

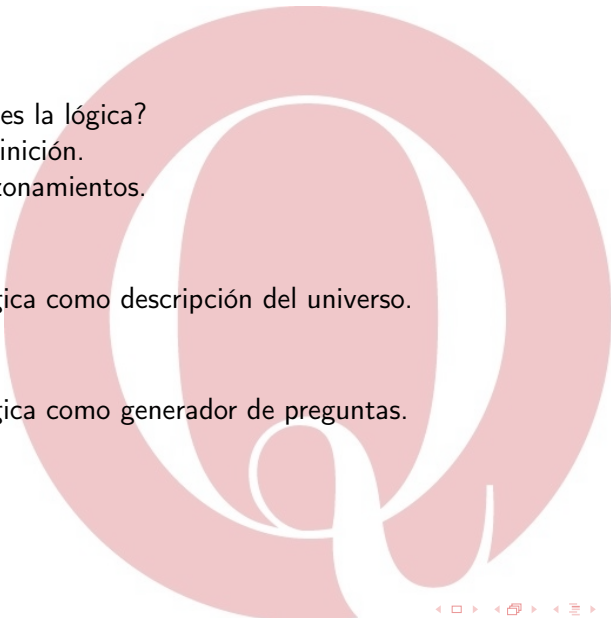


Lógica

Introducción

Elementos de Programación y Lógica

Unidad 2 - Clase 1

- 
- 1 ¿Qué es la lógica?
 - Definición.
 - Razonamientos.
 - 2 La lógica como descripción del universo.
 - 3 La lógica como generador de preguntas.

1 ¿Qué es la lógica?

- Definición.
- Razonamientos.

2 La lógica como descripción del universo.

3 La lógica como generador de preguntas.

¿Qué es la lógica?

Lógica

La lógica es la ciencia formal que estudia los principios de la demostración y la inferencia válida.

O sea, es una ciencia muuuuuuy amplia que se se dedica a estudiar como razonamos los seres humanos, cuando un razonamiento es válido y cuando no, como describir el mundo de forma precisa y sin ambigüedades, entre otras cosas.

Comencemos por analizar la definición por partes.

Ciencia formal

Se dice que es una **ciencia formal** pues estudia las formas, y no los objetos.

Otra ciencia formal que conocemos es la matemática.

Por ejemplo, en matemática estudiamos como se suman números, por ejemplo, $1 + 2$. Pero no nos centramos en si estamos sumando manzanas, naranjas o bananas, nos importa la forma (las cantidades) no los objetos.

La lógica, como veremos luego, es similar en ese sentido.

Demostración

Una **demostración** es una prueba, matemática, que mediante el uso de teoremas y axiomas, argumenta de forma deductiva (luego veremos que significa esto) la verdad de una proposición matemática.

O sea, la lógica asiste en la matemática para demostrar que algunas cosas realmente valen.

En matemática, si no podemos demostrarlo, entonces no se puede demostrar su validez ni su invalidez.

Inferencias válidas

La inferencia es el proceso mental mediante el cual, a partir de cierta información dada, se obtienen conclusiones. Es decir, se llega a un nuevo resultado a partir de cosas que ya se tienen, mediante la razón.

Por supuesto que llegar a resultados a partir de información previa, puede hacerse de forma correcta o incorrecta. Si razonamos mal, entonces las conclusiones a las que arribamos no van a tener sentido.

Nos interesa por tanto solo aquellos razonamientos que son válidos, es decir, en donde el proceso de razonamiento es correcto. Más adelante veremos que procesos son correctos y cuales no.

Distintos tipos de lógicas y razonamientos

La lógica es tan amplia y asiste a tantas disciplinas, que hay distintos sistemas formales y distintos enfoques que pueden aplicarse.

Esto no quiere decir que sean independientes y distintas, sino que todas usan los mismos principios subyacentes.

Nos vamos a centrar en analizar la lógica desde el punto de vista de la matemática y las ciencias de la computación, y nos vamos a olvidar completamente del resto.

1 ¿Qué es la lógica?

- Definición.
- Razonamientos.

2 La lógica como descripción del universo.

3 La lógica como generador de preguntas.

Razonamientos

Un razonamiento es entonces el proceso mediante el cual, partiendo de cierta información previa, a las que se denomina **premisas**, arribamos a una nueva información, a la que se denomina **conclusión**.

