

# Introduction

## Purpose of a Communication System

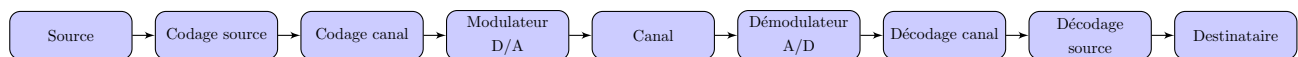
Un système de communication a pour objectif de transmettre des signaux porteurs d'information d'un point à un autre dans l'espace. Les informations peuvent être de différentes natures : signaux électriques, sonores, lumineux, etc.

## Communication Chain

La chaîne de communication est composée de trois éléments principaux :

- **Émetteur** : Transforme le signal numérique en un signal physique (par exemple, un signal électrique ou une onde électromagnétique) qui peut être transmis sur le canal.
- **Canal** : Milieu physique de transmission. Il peut avoir différentes propriétés physiques et peut causer des erreurs (bruit, perte d'information, etc.).
- **Récepteur** : Transforme le signal reçu en une reconstruction du signal numérique.

## Exemple de Chaîne de Communication



## Théorie de l'Information

La théorie de l'information traite de la quantification, du stockage et de la communication de l'information. Elle est essentielle pour comprendre comment les données sont compressées et protégées contre les erreurs de transmission.

### Codage de Source

Le codage de source vise à réduire le nombre de symboles dans un message au minimum nécessaire pour représenter l'information. Cela permet de compresser les données et d'optimiser l'utilisation de la bande passante.

### Codage de Canal

Le codage de canal introduit sélectivement des bits redondants pour détecter et corriger les erreurs de transmission. Cela améliore la fiabilité de la communication.

## Signal Theory

### Signaux Discrets et Continus

Un signal est dit **discret** si son support temporel est fini ou dénombrable. Par exemple, un signal numérique est un signal discret.

Un signal est dit **continu** si son support temporel est constitué d'intervalles de  $\mathbb{R}$ . Par exemple, un signal analogique est un signal continu.

## Exemple de Signal Discret

Un signal discret peut être défini par des échantillons  $x_k = x(k)$  et une période  $T$  :

$$x(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x_k \delta(t - kT)$$

## Signaux Déterministes et Stochastiques

Un signal est dit **déterministe** si sa forme d'onde est connue. Par exemple, une sinusoïde d'amplitude, de phase et de fréquence fixes.

Un signal est dit **stochastique** s'il est perturbé par du bruit et devient imprévisible. Par exemple, un signal perturbé par du bruit blanc gaussien.

## Transformée de Fourier

La transformée de Fourier est un outil mathématique qui permet de décomposer un signal en ses composantes fréquentielles. Pour un signal continu  $x(t)$ , la transformée de Fourier est donnée par :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-2j\pi ft} dt$$

## Exemple de Transformée de Fourier

Pour un signal rectangulaire  $x(t) = \text{rect}(t)$ , la transformée de Fourier est :

$$X(f) = \text{sinc}(f)$$

## Signaux Stochastiques

Les signaux stochastiques sont des signaux aléatoires. Leur analyse nécessite des outils statistiques comme la densité spectrale de puissance (PSD) et l'autocorrélation.

## Exemple de Signal Stochastique

Un processus gaussien est un exemple de signal stochastique. Chaque échantillon  $X(t, \omega)$  est une variable aléatoire distribuée selon une loi normale :

$$f_X(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

## Bruit Blanc Gaussien Additif (AWGN)

Le bruit blanc gaussien additif est un modèle de bruit couramment utilisé dans les systèmes de communication. Il est caractérisé par une densité spectrale de puissance constante et une distribution gaussienne.

## Propriétés du AWGN

- Moyenne nulle :  $\mathbb{E}[n(t)] = 0$  - Variance :  $\sigma_B^2 = \frac{N_0}{2}$  - Densité spectrale de puissance :  $\frac{N_0}{2}$

## Capacité du Canal

La capacité d'un canal est la limite théorique supérieure du débit auquel l'information peut être transmise de manière fiable sur un canal de communication. Pour un canal AWGN, la capacité est donnée par le théorème de Shannon-Hartley :

$$C = B_T \log_2(1 + \text{SNR})$$

où  $B_T$  est la bande passante totale et SNR est le rapport signal sur bruit.

## Ajout : Interférence Entre Symboles (ISI)

L'interférence entre symboles (ISI) se produit lorsque des symboles consécutifs interfèrent les uns avec les autres. Cela peut être causé par une limitation de la bande passante ou par des distorsions introduites par le canal.

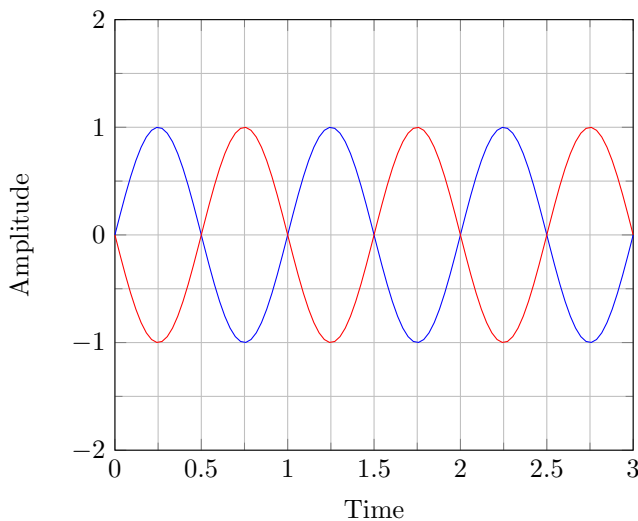
### Effet de l'ISI

L'ISI peut entraîner des erreurs de détection au niveau du récepteur. Pour minimiser l'ISI, des techniques comme le critère de Nyquist et le filtrage en cosinus surélevé sont utilisées.

## Ajout : Diagramme de l'Oeil

Le diagramme de l'œil est un outil utilisé pour visualiser l'ISI. Il permet de voir comment les symboles se chevauchent et d'évaluer la qualité de la transmission.

Eye Diagram Example



## Emitter : Transmission en Bande de Base

### Introduction à la Transmission en Bande de Base

La transmission en bande de base consiste à transmettre un signal numérique sans modulation sur une porteuse. Cela signifie que le signal occupe une bande de fréquences autour de zéro.

### Objectifs

- Transmettre des données numériques de manière efficace.
- Adapter le signal au canal de transmission.

## Codage Binaire

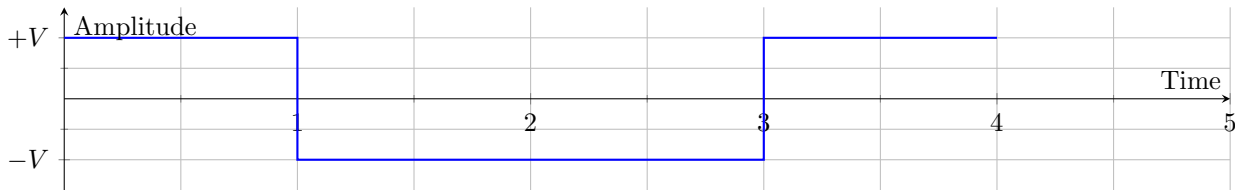
Le codage binaire est une méthode de représentation des bits sous forme de signaux électriques.

### Non-Return to Zero (NRZ)

Dans le codage NRZ, les bits sont représentés par des niveaux de tension constants pendant toute la durée du bit.

- 0 : tension basse (par exemple, 0V)
- 1 : tension haute (par exemple, +V)

NRZ Encoding Example

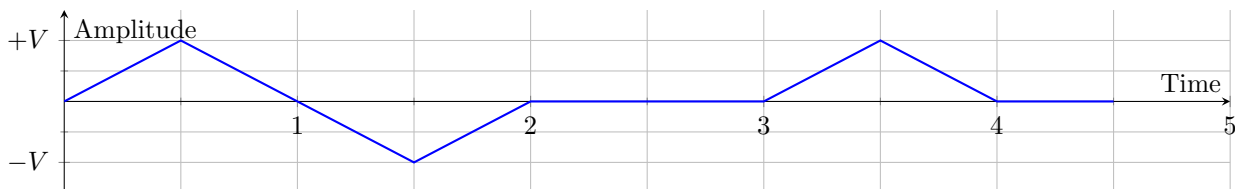


### Return to Zero (RZ)

Dans le codage RZ, le signal retourne à zéro après chaque bit.

- 0 : tension passe brièvement à basse puis revient à zéro.
- 1 : tension passe brièvement à haute puis revient à zéro.

RZ Encoding Example



### Codage M-aire

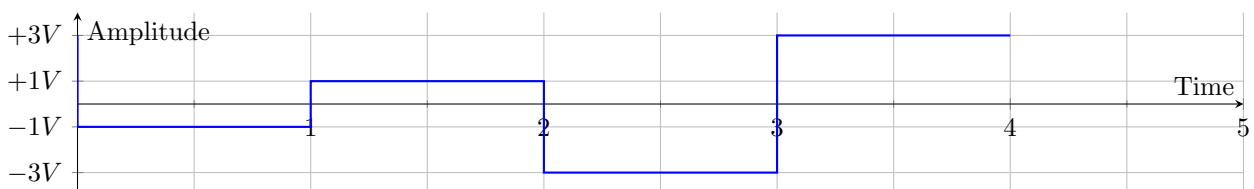
Le codage M-aire utilise un alphabet de taille M pour représenter les données. Chaque symbole représente  $\log_2(M)$  bits.

#### Exemple de Codage 4-aire

Un exemple de codage 4-aire utilise les niveaux de tension suivants pour représenter les paires de bits :

- 00 : -3V
- 01 : -1V
- 10 : +1V
- 11 : +3V

4-ary Encoding Example



### Code de Gray

Le code de Gray est un système de codage binaire où deux valeurs successives ne diffèrent que par un seul bit. Cela réduit la probabilité d'erreur lors de la transmission.

## Exemple de Code de Gray

Voici un exemple de code de Gray pour 3 bits :

Valeur Décimale	Code Binaire	Code de Gray
0	000	000
1	001	001
2	010	011
3	011	010
4	100	110
5	101	111
6	110	101
7	111	100

## Filtrage d'Émission

Le filtrage d'émission modifie la forme du signal pour l'adapter au canal de transmission. Cela permet de limiter la bande passante et de réduire l'interférence entre symboles (ISI).

### Exemple de Filtrage

Un filtre en cosinus surélevé est souvent utilisé pour limiter l'ISI. La réponse impulsionnelle d'un filtre en cosinus surélevé est donnée par :

$$h(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{(\pi t/T)} \cdot \frac{\cos(\alpha \pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2}$$

où  $\alpha$  est le facteur de roll-off.

## Spectre d'Occupation

Le spectre d'occupation décrit comment le signal occupe la bande de fréquences. Il est important de limiter cette occupation pour éviter les interférences avec d'autres signaux.

### Exemple de Spectre

Pour un signal NRZ, le spectre est donné par :

$$S(f) = A^2 T_s \text{sinc}^2(f T_s)$$

## Interférence Entre Symboles (ISI)

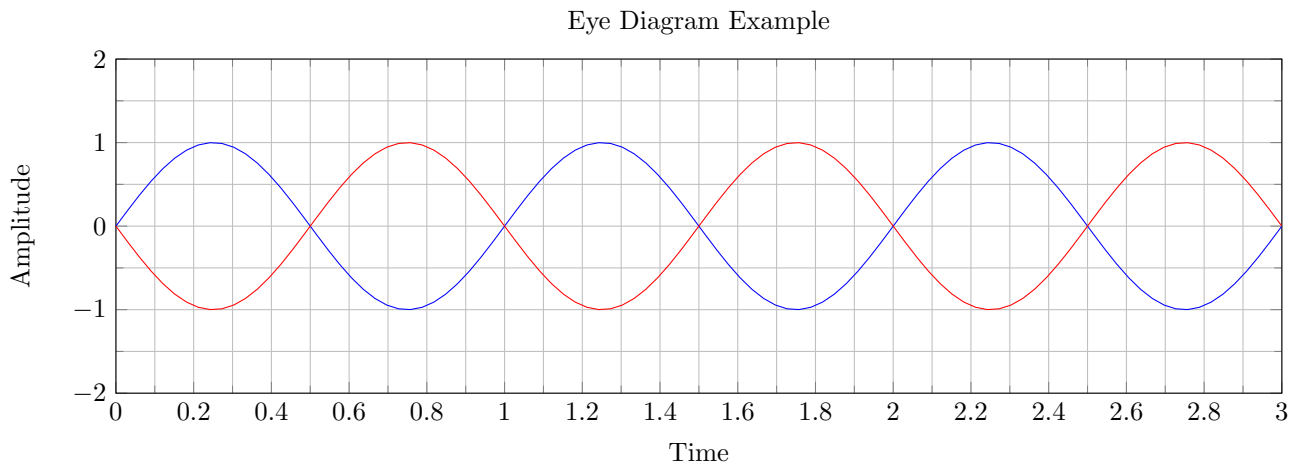
L'ISI se produit lorsque les symboles consécutifs interfèrent les uns avec les autres. Cela peut être causé par une limitation de la bande passante ou des distorsions introduites par le canal.

