# Chapitre II: Théorie des Lignes de Transmission

## **SOMMAIRE**

- I. Phénomènes de propagation dans les lignes de transmission
- II. Les principaux types de lignes et de guides
- III. Modélisation des lignes constantes réparties
- IV. Equations des télégraphistes et des radioélectriciens
- V. Coefficient de réflexion et impédance le long d'une ligne
- VI. Rapport d'onde stationnaire

# **Bibliographie**

## I. Phénomènes de propagation dans les lignes de transmission

#### 1. Cas d'un générateur BF

- Soit une ligne de transmission de longueur I, alimentée par un générateur BF (50Hz à 100Km) et fermée à l'autre extrémité sur une impédance  $Z_t$ .

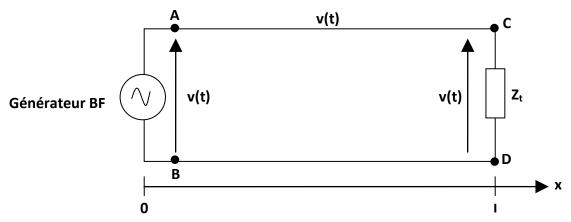


Figure 1: Montage BF.

On considère qu'à un instant t, les points du montage AB, CD sont au même potentiel. En effet, si nous considérons la distribution du courant industriel (50Hz)  $\Rightarrow$   $\lambda$ = 6000Km (période spatiale), nous constatons que tous les points de la même ville sont en phase, à un instant donné. La tension a la même valeur en tous points et ne dépond que du temps.

#### 2. Cas d'un générateur HF

- Considérons à présent une ligne de transmission alimentée par un générateur de tension HF, du fait que la longueur de la ligne est en générale, grande devant la longueur d'onde  $\lambda$ , il en résulte que la tension et le courant varie le long de la ligne.

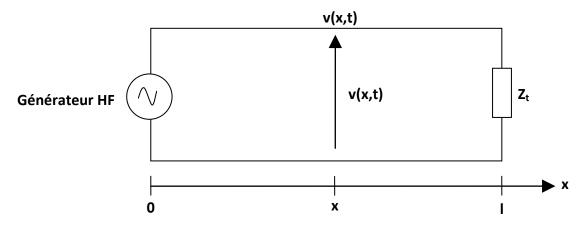


Figure 2: Montage HF.

Exemple à F= 10GHz  $\Rightarrow$   $\lambda$  = 3cm (Dans le vide ou dans l'air) ce qui est une grandeur faible devant la longueur des lignes de transmission d'où la tension et le courant varient le long de la ligne.

- Les buts recherchés dans l'étude des lignes de transmission c'est :
  - L'étude des phénomènes de propagation dans les lignes.

➤ La recherche des conditions de transfert maximum de puissance à une charge par l'intermédiaire d'une ligne de transmission de caractéristiques connues.

## II. Les principaux types de lignes et de guides

### 1) Les lignes bifilaires

#### a. La ligne bifilaire classique

Elle comporte deux conducteurs portés à des potentiel différents, séparés par un isolant ( $\epsilon_r$ ) (un diélectrique) ou par de l'air.



Figure 3: Ligne bifilaire.

#### b. La paire torsadée

Elle comporte deux conducteurs filaires isolés torsadés. Elle est moins sensible au bruit. Cette ligne est très utilisée pour le câblage téléphonique et informatique au niveau local.



Figure 4 : Ligne torsadée.

#### c. Le câble coaxial

Il est constitué d'un conducteur central entouré totalement par un conducteur extérieur. Le conducteur central est maintenu exactement dans l'axe extérieur par un manchon cylindrique de diélectrique.



Figure 5 : Câble coaxial.

