Nama : Maritza Retno Dwianti
NRP : 3121600054
Kelas : 2 D4 IT B

Distribusi Peluang Kontinyu

(A) Distribusi Seragam Kontinyu

Ciri : a) var random seragam Y = salah 1 nilai dlm interval $a \le y \le b$
b) setiap y → nilai peluang seragam dlm selang $a \le y \le b$.

Diberikan oleh :

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & y \text{ bernilai } a \le y \le b \\ 0, & y \text{ bernilai lainnya} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2} \text{ dan } \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

(B) Distribusi Normal / Gaussian Dist

Ciri : a) terdapat 2 parameter, μ dan σ
b) titik tertinggi kurva normal → rata²
c) simpangan baku (standar deviasi = σ) menentukan lebarnya kurva, makin kecil makin runcing.
d) Total luas daerah dibawah kurva normal = 1
e) jika jarak masing² x diukur dg σ, maka kira² 68% berjarak 1σ, 95% berjarak 2σ, 99% berjarak 3σ

Nilai z (standard units) = angka yg menunjukan penyimpangan var acak x dari mean(μ) dihitung dlm satuan standar deviasi (σ)

$$\boxed{Z = \frac{X-\mu}{\sigma}}$$

(C) Distribusi Eksponensial / Dis. Waktu

Ciri : suatu peristiwa terjadi dlm konteks poisson maka panjangnya waktu / ruang antar 2 peristiwa yg berurutan mengikuti distribusi probabilitas kontinu. Karena waktu / ruang bersifat kontinu yg menghasilkan var random kontinu

Fungsi Kerapatan Eksponensial :

$$\boxed{f(T_1) = \lambda e^{-\lambda t}}$$

T_1 = waktu kejadian yg pertama dlm proses poisson, dan disebut waktu ulang / waktu antara 2 kejadian yg berurutan, karena kejadian sukses independen dari wktu ke wktu

λ = rata² jml kejadian dlm setiap unit ukuran

Rata² T_1 diberikan oleh : $\boxed{\mu(T_1) = \frac{1}{\lambda}}$

Fungsi Distribusi T_1 : $\boxed{F(T_1) = P(T_1 \le t) = 1 - e^{-\lambda t}}$

X_t dlm distribusi poisson berarti jml kejadian sukses dlm interval t, sementara T_1 menyatakan waktu sampai terjadinya sukses. Maka bila $T_1 > t$ → dlm waktu tsb tidak ada kejadian sukses

Sehingga fungsi distribusinya :

$$\boxed{P(T_1 > t) = P(X_t = 0) = e^{-\lambda t}}$$

Distribusi Peluang Diskrit

fungsi p(y) yg memberikan nilai peluang untuk setiap var y yg Diskrit, dg syarat :

a). $0 \le p(y) \le 1$
b) $\sum_{\text{all } y} p(y) = 1$
c) $p(y) = \sum_t p(t)$ — dg p(y) adalah peluang kumulatif dari y.

Distribusi Peluang Kontinu

fungsi f(y) yg memberikan nilai peluang untuk setiap variabel y yg kontinu dg syarat :

a) $0 \le f(y) \le 1$
b). $\int_{-\infty}^{\infty} f(y)\,dy = 1$
c). $P(a<y<b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y)$ — dg $p(a<y<b)$ = peluang kumulatif dari y = a sampai y = b.

Nilai Harapan

RATAAN suatu peubah acak dpt diperoleh dg mengalikan tiap nilai peubah acak tsb dg peluang padanannya & kemudian menjumlah hasilnya.

Nilai Harapan → E(Y)

Bila Y = Diskrit : $E(Y) = \sum_{\text{all } y} y \cdot p(y)$

Bila y = kontinu : $E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot f(y)\,dy$

UKURAN PENYEBARAN

→ suatu var acak adalah varians → besaran yg menyatakan variabilitas data dari nilai sentralnya varians suatu var acak x :

$$Var(X) = \sigma^2 = E(X-\mu)^2$$
$$Var(X) = \sigma^2 = E(X^2 - 2\mu X - \mu^2)$$
$$Var(X) = \sigma^2 = E(X^2) - 2\mu E(X) + E(\mu^2)$$
karena $\mu = E(X)$ dan $E(\mu^2) = \mu^2$
$$Var(X) = \sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