### Critère de Nyquist

Le critère de Nyquist stipule que pour éviter l'ISI, la réponse globale du système doit être nulle à tous les instants de décision sauf à l'instant central.

## Diagramme de l'Œil

Le diagramme de l'œil est un outil utilisé pour visualiser l'ISI. Il permet de voir comment les symboles se chevauchent et d'évaluer la qualité de la transmission.



## Échantillonnage

L'échantillonnage transforme un signal continu en un signal discret. Cela permet de traiter le signal numériquement.

### Théorème d'Échantillonnage de Nyquist-Shannon

Pour reconstruire parfaitement un signal continu à partir de ses échantillons, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois la fréquence maximale du signal.

## Décision

La décision consiste à déterminer quel symbole a été transmis en fonction de l'échantillon reçu. Cela implique souvent un seuil de décision pour distinguer entre les différents niveaux de tension.

## Probabilité d'Erreur

La probabilité d'erreur dépend du rapport signal sur bruit (SNR) et du type de codage utilisé.

### Exemple de Probabilité d'Erreur pour NRZ

Pour un signal NRZ en présence de bruit blanc gaussien additif (AWGN), la probabilité d'erreur est donnée par :

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

où  $E_b$  est l'énergie par bit et  $N_0$  est la densité spectrale de puissance du bruit.

## Filtrage Adapté

Le filtre adapté est utilisé pour maximiser le rapport signal sur bruit à l'instant de décision.

### Réponse Impulsionnelle du Filtre Adapté

La réponse impulsionnelle du filtre adapté est donnée par :

$$h(t) = s(T - t)$$

où  $s(t)$  est le signal reçu.

## Représentation Vectorielle

La représentation vectorielle des signaux permet de simplifier l'analyse des systèmes de communication. Chaque symbole peut être représenté comme un vecteur dans un espace de signal.

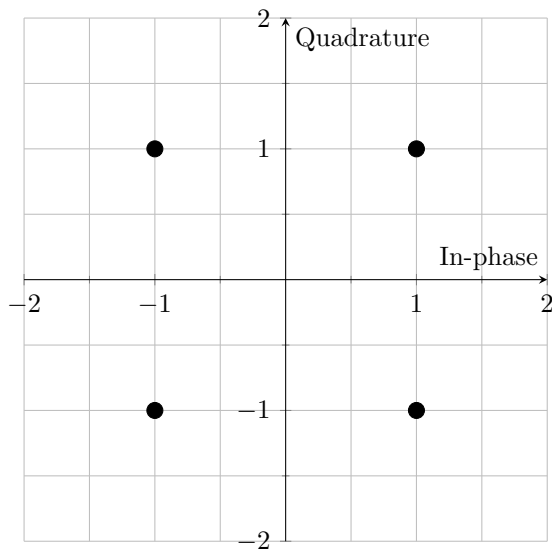
## Modulation Numérique

La modulation numérique adapte le signal au canal physique en utilisant une porteuse.

### Exemple de Modulation QPSK

La modulation QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) utilise quatre points de constellation pour représenter deux bits par symbole.

QPSK Constellation Diagram



## Filtrage des Signaux Modulés

Le filtrage des signaux modulés permet de limiter la bande passante et de réduire les interférences.

## Taux d'Erreur Binaire (BER) et Taux d'Erreur Symbole (SER)

Le BER et le SER sont des métriques importantes pour évaluer la performance d'un système de communication.

### Exemple de Calcul de BER

Pour un signal QPSK en présence de bruit AWGN, le BER est donné par :

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

## Channel

### Caractéristiques du Canal

Le canal est le milieu physique par lequel le signal se propage de l'émetteur au récepteur. Il peut introduire des distorsions et du bruit, ce qui affecte la qualité du signal reçu.

## Types de Canaux

- **Canal filaire** : Câbles coaxiaux, paires torsadées, fibres optiques.
- **Canal sans fil** : Ondes radio, micro-ondes, infrarouges.

## Bruit et Distorsions

Le canal peut introduire :

- **Bruit** : Perturbations aléatoires qui altèrent le signal. Le bruit blanc gaussien additif (AWGN) est un modèle commun.
- **Distorsion** : Déformation du signal due à des limitations de bande passante ou à des non-linéarités.

## Modélisation du Canal

Un canal peut être modélisé par sa réponse impulsionnelle  $h_c(t)$ . Pour un canal linéaire, la sortie  $y(t)$  est donnée par la convolution du signal d'entrée  $x(t)$  avec  $h_c(t)$  :

$$y(t) = x(t) * h_c(t) + n(t)$$

où  $n(t)$  représente le bruit.

## Exemple de Réponse Impulsionnelle

Pour un canal idéal sans distorsion,  $h_c(t) = \delta(t)$ , où  $\delta(t)$  est l'impulsion de Dirac.

## Capacité du Canal

La capacité du canal est la quantité maximale d'information qui peut être transmise de manière fiable à travers le canal. Pour un canal AWGN, la capacité est donnée par le théorème de Shannon-Hartley :

$$C = B \log_2(1 + \text{SNR})$$

où  $B$  est la bande passante et SNR est le rapport signal sur bruit.

## Exemple de Canal Réel

Pour un canal de téléphone, la bande passante est généralement limitée à 300 Hz - 3400 Hz, ce qui limite la capacité de transmission des données.

## Receiver : Intersymbol Interference (ISI)

### Introduction à l'ISI

L'interférence entre symboles (ISI) se produit lorsque les symboles consécutifs dans un signal se chevauchent, ce qui peut entraîner des erreurs de détection au niveau du récepteur.

### Causes de l'ISI

- Limitation de la bande passante du canal.
- Distorsion introduite par le canal.
- Mauvaise synchronisation entre l'émetteur et le récepteur.



## Effets de l'ISI

L'ISI peut entraîner des erreurs dans la détection des symboles, réduisant ainsi la fiabilité de la communication.

## Critère de Nyquist pour l'ISI

Pour éviter l'ISI, le critère de Nyquist stipule que la réponse globale du système doit être nulle à tous les instants de décision, sauf à l'instant central. Mathématiquement, cela signifie que :

$$g(nT_s) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$

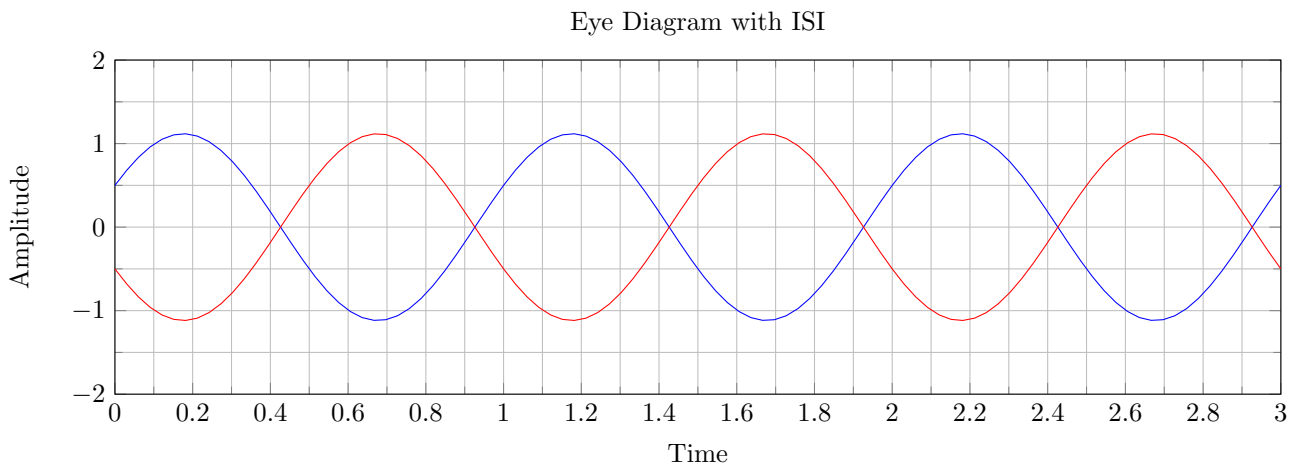
où  $g(t)$  est la réponse globale du système et  $T_s$  est la période des symboles.

## Diagramme de l'Œil

Le diagramme de l'œil est un outil graphique utilisé pour évaluer la qualité d'un signal en présence d'ISI. Il est généré en superposant des segments du signal sur une période de symbole.

### Interprétation du Diagramme de l'Œil

- **Ouverture de l'œil** : Une grande ouverture indique une faible ISI.
- **Fermeture de l'œil** : Une fermeture de l'œil indique une ISI significative.



## Filtrage en Cosinus Surélevé

Le filtrage en cosinus surélevé est une technique utilisée pour réduire l'ISI. La réponse en fréquence d'un filtre en cosinus surélevé est donnée par :

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| < \frac{1-\alpha}{2T_s} \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi T_s}{\alpha} \left( |f| - \frac{1-\alpha}{2T_s} \right) \right) \right] & \text{si } \frac{1-\alpha}{2T_s} < |f| < \frac{1+\alpha}{2T_s} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $\alpha$  est le facteur de roll-off.

### Effet du Filtrage en Cosinus Surélevé

Un filtre en cosinus surélevé permet de limiter la bande passante du signal tout en réduisant l'ISI.

## Échantillonnage

L'échantillonnage est le processus de conversion d'un signal continu en un signal discret. Cela permet de traiter le signal numériquement.

### Théorème d'Échantillonnage de Nyquist-Shannon

Pour reconstruire parfaitement un signal continu à partir de ses échantillons, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois la fréquence maximale du signal.

## Décision

La décision consiste à déterminer quel symbole a été transmis en fonction de l'échantillon reçu. Cela implique souvent un seuil de décision pour distinguer entre les différents niveaux de tension.

### Seuil de Décision

Pour un signal binaire, le seuil de décision est généralement fixé à mi-chemin entre les niveaux de tension représentant les bits 0 et 1.

## Probabilité d'Erreur

La probabilité d'erreur dépend du rapport signal sur bruit (SNR) et du type de codage utilisé.

### Exemple de Probabilité d'Erreur pour NRZ

Pour un signal NRZ en présence de bruit blanc gaussien additif (AWGN), la probabilité d'erreur est donnée par :

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

où  $E_b$  est l'énergie par bit et  $N_0$  est la densité spectrale de puissance du bruit.

## Filtre Adapté

Le filtre adapté est utilisé pour maximiser le rapport signal sur bruit à l'instant de décision.

### Réponse Impulsionnelle du Filtre Adapté

La réponse impulsionnelle du filtre adapté est donnée par :

$$h(t) = s(T - t)$$

où  $s(t)$  est le signal reçu.

## Représentation Vectorielle

La représentation vectorielle des signaux permet de simplifier l'analyse des systèmes de communication. Chaque symbole peut être représenté comme un vecteur dans un espace de signal.

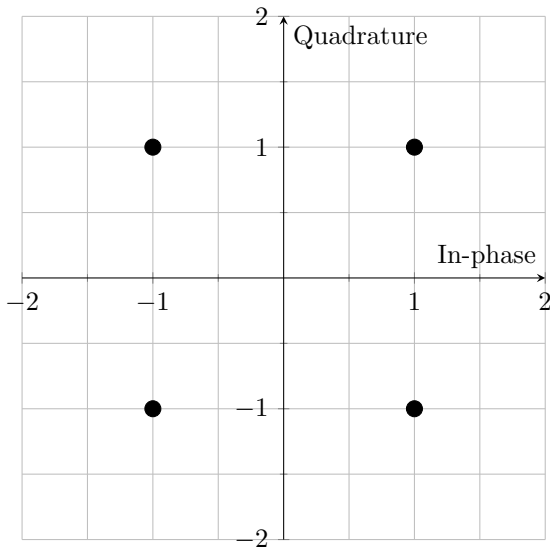
## Modulation Numérique

La modulation numérique adapte le signal au canal physique en utilisant une porteuse.

## Exemple de Modulation QPSK

La modulation QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) utilise quatre points de constellation pour représenter deux bits par symbole.

QPSK Constellation Diagram



## Filtrage des Signaux Modulés

Le filtrage des signaux modulés permet de limiter la bande passante et de réduire les interférences.

## Taux d'Erreur Binaire (BER) et Taux d'Erreur Symbole (SER)

Le BER et le SER sont des métriques importantes pour évaluer la performance d'un système de communication.