### 2) Les lignes planaires

### a. La ligne micro-ruban (microtstrip)

Elle est constituée comme suit :

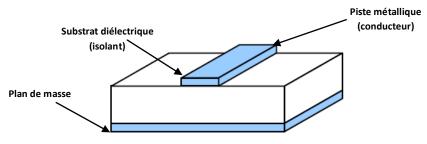


Figure 6: Ligne microruban

### b. La ligne à fente (slotline)

Les deux conducteurs formant la ligne sont situés sur la même face du substrat diélectrique.

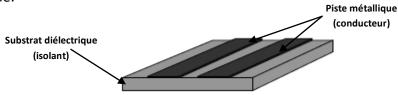
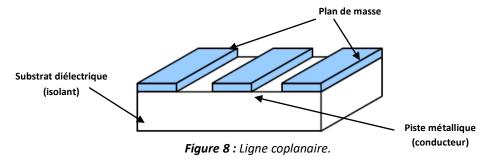


Figure 7 : Ligne à fente

### c. La ligne coplanaire (CPW)

Elle est formée de trois bandes métalliques séparées par deux fentes d'un même coté du substrat diélectrique.



## d. La ligne triplaque

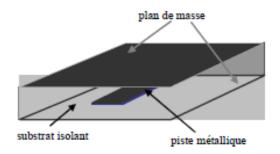


Figure 9: Ligne triplaque.

#### 3) Les guides d'ondes métalliques

Il s'agit de tube métallique généralement de sections rectangulaire ou cylindrique (circulaire) remplis par de l'air à la pression normale.

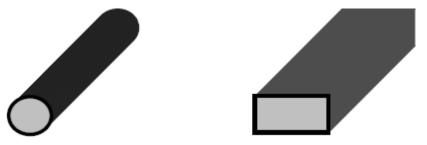


Figure 10 : Guides d'onde métalliques

Il n'ya donc qu'un conducteur unique et l'on ne peut pas parler de d.d.p entre conducteur. C'est donc une OEM qui se propage dans le guide.

**Remarque 1:** Le modèle que nous développerons pour les lignes de transmission comportant deux conducteurs ne s'applique pas pour les guides creux, cependant les résultats se transposeront par la correspondance suivante :

Lignes pour la transmission	Guide creux
d.d.p entre deux conducteurs	Champ électrique transverse E <sub>t</sub>
Courant dans les conducteurs	Champ magnétique transverse H <sub>t</sub>

➤ E<sub>t</sub> et H<sub>t</sub> sont les composante des champs orthogonale à l'axe du guide c'est à dire à la direction de propagation.

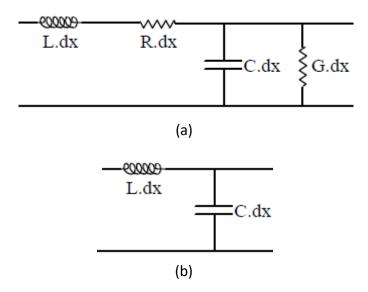
<u>Remarque 2:</u> Les dimensions transversales sont de l'ordre de la longueur d'onde  $\lambda$ , ils ne sont utilisés qu'en hyperfréquences entre 3GHz et 90GHz.

Remarque 3: Leurs pertes sont faible car :

- ils utilisent comme diélectrique l'air dont les propriétés isolantes sont remarquables.
- Les conducteurs dont la section est relativement grande, cause de très faible pertes par effet Joules.

## III. Modélisation des lignes - constantes réparties

Considérons le câble coaxial. Les conducteurs extérieurs entours complètement le conducteur constituant un conducteur cylindrique dont la capacité est proportionnelle à la longueur du câble considéré. On dit que le câble coaxial présente <u>une capacité répartie</u>, par opposition avec <u>une capacité localisée</u>, composant que l'on place en un point bien précis d'un circuit.



**Figure 11 :** Modélisation d'une LT par des constantes réparties : (a) Ligne avec pertes (LAP) ; (b) Ligne sans pertes (LSP).