TEOREMA CHEBYSHEV

: Peluang var acak Y akan berada dlm rentang $\mu \pm k\sigma$, adalah paling sedikit $1 - \frac{1}{k^2}$

atau

$$P(\mu - k\sigma < y < \mu + k\sigma) \ge 1 - \frac{1}{k^2}$$

Distribusi Peluang Diskrit

(A) BERNOULLI TRIAL

Ciri : a) percobaan yg menghasilkan 2 — S : Sukses, F : Gagal
b) keluaran bersifat (exhautive / tidak ada)
c) $p(S) = p$ dan $p(F) = q$ ⇒ sehingga $p+q=1$

Fungsi : $\boxed{p(y=y) = p^y \cdot q^{(1-y)}}$, dg $y = \begin{cases} 1 & \text{jika } S \\ 0 & \text{jika } F \end{cases}$

$\boxed{\mu = p}$ dan $\boxed{\sigma^2 = p \cdot q}$

(B) GEOMETRIK

Ciri : Distribusi binomial negatif dg r = 1 (mencapai sukses pertama)

Fungsi : $p(y=y) = p \cdot q^{y-1}$, untuk $y = 1, 2, 3, \ldots$

$$\mu = \frac{1}{p} \text{ dan } \sigma^2 = \frac{q}{p^2}$$

C) BINOMIAL

CIRI: a) percobaan terdiri dari n kali bernoulli trial yg identik

b). Hanya 2 keluaran $\begin{cases} S: \text{sukses} \\ F: \text{gagal} \end{cases}$

c). $p(S) = p$ dan $P(F) = q$, bernilai tetap dari satu trial ke trial lain

d) Semua trial saling independent

e). Var random Binomial $y \rightarrow$ jml s dlm n trial

Fungsi: $\boxed{p(y=y) = \binom{n}{y} p^y \cdot q^{(n-y)}}$, untuk $y = 0, 1, 2, ..$

Keterangan: p = peluang sukses dlm trial tunggal

$q = 1 - p$

n = jml trial

y = jml sukses dlm n trial

$\boxed{\mu = n \cdot p}$ dan $\boxed{\sigma^2 = n \cdot p \cdot q}$

D) MULTINOMIAL

CIRI: a) percobaan n kali trial identik

b) terdapat k jenis keluaran u tiap trial

c). $p_1, p_2, p_3, \ldots p_k$, yaitu peluang dari masing-masing keluaran bernilai tetap satu trial ke trial lain dan $p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_k = 1$

d) semua trial bersifat independen

e) var random multinomial adalah $y_1, y_2, y_3, \ldots y_k$ untuk tiap k jenis keluaran

Fungsi:

$$\boxed{P(y_1, y_2, y_3 \ldots y_k) = \frac{n!}{y_1!\, y_2!\, y_3! \ldots y_k!} = p_1^{y_1} = p_2^{y_2} = p_3^{y_3} \ldots p_k^{y_k}}$$

Keterangan: p = peluang keluaran ke i dlm trial tunggal

$p_1 + p_2 + p_3 + \ldots p_k = 1$

$n = y_1 + y_2 + y_3 \ldots y_k$ = jml trial

y_1 = jml kemunculan keluaran ke-i dlm n trial

$\boxed{\mu = n \cdot p_i}$ dan $\boxed{\sigma^2 = n \cdot p_i \cdot (1 - p_i)}$

E) BINOMIAL NEGATIF

CIRI: a) kondisi umum identik dg distribusi peluang binomial

b). pengecualian pada perubahan definisi var random y. y = jml trial yg diperlukan utk memperoleh keluaran S (sukses) ke-i

FUNGSI: $\boxed{p(y=y) = \left(\begin{bmatrix} y-1 \\ r-1 \end{bmatrix}\right) \cdot p^r \cdot q^{y-r}}$

untuk $y = r, r+1, r+2, \ldots$

keterangan:

p: peluang sukses dlm trial tunggal

$q: 1 - p$

y: jml trial yg diperlukan untuk memperoleh keluaran S ke i

$\boxed{\mu = \frac{r}{p}}$ dan $\boxed{\sigma^2 = r \cdot q / p^2}$

F) POISSON

CIRI: a) var random y = jml kemunculan kejadian yg diamati

b) Nilai peluang dari sebuah kejadian adlh sama utk setiap ukuran tertentu

c.) jml kejadian yg muncul utk setiap unit adalah independen

d). λ = rata² jml kejadian dlm setiap unit ukuran

Fungsi: $P(y=y) = \dfrac{\lambda^y \cdot e^{-\lambda}}{y!}$, utk $y = 0, 1, 2, 3, \ldots$

