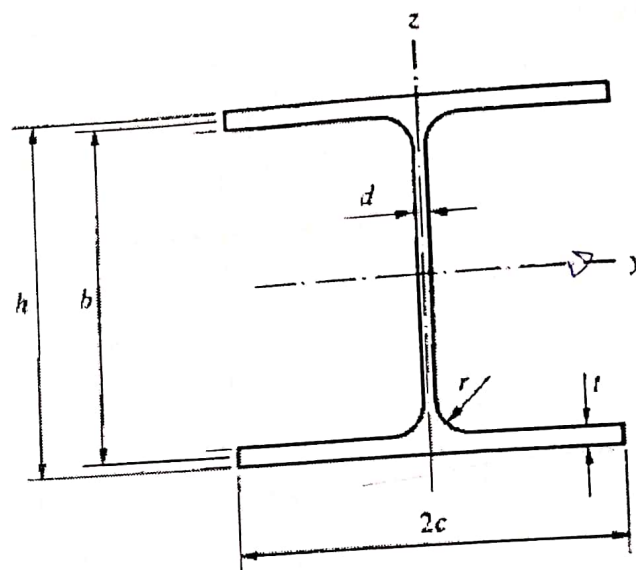
$h \leq 180$ 8...18 m

$h \geq 200$ 8...24 m

EURONORM 53-62, DIN 1025/3

Autres désignations: DIE, IPBI

HEA	Dimensions de la section					
	h mm	2c mm	d mm	t mm	r mm	b mm
100	96	100	5	8	12	88,0
120	114	120	5	8	12	106,0
140	133	140	5,5	8,5	12	124,5
160	152	160	6	9	15	143,0
180	171	180	6	9,5	15	161,5
200	190	200	6,5	10	18	180,0
220	210	220	7	11	18	199,0
240	230	240	7,5	12	21	218,0
260	250	260	7,5	12,5	24	237,5
280	270	280	8	13	24	257,0
300	290	300	8,5	14	27	276,0
320	310	300	9	15,5	27	294,5
340	330	300	9,5	16,5	27	313,5
360	350	300	10	17,5	27	332,5
400	390	300	11	19	27	371,0
450	440	300	11,5	21	27	419,0
500	490	300	12	23	27	467,0
550	540	300	12,5	24	27	516,0
600	590	300	13	25	27	565,0
650	640	300	13,5	26	27	614,0
700	690	300	14,5	27	27	663,0
800	790	300	15	28	30	762,0
900	890	300	16	30	30	860,0
1000	990	300	16,5	31	30	959,0



$$b = h - t$$

$$A_w = b \cdot d$$

$$W_y = \frac{I_y}{h/2}$$

$$S_y = Z_y / 2$$

$$\bar{W}_y = \frac{I_y}{b/2}$$

$$S_z = Z_z / 2$$

$$W_z = \frac{I_z}{c}$$

HEA	m kg/m	Valeurs statiques											
		A mm ²	A _w mm ²	I _y mm ⁴	W _y mm ³	\bar{W}_y mm ³	Z _y mm ³	i _y mm	I _z mm ⁴	W _z mm ³	Z _z mm ³	i _z mm	K mm ⁴
				$\times 10^8$	$\times 10^3$	$\times 10^3$	$\times 10^3$		$\times 10^8$	$\times 10^3$	$\times 10^3$		$\times 10^6$
100	16,7	2120	440	3,49	73	79	83	40,6	1,34	26,8	41,2	25,1	0,0520
120	19,9	2530	530	6,08	108	114	119	48,9	2,31	38,5	58,9	30,2	0,0596
140	24,7	3140	685	10,3	155	166	173	57,3	3,89	55,6	84,7	35,2	0,0803
160	30,4	3880	858	16,7	220	234	246	65,7	6,16	76,9	118	39,8	0,118
180	35,5	4530	969	25,1	294	311	324	74,5	9,25	103	157	45,2	0,147
200	42,3	5380	1170	36,9	389	410	430	82,8	13,4	134	204	49,8	0,204
220	50,5	6430	1390	54,1	515	544	568	91,7	19,5	178	271	55,1	0,281
240	60,3	7680	1640	77,6	675	712	744	101	27,7	231	352	60,0	0,410
260	68,2	8680	1780	104,5	836	881	920	110	38,7	282	430	65,0	0,520
280	76,4	9730	2060	136,7	1010	1060	1110	119	47,6	340	518	70,0	0,614
300	88,3	11300	2350	182,6	1260	1320	1380	127	63,1	421	642	74,9	0,842
320	97,6	12400	2650	229,3	1480	1560	1630	136	69,9	466	710	74,9	1,09
340	105	13300	2980	276,9	1680	1770	1850	144	74,4	496	756	74,8	1,29
360	112	14300	3320	330,9	1890	1990	2080	152	78,9	526	803	74,3	1,51
400	125	15900	4080	450,7	2310	2430	2560	168	85,6	571	873	73,4	1,91
450	140	17800	4820	637,2	2900	3040	3220	189	94,7	631	966	72,9	2,49
500	155	19800	5600	869,7	3550	3730	3940	210	103,7	691	1060	72,4	3,18
550	168	21200	6450	1119	4150	4340	4620	230	108,2	721	1110	71,5	3,61
600	178	22600	7340	1412	4790	5000	5360	250	112,7	751	1160	70,5	4,08
650	190	24200	8290	1752	5470	5710	6140	269	117,2	782	1200	69,7	4,59
700	204	26000	9610	2153	6240	6490	7040	288	121,8	812	1260	68,4	5,23
800	224	28600	11400	3034	7680	7960	8700	326	126,4	843	1310	66,5	6,10
900	252	32100	13800	4221	9480	9820	10800	363	135,5	903	1420	65,0	7,51
1000	272	34700	15800	5538	11190	11550	12800	400	140,0	934	1470	63,5	8,37