Hay varios tipos de razonamientos, que dependen de la forma:

- Razonamientos inductivos por enumeración
- Razonamientos inductivos por analogía
- Razonamientos deductivos

Razonamientos inductivos por enumeración

Son razonamientos que consisten en observar una serie de casos particulares que hablan sobre individuos de cierto tipo, que cumplen alguna propiedad. A partir de analizar esos casos, se arriba a que todos los individuos de ese tipo deberían cumplir esa propiedad.

Ejemplo

- ❶ Vi un primer cuervo y era negro
- ❷ Vi un segundo cuervo y era negro
- ❸ Vi un tercer cuervo y era negro
- ❹ ...
- ❺ Vi el cuervo 500 y era negro

Por tanto, concluyo que **todos los cuervos son negros**.

Razonamientos inductivos por enumeración

Surgen varias preguntas:

- ¿Son 500 cuervos suficiente muestra?
- ¿Cómo se que no había un cuervo 501 que fuera blanco?
- ¿Es imposible que mañana nazca un nuevo cuervo que sea blanco?

Este tipo de razonamientos se usan mucho en las ciencias empíricas (biología, química, física, etc.) y sirven para, a partir de una serie de experimentos, arribar a una conclusión probabilística.

Por ejemplo, si hago 1000 experimentos en el éxito de un medicamento para curar algo y solo 5 resultan fallidos, puedo aseverar que el medicamento funciona en el 99.95 % de los casos.

La conclusión de un razonamiento inductivo no es necesariamente verdadera

Razonamientos inductivos por analogía

Son razonamientos que consisten en observar una serie de casos particulares que hablan sobre individuos de cierto tipo, que cumplen alguna propiedad. A partir de analizar esos casos, se arriba a que el siguiente individuo que encuentre deberá cumplir dicha propiedad.

Ejemplo

- ➊ Juan asaltó un banco y fue condenado a 20 años de prisión
- ➋ Luis asaltó un banco y fue condenado a 20 años de prisión
- ➌ María asaltó un banco y fue condenada a 20 años de prisión
- ➍ ...
- ➎ Ana asaltó un banco y fue condenada a 20 años de prisión

Por tanto, **José quien acaba de asaltar un banco será condenado a 20 años de prisión .**

Razonamientos inductivos por analogía

Este tipo de razonamientos son muy utilizados en ciencias legales, en casos de jurisprudencia. También en ciencias empíricas.

Los razonamientos inductivos por analogía sufren de las mismas problemáticas que los inductivos por enumeración.

La conclusión de un razonamiento inductivo no es necesariamente verdadera

Razonamientos deductivos

Un razonamiento deductivo es aquel en el que las premisas implican lógicamente y necesariamente a la conclusión.

Es decir, en un razonamiento deductivo, si las premisas son verdaderas, la conclusión necesariamente deberá ser verdadera.

En un razonamiento deductivo, la conclusión no contiene nueva información, sino que contiene la misma información que tienen las premisas, replanteada de alguna forma particular.

Este tipo de razonamiento es el utilizado en la matemática y en las ciencias de la computación. Es el único razonamiento que nos va a interesar en esta materia.

Razonamientos deductivos

El ejemplo clásico de razonamiento deductivo es:

- ❶ Todos los humanos son mortales.
- ❷ Sócrates es humano.
- ❸ Por lo tanto, **Sócrates es mortal**.

Sin embargo, no todos los razonamientos deductivos tienen esa forma. Más adelante veremos que hay formas, o esquemas, que hacen que un razonamiento sea válido.

Razonamientos deductivos incorrectos

Un razonamiento deductivo puede arribar a conclusiones falsas en dos casos:

- 1 Cuando el razonamiento es inválido (tiene un esquema incorrecto)
- 2 Cuando alguna o varias de las premisas (la información de partida) es falsa

Ejemplo de razonamiento inválido.

- 1 Todos los humanos son mortales
- 2 Sócrates es un humano
- 3 Por lo tanto, **Sócrates no es mortal** .

Ejemplo de razonamiento válido con premisas falsas

- 1 Todos los humanos son inmortales
- 2 Sócrates es un humano
- 3 Por lo tanto, **Sócrates es inmortal** .

