DS : Asservissement et Régulation

Problème 1

On considère un système dynamique de fonction de transfert en boucle ouverte donnée par :

$$H(p)=\frac{20(1-p)}{(1+10p)(1+0.1p)}$$

A) Etude en boucle ouverte :

A.1. Donner la valeur du grain statique, la classe et l'ordre du système.

A.2. Ce système est-il stable en boucle ouverte ? Justifier.

A.3. Donner les expressions du module et de l'argument de la fonction de transfert du système.

A.4. Tracer les diagrammes asymptotiques ainsi que les allures des tracés réels des lieux de Bode de $H(jw)$

A.5. Justifier l'appellation « système à déphasage non minimal » pour cette transmittance $H(jw)$

A.6. Etudier la stabilité du système en boucle fermée à retour unitaire par les deux méthodes suivantes : le critère de Routh et le tracé de Bode. Conclure.

x A.7. Peut-on Réaliser le bouclage de ce système à retour unitaire sans correcteur ? (Non !

B) Etude en boucle fermée :

On intercale dans la chaine directe un régulateur proportionnel $C(p)=K$.

B.1. Donner le schéma fonctionnel du système régulé.

B.2. Déterminer les valeurs de K pour obtenir un système stable.

Le régulateur $C(p)$ est maintenant de la forme : $C(p)=\dfrac{K}{1-p}$

B.3. Donner l'expression de la fonction de transfert de la chaine directe. ouverte

B.4. Donner les principales caractéristiques de la réponse indicielle en boucle fermée : erreur statique, premier dépassement, temps de pic.

x B.5. Déterminer la valeur de K nécessaire pour obtenir une marge de phase de 45°

On donne $Arctg(a)+Arctg(b)=Arctg\left(\dfrac{a+b}{1-ab}\right)$ où $ab\neq 1$

Problème 1 : $H(p) = \dfrac{20(1-p)}{(1+10p)(1+0,1p)}$

A.1) $H(0) = 20$.

$H(p)$ s'écrit sous la forme $\dfrac{K}{p^{\alpha}} \cdot \dfrac{(1+\dots)}{(1+\dots)(\dots)}$

$\Rightarrow \alpha = 0$. Ordre $= 2$ ($(1+10p)(1+0,1p)$ d'ordre 2).

A.2) pôles de $H(p) = \left\{ \frac{-1}{10} ; -10 \right\} < 0 \Rightarrow$ Stable.

A.3) • $|H(j\omega)| = \dfrac{20\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{1+10^2\omega^2}\sqrt{1+0,1^2\omega^2}}$

• $\arg(H(j\omega)) = \arg[20(1-j\omega)] - \arg[1+10j\omega] - \arg[1+0,1j\omega]$

$\boxed{\begin{array}{l} z = a+jb \\ \arg(z) = \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{a}\right) \end{array}}$

$= \operatorname{arctg}(-\omega) - \operatorname{arctg}(10\omega) - \operatorname{arctg}(0,1\omega)$

A.4) $|H(j\omega)| = \dfrac{20\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{1+10^2\omega^2}\sqrt{1+0,1^2\omega^2}}$

$= \dfrac{20\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{10^2\left(\frac{1}{10^2}+\omega^2\right)}\sqrt{0,1^2\left(\frac{1}{0,1^2}+\omega^2\right)}}$

$= \dfrac{20\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{0,01+\omega^2}\sqrt{100+\omega^2}} = \dfrac{20\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{10^2+\omega^2}\sqrt{0,1^2+\omega^2}}$

Or, $H(p)$ s'écrit sous la forme : $\frac{K(1+\tau_1 p)}{(1+\tau_2 p)(1+\tau_3 p)}$

$(1+\tau_1 p)$ est de 1er ordre $\Rightarrow \omega_{coupure\,1} = \frac{1}{|\tau_1|} = \omega_{c1}$

de même pour ω_{c2} et ω_{c3}.

$\Rightarrow \omega_{c1} = 1$ rd/s ; $\omega_{c2} = 0{,}1$ rd/s ; $\omega_{c3} = 10$ rd/s.