### Exemple de Calcul de BER

Pour un signal QPSK en présence de bruit AWGN, le BER est donné par :

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

## Raised-Cosine Filter

### Introduction

Le filtre en cosinus surélevé est largement utilisé dans les systèmes de communication pour réduire l'interférence entre symboles (ISI). Il permet de limiter la bande passante du signal tout en préservant une bonne séparation entre les symboles.

### Réponse en Fréquence

La réponse en fréquence  $H(f)$  d'un filtre en cosinus surélevé est donnée par :

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| < \frac{1-\alpha}{2T_s} \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi T_s}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T_s}\right)\right) \right] & \text{si } \frac{1-\alpha}{2T_s} < |f| < \frac{1+\alpha}{2T_s} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où : -  $T_s$  est la période des symboles. -  $\alpha$  est le facteur de roll-off, avec  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

## Réponse Impulsionnelle

La réponse impulsionnelle  $h(t)$  d'un filtre en cosinus surélevé est donnée par :

$$h(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{\frac{\pi t}{T_s}} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi \alpha t}{T_s}\right)}{1 - \left(\frac{2\alpha t}{T_s}\right)^2}$$

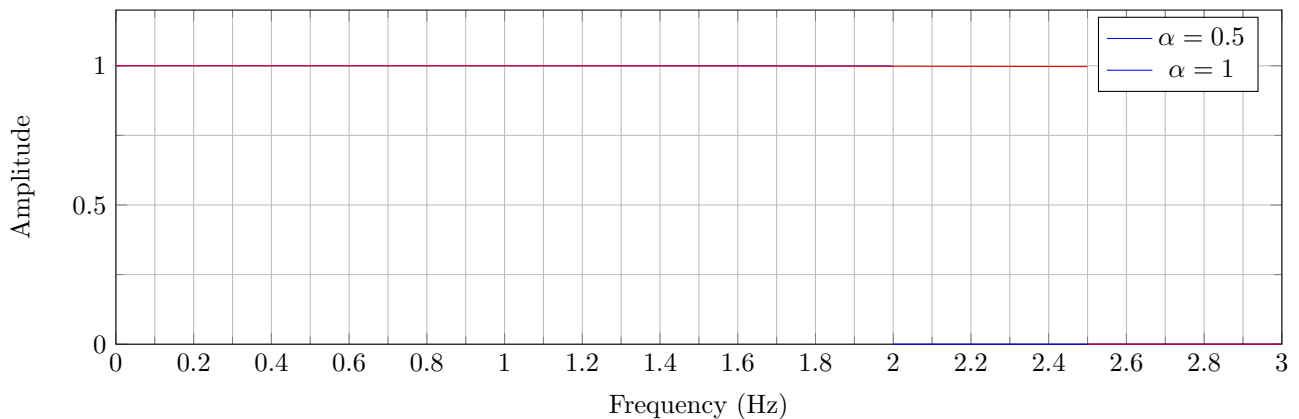
## Effet du Facteur de Roll-Off

Le facteur de roll-off  $\alpha$  détermine la rapidité de la transition entre la bande passante et la bande atténuée :  
-  $\alpha = 0$  : Le filtre devient un filtre en sinus cardinal (sinc), avec une transition abrupte.  
-  $\alpha = 1$  : Le filtre a une transition plus douce, occupant une bande passante 2 fois plus large.

## Illustration de la Réponse en Fréquence

Voici un exemple de la réponse en fréquence pour différents facteurs de roll-off :

Raised-Cosine Filter Frequency Response



## Avantages du Filtre en Cosinus Surélevé

- Réduction de l'ISI. - Limitation de la bande passante. - Flexibilité grâce au facteur de roll-off.

## Application Pratique

Le filtre en cosinus surélevé est utilisé dans de nombreux systèmes de communication, tels que :  
- Les modems.  
- Les systèmes de communication sans fil (Wi-Fi, LTE, etc.).

## Exemple Numérique

Pour un système avec une période de symbole  $T_s = 1$  microseconde et un facteur de roll-off  $\alpha = 0.5$ , la bande passante nécessaire est de 1.5 fois la bande passante minimale requise pour transmettre les symboles sans ISI.

## Conclusion

Le filtre en cosinus surélevé est un outil essentiel pour optimiser les performances des systèmes de communication numériques en réduisant l'ISI et en limitant la bande passante utilisée.

# Receiver : Sampling

## Introduction à l'Échantillonnage

L'échantillonnage est le processus de conversion d'un signal continu en un signal discret. Cela permet de traiter le signal numériquement et de récupérer les informations transmises.

## Théorème d'Échantillonnage de Nyquist-Shannon

Pour reconstruire parfaitement un signal continu à partir de ses échantillons, la fréquence d'échantillonnage  $f_s$  doit être au moins deux fois la fréquence maximale  $f_{\max}$  du signal :

$$f_s \geq 2f_{\max}$$

## Fréquence d'Échantillonnage

La fréquence d'échantillonnage est généralement choisie pour être supérieure à la fréquence de Nyquist afin de faciliter la reconstruction du signal.

### Exemple

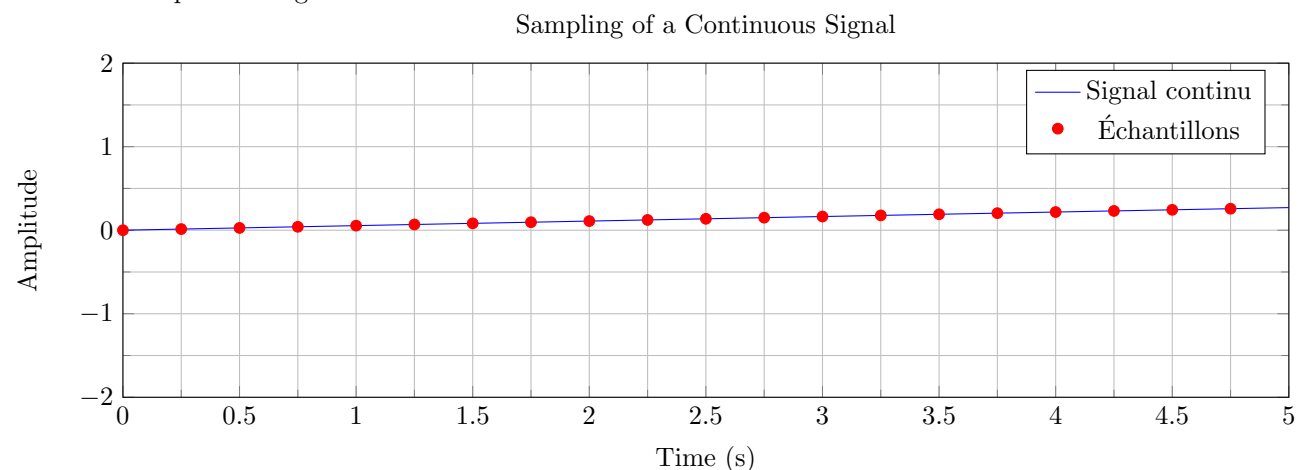
Pour un signal dont la fréquence maximale est de 4 kHz, la fréquence d'échantillonnage minimale est de 8 kHz. En pratique, on utilise souvent une fréquence d'échantillonnage de 44.1 kHz pour les CDs audio.

## Processus d'Échantillonnage

L'échantillonnage consiste à prélever des valeurs du signal continu à des intervalles réguliers. Ces valeurs discrètes sont ensuite quantifiées pour être traitées numériquement.

### Illustration de l'Échantillonnage

Voici un exemple d'un signal continu et de ses échantillons :



## Quantification

Après l'échantillonnage, les valeurs discrètes sont quantifiées en utilisant un nombre fini de niveaux. Cela introduit une erreur de quantification, qui peut être réduite en augmentant le nombre de bits utilisés pour représenter chaque échantillon.

## Erreur de Quantification

L'erreur de quantification est la différence entre la valeur réelle du signal et la valeur quantifiée. Cette erreur peut être modélisée comme un bruit de quantification.

## Reconstruction du Signal

Pour reconstruire le signal continu à partir des échantillons, on utilise un filtre de reconstruction, tel qu'un filtre passe-bas idéal.

## Filtrage Anti-Repliment

Avant l'échantillonnage, un filtre anti-repliment est utilisé pour éliminer les fréquences supérieures à la moitié de la fréquence d'échantillonnage. Cela évite le phénomène de repliement de spectre (aliasing).

## Receiver : Decision

### Introduction à la Décision

La décision est le processus par lequel le récepteur détermine quel symbole a été transmis en fonction des échantillons reçus. Cela implique souvent de comparer les échantillons à des seuils de décision.

### Seuils de Décision

Pour un signal binaire, le seuil de décision est généralement fixé à mi-chemin entre les niveaux de tension représentant les bits 0 et 1.

### Exemple de Seuil de Décision

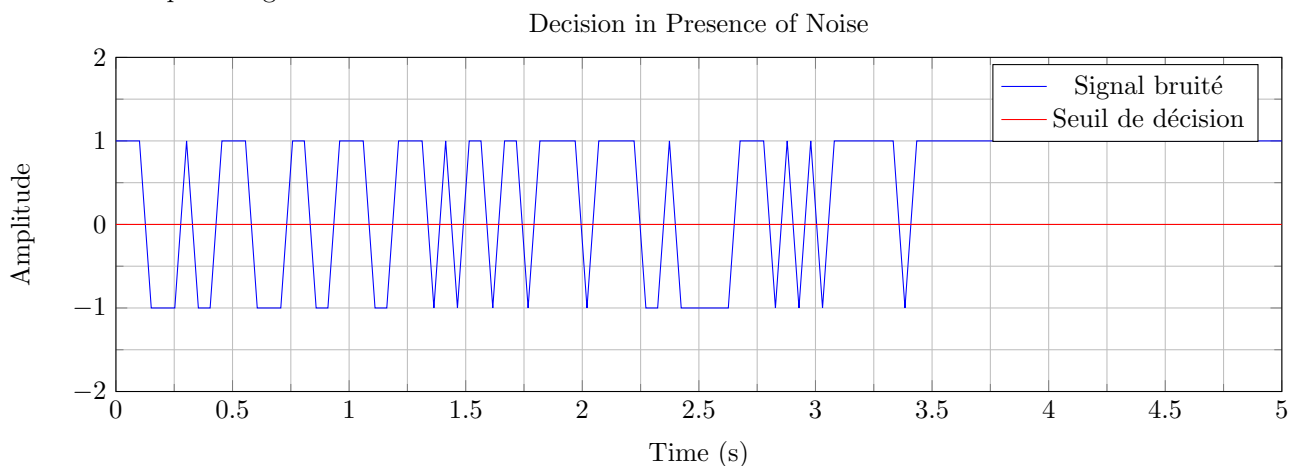
Pour un signal NRZ où 0 est représenté par -1V et 1 par +1V, le seuil de décision est fixé à 0V.

### Décision en Présence de Bruit

En présence de bruit, les échantillons peuvent être déviés de leurs valeurs idéales. Le récepteur doit donc prendre une décision en fonction des valeurs reçues et des seuils de décision.

### Illustration de la Décision en Présence de Bruit

Voici un exemple de signal binaire bruité et les seuils de décision :



## Erreurs de Décision

Les erreurs de décision se produisent lorsque le bruit ou l'ISI fait que l'échantillon reçu est plus proche du seuil de décision d'un autre symbole.

### Probabilité d'Erreur

La probabilité d'erreur dépend du rapport signal sur bruit (SNR) et du type de codage utilisé. Pour un signal binaire en présence de bruit blanc gaussien additif (AWGN), la probabilité d'erreur est donnée par :

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

où  $E_b$  est l'énergie par bit et  $N_0$  est la densité spectrale de puissance du bruit.

## Décision pour les Signaux M-aires

Pour les signaux M-aires, le récepteur doit comparer les échantillons reçus à plusieurs seuils de décision pour déterminer quel symbole a été transmis.

### Exemple de Décision pour un Signal 4-aire

Pour un signal 4-aire utilisant les niveaux -3V, -1V, +1V et +3V, les seuils de décision sont fixés à -2V, 0V et +2V.

## Décision Optimale

La décision optimale consiste à choisir le symbole qui minimise la probabilité d'erreur. Cela peut être réalisé en utilisant le critère du maximum de vraisemblance (ML).

## Maximum de Vraisemblance (ML)

Le critère de décision ML consiste à choisir le symbole qui maximise la probabilité conditionnelle d'observer l'échantillon reçu, étant donné le symbole transmis.

### Exemple de Décision ML

Pour un signal binaire, le récepteur choisit le symbole qui est le plus proche de l'échantillon reçu en termes de distance euclidienne.

## Conclusion

L'échantillonnage et la décision sont des étapes cruciales dans la réception des signaux numériques. Une bonne synchronisation et des seuils de décision appropriés sont essentiels pour minimiser les erreurs et optimiser les performances du système de communication.

