



EXAMEN

Session principale

Matière : Transferts thermiques

Documents Autorisés : NON

Classes : 2TA

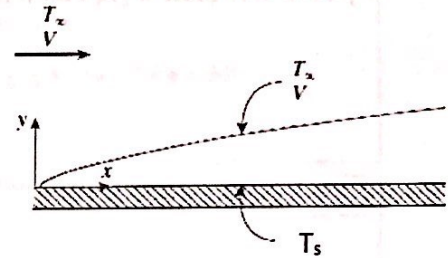
Enseignant : I. KHABBOUCHI & D. LOUNISSI

Durée : 1h30h

Date : 05/01/2018

Exercice 1 : (8 points)

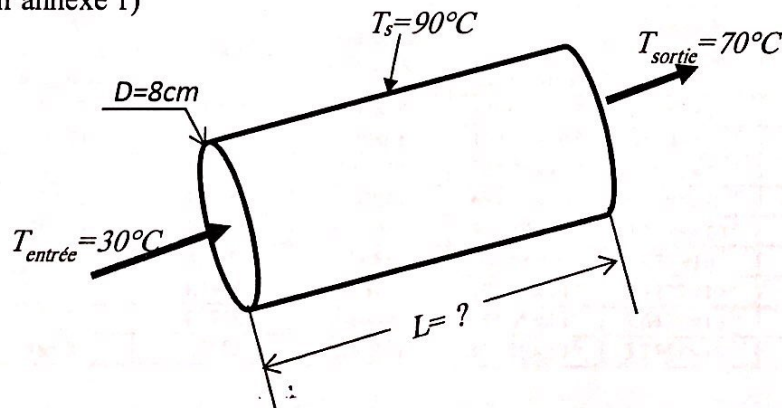
Considérons l'écoulement de l'eau le long d'une plaque plane, comme indiqué sur la figure ci-contre. Très loin de la surface de la plaque (suivant la direction des y) l'eau se déplace avec une vitesse uniforme $V=5\text{m/s}$ et a une température $T_\infty = 20^\circ\text{C}$. La surface supérieure de la plaque est maintenue à une température uniforme $T_s = 60^\circ\text{C}$.



- Déterminer la longueur x_L de la plaque qui correspond à un régime d'écoulement laminaire.
- En supposant que la plaque est assez courte pour pouvoir considérer que l'écoulement est laminaire et en négligeant la dissipation visqueuse, écrire les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie en régime permanent pour cet écoulement tout en précisant les hypothèses simplificatrices et les conditions aux limites.
- Pour une plaque de longueur $L=5\text{ cm}$, le coefficient de frottement global entre l'eau et toute la plaque est mesuré à $C_f = 4.10^{-4}$. En utilisant l'analogie modifiée de Reynolds, déterminer le flux convectif transféré à l'eau, par unité de largeur de la plaque.

Exercice 2 : (6 points)

De l'eau entre dans un élément de chauffage cylindrique de diamètre 8cm avec un débit de 0.12kg/s (figure 3). L'eau entre dans le tube à une température de 30°C et la surface du tube est maintenue à 90°C . Déterminer la longueur nécessaire du tube pour que la température de sortie de l'eau soit égale à 70°C . (Voir annexe 1)



**Exercice 3 : (6 points)**

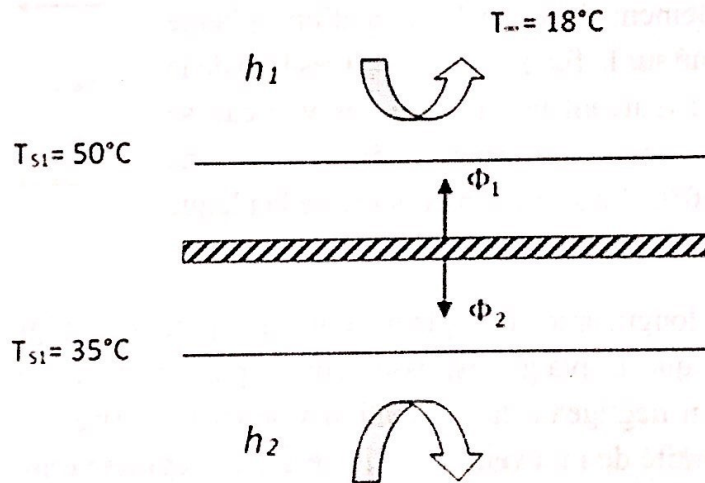
Un système de chauffage électrique par plancher est constitué d'une plaque chauffante d'épaisseur 1 cm noyée dans une dalle de béton.

Le flux de chaleur créé par la plaque chauffante (Φ) se partage en un flux ascendant Φ_1 (chauffage par le plancher) et un flux descendant Φ_2 (chauffage par le plafond).