On a, $|H(j\omega)|_{dB} = 20\log(|H(j\omega)|)$

$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$
$\log(ab) = \log(a) + \log(b)$
$\log(a^n) = n\log(a)$

$$= 26 + 20\log\left(\frac{\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{10^2+\omega^2}\sqrt{0{,}1^2+\omega^2}}\right)$$

$$= 26 + 10\log(1+\omega^2) - 10\log(10^2+\omega^2) - 10\log(0{,}1^2+\omega^2)$$

Maintenant, on va étudier les valeurs de chaque composant de $H(p)$ dans les intervalle : $0 \to \omega_{2c}$, $\omega_{2c} \to \omega_{1c}$, $\omega_{1c} \to \omega_{3c}$ et $\omega_{3c} \to +\infty$.

	0 → 0,1	0,1 → 1	1 → 10	10 → ∞
$\sqrt{0{,}1^2+\omega^2}$	0,1	ω	ω	ω
$\sqrt{1+\omega^2}$	1	1	ω	ω
$\sqrt{10^2+\omega^2}$	10	10	10	ω
$H(j\omega)$	1	$1/10\omega$	$1/10$	$1/\omega$
$\|H(j\omega)\|_{dB}$	$20\log(1) = 0$ dB	$-20\log(\omega)$	-20 dB	$-20\log(\omega)$
Pente	0 dB/décade	-20 dB/décade	0 dB/décade	-20 dB/décade

Comment remplir le tableau :

• pour $\sqrt{0,1^2+\omega^2}$:
- pour $\omega \ll 0,1$: $\sqrt{0,1^2+\omega^2} \simeq \sqrt{0,1^2} = 0,1$
- pour $\omega \gg 0,1$: $\sqrt{0,1^2+\omega^2} \simeq \omega$

• $\omega \ll 1 \Rightarrow \sqrt{1+\omega^2} \simeq 1$

$\omega \gg 1 \Rightarrow \sqrt{1+\omega^2} \simeq \omega$

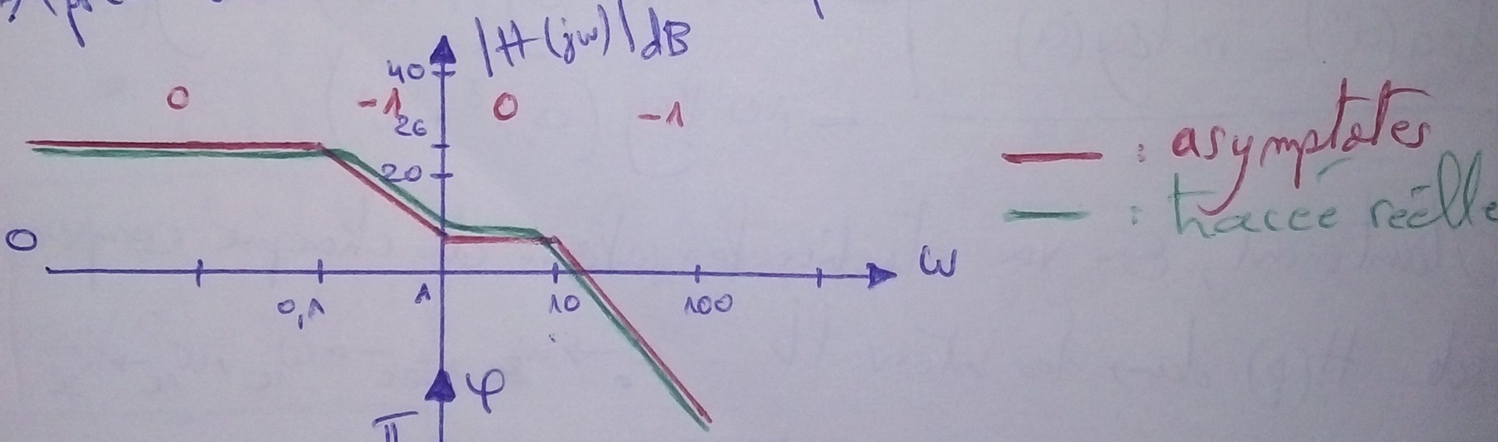
• $\omega \ll 10 \Rightarrow \sqrt{10^2+\omega^2} \simeq 10$