## Error Probability

### Introduction

La probabilité d'erreur est une mesure clé de la performance d'un système de communication. Elle quantifie la probabilité qu'un bit ou un symbole soit incorrectement détecté par le récepteur.

## Types d'Erreurs

Il existe principalement deux types d'erreurs :

- **Bit Error** : Erreur sur un bit individuel.
- **Symbol Error** : Erreur sur un symbole, qui peut représenter plusieurs bits.

## Facteurs Influant sur la Probabilité d'Erreur

Plusieurs facteurs influencent la probabilité d'erreur :

- **Rapport Signal sur Bruit (SNR)** : Plus le SNR est élevé, plus la probabilité d'erreur est faible.
- **Type de Modulation** : Certaines modulations sont plus robustes aux erreurs que d'autres.
- **Interférence Entre Symboles (ISI)** : L'ISI peut augmenter la probabilité d'erreur.
- **Bande Passante** : Une bande passante limitée peut introduire des distorsions et augmenter les erreurs.

## Modèle de Bruit

Le bruit blanc gaussien additif (AWGN) est un modèle de bruit couramment utilisé pour analyser la probabilité d'erreur. Il est caractérisé par une densité spectrale de puissance constante et une distribution gaussienne.

## Fonction Q

La fonction Q est utilisée pour calculer la probabilité d'erreur en présence de bruit gaussien. Elle est définie comme :

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt$$

## Error Probability of Binary Codes

### Binary Phase Shift Keying (BPSK)

Pour une modulation BPSK, la probabilité d'erreur sur un bit est donnée par :

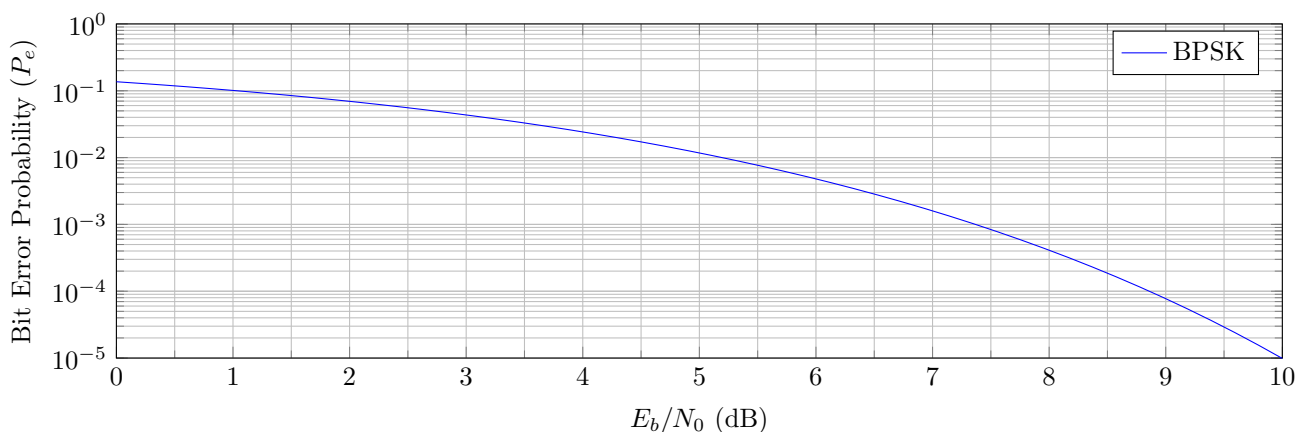
$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

où  $E_b$  est l'énergie par bit et  $N_0$  est la densité spectrale de puissance du bruit.

### Illustration de la Probabilité d'Erreur pour BPSK

Voici un graphique montrant la probabilité d'erreur pour BPSK en fonction du rapport  $E_b/N_0$  :

Bit Error Probability for BPSK





## Binary Frequency Shift Keying (BFSK)

Pour une modulation BFSK, la probabilité d'erreur sur un bit est donnée par :

$$P_e = Q \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

## Error Probability of M-ary Codes

### M-ary Phase Shift Keying (MPSK)

Pour une modulation MPSK, la probabilité d'erreur sur un symbole est donnée par :

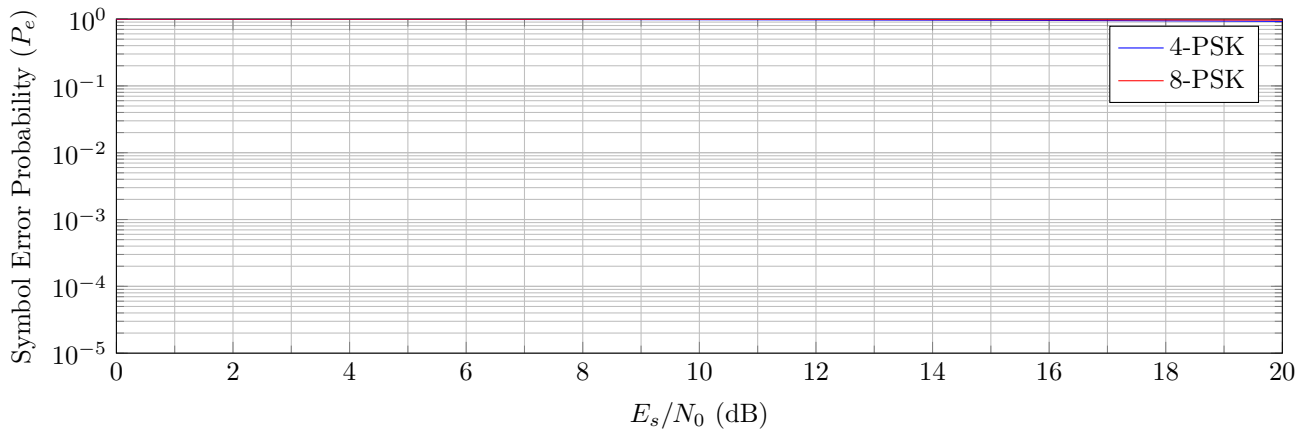
$$P_e \approx 2Q \left( \sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \left( \frac{\pi}{M} \right) \right)$$

où  $E_s$  est l'énergie par symbole.

### Illustration de la Probabilité d'Erreur pour MPSK

Voici un graphique montrant la probabilité d'erreur pour MPSK en fonction du rapport  $E_s/N_0$  :

Symbol Error Probability for MPSK



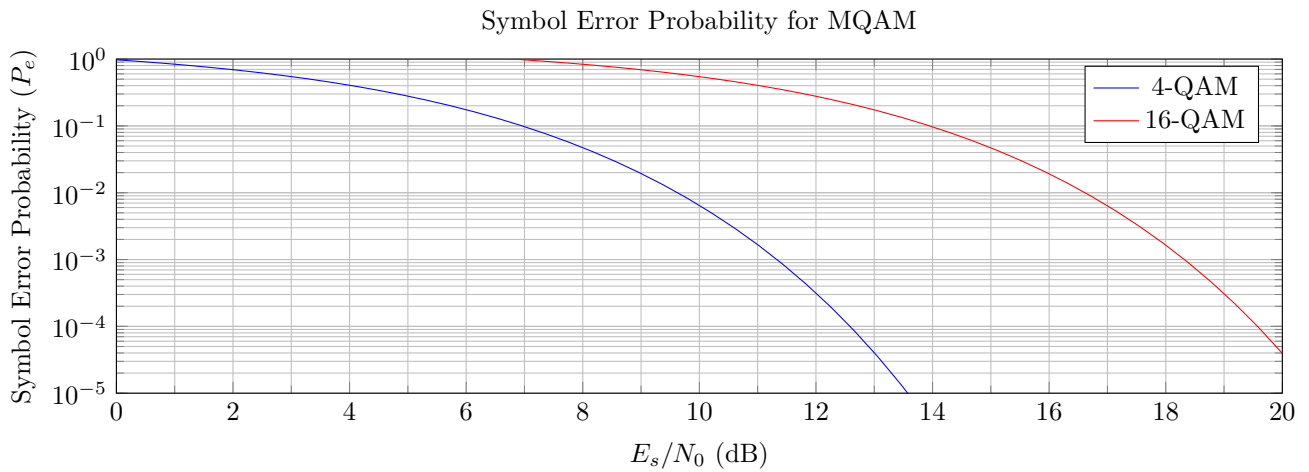
### M-ary Quadrature Amplitude Modulation (MQAM)

Pour une modulation MQAM, la probabilité d'erreur sur un symbole est approximée par :

$$P_e \approx 4Q \left( \sqrt{\frac{3E_s}{(M-1)N_0}} \right)$$

### Illustration de la Probabilité d'Erreur pour MQAM

Voici un graphique montrant la probabilité d'erreur pour MQAM en fonction du rapport  $E_s/N_0$  :



## Comparaison des Modulations

Les différentes modulations numériques ont des performances différentes en termes de probabilité d'erreur. Voici un résumé des probabilités d'erreur pour différentes modulations :

Modulation	Probabilité d'Erreur
BPSK	$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$
BFSK	$Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$
MPSK	$2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$
MQAM	$4Q\left(\sqrt{\frac{3E_s}{(M-1)N_0}}\right)$

## Conclusion

La probabilité d'erreur est un paramètre crucial pour évaluer les performances d'un système de communication. Elle dépend du type de modulation utilisé, du rapport signal sur bruit, et des caractéristiques du canal. Les graphiques et formules présentés permettent de comparer les performances des différentes modulations et de choisir celle qui convient le mieux à une application donnée.

## Receiver Matched Filter

### Introduction

Le filtre adapté (matched filter) est un élément clé dans les systèmes de communication numérique. Il est conçu pour maximiser le rapport signal sur bruit (SNR) à l'instant de décision, ce qui améliore la détection des symboles.

### Principe du Filtre Adapté

Le filtre adapté est un filtre linéaire dont la réponse impulsionnelle est une version inversée dans le temps du signal attendu. Cela signifie que si le signal attendu est  $s(t)$ , la réponse impulsionnelle du filtre adapté est  $h(t) = s(T - t)$ , où  $T$  est la durée du symbole.

### Réponse Impulsionnelle

La réponse impulsionnelle  $h(t)$  du filtre adapté est donnée par :

$$h(t) = s(T - t)$$

où  $s(t)$  est le signal attendu et  $T$  est la durée du symbole.

## Fonctionnement

Le filtre adapté corrèle le signal reçu avec le signal attendu. À l'instant de décision  $t = T$ , la sortie du filtre adapté atteint son maximum, ce qui maximise le SNR.

## Sortie du Filtre Adapté

La sortie  $y(t)$  du filtre adapté est donnée par la convolution du signal reçu  $r(t)$  avec la réponse impulsionnelle  $h(t)$  :

$$y(t) = r(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau)h(t - \tau) d\tau$$

## Maximisation du SNR

Le filtre adapté maximise le rapport signal sur bruit à l'instant de décision  $t = T$ . Cela permet de réduire la probabilité d'erreur lors de la détection des symboles.

## Exemple de Filtre Adapté pour un Signal Rectangulaire

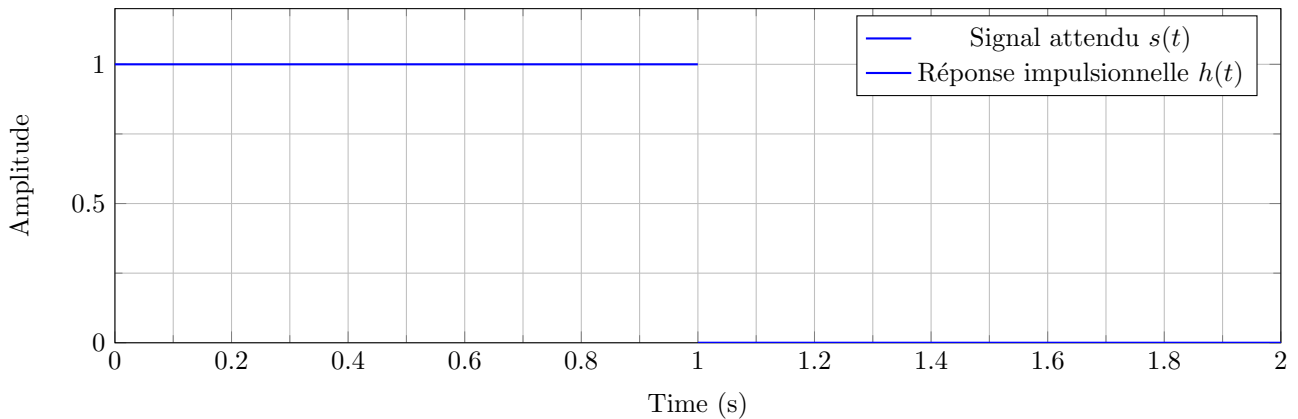
Pour un signal rectangulaire  $s(t) = \text{rect}\left(\frac{t-T/2}{T}\right)$ , la réponse impulsionnelle du filtre adapté est :

$$h(t) = \text{rect}\left(\frac{T-t-T/2}{T}\right) = \text{rect}\left(\frac{T/2-t}{T}\right)$$