La température de l'air de part et d'autre du plancher est $T_{\infty} = 18^{\circ}\text{C}$.

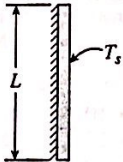
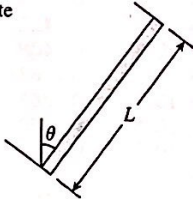

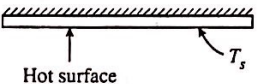
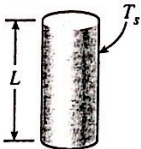
La température du plancher T_{s1} est égale à 50°C , tandis que celle du plafond T_{s2} est égale à 35°C .

Déterminer pour une surface carrée de 1 m^2 les flux de chaleur par unité de surface ascendant Φ_1 et descendant Φ_2 . (Voir annexe 1 et 2)



Annexe 1

Empirical correlations for the average Nusselt number for natural convection over surfaces

Geometry	Characteristic length L_c	Range of Ra	Nu
Vertical plate 	L	10^4-10^9 $10^{10}-10^{13}$ Entire range	$Nu = 0.59Ra_L^{1/4}$ (9-19) $Nu = 0.1Ra_L^{1/3}$ (9-20) $Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$ (9-21) (complex but more accurate)
Inclined plate 	L		Use vertical plate equations for the upper surface of a cold plate and the lower surface of a hot plate Replace g by $g \cos \theta$ for $0 < \theta < 60^\circ$
Horizontal plate (Surface area A and perimeter p) (a) Upper surface of a hot plate (or lower surface of a cold plate)  (b) Lower surface of a hot plate (or upper surface of a cold plate) 	A_s/p	10^4-10^7 10^7-10^{11} 10^5-10^{11}	$Nu = 0.59Ra_L^{1/4}$ (9-22) $Nu = 0.1Ra_L^{1/3}$ (9-23) $Nu = 0.27Ra_L^{1/4}$ (9-24)
Vertical cylinder 	L		A vertical cylinder can be treated as a vertical plate when $D \geq \frac{35L}{Gr_L^{1/4}}$

Propriétés de l'eau à la pression atmosphérique 1atm

Temp °C	Masse volumique ρ (kg/m3)	C_p (kJ/kg.K)	Conductivité λ (W/m.K)	Viscosité dynamique μ (kg/m.s)	Viscosité Cinématique ν (m²/s)	Pr
10	999,7	4,1952	0,57878	$1305,9 \times 10^{-6}$	$13,063 \times 10^{-7}$	9,4656
20	998,21	4,1841	0,59801	$1001,6 \times 10^{-6}$	$10,034 \times 10^{-7}$	7,0078
30	995,65	4,1798	0,61439	$797,22 \times 10^{-6}$	$8,0071 \times 10^{-7}$	5,4236
40	992,22	4,1794	0,62849	$652,73 \times 10^{-6}$	$6,5785 \times 10^{-7}$	4,3406
50	988,04	4,1813	0,64062	$546,52 \times 10^{-6}$	$5,5313 \times 10^{-7}$	3,5671
60	983,2	4,185	0,651	$466,04 \times 10^{-6}$	$4,74 \times 10^{-7}$	2,9959
70	977,76	4,1901	0,65976	$403,55 \times 10^{-6}$	$4,1273 \times 10^{-7}$	2,5629
80	971,79	4,1968	0,66699	$354,05 \times 10^{-6}$	$3,6433 \times 10^{-7}$	2,2277
90	965,31	4,2052	0,67279	$314,18 \times 10^{-6}$	$3,2547 \times 10^{-7}$	1,9637

