# Processamento de imagens - Morfologia Matemática

Alano Martins Pinto e Gildácio Sá

UECE - Universidade Estadual do Ceará

23 de junho de 2017

# Tópicos

- Conceitos
- Teoria dos conjuntos
- Operações lógicas
- Dilatação e Erosão
- Abertura e fechamento
- Transformação Hit-or-miss
- Extração de bordas
- Extração de componentes conexas
- Conver Hull
- Thinning
- Thickening
- Esqueleto
- Poda
- Morfologia em escala de cinza

# Teoria dos conjuntos

 ${\sf Uni\~ao:}\ C=A\cap B$ 

Interceção:  $C=A\cup B$  Subtração: C=A-B

Complementar:  $A^c = \{w \mid w \notin A\}$ 

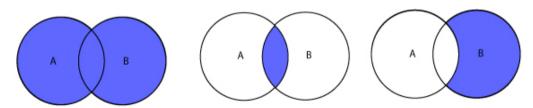


Figura: Propriedades básicas de conjuntos

# Complementar

#### Definição

Conjunto de pontos que não estão em A

$$A^c = \{w \,|\, w \not\in A\}$$

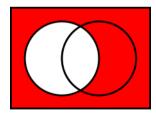


Figura: Complementar de conjuntos

# Translação

### Definição

Move a origem de A para o ponto z

$$(A)z = \{c \, | \, c = a + z, \, \mathsf{para} \, \, a \in A\}$$

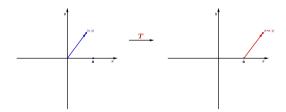


Figura: Translação em vetor

## Reflexão

#### Definição

Reflete todos os elementos de B sobrem a origme desse conjunto

$$B = \{w \mid w = -b, \text{ para } b \in B\}$$

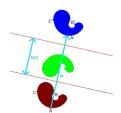


Figura: Reflexão em figura

# Operações lógicas (Binário)

- NOT
- AND
- OR
- XOR
- NOT-AND

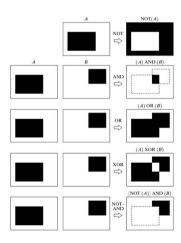


Figura: Operações lógicas

## Extração de bordas

#### Definição

Extrai bordas do pixels frontal. Realiza uma erosão e após a diferença do conjunto A com o resultado.

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

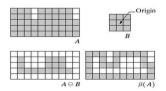


Figura: Extração de bordas 1

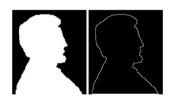


Figura: Extração de bordas 2

## Preenchimento de regiões

#### Definição

Preenche ua região em A, dado um ponto inicial p.

$$X_k = (X_{k-1} \bigoplus B) \cap A^c \qquad k = 1, 2, 3$$

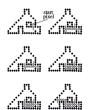


Figura: Preenchimento de regions

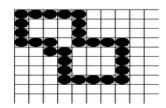


Figura: Preenchimento de regions

## Extração de componentes conexos

#### Definição

Encontra um componente conectado X em A.

$$X_k = (X_{k-1} \bigoplus B) \cap A \qquad k = 1, 2, 3$$

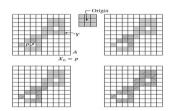


Figura: Componentes conectos

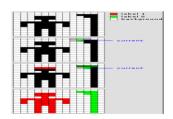


Figura: Componentes conectos

## Convex hull

#### Definicão

Encontra o envelopamento convexo de um conjunto A

$$X_k^i = (X_{k-1} \circledast B^i) \cup A \qquad i = 1, 2, 3, 4 \qquad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