## Illustration de la Réponse Impulsionnelle

Voici un exemple de la réponse impulsionnelle d'un filtre adapté pour un signal rectangulaire :

Impulse Response of Matched Filter for Rectangular Signal

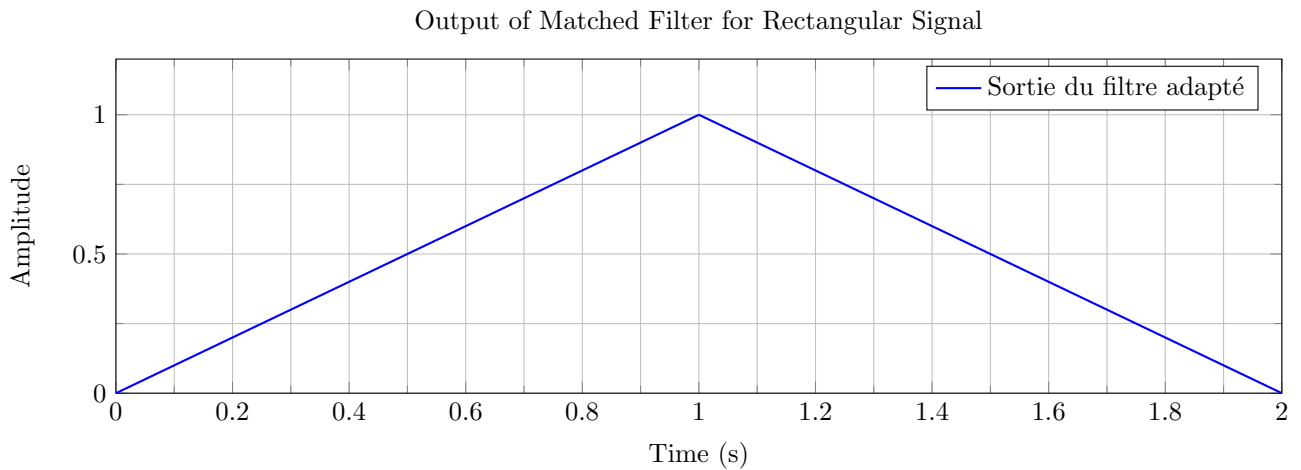


## Sortie du Filtre Adapté pour un Signal Rectangulaire

La sortie du filtre adapté pour un signal rectangulaire est un signal triangulaire, qui atteint son maximum à  $t = T$ .

## Illustration de la Sortie du Filtre Adapté

Voici un exemple de la sortie du filtre adapté pour un signal rectangulaire :



### Avantages du Filtre Adapté

- Maximisation du SNR à l'instant de décision. - Réduction de la probabilité d'erreur. - Facilité de mise en œuvre dans les systèmes numériques.

### Application aux Modulations Numériques

Le filtre adapté est utilisé dans divers systèmes de modulation numérique, tels que : - BPSK (Binary Phase Shift Keying) - QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) - QAM (Quadrature Amplitude Modulation)

### Exemple d'Application en BPSK

Pour un système BPSK, le filtre adapté est conçu pour correspondre à la forme d'onde du symbole BPSK. Cela permet de maximiser le SNR et de minimiser la probabilité d'erreur.

### Conclusion

Le filtre adapté est un outil essentiel dans les systèmes de communication numérique. Il permet de maximiser le rapport signal sur bruit à l'instant de décision, ce qui améliore la détection des symboles et réduit la probabilité d'erreur. Les illustrations et explications présentées montrent comment le filtre adapté fonctionne et comment il peut être appliqué à différents types de modulations numériques.

## Vector Representation

### Introduction

La représentation vectorielle des signaux est une méthode puissante pour analyser et concevoir des systèmes de communication. Elle permet de représenter les signaux comme des vecteurs dans un espace de dimension finie, facilitant ainsi l'analyse des performances et la détection des symboles.

### Espace de Signal

Un espace de signal est un espace vectoriel où chaque signal est représenté par un vecteur. Les bases de cet espace sont généralement des fonctions orthogonales.

## Base Orthonormée

Une base orthonormée est un ensemble de fonctions  $\{\phi_i(t)\}$  telles que :

$$\int_0^T \phi_i(t)\phi_j(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

où  $T$  est la durée du symbole.

## Représentation Vectorielle d'un Signal

Un signal  $s(t)$  peut être représenté dans une base orthonormée  $\{\phi_i(t)\}$  comme :

$$s(t) = \sum_{i=1}^N s_i \phi_i(t)$$

où  $s_i$  sont les composantes du vecteur représentant le signal  $s(t)$ .

## Exemple de Base Orthonormée

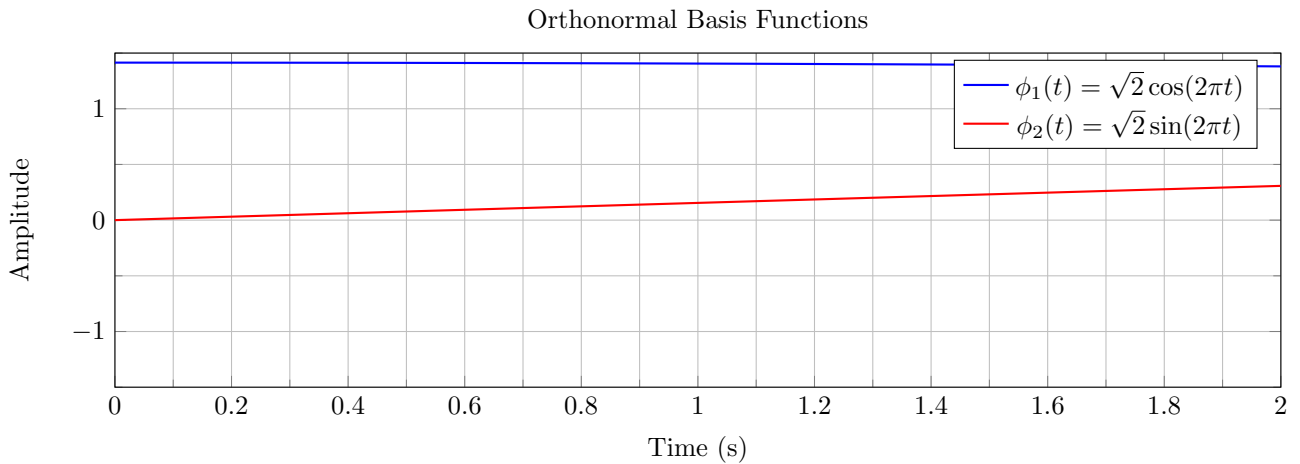
Pour un signal binaire, une base orthonormée simple peut être :

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t), \quad \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t)$$

où  $f_0$  est la fréquence de la porteuse.

## Illustration de la Base Orthonormée

Voici un exemple de deux fonctions de base orthonormées :



## Constellation de Signaux

La constellation de signaux est une représentation graphique des vecteurs de signal dans l'espace de signal. Chaque point de la constellation correspond à un symbole.

## Exemple de Constellation pour BPSK

Pour une modulation BPSK, la constellation est composée de deux points :

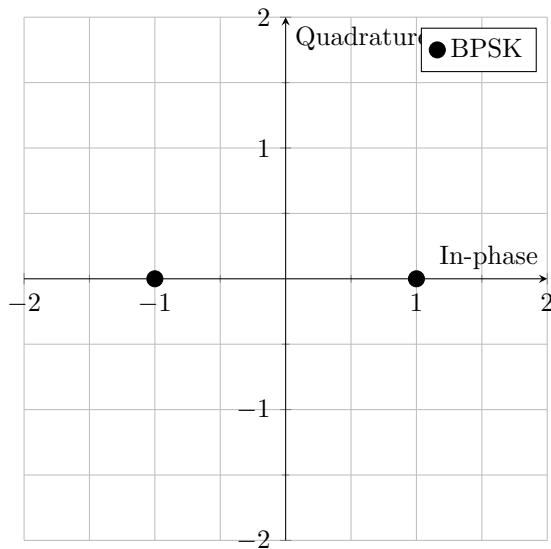
$$s_0(t) = -\sqrt{E_b} \phi_1(t), \quad s_1(t) = +\sqrt{E_b} \phi_1(t)$$

où  $E_b$  est l'énergie par bit.

## Illustration de la Constellation BPSK

Voici un exemple de constellation pour BPSK :

BPSK Constellation Diagram



## Exemple de Constellation pour QPSK

Pour une modulation QPSK, la constellation est composée de quatre points :

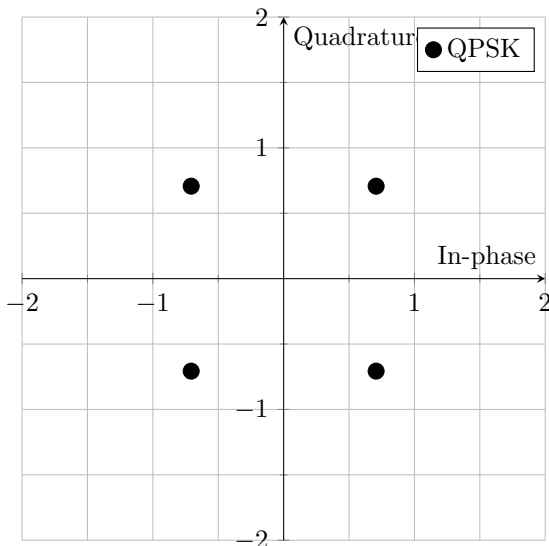
$$\begin{aligned}
 s_0(t) &= +\sqrt{\frac{E_s}{2}}\phi_1(t) + \sqrt{\frac{E_s}{2}}\phi_2(t) \\
 s_1(t) &= -\sqrt{\frac{E_s}{2}}\phi_1(t) + \sqrt{\frac{E_s}{2}}\phi_2(t) \\
 s_2(t) &= -\sqrt{\frac{E_s}{2}}\phi_1(t) - \sqrt{\frac{E_s}{2}}\phi_2(t) \\
 s_3(t) &= +\sqrt{\frac{E_s}{2}}\phi_1(t) - \sqrt{\frac{E_s}{2}}\phi_2(t)
 \end{aligned}$$

où  $E_s$  est l'énergie par symbole.

## Illustration de la Constellation QPSK

Voici un exemple de constellation pour QPSK :

QPSK Constellation Diagram



## Avantages de la Représentation Vectorielle

- **Simplification de l'analyse** : La représentation vectorielle permet de simplifier l'analyse des systèmes de communication. - **Visualisation des signaux** : Les constellations permettent de visualiser les signaux et de comprendre les relations entre les symboles. - **Optimisation des performances** : Elle facilite l'optimisation des performances en termes de probabilité d'erreur et d'efficacité spectrale.

## Distance Euclidienne

La distance euclidienne entre deux vecteurs de signal est une mesure de leur séparation dans l'espace de signal. Une plus grande distance euclidienne entre les points de la constellation réduit la probabilité d'erreur.

### Exemple de Distance Euclidienne pour BPSK

Pour BPSK, la distance euclidienne entre les deux points de la constellation est :

$$d = 2\sqrt{E_b}$$

### Exemple de Distance Euclidienne pour QPSK

Pour QPSK, la distance euclidienne entre deux points adjacents de la constellation est :

$$d = \sqrt{2E_s}$$

## Conclusion

La représentation vectorielle des signaux est un outil essentiel pour l'analyse et la conception des systèmes de communication numérique. Elle permet de simplifier l'analyse des performances, de visualiser les signaux et d'optimiser les systèmes en termes de probabilité d'erreur et d'efficacité spectrale. Les illustrations et explications présentées montrent comment les signaux peuvent être représentés dans un espace vectoriel et comment cette représentation peut être utilisée pour améliorer les performances des systèmes de communication.

# Analog Modulation

## Introduction

La modulation analogique est une technique utilisée pour transmettre des signaux analogiques (comme la voix ou la musique) sur des canaux de communication. Elle consiste à modifier une onde porteuse en fonction du signal à transmettre.

## Types de Modulation Analogique

Il existe principalement trois types de modulation analogique :

- **Amplitude Modulation (AM)** : L'amplitude de la porteuse est modifiée en fonction du signal.
- **Frequency Modulation (FM)** : La fréquence de la porteuse est modifiée en fonction du signal.
- **Phase Modulation (PM)** : La phase de la porteuse est modifiée en fonction du signal.

## Amplitude Modulation (AM)

Dans la modulation d'amplitude, l'amplitude de la porteuse est proportionnelle au signal modulant.

### Expression Mathématique

Un signal AM peut être exprimé comme :

$$s_{AM}(t) = A_c [1 + m(t)] \cos(2\pi f_c t)$$

où : -  $A_c$  est l'amplitude de la porteuse, -  $m(t)$  est le signal modulant, -  $f_c$  est la fréquence de la porteuse.