- Pour toute ligne bifilaire ou définira de même la capacité linéique ou capacité par unité de longueur C.
- Une ligne bifilaire présente également une inductance linéique L car le courant circulant dans les conducteurs engendre un flux d'induction magnétique.

Si les conducteurs sont parfaits (infiniment conducteurs  $\sigma \cong \infty$ ) et les isolant parfaits ( $\sigma \cong 0$ ) L et C sont les seuls éléments à considérés pour représenter un tronçons de la ligne de longueur unité. Une telle ligne est dite sans pertes (LSP).

Par contre, les conducteurs réels présentent une résistance linéique R du courant qui les parcoure. De même un courant de fuite existe en générale à travers l'isolant. Ce courant est matérialisé en en introduisant une conductance G par unité de longueur.

Résistance linéique : La résistance des conducteurs est proportionnelle à la longueur de la ligne. On peut donc définir une résistance R par unité de longueur, c'est la résistance linéique. Cette résistance ne traduit pas seulement une perte d'énergie

due à l'effet Joules, il faut y inclure également l'énergie perdue par rayonnement, qui augmente avec la fréquence.

- ➤ Conductance linéique : L'isolement n'est jamais parfait, ce qui se traduit par des pertes dans le diélectrique (qui sépare les deux conducteur), que l'on peut représenter par une conductance parallèle uniformément répartie. La conductance linéique est la conductance G par unité de longueur. Son effet est généralement faible par rapport à celui de R.
- Conclusion: La ligne est donc définie par R et L, G, C par unité de longueur appelés constantes primaires de la ligne.
  - Constante secondaire des lignes : lorsque l'onde se déplace le long de la ligne d'une longueur d'onde  $\lambda$ , sa phase effectue une rotation de  $2\pi$  radians.

$$\beta.\lambda = 2\pi \Rightarrow \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

β : appelée nombre d'onde.

La vitesse de propagation est donnée par :

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = f. \lambda = f. \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\omega}{\beta} \ (m. \, s^{-1})$$

 $v_p=1/\sqrt{LC}$  : est une quantité homogène à une vitesse.

Expression de  $v_p$  en fonction de  $\epsilon$  et  $\mu$  du milieu

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}}$$

La plupart des lignes ne contiennent pas de matériaux ferromagnétiques ( $\mu$ =1) donc :

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$c = f. \lambda_0 \text{ et } v = f. \lambda \implies \lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$
(1)

On montre que l'onde est ralentie par le milieu diélectrique. L'équation (1) et très importante, elle établit que la longueur d'onde diminue proportionnellement à  $\sqrt{\varepsilon_r}$ 

## IV. Equations des télégraphistes et des radioélectriciens

#### 1) Régime temporel quelconque

Soit une ligne formée par deux conducteurs parallèles filiforme de diamètre négligeable relativement à leur distance **d**. Considérons un élément de ligne de longueur **dx** : infiniment petit.

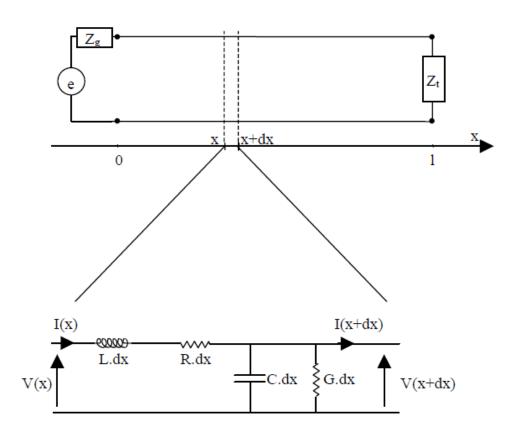


Figure 12 : Ligne infinie – quadripôle dx infiniment petit.

L'élément de longueur dx étant faible par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$  (Supposion). On peut donc appliquer les lois des circuits classiques.

