

March 3, 2024

TAREA — Extrapolación de Richardson

1. Diferencia Central por Extrapolación de Richardson

Comencemos por la fórmula de Richardson:

$$G = \frac{2^p g(\frac{h}{2}) - g(h)}{2^p - 1} + O(h^{p+q})$$

Tenemos, además, que la primera derivada por diferencia central es:

$$D_{cd} = \frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2})}{h} + O(h^2)$$

Al aplicar la fórmula de Richardson a esta primera derivada, tenemos:

$$f'(x) = \frac{4[f(x + \frac{h}{4}) - f(x - \frac{h}{4})]}{3(\frac{h}{2})} - \frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2})}{3h} + O(h^4)$$

$$f'(x) = \frac{8[f(x + \frac{h}{4}) - f(x - \frac{h}{4})]}{3h} - \frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2})}{3h} + O(h^4)$$

$$f'(x) = \frac{8[f(x + \frac{h}{4}) - f(x - \frac{h}{4})] - f(x + \frac{h}{2}) + f(x - \frac{h}{2})}{3h} + O(h^4)$$

$$f'(x) = \frac{8f(x + \frac{h}{4}) - 8f(x - \frac{h}{4}) - f(x + \frac{h}{2}) + f(x - \frac{h}{2})}{3h} + O(h^4)$$

Si $\frac{h}{4} = \hat{h} \implies h = 4\hat{h}$

$$\therefore f'(x) = \frac{8f(x + \hat{h}) - 8f(x - \hat{h}) - f(x + 2\hat{h}) + f(x - 2\hat{h})}{12\hat{h}} + O(\hat{h}^4)$$

Consiguiendo con esto, la expresión.

Submitted by Alan Axell Ramírez Pérez on 3 de marzo de 2024.