### Indice de Modulation

L'indice de modulation  $\mu$  est défini comme :

$$\mu = \frac{A_m}{A_c}$$

où  $A_m$  est l'amplitude maximale du signal modulant.

### Spectre du Signal AM

Le spectre d'un signal AM contient la fréquence de la porteuse et les bandes latérales :

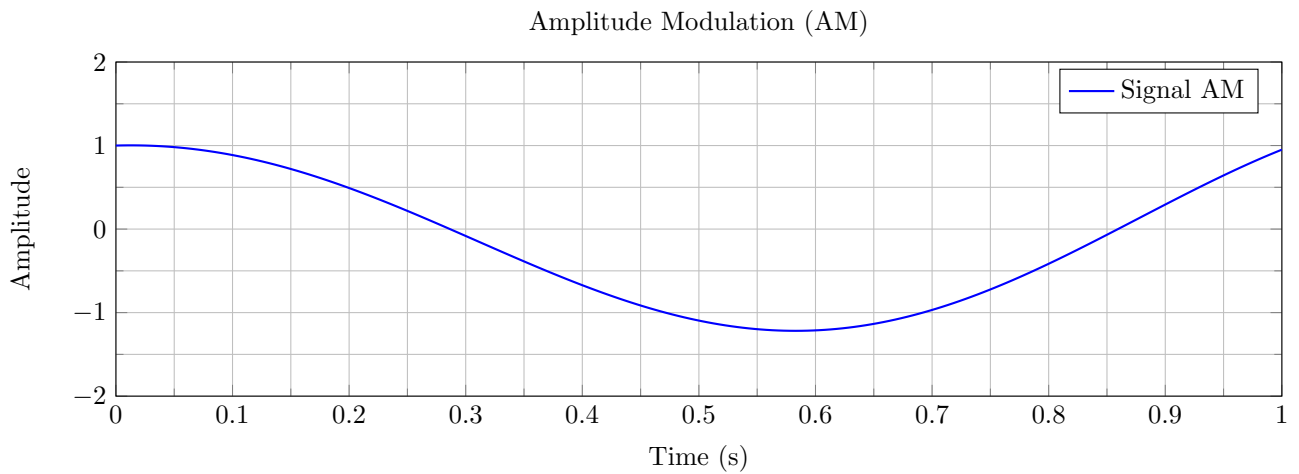
$$S_{AM}(f) = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$$

où  $M(f)$  est la transformée de Fourier du signal modulant  $m(t)$ .

### Illustration du Signal AM

Voici un exemple de signal AM :





## Frequency Modulation (FM)

Dans la modulation de fréquence, la fréquence de la porteuse est modifiée en fonction du signal modulant.

### Expression Mathématique

Un signal FM peut être exprimé comme :

$$s_{FM}(t) = A_c \cos \left( 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right)$$

où : -  $A_c$  est l'amplitude de la porteuse, -  $k_f$  est la constante de déviation de fréquence, -  $m(t)$  est le signal modulant.

### Indice de Modulation pour FM

L'indice de modulation  $\beta$  est défini comme :

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

où  $\Delta f$  est la déviation maximale de fréquence et  $f_m$  est la fréquence maximale du signal modulant.

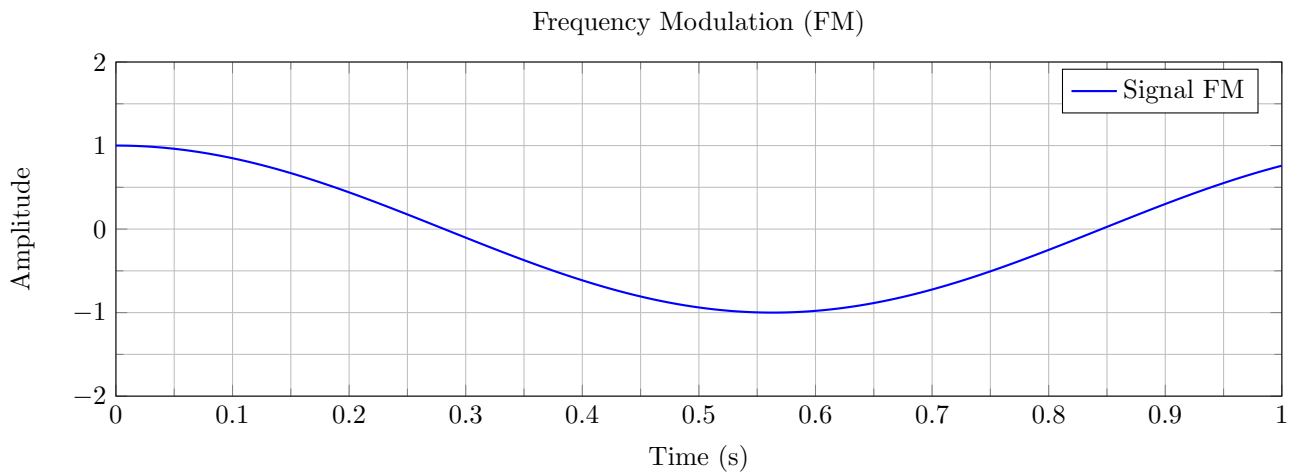
### Spectre du Signal FM

Le spectre d'un signal FM est plus complexe que celui d'un signal AM et contient une infinité de bandes latérales. Cependant, pour un indice de modulation  $\beta$  donné, la bande passante peut être approximée par la règle de Carson :

$$B = 2(\beta + 1)f_m$$

### Illustration du Signal FM

Voici un exemple de signal FM :



## Phase Modulation (PM)

Dans la modulation de phase, la phase de la porteuse est modifiée en fonction du signal modulant.

### Expression Mathématique

Un signal PM peut être exprimé comme :

$$s_{PM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + k_p m(t))$$

où : -  $A_c$  est l'amplitude de la porteuse, -  $k_p$  est la constante de déviation de phase, -  $m(t)$  est le signal modulant.

### Indice de Modulation pour PM

L'indice de modulation pour PM est similaire à celui de FM, mais il est basé sur la déviation de phase.

## Comparaison des Modulations Analogiques

Voici un tableau comparatif des différentes modulations analogiques :

Type de Modulation	Avantages	Inconvénients
AM	Simplicité de mise en œuvre, faible bande passante	Sensible au bruit et aux interférences
FM	Meilleure résistance au bruit, meilleure qualité audio	Bande passante plus large
PM	Moins sensible au bruit que AM	Complexité de mise en œuvre

## Applications des Modulations Analogiques

- **AM** : Utilisée dans la radio AM, la télévision analogique. - **FM** : Utilisée dans la radio FM, les communications audio de haute qualité. - **PM** : Utilisée dans certaines applications de communication où la phase est plus facile à contrôler.

## Conclusion

La modulation analogique est une technique essentielle pour transmettre des signaux analogiques sur des canaux de communication. Les trois principaux types de modulation analogique (AM, FM, PM) ont chacun leurs avantages et inconvénients, et sont utilisés dans diverses applications en fonction des besoins spécifiques en termes de qualité, de bande passante et de résistance au bruit.

# Digital Modulation

## Introduction

La modulation numérique est une technique utilisée pour transmettre des données numériques en modifiant une onde porteuse. Contrairement à la modulation analogique, elle manipule des signaux discrets, ce qui permet une meilleure résistance au bruit et une efficacité spectrale accrue.

## Types de Modulation Numérique

Il existe plusieurs types de modulation numérique, parmi lesquels :

- **Amplitude Shift Keying (ASK)**
- **Frequency Shift Keying (FSK)**
- **Phase Shift Keying (PSK)**
- **Quadrature Amplitude Modulation (QAM)**

## Amplitude Shift Keying (ASK)

Dans la modulation ASK, l'amplitude de la porteuse est modifiée pour représenter les données numériques.

### Expression Mathématique

Un signal ASK peut être exprimé comme :

$$s_{ASK}(t) = A_i \cos(2\pi f_c t)$$

où  $A_i$  prend des valeurs discrètes en fonction des bits à transmettre, et  $f_c$  est la fréquence de la porteuse.

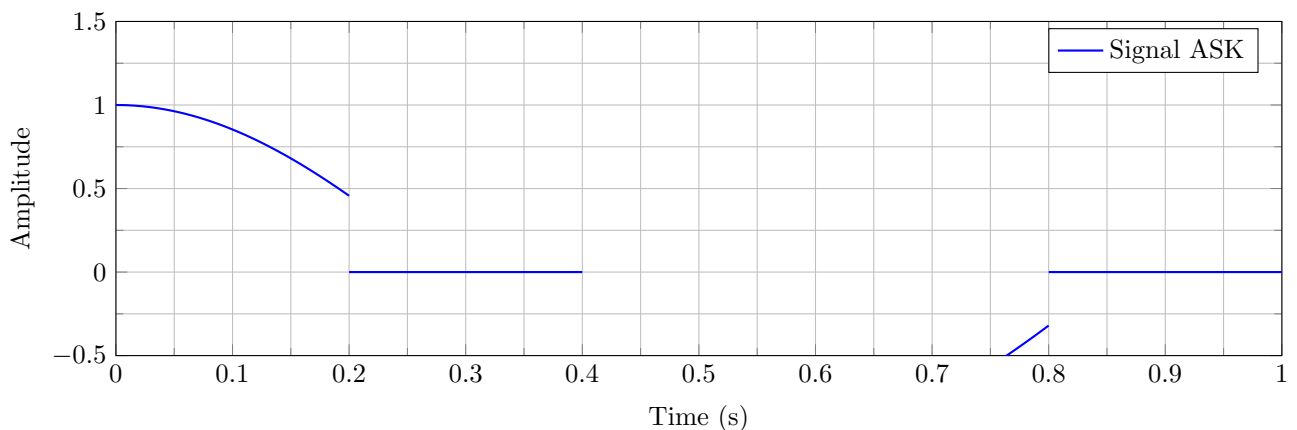
### Exemple de Signal ASK

Pour un signal binaire,  $A_i$  peut prendre deux valeurs, par exemple 0 et  $A$ .

### Illustration du Signal ASK

Voici un exemple de signal ASK pour une séquence binaire :

Amplitude Shift Keying (ASK)



## Frequency Shift Keying (FSK)

Dans la modulation FSK, la fréquence de la porteuse est modifiée pour représenter les données numériques.

### Expression Mathématique

Un signal FSK peut être exprimé comme :

$$s_{FSK}(t) = A \cos(2\pi f_i t)$$

où  $f_i$  prend des valeurs discrètes en fonction des bits à transmettre.

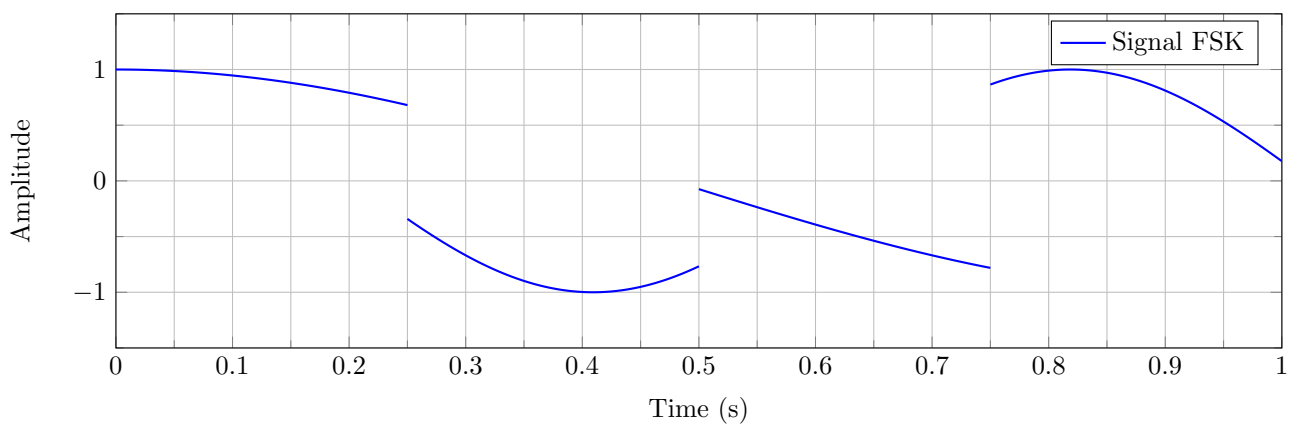
### Exemple de Signal FSK

Pour un signal binaire,  $f_i$  peut prendre deux valeurs, par exemple  $f_0$  et  $f_1$ .

### Illustration du Signal FSK

Voici un exemple de signal FSK pour une séquence binaire :

Frequency Shift Keying (FSK)



### Phase Shift Keying (PSK)

Dans la modulation PSK, la phase de la porteuse est modifiée pour représenter les données numériques.