Annexe 2

Properties of air at 1 atm pressure

Temp. $T, ^\circ\text{C}$	Density $\rho, \text{kg/m}^3$	Specific Heat $c_p, \text{J/kg}\cdot\text{K}$	Thermal Conductivity $k, \text{W/m}\cdot\text{K}$	Thermal Diffusivity $\alpha, \text{m}^2/\text{s}$	Dynamic Viscosity $\mu, \text{kg/m}\cdot\text{s}$	Kinematic Viscosity $\nu, \text{m}^2/\text{s}$	Prandtl Number Pr
-150	2.866	983	0.01171	4.158×10^{-6}	8.636×10^{-6}	3.013×10^{-6}	0.7246
-100	2.038	966	0.01582	8.036×10^{-6}	1.189×10^{-5}	5.837×10^{-6}	0.7263
-50	1.582	999	0.01979	1.252×10^{-5}	1.474×10^{-5}	9.319×10^{-6}	0.7440
-40	1.514	1002	0.02057	1.356×10^{-5}	1.527×10^{-5}	1.008×10^{-5}	0.7436
-30	1.451	1004	0.02134	1.465×10^{-5}	1.579×10^{-5}	1.087×10^{-5}	0.7425
-20	1.394	1005	0.02211	1.578×10^{-5}	1.630×10^{-5}	1.169×10^{-5}	0.7408
-10	1.341	1006	0.02288	1.696×10^{-5}	1.680×10^{-5}	1.252×10^{-5}	0.7387
0	1.292	1006	0.02364	1.818×10^{-5}	1.729×10^{-5}	1.338×10^{-5}	0.7362
5	1.269	1006	0.02401	1.880×10^{-5}	1.754×10^{-5}	1.426×10^{-5}	0.7350
10	1.246	1006	0.02439	1.944×10^{-5}	1.778×10^{-5}	1.426×10^{-5}	0.7336
15	1.225	1007	0.02476	2.009×10^{-5}	1.802×10^{-5}	1.470×10^{-5}	0.7323
20	1.204	1007	0.02514	2.074×10^{-5}	1.825×10^{-5}	1.516×10^{-5}	0.7309
25	1.184	1007	0.02551	2.141×10^{-5}	1.849×10^{-5}	1.562×10^{-5}	0.7296
30	1.164	1007	0.02588	2.208×10^{-5}	1.872×10^{-5}	1.608×10^{-5}	0.7282
35	1.145	1007	0.02625	2.277×10^{-5}	1.895×10^{-5}	1.655×10^{-5}	0.7268
40	1.127	1007	0.02662	2.346×10^{-5}	1.918×10^{-5}	1.702×10^{-5}	0.7255
45	1.109	1007	0.02699	2.416×10^{-5}	1.941×10^{-5}	1.750×10^{-5}	0.7241
50	1.092	1007	0.02735	2.487×10^{-5}	1.963×10^{-5}	1.798×10^{-5}	0.7228
60	1.059	1007	0.02808	2.632×10^{-5}	2.008×10^{-5}	1.896×10^{-5}	0.7202
70	1.028	1007	0.02881	2.780×10^{-5}	2.052×10^{-5}	1.995×10^{-5}	0.7177
80	0.9994	1008	0.02953	2.931×10^{-5}	2.096×10^{-5}	2.097×10^{-5}	0.7154
90	0.9718	1008	0.03024	3.086×10^{-5}	2.139×10^{-5}	2.201×10^{-5}	0.7132
100	0.9458	1009	0.03095	3.243×10^{-5}	2.181×10^{-5}	2.306×10^{-5}	0.7111
120	0.8977	1011	0.03235	3.565×10^{-5}	2.264×10^{-5}	2.522×10^{-5}	0.7073
140	0.8542	1013	0.03374	3.898×10^{-5}	2.345×10^{-5}	2.745×10^{-5}	0.7041
160	0.8148	1016	0.03511	4.241×10^{-5}	2.420×10^{-5}	2.975×10^{-5}	0.7014
180	0.7788	1019	0.03646	4.593×10^{-5}	2.504×10^{-5}	3.212×10^{-5}	0.6992
200	0.7459	1023	0.03779	4.954×10^{-5}	2.577×10^{-5}	3.455×10^{-5}	0.6974
250	0.6746	1033	0.04104	5.890×10^{-5}	2.760×10^{-5}	4.091×10^{-5}	0.6946
300	0.6158	1044	0.04418	6.871×10^{-5}	2.934×10^{-5}	4.765×10^{-5}	0.6935
350	0.5664	1056	0.04721	7.892×10^{-5}	3.101×10^{-5}	5.475×10^{-5}	0.6937
400	0.5243	1069	0.05015	8.951×10^{-5}	3.261×10^{-5}	6.219×10^{-5}	0.6948
450	0.4880	1081	0.05298	1.004×10^{-4}	3.415×10^{-5}	6.997×10^{-5}	0.6965
500	0.4565	1093	0.05572	1.117×10^{-4}	3.563×10^{-5}	7.806×10^{-5}	0.6986
600	0.4042	1115	0.06093	1.352×10^{-4}	3.846×10^{-5}	9.515×10^{-5}	0.7037
700	0.3627	1135	0.06581	1.598×10^{-4}	4.111×10^{-5}	1.133×10^{-4}	0.7092
800	0.3289	1153	0.07037	1.855×10^{-4}	4.362×10^{-5}	1.326×10^{-4}	0.7149
900	0.3008	1169	0.07465	2.122×10^{-4}	4.600×10^{-5}	1.529×10^{-4}	0.7206

On donne pour les écoulements forcés internes :