• Loi des mailles :

$$V(x,t) - R. dx. I(x,t) - L. dx \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} - V(x+dx,t) = 0$$
 (1)

• Loi des nœuds :

$$I(x,t) - C. dx \frac{\partial V(x+dx,t)}{\partial t} - G. dx. V(x+dx,t) - I(x+dx,t) = 0$$
 (2)

Ensuite, on divise les équations (1) et (2) par dx et on fait tendre dx vers à 0, on obtient :

$$-\frac{\partial V(x+dx,t)-\partial V(x,t)}{\partial x} = R. I(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t}$$
(3)

De même on trouve:

$$-\frac{\partial I(x+dx,t)-\partial I(x,t)}{\partial x} = G.V(x,t) + C\frac{\partial V(x,t)}{\partial t}$$
(4)

Ce qui conduit aux écritures suivantes :

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = R. I(x, t) + L \frac{\partial I(x, t)}{\partial t}$$
 (5)

$$-\frac{\partial I}{\partial x} = G.V(x,t) + C\frac{\partial V(x,t)}{\partial t}$$
 (6)

On dérive l'équation (5) par rapport à x et l'équation (6) par rapport t, on obtient :

$$-\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = R.\frac{\partial I}{\partial x} + L\frac{\partial^2 I(x,t)}{\partial x \partial t}$$
 (7)

$$-\frac{\partial^2 I}{\partial x \partial t} = G.\frac{\partial V}{\partial t} + C\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$
 (8)

On utilise les relations (5) et (6), on obtient finalement :

$$\frac{\partial^{2} V}{\partial x^{2}} = LC. \frac{\partial^{2} V}{\partial t^{2}} + (LG + RC) \frac{\partial V}{\partial t} + RG. V$$

$$\frac{\partial^{2} I}{\partial x^{2}} = LC. \frac{\partial^{2} I}{\partial t^{2}} + (LG + RC) \frac{\partial I}{\partial t} + RG. I$$
(9)

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = LC. \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial I}{\partial t} + RG. I$$
 (10)

- ⇒ Ce sont les équations des **télégraphistes** (cas d'une L.A.P)
  - Si on considère que R = G = 0 (cas d'une L.S.P)

Les équations des télégraphistes deviennent alors :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = LC. \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$
 (11)

$$\frac{\partial^{2} V}{\partial x^{2}} = LC. \frac{\partial^{2} V}{\partial t^{2}}$$

$$\frac{\partial^{2} I}{\partial x^{2}} = LC. \frac{\partial^{2} I}{\partial t^{2}}$$
(11)

⇒ Ce sont les équations des **radioélectriciens**.

#### Solutions générales des équations des lignes

Les deux équations (9) et (10) peuvent être résolues simultanément pour donner les équations d'onde en V(x) et I(x).

La solution générale est la suivante :

$$V(x,t) = V^{+}(x - vt, 0) + V^{-}(x + vt, 0)$$
(13)

$$I(x,t) = I^{+}(x - vt, 0) + I^{-}(x + vt, 0)$$
(14)

Ou :  $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  : la vitesse de propagation.

- Les termes  $V^+$  et  $I^+$  représente les ondes qui se propagent vers +x
  - → ondes incidentes
- Les termes  $V^-$  et  $I^-$  représente les ondes qui se propagent vers -x
  - → ondes réflechies

#### 2) Régime sinusoïdale

Il s'agit du cas ou les grandeurs considérées (tension, courant) sont à l'origine de la ligne des fonctions sinusoïdales du temps :

$$\binom{V(x,t)}{I(x,t)} = \binom{V(x)}{I(x)} \cdot e^{j\omega t} \quad \text{et } \frac{\partial}{\partial t} = j\omega$$

Détermination des équations des lignes.