### Expression Mathématique

Un signal PSK peut être exprimé comme :

$$s_{PSK}(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta_i)$$

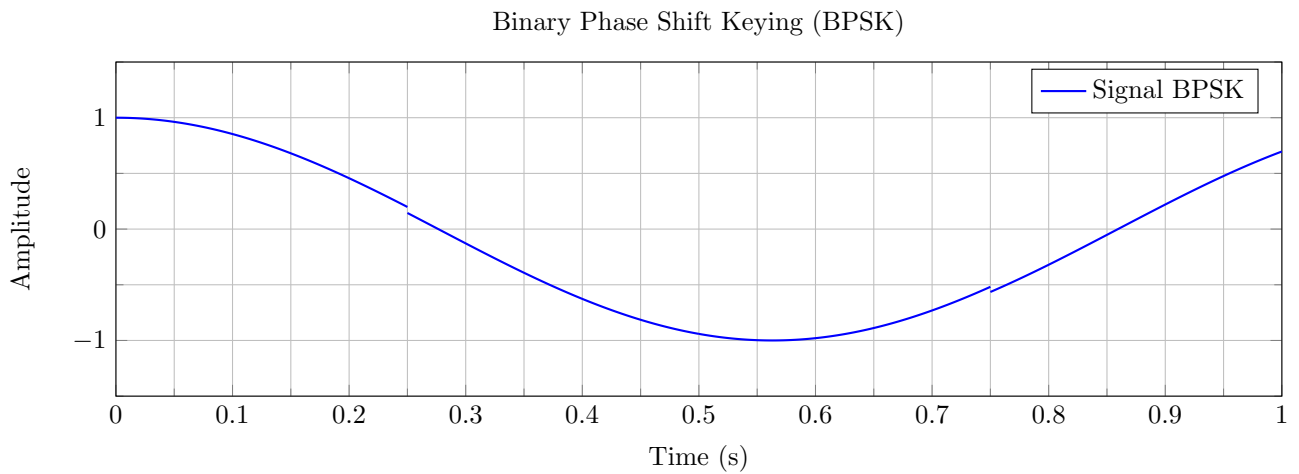
où  $\theta_i$  prend des valeurs discrètes en fonction des bits à transmettre.

### Exemple de Signal BPSK

Pour un signal BPSK (Binary PSK),  $\theta_i$  peut prendre deux valeurs, par exemple 0 et  $\pi$ .

### Illustration du Signal BPSK

Voici un exemple de signal BPSK pour une séquence binaire :



## Quadrature Amplitude Modulation (QAM)

La modulation QAM combine la modulation d'amplitude et de phase pour représenter les données numériques.

### Expression Mathématique

Un signal QAM peut être exprimé comme :

$$s_{QAM}(t) = A_i \cos(2\pi f_c t) + B_i \sin(2\pi f_c t)$$

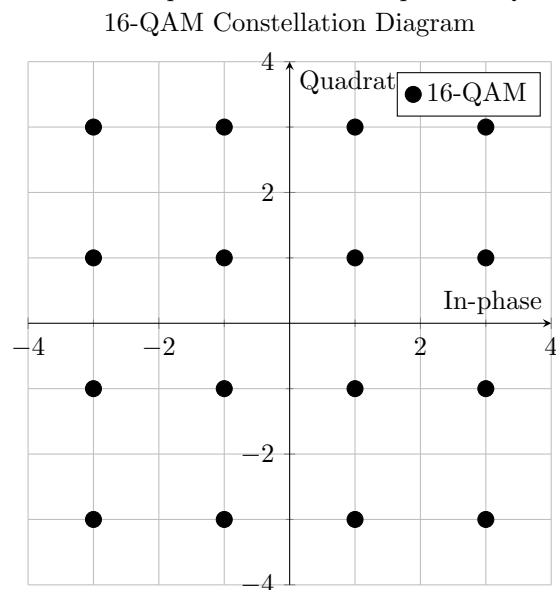
où  $A_i$  et  $B_i$  prennent des valeurs discrètes en fonction des bits à transmettre.

### Exemple de Signal 16-QAM

Pour un signal 16-QAM, il y a 16 combinaisons possibles de  $A_i$  et  $B_i$ .

### Illustration de la Constellation 16-QAM

Voici un exemple de constellation pour 16-QAM :



## Avantages de la Modulation Numérique

- **Résistance au bruit** : Meilleure résistance au bruit et aux interférences. - **Efficacité spectrale** : Meilleure utilisation de la bande passante. - **Flexibilité** : Possibilité de choisir parmi plusieurs types de modulations en fonction des besoins.

## Comparaison des Modulations Numériques

Voici un tableau comparatif des différentes modulations numériques :

Type de Modulation	Avantages	Inconvénients
ASK	Simplicité de mise en œuvre	Sensible aux variations d'amplitude
FSK	Résistance au bruit	Bande passante plus large
PSK	Bonne efficacité spectrale	Sensible aux erreurs de phase
QAM	Haute efficacité spectrale	Complexité de mise en œuvre

## Applications des Modulations Numériques

- **ASK** : Utilisée dans les communications optiques et certaines transmissions radio. - **FSK** : Utilisée dans les communications radio à basse fréquence et les systèmes de télécommande. - **PSK** : Utilisée dans les systèmes Wi-Fi, Bluetooth, et les communications par satellite. - **QAM** : Utilisée dans les modems, les systèmes de télévision numérique, et les communications cellulaires (4G, 5G).

## Conclusion

La modulation numérique est une technique essentielle pour transmettre des données numériques de manière efficace et fiable. Les différents types de modulation numérique (ASK, FSK, PSK, QAM) ont chacun leurs avantages et inconvénients, et sont utilisés dans diverses applications en fonction des besoins spécifiques en termes de qualité, de bande passante et de résistance au bruit.

## Filtering of Modulated Signals

### Introduction

Le filtrage des signaux modulés est une étape essentielle dans les systèmes de communication. Il permet de limiter la bande passante des signaux, de réduire les interférences, et d'optimiser les performances globales du système.

### Objectifs du Filtrage

Les principaux objectifs du filtrage des signaux modulés sont :

- **Limitation de la bande passante** : Réduire la largeur de bande du signal pour éviter les interférences avec d'autres signaux.
- **Réduction de l'ISI** : Minimiser l'interférence entre symboles.
- **Amélioration du SNR** : Augmenter le rapport signal sur bruit.

### Types de Filtres

Plusieurs types de filtres peuvent être utilisés pour les signaux modulés :

- **Filtre passe-bas** : Utilisé pour éliminer les hautes fréquences.
- **Filtre passe-haut** : Utilisé pour éliminer les basses fréquences.

- **\*\*Filtre passe-bande\*\*** : Utilisé pour isoler une bande de fréquences spécifique.
- **\*\*Filtre en cosinus surélevé\*\*** : Utilisé pour réduire l'ISI.

## Filtre Passe-Bas

Un filtre passe-bas permet de laisser passer les basses fréquences tout en atténuant les hautes fréquences.

### Réponse en Fréquence

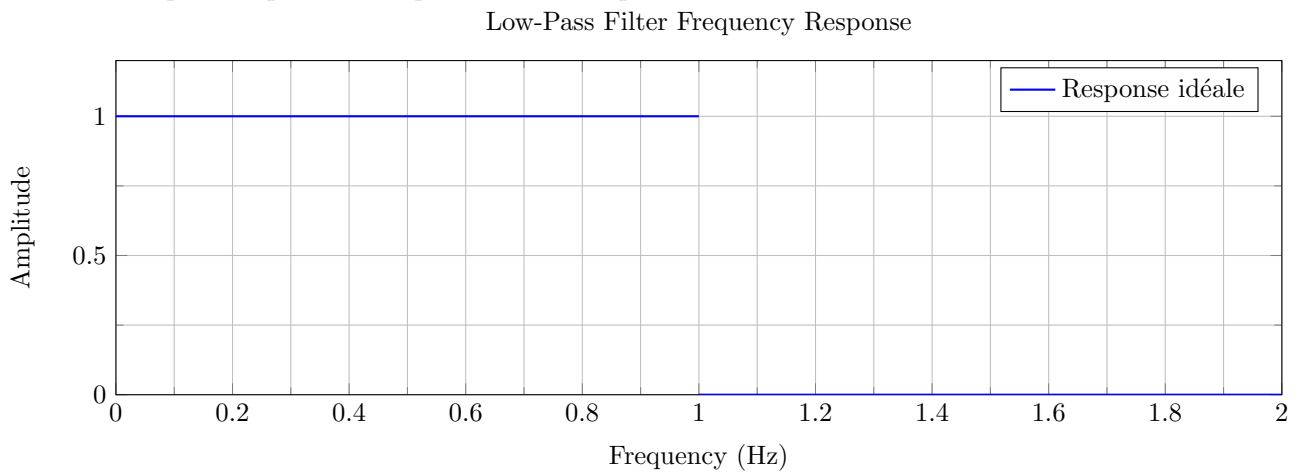
La réponse en fréquence d'un filtre passe-bas idéal est donnée par :

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| \leq f_c \\ 0 & \text{si } |f| > f_c \end{cases}$$

où  $f_c$  est la fréquence de coupure.

### Illustration de la Réponse en Fréquence d'un Filtre Passe-Bas

Voici un exemple de réponse en fréquence d'un filtre passe-bas idéal :



## Filtre en Cosinus Surélevé

Le filtre en cosinus surélevé est couramment utilisé dans les systèmes de communication numérique pour réduire l'ISI.

### Réponse en Fréquence

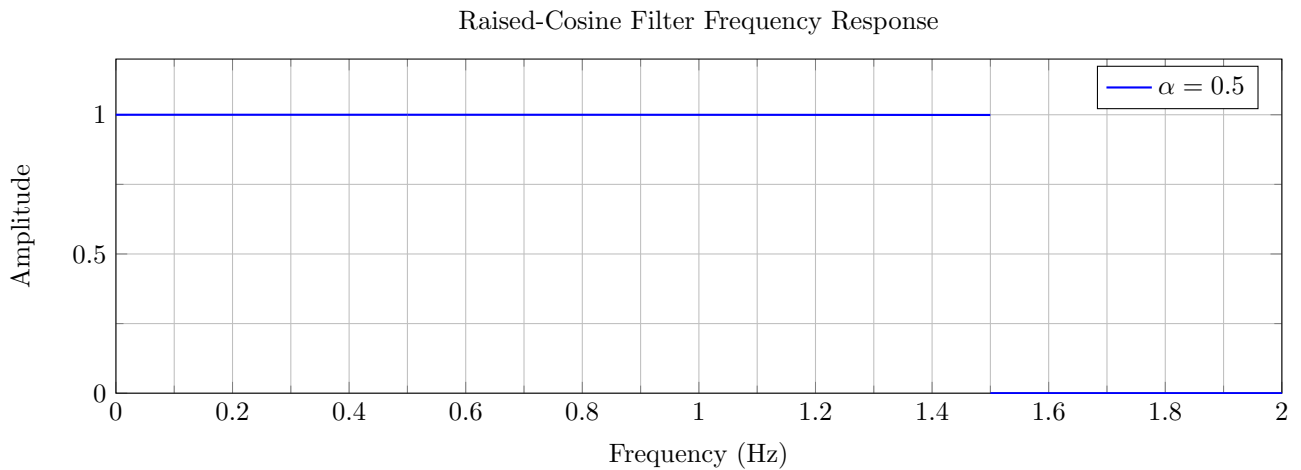
La réponse en fréquence d'un filtre en cosinus surélevé est donnée par :

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| < \frac{1-\alpha}{2T_s} \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi T_s}{\alpha} \left( |f| - \frac{1-\alpha}{2T_s} \right) \right) \right] & \text{si } \frac{1-\alpha}{2T_s} < |f| < \frac{1+\alpha}{2T_s} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $T_s$  est la période des symboles et  $\alpha$  est le facteur de roll-off.

### Illustration de la Réponse en Fréquence d'un Filtre en Cosinus Surélevé

Voici un exemple de réponse en fréquence d'un filtre en cosinus surélevé avec un facteur de roll-off  $\alpha = 0.5$  :



## Filtre Adapté

Le filtre adapté est utilisé pour maximiser le rapport signal sur bruit à l'instant de décision.

### Réponse Impulsionnelle

La réponse impulsionnelle d'un filtre adapté est donnée par :

$$h(t) = s(T - t)$$

où  $s(t)$  est le signal attendu et  $T$  est la durée du symbole.

## Filtrage des Signaux ASK

Pour les signaux ASK, le filtrage est utilisé pour éliminer les composantes de fréquence indésirables et pour améliorer la détection des symboles.

### Exemple de Filtrage ASK

Un filtre passe-bas peut être utilisé pour éliminer les hautes fréquences et réduire le bruit.

## Filtrage des Signaux FSK

Pour les signaux FSK, le filtrage est utilisé pour isoler les différentes fréquences porteuses.