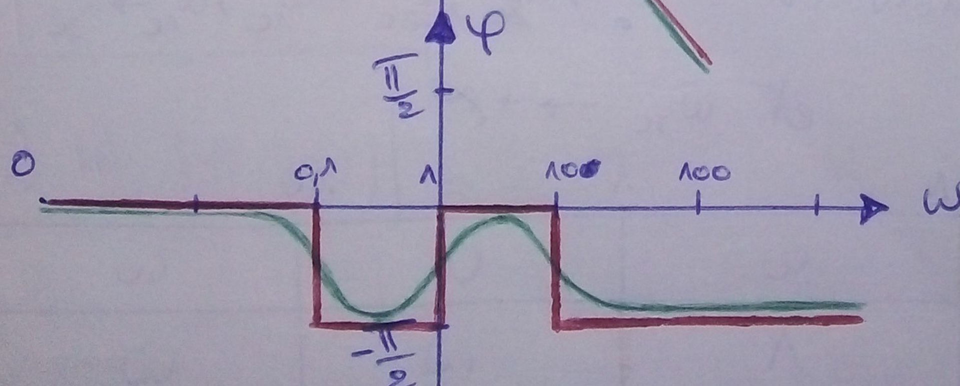
$\omega \gg 10 \Rightarrow \sqrt{10^2+\omega^2} \simeq \omega$

$$H(j\omega) = \frac{\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{0,1^2+\omega^2}\cdot\sqrt{10^2+\omega^2}}$$

Pente d'une constante est nulle.

Après avoir le tableau remplit :





A.5) Cette transmittance est appelée à déphasage non minimal car le déphasage change de direction avant se converger vers une valeur finale.

A.6) $FTBF = \dfrac{FTBO}{1 + FTBO}$ (à retour unitaire)

$$\Rightarrow H_{BF}(p) = \frac{H(p)}{1+H(p)} = \frac{20(1-p)}{(1+10p)(1+0,1p)+20(1-p)}$$

$$= \frac{20(1-p)}{1+10,1p+p^2+20-20p}$$

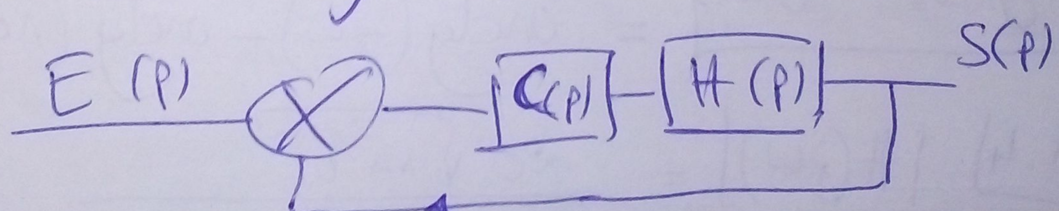
$$= \frac{20(1-p)}{p^2-9,9p+21}$$

Critère de Routh : 1ère condition non validée

$\Rightarrow$ Système <u>instable</u>.

A.7) "normalement" On ne peut pas à cause de l'instabilité de système en BF.

B.1)



B.2) $$C(p)\cdot H(p) = \frac{20K(1-p)}{(1+10p)(1+0,1p)}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{20K(1-p)}{(1+10p)(1+0,1p)+20K(1-p)}$$

$$= \frac{20K(1-p)}{p^2+(10,1-20K)p+20K+1}.$$

B.2 "suite"

5

Critère de Routh : 1ère condition "nécessaire et suffisante" :

$10,1 - 20K > 0 \Rightarrow 0,505 > K$.

$20K + 1 > 0 \Rightarrow K > -0,05$

$\Rightarrow \boxed{0,505 > K > -0,05}$

B.3) $C(p) \cdot H(p) = \dfrac{20K}{(1+10p)(1+0,1p)}$.

B.4) $H(p)$ est de classe $\alpha = 0$

$\Rightarrow$ l'erreur statique $\varepsilon_p = \dfrac{1}{1+K}$

entrée \ classe	0	1	2
échelon	$1/(K+1)$	0	0
rampe	∞	$1/K$	0
parabole	∞	∞	$1/K$