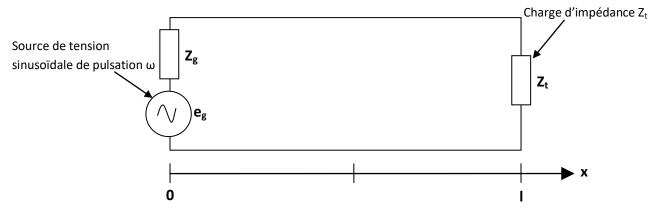
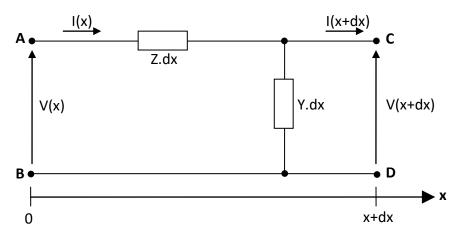


Figure 13 : Ligne infinie – quadripôle dx infiniment petit.

Avec I >> 
$$\lambda$$
 et  $\lambda = \frac{C}{f} = \frac{2\pi C}{\omega}$ 

Une ligne de transmission de longueur I, caractérisée par son impédance linéique Z et son admittance linéique Y. Elle sert à relier une source de tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$  à une charge d'impédance  $Z_t$ .



**Figure 14 :** Schéma d'un tronçon de longueur  $dx << \lambda$ .

• Cas d'une L.S.P :  $Z = jL\omega$  ;  $Y = jC\omega$  (R = G = 0)

• Cas d'une L.A.P :  $Z = R + jL\omega$  ;  $Y = G + jC\omega$ 

L'application de la loi des mailles à la maille ABCDA, donne :

$$V(x) = ZdxI(x) + V(x + dx)$$
(15)

L'application de la loi des nœuds, donne :

$$I(x) = Y \cdot dx \cdot V(x + dx) + I(x + dx) \tag{16}$$

dx étant petit devant  $\lambda$ , le courant et la tension varient peu d'un point de la maille à l'autre extrémité. L'équation (18) se simplifie, on ne garde que les termes du 1<sup>er</sup> ordre en dx

Y. dx. V(x + dx) # Y. V(x) dx (quand dx tend vers 0)

D'où:

**>** 

$$\begin{cases} V(x+dx) - V(x) = -Z.I(x).dx & (17) \\ I(x+dx) - I(x) = -Y.V(x).dx & (18) \end{cases}$$

Soit:

$$\begin{cases} \frac{dV(x)}{dx} = -Z.I(x) \\ \frac{dI(x)}{dx} = -Y.V(x) \end{cases}$$
 (19)

En dérivant les équations (19) et (20) rapport à x, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{d^2V(x)}{dx^2} = -Z. \frac{dI(x)}{dx} = Z.Y.V(x) \\ \frac{d^2I(x)}{dx^2} = -Y. \frac{dV(x)}{dx} = Z.Y.I(x) \end{cases}$$
(21)

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} = -Y.\frac{dV(x)}{dx} = Z.Y.I(x)$$
(22)

On a donc:

$$\begin{cases} \frac{d^2V(x)}{dx^2} = Z.Y.V(x) \\ \frac{d^2I(x)}{dx^2} = Z.Y.I(x) \end{cases}$$
 (23)

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} = Z.Y.I(x) \tag{24}$$

⇒ Ce sont les équations des lignes valables en régime sinusoïdal.

Les deux équations (23) et (24) peuvent être résolues simultanément pour donner les équations d'onde en V(x) et I(x).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \gamma^2 . V$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial y^2} = \gamma^2 . I$$
(25)

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \gamma^2 . I \tag{26}$$

Avec:

- $\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + jL\omega)(G + jC\omega)} = \alpha + j\beta$ : le nombre complexe de propagation.
- $\alpha$ : la constante d'atténuation.
- $\beta$ : la constante de propagation.