ket: λ = rata² jml kejadian dlm tiap unit ukuran

$e = 2{,}71828$

$\boxed{\mu = \lambda}$ dan $\boxed{\sigma^2 = \lambda}$

F) HYPERGEOMETRIC

CIRI: a) percobaan terdiri atas pengambilan random n elemen tanpa pengembalian dari total N elemen

b) terdapat S (sukses) sebanyak r & F (gagal) sebanyak $N - r$

c). ukuran n dianggap besar sebanding N ($n/N > 0.05$)

d.) variabel random hypergeometric y adalah jml S (sukses) dlm pengambilan n elemen

FUNGSI:

$$p(y=y) = \frac{\binom{r}{y}\binom{N-r}{n-y}}{\binom{N}{n}}$$

untuk $y = 0, 1, 2, 3, \ldots n$

Keterangan: N = jml total elemen

r = jml sukses dlm N

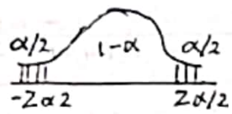
n = jml elemen pengambilan

y = jml sukses dlm pengambilan (n)

$\boxed{\mu = \frac{n \cdot r}{N}}$ $\boxed{\sigma^2 = \frac{r \cdot (N-r) \cdot n \cdot (N-n)}{N^2 (N-1)}}$

ESTIMASI

A) INTERVAL ESTIMASI



$1 - \alpha$ = Koefisien keyakinan / tingkat keyakinan

α : taraf signifikan atau besarnya kesalahan yg ditolerir dalam membuat keputusan.

B) RUMUS PENDUGAAN INTERVAL RATA² μ

1. $\boxed{\bar{x} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

berlaku untuk sampel besar ($n \geq 30$) dari populasi yg tak terbatas / dari populasi terbatas, tetapi penarikan sample dilakukan dengan pengembalian.

2. $\boxed{\bar{x} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$

berlaku untuk populasi terbatas, tetapi sample sebanyak n diambil tanpa pengembalian dari populasi N elemen dan σ diketahui

3. $\boxed{\bar{x} - t_{\alpha/2,\, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2,\, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}}$

berlaku untuk sample kecil ($n < 30$) yg diambil dari populasi (σ tidak diketahui) dg pengembalian. Rumus ini diperoleh dari rumus 1 dg jalan mengganti σ dg S dan $Z_{\alpha/2}$ dg $t_{\alpha/2}$

HIPOTESIS → pernyataan ttg parameter populasi

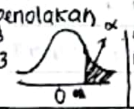
H_0 = pernyataan (numeric) bisa salah / benar → selalu memuat "="

H_1 = lawan H_0 → tdk pernah memuat "="

→ Tingkat signifikasi dan daerah penolakan

$H_0: \mu \geq 3$
$H_1: \mu < 3$

$H_0: \mu \leq 3$
$H_1: \mu > 3$



$H_0: \mu = 3$
$H_1: \mu \neq 3$

Test satu sisi 2 u mean (σ diketahui)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

t Test: σ tidak diketahui

T test dg $n-1$ db

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{S - \sqrt{n}}$$

PROPORSI

- sample dlm kategori sukses p_s: $\boxed{P_s = \frac{x}{n} = \frac{\text{number of success}}{\text{sample size}}}$
- jika np dan $n(1-p) < 5$, p_s dpt didekati dg dist. normal dg mean dan standar deviasi

$\boxed{\mu_{ps} = P}$ $\boxed{\sigma_{ps} = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$

H_0	Nilai statistik uji	H_1	wilayah kritik.
$\mu = \mu_0$	$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ σ diket atau $n \geq 30$	$\mu < \mu_0$	$z < -z\alpha$
		$\mu > \mu_0$	$z > z\alpha$
		$\mu \neq \mu_0$	$z < -z\alpha/2$ & $z > z\alpha/2$
$\mu = \mu_0$	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma - \sqrt{n}}$ $v = n - 1$ σ tak diketahui, $n < 30$	$\mu < \mu_0$	$t < -t\alpha$
		$\mu > \mu_0$	$t > t\alpha$
		$\mu \neq \mu_0$	$t < -t\alpha/2$ & $t > t\alpha/2$