cite this repository

Circuito RLC

Notas:

1. Dos Mallas
2. Dos variables dependientes
3. 1 inductor y 1 capacitor, sistema de segundo orden

$$\frac{Vs(s)}{Ve(s)} = \frac{s^2 + s +}{as^2 + bs + c}$$

Ecuaciones principales

$$Ve(t) = Ri_1(t) + L\frac{d[i_1(t) - i_2(t)]}{dt} + R[i_1(t) - i_2(t)]$$

$$L\frac{d[i_1(t) - i_2(t)]}{dt} + R[i_1(t) - i_2(t)] = Ri_2(t) + Ri_2(t) + \frac{1}{C}\int i_2(t)dt$$

$$Vs(t) = Ri_2(t) + \frac{1}{C}\int i_2(t)dt$$

Transformada de Laplace

$$Ve(s) = RI_1(s) + Ls[I_1(s) - I_2(s)] + R[I_1(s) - I_2(s)]$$

$$Ls[I_1(s) - I_2(s)] + R[I_1(s) - I_2(s)] = 2RI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs}$$

$$Vs(s) = RI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs}$$

Procedimiento algebraico (se realiza la suma algebraica en voltaje de salida)

$$Vs(S) = \frac{CRs + 1}{Cs} I_2(s)$$

Se despeja $I_1(s)$ y se agrupa $I_2(s)$ en la ecuacion de la segunda malla.

$$LsI_1(s) - LsI_2(s) + RI_1(s) - RI_2(s) = 2RI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs}$$

$$LsI_1(s) + RI_1(s) = 2RI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs} + LsI_2(s) + RI_2(s)$$

$$(Ls+R)I_1(s) = \left(3R + \frac{1}{Cs} + Ls\right)I_2(s)$$

$$(Ls+R)I_1(s) = \left(\frac{CLs^2+3CRs+1}{Cs}\right)I_2(s)$$

$$I_1(s) = \frac{CLs^2+3CRs+1}{Cs(Ls+R)} I_2(s)$$

Se sustituye $I_1(s)$ en la ecuacion de la primera malla

$$Ve(s) = RI_1(s) + LsI_1(s) - LsI_2(s) + RI_1(s) - RI_2(s)$$

$$Ve(s) = (R+Ls+R)I_1(s) - (Ls+R)I_2(s)$$

$$Ve(s) = (R+Ls+R)\frac{CLs^2+3CRs+1}{Cs(Ls+R)}I_2(s) - (Ls+R)I_2(s)$$

$$Ve(s) = \left[(2R+Ls)\frac{CLs^2+3CRs+1}{Cs(Ls+R)} - (Ls+R)\right]I_2(s)$$

$$Ve(s) = \left[\frac{(2R+Ls)(CLs^2+3CRs+1)}{Cs(Ls+R)}\right]I_2(s)$$

$$Ve(s) = \left[\frac{(2R+Ls)(CLs^2+3CRs+1) - Cs(Ls+R)}{Cs(Ls+R)}\right.$$

$$CL^3s^3 + 2RCLs^2 + 3CRLs^2 + 6CR^2s + Ls + 2R$$

$$(2R+Ls)(CLs^2+3CRs+1) = CL^2s^3 + 5CRLs$$

$$Cs(Ls+R) = CL^2s^3 + 2CRLs^2 + CR^2s$$

Restamos termino a termino

$$CL^2S^3 - CL^2S^3 = 0$$

$$5CRLS^2 - 2CRLs^2 = 3CRLs^2$$

$$(6CR^2+L)s - CR^2 s = (6CR^2+L-CR^2)s$$

$$3CRLs^2 + (5CR^2+L)s + 2R$$

Exprecion final

$$Ve(s) = \frac{3CRLs^2+(5CR^2+L)s+2R}{Cs(Ls+R)} I_2(s)$$

Funcion de transferencia

$$\frac{Vs(s)}{Ve(s)} = \frac{\frac{CRs+1}{Cs} I_2(s)}{\frac{3CLRs^2+(5CR^2+L)s+2R}{Cs(Ls+R)} I_2(s)} =$$

$$\frac{(CRs+1)(Ls+R)}{3CLRs^2+(5CR^2+L)s+2R}$$

$$\frac{Vs(s)}{Ve(s)} = \frac{CLRs^2+(CR^2+L)s+R}{3CLRs^2+(5CR^2+L)s+2R}$$

Modelo de ecuacion integro-diferencial

Nota: Cuando se desarrolle el analisis por mallas se deben despejar las variables dependientes, es decir las corrientes, recordando que solamente se pueden despejar de terminos donde no se esten derivando o integrando, a demas se sugiere que el voltaje de entrada sea un termino positivo

Se despeja $i(t)$ de la ecuacion de la primera malla:

$$i(t) = \left[Ve(t) - L\frac{d[i1(t) - i2(t)]}{dt} + Ri2(t) \right] \frac{1}{2R}$$

Por lo tanto se despeja $i2(t)$ de la ecuacion de la segunda malla

$$i2(t) = \left[L\frac{d[i1(t) - i2(t)]}{dt} + Ri(t) - \frac{1}{C}\int i2(t)\,dt \right] \frac{1}{3R}$$

Con la siguiente exprecion ~~como~~ salida

$$Vs(t) = Ri2(t) + \frac{1}{C}\int i2(t)\,dt$$

Error en estado estacionario

El error en estado estacionario se calcula mediante el siguiente limite

$$e(s) = \lim_{s \to} s\,Ve(s)\left[1 - \frac{Vs(s)}{Ve(s)}\right] = \lim_{s \to 0} s\frac{1}{s}\left[\frac{CLRs^2 + ((R^2 + L)s + R}{3(LRs^2 + (5CR^2 + L)s + 2R}\right]$$

$$= \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

Nota:

En este calculo se debe conciderar la entrada como el escalon unitario, es decir.

$Ve(t) = 1$ por lo tanto, $Ve(s) = \frac{1}{s}$

Para determinar la estabilidad

$3CLRs^2+(5CR^2+L)s+2R$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$a = 3CLR$
$b = 5CR^2+L$
$c = 2R$

$\lambda_1 = -50490.842158574495$

$\lambda_2 = -85.13083229160837$

Por lo tanto el sistema es estable dado que ambas raíces son negativas

Bs2 simplificada