Les solutions générales sont de la forme:

$$V(x) = V_1 \cdot e^{-\gamma x} + V_2 \cdot e^{+\gamma x}$$

$$I(x) = I_1 \cdot e^{-\gamma x} + I_2 \cdot e^{+\gamma x}$$
(27)
(28)

$$I(x) = I_1 \cdot e^{-\gamma x} + I_2 \cdot e^{+\gamma x}$$
 (28)

- Le terme  $e^{-\gamma x}$  représente l'onde qui se propage vers +x (onde incidente)
- Le terme  $e^{+\gamma x}$  représente l'onde qui se propage vers -x (onde réfléchie)

I(x) et V(x) sont liées par les relations (19) et (20), on peut déduire  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $V_1$  et  $V_2$ 

$$I(x) = -\frac{1}{z} \cdot \frac{dV(x)}{dx} = \frac{\gamma}{z} [V_1 \cdot e^{-\gamma x} - V_2 \cdot e^{+\gamma x}]$$
 (29)

D'où

$$I_1 = \frac{\gamma}{Z}.V_1 \tag{30}$$

$$I_2 = -\frac{\gamma}{2}.V_2 \tag{31}$$

Posons :  $Z_C = \sqrt{\frac{R+jL\omega}{G+jC\omega}}$  : appelé impédance caractéristique de la ligne.

 $\gamma$  et  $Z_C$  sont aussi appelé paramètres secondaires de la ligne.

**Conclusion :** Le long d'une ligne de transmission /  $Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$  et  $\gamma = \sqrt{ZY}$ 

Les expressions du potentiel et du courant à l'abscisse x sont de la forme :

$$V(x) = V_1 \cdot e^{-\gamma x} + V_2 \cdot e^{+\gamma x}$$
 (32)

$$V(x) = V_1 \cdot e^{-\gamma x} + V_2 \cdot e^{+\gamma x}$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_c} \left( V_1 \cdot e^{-\gamma x} - V_2 \cdot e^{+\gamma x} \right)$$
(32)

ightharpoonup Cas particulier de la L.S.P :  $Z=jL\omega$  ;  $Y=jC\omega$  (R=G=0)

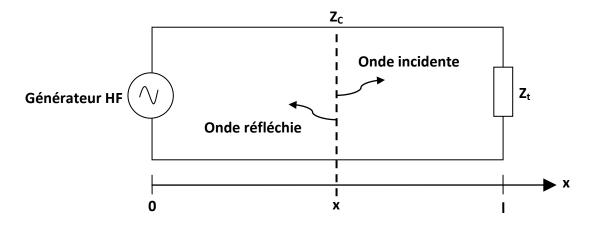
• 
$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

• 
$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{-LC\omega^2} = \pm j\omega\sqrt{LC} = \pm j\beta$$
 ( $\alpha = 0$ )

## V. Coefficient de réflexion et impédance le long d'une ligne de transmission

#### 1) Définition du coefficient de réflexion associé à une charge terminale Z<sub>t</sub>

Soit une ligne de transmission d'impédance caractéristique  $\mathbf{Z}_c$  terminée par une impédance  $\mathbf{Z}_t$  ayant une longueur  $\mathbf{I}$ .



L'état électrique en un point quelconque à l'abscisse x d'une telle ligne résultait de la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie.

(1) 
$$\begin{cases} V(x) = V_1.e^{-\gamma x} + V_2.e^{+\gamma x} & \Rightarrow \text{ Onde incidente + Onde réfléchie} \\ I(x) = \frac{1}{Z_c} \left( V_1.e^{-\gamma x} - V_2.e^{+\gamma x} \right) & \Rightarrow \text{ Onde incidente + Onde réfléchie} \end{cases}$$

Le coefficient de réflexion  $\Gamma(x)$  à l'abscisse x de la ligne est le rapport entre le potentiel associé à l'onde réfléchie et le potentiel associé à l'onde incidente.

$$\Gamma(x) = \frac{V_2}{V_1} \cdot e^{(2\gamma x)} \tag{34}$$

Le coefficient de réflexion est un nombre complexe. On le notera dans la suite :

$$\Gamma(x) = \rho(x) \cdot e^{j\Theta(x)} \tag{35}$$

L'argument de  $\Gamma(x)$  noté  $\theta(x)$  est le déphasage de l'onde réfléchie par rapport à l'onde incidente, tandis que le module  $\rho(x)$  représente la fraction de tension réfléchie.

