Alan Axell Ramírez Pérez
Licenciatura en Física, DCI
Universidad de Guanajuato

March 1, 2024

TAREA — Derivadas Caso Discreto Derecho

1. Segunda Derivada por Diferencias Finitas, Caso Discreto Derecho

Comenzamos con la serie de Taylor de $f(x)$ alrededor de $\hat{x}$, que se define como:

$$f(x) = f(\hat{x}) + f'(\hat{x})(x-\hat{x}) + \frac{f''(\hat{x})}{2!}(x-\hat{x})^2 + \frac{f'''(\hat{x})}{3!}(x-\hat{x})^3 + \frac{f^{(4)}(\hat{x})}{4!}(x-\hat{x})^4 + \dots$$

Luego evaluamos la función en $\hat{x}+h$, como sigue:

$$f(\hat{x}+h) = f(\hat{x}) + f'(\hat{x})h + \frac{f''(\hat{x})}{2!}h^2 + \frac{f'''(\hat{x})}{3!}h^3 + \frac{f^{(4)}(\hat{x})}{4!}h^4 + \dots$$

Además:

$$-2f(\hat{x}+h) = -2f(\hat{x}) - 2f'(\hat{x})h - f''(\hat{x})h^2 - \frac{2f'''(\hat{x})}{3!}h^3 - \frac{2f^{(4)}(\hat{x})}{4!}h^4 + \dots$$

y

$$f(\hat{x}+2h) = f(\hat{x}) + 2f'(\hat{x})h + 2f''(\hat{x})h^2 + \frac{8f'''(\hat{x})}{3!}h^3 + \frac{16f^{(4)}(\hat{x})}{4!}h^4 + \dots$$

Por lo tanto:

$$f(\hat{x}+2h) - 2f(\hat{x}+h) = -f(\hat{x}) + h^2 f''(\hat{x}) + h^3 f'''(\hat{x}) + \frac{14h^4 f^{(4)}(\hat{x})}{4!} + \dots$$

Despejando la segunda derivada:

$$f''(\hat{x}) = \frac{[f(\hat{x}+2h) - 2f(\hat{x}+h) + f(\hat{x})]}{h^2} - h(f'''(\hat{x}) + \frac{8}{4!}f^{(4)}(\hat{x})h + \dots)$$

Esto queda:

$$f''(\hat{x}) = \frac{[f(\hat{x}+2h) - 2f(\hat{x}+h) + f(\hat{x})]}{h^2} - h(O)$$

Llegando así a la expresión.

Submitted by Alan Axell Ramírez Pérez on 1 de marzo de 2024.