- Régime Turbulent : $Nu_D = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{1/3}$ pour $0.5 \leq Pr \leq 100$
- Régime laminaire : $Nu_D = 1.86 \cdot (Re \cdot Pr)^{0.33} \cdot \left(\frac{D}{L}\right)^{0.33} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$ pour $Re \cdot Pr \cdot \frac{D}{L} > 10$

Exercice 1

1) Pour régime laminaire $Re_L \leq 5 \cdot 10^5 \Rightarrow \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu} \leq 5 \cdot 10^5$

$$\Rightarrow x_L = \frac{V \cdot 5 \cdot 10^5}{V} \quad \text{or} \quad \bar{\alpha} T_f = \frac{T_{\infty} + T_s}{2} = 40^\circ\text{C} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V = 0,657 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \\ \text{données} \end{array} \right.$$

$$x_L = \frac{0,657 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^5}{5} = 6,57 \text{ cm}$$

2) Equations de Navier-Stokes en régime permanent, écoulement plan suivant y, incompressible

Continuité : $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ (car $v=0$ $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$)

Cons. q'té de mouvement : $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

Energie : $u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ (avec $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$)

C.b : $x=0 \quad u(0,y) = V \quad T(0,y) = T_{\infty}$

$y=0 \quad u(x,0) = 0 \quad T(x,0) = T_s$

$y \rightarrow \infty \quad u(x,\infty) = V \quad T(x,\infty) = T_{\infty}$

3) $C_f = 0,0415^{-2}$ or $C_f \frac{Re_L}{2} = Nu_L Pr^{-1/3}$ (analogie modifiée de Reynolds)

$h = \frac{C_f \cdot \lambda}{2L} \cdot Re_L Pr^{1/3} \quad \text{or} \quad \phi = h \cdot L (T_s - T_{\infty})$

$Re_L = 38 \cdot 10^4$

$h = 1558,23 \text{ W/m}^2\text{K} \Rightarrow \phi = 3,116 \text{ kW/m}$

(1)

Exercice 2 :

2? ; $\phi = h \cdot \pi D L (T_s - T_m) = \dot{m} C_p (T_{\text{sortie}} - T_{\text{entrée}})$

↳ $h = \frac{\dot{m} C_p (T_{\text{sortie}} - T_{\text{entrée}})}{\pi D L (T_s - T_m)}$ où $T_m = \frac{T_{\text{sortie}} + T_{\text{entrée}}}{2}$

h? ; écoulement forcé interne :

$T_f = \frac{T_s + T_m}{2} = 70^\circ\text{C}$

$\begin{cases} \rho = 999,46 \text{ kg/m}^3 \\ \nu = 1,02 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\ Pr = 2,3629 \\ \lambda = 0,68 \text{ W/(K.m)} \end{cases}$

$Re = \frac{V \cdot D}{\nu}$ or $V = \frac{\dot{m}}{\rho \pi D^2} \Rightarrow Re = \frac{\dot{m}}{\rho \pi D \nu} = 1185,83$

Région laminaire ($Re < 2300$)

$\Rightarrow Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3} = 9,06$

$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{D} = 74,64 \text{ W/(K.m}^2\text{)}$

d'où $L = 2,68 \text{ cm}$

(2)

Exercice 3

$$\Phi_1 = h_1 \cdot (T_{s1} - T_{\infty}) =$$

$$\Phi_2 = h_2 (T_{s2} - T_{\infty})$$

h_1 et h_2 ?

$$h_1 : T_f = \frac{T_{s1} + T_{\infty}}{2} = 44^{\circ}\text{C}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = 1,109 \text{ kg/m}^3 \\ \lambda = 0,02699 \text{ W/mK} \\ \mu = 1,941 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms} \\ \nu = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \\ Pr = 0,7241 \end{array} \right.$$

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{\rho \beta (T_s - T_{\infty}) L_c^3}{\nu^2} \cdot Pr ; L_c = 1 \text{ m}$$
$$\beta = \frac{1}{T_f} = 3,154 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$Ra_1 = 23,86 \cdot 10^8$$

$$\Rightarrow Nu_1 = 0,1 Ra_1^{1/2} ; Nu_1 = 133,62$$

$$h_1 = \frac{Nu_1 \lambda}{L_c} = 3,6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$\Phi_1 = 115,4 \text{ W/m}^2$$

$$h_2 ? T_f = \frac{T_{s2} + T_{\infty}}{2} = 26,5^{\circ}\text{C}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 0,02551 \text{ W/mK} \\ Pr = 0,7296 \\ \nu = 1,562 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \\ \beta = 3,338 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \end{array} \right.$$

$$Ra_2 = 1,69 \cdot 10^9$$

$$Nu_2 = 0,27 Ra_2^{1/4} = 54,743$$

$$h_2 = 1,396 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$\Phi_2 = 23,74 \text{ W/m}^2$$

(3)