• En bout de ligne de longueur l 
$$\rightarrow$$
  $\Gamma_{\rm t} = \Gamma(l) = \frac{V_2}{V_1} \cdot e^{(2\gamma l)} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \Gamma_{\rm t} \cdot e^{(-2\gamma l)}$ 

#### 2) Expression du potentiel et du courant en fonction du coefficient de réflexion

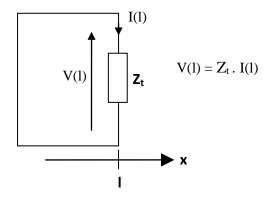
A partir du système (1), on a :

(2) 
$$\begin{cases} V(x) = V_1 \cdot e^{(-\gamma x)} [1 + \Gamma(x)] \\ I(x) = \frac{V_1}{Z_C} \cdot e^{(-\gamma x)} [1 - \Gamma(x)] \end{cases}$$
 (36)

### 3) Relation entre l'impédance et le coefficient de réflexion

a- Relation entre  $\Gamma_t$  et  $z_t = \frac{Z_t}{Z_c}$  impédance réduite

Exemple: x=l



• 
$$V(l) = V_1 \cdot e^{(-\gamma l)} [1 + \Gamma_t] = Z_t \cdot I(l) = \frac{Z_t}{Z_c} \cdot V_1 \cdot e^{(-\gamma l)} [1 - \Gamma_t]$$

$$ightharpoonup z_t = rac{Z_t}{Z_c} = rac{1+\Gamma_t}{1-\Gamma_t} \ ext{ et } \Gamma_t = rac{Z_t-1}{Z_t+1} \ ext{ ou encore } \Gamma_t = rac{Z_t-Z_c}{Z_t+Z_c}$$

b- Expression de  $\Gamma_t$  pour des valeurs particulières de  $Z_t$ 

Ligne terminée par un court-circuit :

$$Z_t = 0 \rightarrow \Gamma_t = -1$$

L'amplitude de l'onde réfléchie est égale à celle de l'onde incidente. Ces deux ondes sont en opposition de phase : V(x=1) = 0

• Ligne terminée par un circuit-ouvert :

$$Z_t = \infty \rightarrow \Gamma_t = +1$$

L'amplitude de l'onde réfléchie est égale à celle de l'onde incidente. Ces deux ondes sont en phase : I(x=I) = 0

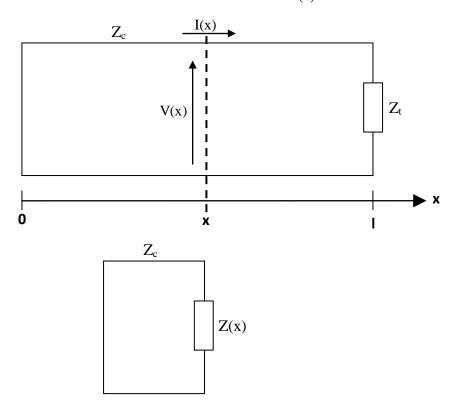
• Ligne terminée par son impédance caractéristique  $Z_c$ :

$$Z_t = Z_C \rightarrow \Gamma_t = 0 \rightarrow V_2 = 0$$

Pas de réflexion → pas d'onde réfléchie. (adaptation d'impédance)

## Relation entre le coefficient de réflexion et une impédance située à une abscisse x quelconque

Pout tout abscisse x sur la ligne on définit  $Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)}$ 



Tout se passe comme si on pouvait remplacer le tronçon de ligne compris entre x et l, et terminé par  $Z_t$  par une impédance équivalente ramenée de  $Z_t$  au plan x. Rien ne serait changé entre le générateur et ce plan d'abscisse x.

