Por lo tanto $\Pi A = A \cdot \Pi$

$(\Leftarrow)$ Supongamos que $\Pi A = A \Pi$ conmutan

$\Rightarrow \quad A = \Pi \cdot A \cdot \Pi^{-1}$

Definamos el Ciclo $\sigma(1)=2$; $\sigma(2)=3$, ... ; $\sigma(n-1)=n$ de orden n.

Tenemos los elementos de ΠA son de la forma $a_{\sigma(i),j}$ con $i=1,2,\dots,n$

Ademas tenemos que $\Pi^{-1} = \Pi^T$, pues

$$\Pi \cdot \Pi^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \\ 1 & 0 & \cdots & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} = I$$

"Mueve los elementos a la derecha"

y Como Π^T es circulante, por lo anterior tenemos que $\Pi^T \Pi = \Pi \Pi^T = I$

Ahora observemos que los elementos de la matriz $\Pi A \Pi^T$ son de la forma $a_{\sigma(i),\sigma(j)}$

Pues la matriz Π^T mueve las columnas en una unidad.

Asi A tiene los elementos de la forma $a_{ij} = a_{\sigma(i),\sigma(j)}$

Por lo tanto A es circulante.