### Exemple de Filtrage FSK

Un filtre passe-bande peut être utilisé pour chaque fréquence porteuse afin de séparer les différents symboles.

## Filtrage des Signaux PSK

Pour les signaux PSK, le filtrage est utilisé pour réduire l'ISI et améliorer la détection de phase.

### Exemple de Filtrage PSK

Un filtre en cosinus surélevé est souvent utilisé pour les signaux PSK afin de limiter la bande passante et réduire l'ISI.

## Filtrage des Signaux QAM

Pour les signaux QAM, le filtrage est utilisé pour réduire l'ISI et améliorer la détection des symboles.



## Exemple de Filtrage QAM

Un filtre en cosinus surélevé est couramment utilisé pour les signaux QAM afin de limiter la bande passante et réduire l'ISI.

## Conclusion

Le filtrage des signaux modulés est une étape cruciale dans les systèmes de communication. Il permet de limiter la bande passante, de réduire les interférences, et d'optimiser les performances globales du système. Les différents types de filtres, tels que les filtres passe-bas, passe-haut, passe-bande, et en cosinus surélevé, sont utilisés en fonction des besoins spécifiques des systèmes de communication.

## BER and SER of Modulated Signals

### Introduction

Le Taux d'Erreur Binaire (BER) et le Taux d'Erreur Symbole (SER) sont des métriques essentielles pour évaluer les performances des systèmes de communication numérique. Ils mesurent la fréquence à laquelle des erreurs se produisent lors de la transmission des bits ou des symboles.

### Taux d'Erreur Binaire (BER)

Le BER est défini comme le rapport entre le nombre de bits erronés et le nombre total de bits transmis :

$$\text{BER} = \frac{\text{Nombre de bits erronés}}{\text{Nombre total de bits transmis}}$$

### Taux d'Erreur Symbole (SER)

Le SER est défini comme le rapport entre le nombre de symboles erronés et le nombre total de symboles transmis :

$$\text{SER} = \frac{\text{Nombre de symboles erronés}}{\text{Nombre total de symboles transmis}}$$

### Relation entre BER et SER

Pour les modulations binaires (comme BPSK), le BER est égal au SER. Pour les modulations M-aires, le SER peut être converti en BER en utilisant des approximations spécifiques à chaque type de modulation.

### Calcul du BER pour BPSK

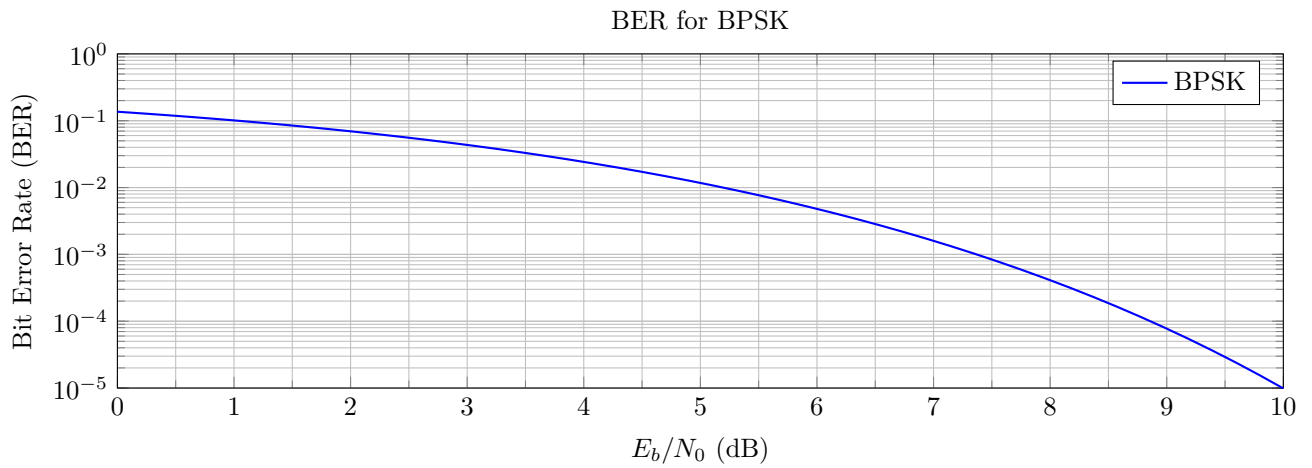
Pour une modulation BPSK en présence de bruit blanc gaussien additif (AWGN), le BER est donné par :

$$\text{BER} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

où  $E_b$  est l'énergie par bit et  $N_0$  est la densité spectrale de puissance du bruit.

### Illustration du BER pour BPSK

Voici un graphique montrant le BER pour BPSK en fonction du rapport  $E_b/N_0$  :



## Calcul du BER pour QPSK

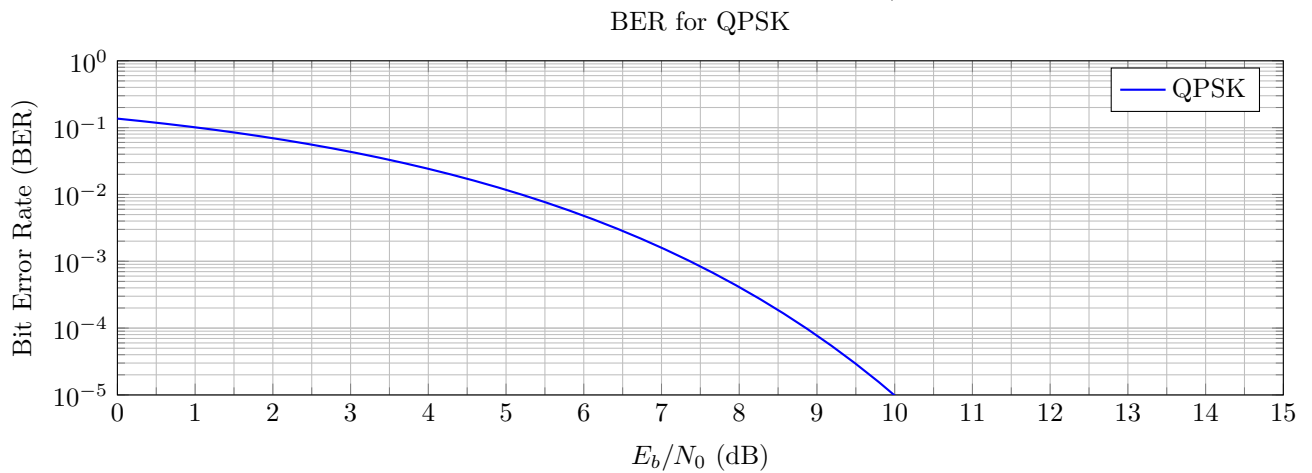
Pour une modulation QPSK, le BER est approximé par :

$$\text{BER} \approx Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

où  $E_b$  est l'énergie par bit.

## Illustration du BER pour QPSK

Voici un graphique montrant le BER pour QPSK en fonction du rapport  $E_b/N_0$  :



## Calcul du SER pour M-PSK

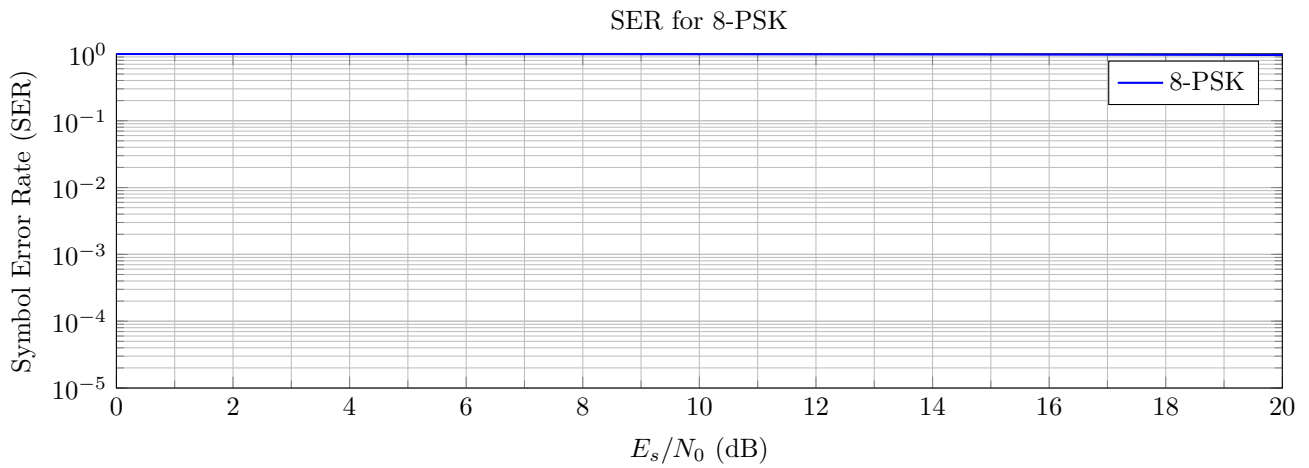
Pour une modulation M-PSK, le SER est donné par :

$$\text{SER} \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

où  $E_s$  est l'énergie par symbole.

## Illustration du SER pour M-PSK

Voici un graphique montrant le SER pour 8-PSK en fonction du rapport  $E_s/N_0$  :



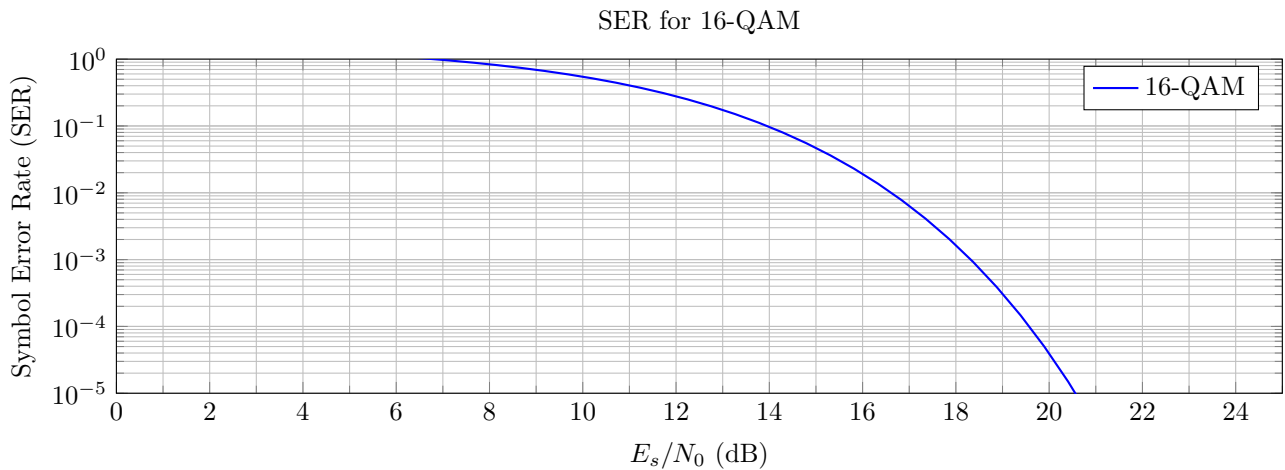
## Calcul du SER pour M-QAM

Pour une modulation M-QAM, le SER est approximé par :

$$\text{SER} \approx 4Q \left( \sqrt{\frac{3E_s}{(M-1)N_0}} \right)$$

## Illustration du SER pour 16-QAM

Voici un graphique montrant le SER pour 16-QAM en fonction du rapport  $E_s/N_0$  :



## Comparaison des Performances

Voici un tableau comparatif des performances en termes de BER et SER pour différentes modulations numériques :

Modulation	BER/SER	Avantages
BPSK	$Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$	Robuste, faible complexité
QPSK	$Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$	Meilleure efficacité spectrale que BPSK
8-PSK	$2Q \left( \sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \left( \frac{\pi}{8} \right) \right)$	Efficacité spectrale accrue
16-QAM	$4Q \left( \sqrt{\frac{3E_s}{15N_0}} \right)$	Haute efficacité spectrale

## Facteurs Influant sur le BER et le SER

Plusieurs facteurs influencent le BER et le SER :

- **\*\*Rapport Signal sur Bruit (SNR)\*\*** : Plus le SNR est élevé, plus le BER/SER est faible.

- **Type de Modulation** : Certaines modulations sont plus robustes aux erreurs que d'autres.
- **Interférence Entre Symboles (ISI)** : L'ISI peut augmenter le BER/SER.
- **Bande Passante** : Une bande passante limitée peut introduire des distorsions et augmenter les erreurs.

## Conclusion

Le Taux d'Erreur Binaire (BER) et le Taux d'Erreur Symbole (SER) sont des indicateurs clés pour évaluer les performances des systèmes de communication numérique. Les graphiques et formules présentés permettent de comparer les performances des différentes modulations et de choisir celle qui convient le mieux à une application donnée en fonction des besoins spécifiques en termes de qualité, de bande passante et de résistance au bruit.