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_c. \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$
(38)

L'impédance réduite z(x) s'écrit :

$$z(x) = \frac{Z(x)}{Z_c} = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)}$$
 (39)

Et 
$$\Gamma(x) = \frac{z(x)-1}{z(x)+1} \tag{40}$$

## 4) Evolution du coefficient de réflexion le long d'une ligne

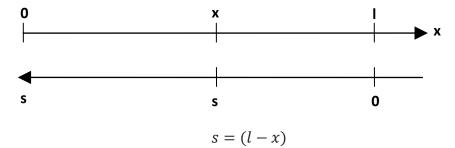
D'après l'équation (34), on a :  $\Gamma(x) = \frac{V_2}{V_1} \cdot e^{(2\gamma x)}$ 

Au bout de la ligne (x=l), on peut écrire : 
$$\Gamma(x=l) = \Gamma_{\rm t} = \frac{V_2}{V_1} \cdot e^{(2\gamma l)}$$
 (41)

Soit : 
$$\frac{V_2}{V_1} = \Gamma_{\rm t}. \, e^{(-2\gamma l)}$$
 (42)

D'où : 
$$\Gamma(x) = \frac{V_2}{V_1} \cdot e^{(2\gamma x)} = \Gamma_t \cdot e^{(-2\gamma l)} \cdot e^{(2\gamma x)} = \Gamma_t \cdot e^{[2\gamma(x-l)]}$$
 (43)

Prenant l'origine des abscisses sur la charge orientée vers le générateur. Soit s ces abscisse.



Le coefficient de réflexion s écrit donc sous la forme :

$$\Gamma(x) = \Gamma_{t} \cdot e^{-2\gamma s} \tag{44}$$

### 5) Variation de l'impédance le long d'une ligne : Impédance ramenée d'une charge

• Pour une L.A.P, on:

$$z(x) = \frac{z_t + th(\gamma x)}{1 + z_t th(\gamma x)}$$
(45)

• Pour une L.S.P, on:

$$\alpha = 0$$
 et  $\gamma = j\beta$   $\Rightarrow$   $th(j\beta x) = j.tg(\beta x)$ 

$$z(x) = \frac{z_t + j.tg(\beta x)}{1 + j.z_t.tg(\beta x)}$$
(46)

## VII. Rapport d'onde stationnaire

Le ROS (Rapport d'Onde Stationnaire) ou VSWR (Voltage Standing Wave Ratio) est définit comme suit :

$$ROS = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \frac{V_i + V_r}{V_i - V_r} = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$
(47)

Ou encore:

$$|\Gamma| = \frac{ROS - 1}{ROS + 1} \tag{48}$$

• Cas ou la ligne est terminée par un court circuit ou un circuit ouvert :

$$\Rightarrow$$
  $|\Gamma| = 1  $\rightarrow$   $ROS = \infty$$ 

• Cas ou la ligne est terminée par une charge adaptée :

En pratique, en exprime  $|\Gamma|$  en dB.

$$|\Gamma|_{dB} = 20.\log_{10}|\Gamma| \tag{49}$$

Εt

$$ROS_{dB} = 20.\log_{10}(ROS) \tag{50}$$

➤ Le TOS (Taux d'ondes stationnaire)

$$TOS(\%) = \frac{ROS - 1}{ROS + 1} \times 100$$
 (51)

# **Bibliographie**

- 1) Cours «Les microondes» Habib Zangar, Faculté des sciences de Tunis, 2006.
- 2) Livre «Micro-ondes Cours et exercices avec solutions, tome 1 : Lignes, guides et cavités» Paul-François Combes, Edition Dunod, 1996.
- 3) Livre «Microwave Engineering» David M Pozar, 4 edition, Wiley, 2012.