$$k = 1, 2, 3, .$$



Figura: Convex hull



Figura: Convex hull

## Afinamento

## Definição

Encontra o envelopamento convexo de um conjunto A

$$A \otimes B = A - (A \circledast B)$$
 OU

$$A \cap (A \circledast B)^c$$

## Afinamento

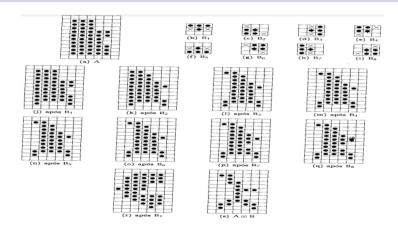


Figura: Afinamento

# Espessamento

### Definição

Aumenta a espessura de um conjunto A

$$A \odot B = A \cup (A \circledast B)$$

# Espessamento

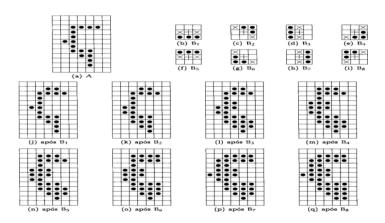


Figura: Espessamento

# Esqueleto

#### Definição

Processo de redução da região foreground, preservando a extensão e conectividade.

#### Equação

$$S(A) = \bigcup_{k=0}^{k} \{ (A \ominus kB) - [(A \ominus kB) \circ B] \}$$

Reconstrução:

$$S(A) = \bigcup_{k=0}^{k} (S_k(A) \oplus kB)$$

# Esqueleto

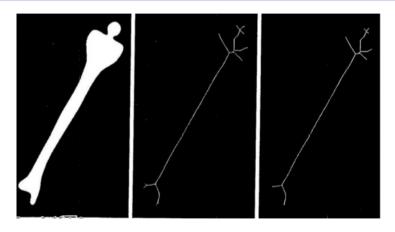


Figura: Esqueleto

## Poda

#### Definição

Aumenta a espessura de um conjunto A

$$X_1 = A \otimes B \tag{1}$$

$$X_2 = \bigcup_{k=1}^{8} (X_1 \circledast B^k)$$
 (2)

$$X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A \tag{3}$$

$$X_4 = X_1 \cup X_3 \tag{4}$$

# Poda

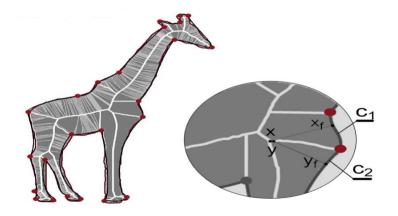


Figura: Poda

# Morfologia - Imagens monocromáticas

- Dilatação e Erosão
- Abertura e Fechamento
- Realce de contraste
- Granulometria
- Atenuação de ruidos

# Dilatação e Erosão - Imagens monocromáticas

#### Definição

Similar a imagens binárias

$$(f \oplus b)(x,y) = \max\{f(x-m,y-n) + b(m,n)\}\$$
  
$$(f \ominus b)(x,y) = \min\{f(x-m,y-n) + b(m,n)\}\$$

# Abertura e Fechamento - Imagens monocromáticas

#### Definição

Similar a imagens binárias

$$(f\circ b)=(f\ominus b)\oplus b$$

$$(f \bullet b) = (f \oplus b) \odot b$$

# Realce de contraste - Imagens monocromáticas

#### Definição

Realce de contraste para imagem

$$TH(f) = f - (f \circ b)$$
 
$$BH(f) = (f \bullet b) - f$$
 
$$g = f + TH(f) - BH(f)$$

# Realce de contraste - Imagens monocromáticas

Top-Hat: Black-Hat:





Figura: Top Hat





Figura: Black Hat

## Realce de contraste - Imagens monocromáticas

#### Aplicação do realce:

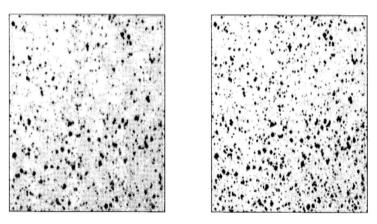


Figura: Realce

### Granulometria

### Definição

Estimativa da distribuição de tamanhos de objeto em uma imagem

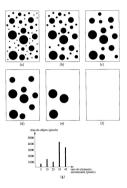


Figura: Granulometria

## Atenuação de ruidos

#### Definição

AAbertura da imagem para redução de pontos brancos isolados e fechamento para redução de pontos pretos isolados



Figura: Redução de ruidos