HEB Profils à larges ailes HEB

Longueurs normales

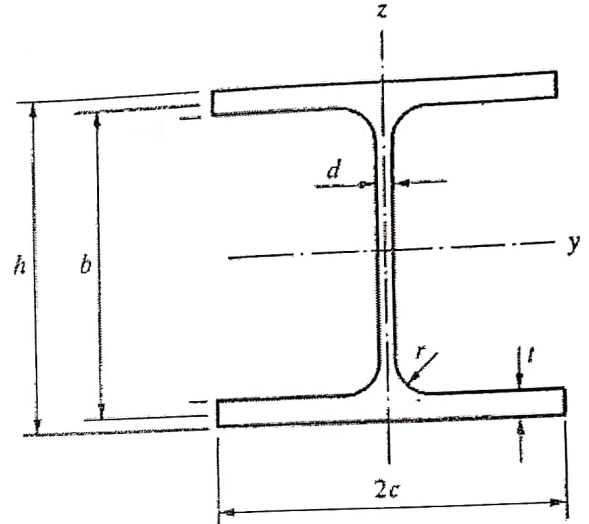
$h \leq 180$ 8...18 m

$h \geq 200$ 8...24 m

EURONORM 53-62, DIN 1025/2

Autres désignations: DIN, IPB

HEB	Dimensions de la section					
	h mm	2c mm	d mm	t mm	r mm	b mm
100	100	100	6	10	12	90,0
120	120	120	6,5	11	12	109,0
140	140	140	7	12	12	128,0
160	160	160	8	13	15	147,0
180	180	180	8,5	14	15	166,0
200	200	200	9	15	18	185,0
220	220	220	9,5	16	18	204,0
240	240	240	10	17	21	223,0
260	260	260	10	17,5	24	242,5
280	280	280	10,5	18	24	262,0
300	300	300	11	19	27	281,0
320	320	300	11,5	20,5	27	299,5
340	340	300	12	21,5	27	318,5
360	360	300	12,5	22,5	27	337,5
400	400	300	13,5	24	27	376,0
450	450	300	14	26	27	424,0
500	500	300	14,5	28	27	472,0
550	550	300	15	29	27	521,0
600	600	300	15,5	30	27	570,0
650	650	300	16	31	27	619,0
700	700	300	17	32	27	668,0
800	800	300	17,5	33	30	767,0
900	900	300	18,5	35	30	865,0
1000	1000	300	19	36	30	964,0



$$b = h - t$$

$$A_w = b \cdot d$$

$$W_y = \frac{I_y}{h/2}$$

$$S_y = Z_y / 2$$

$$\bar{W}_y = \frac{I_y}{b/2}$$

$$S_z = Z_z / 2$$

$$W_z = \frac{I_z}{c}$$

HEB	m kg/m	Valeurs statiques											
		A	A _w	I _y	W _y	\bar{W}_y	Z _y	i _y	I _z	W _z	Z _z	i _z	K
		mm ²	mm ²	mm ⁴	mm ³	mm ³	mm ³	mm	mm ⁴	mm ³	mm ³	mm	mm ⁴
				$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^3$	$\times 10^3$		$\times 10^8$	$\times 10^3$	$\times 10^3$		$\times 10^6$
100	20,4	2600	540	4,50	90	100	104	41,6	1,67	33	51	25,3	0,0931
120	26,7	3400	708	8,64	144	158	165	50,4	3,18	53	81	30,6	0,139
140	33,7	4300	896	15,1	216	236	246	59,3	5,50	79	120	35,8	0,202
160	42,6	5430	1180	24,9	311	339	354	67,8	8,89	111	170	40,5	0,312
180	51,2	6530	1410	38,3	426	461	482	76,6	13,6	151	231	45,7	0,422
200	61,3	7810	1660	57,0	570	616	642	85,4	20,0	200	306	50,7	0,596
220	71,5	9100	1940	80,9	736	793	828	94,3	28,4	258	394	55,9	0,770
240	83,2	10600	2230	112,6	938	1010	1050	103	39,2	327	499	60,8	1,04
260	93,0	11800	2420	149,2	1150	1230	1280	112	51,3	395	603	65,8	1,26
280	103	13100	2750	192,7	1380	1470	1530	121	65,9	471	718	70,9	1,45
300	117	14900	3090	251,7	1680	1790	1870	130	85,6	571	871	75,8	1,87
320	127	16100	3440	308,2	1930	2060	2140	138	92,4	616	940	75,7	2,29
340	134	17100	3820	366,6	2160	2300	2400	146	96,9	646	986	75,3	2,62
360	142	18100	4220	431,9	2400	2560	2680	155	101	676	1030	74,9	2,98
400	155	19800	5080	576,8	2880	3070	3240	171	108	721	1100	74,0	3,61
450	171	21800	5940	798,9	3550	3770	3980	191	117	781	1200	73,3	4,49
500	187	23900	6840	1072	4290	4540	4820	212	126	842	1290	72,7	5,50
550	199	25400	7820	1367	4970	5250	5600	232	131	872	1340	71,7	6,12
600	212	27000	8840	1710	5700	6000	6420	252	135	902	1390	70,8	6,80
650	225	28600	9900	2106	6480	6800	7320	271	140	932	1440	69,9	7,52
700	241	30600	11400	2569	7340	7690	8320	290	144	963	1490	68,7	8,42
800	262	33400	13400	3591	8980	9360	10220	328	149	994	1550	66,8	9,62
900	291	37100	16000	4941	10980	11400	12580	365	158	1050	1660	65,3	11,5
1000	314	40000	18300	6447	12890	13400	14860	401	163	1090	1710	63,8	12,7