Válidez de un razonamiento

La validez de un razonamiento depende solamente de su estructura, independientemente del valor de sus premisas y de su conclusión.

En el segundo ejemplo de la diapositiva anterior, el razonamiento es válido, aunque la conclusión sea falsa pues se parte de premisas falsas.

En cambio el primer ejemplo es inválido, pues su forma no es válida.

Lo importante es: **Si un razonamiento deductivo es válido y parte de premisas verdaderas, siempre la conclusión será verdadera .**

Estructura de razonamiento


El ejemplo clásico de razonamiento deductivo es:

- 1 Todos los humanos son mortales.
- 2 Sócrates es humano.
- 3 Por lo tanto, **Sócrates es mortal** .

Otro ejemplo que sigue la misma estructura es:

- 1 Todos los perros son animales.
- 2 Firulais es un perro.
- 3 Por lo tanto, **Firulais es un animal** .

Sin embargo, no todos los razonamientos deductivos tienen esa forma, más adelante veremos distintas formas que pueden tomar estos razonamientos.

- 
- 1 ¿Qué es la lógica?
 - Definición.
 - Razonamientos.
 - 2 La lógica como descripción del universo.
 - 3 La lógica como generador de preguntas.

La lógica como descripción del universo - Ejemplo

La lógica tiene la capacidad de describir sin ambigüedades el universo, o al menos, una parte de él que nos resulte relevante.

Pensemos en el caso de una escuela rural en donde solo cursan dos chicos y dos chicas: Juan, Luis, María y Ana.

Estas personas tienen afinidad entre si en algunos casos, y entre otros no. Por lo tanto, vamos a decir que un chico “quiere” a otro si se da el caso de que tienen afinidad. Puede darse el caso de que un chico se quiera o no se quiera a si mismo.

La lógica como descripción del universo - Ejemplo Cont

Podemos representar el universo con una tabla de doble entrada que leeremos de izquierda a derecha, como la siguiente:

| | Juan | Luis | María | Ana |
|-------|------|------|-------|-----|
| Juan | X | | X | |
| Luis | | X | X | X |
| María | X | | X | |
| Ana | X | | | X |

En esta tabla podemos ver lo siguiente:

- Todos los chicos se quieren a si mismos
- Juan quiere a María
- María quiere a Juan
- Luis quiere a María y a Ana
- Ana quiere a Juan

Cantidad de posibles universos

Hay muchos posibles universos considerando solo nuestra escuela de 4 chicos. Si una persona puede o no querer a otra, es decir hay dos posibilidades, y hay 16 posibles combinaciones de esas posibilidades, eso implica que existen 2^{16} (o 65,536) universos distintos posibles.

Cuanta más información tenemos acerca del universo más podemos describirlo. Descripciones pobres nos imposibilitan saber exactamente de que universo se trata.

La lógica como descripción del universo - Ejemplo

Hagamos ahora el paso inverso. Partiendo de información, intentemos determinar el estado del universo.

- Nadie se quiere a si mismo
- Todo chico quiere a una y solo una chica
- Toda chica quiere a un y solo un chico
- Ningún chico quiere a un chico
- Ninguna chica quiere a una chica
- Ana quiere a Juan
- María quiere a Juan

Si completamos nuestro cuadro veremos ahora que hay información que no podremos completar.

| | Juan | Luis | María | Ana |
|-------|------|------|-------|-----|
| Juan | | | ? | ? |
| Luis | | | ? | ? |
| María | X | | | |
| Ana | X | | | |

La lógica como descripción del universo - Ejemplo Cont

Hay 4 posibles universos que cumplen la condición.

- ① Juan quiere a María y Luis quiere a María
- ② Juan quiere a María y Luis quiere a Ana
- ③ Juan quiere a Ana y Luis quiere a María
- ④ Juan quiere a Ana y Luis quiere a Ana

La información que tenemos no nos determina exactamente el universo, pero nos da suficiente información para algunas cosas.

Por ejemplo, tal vez mi interés pase por saber si Juan tiene chances de ponerse de novio con alguna de las chicas. No puedo saber con qué chica, pues no puedo saber exactamente si Juan quiere a María o a Ana, pero se que quiere a alguna de las dos, y que ambas lo quieren a el. Por tanto, seguro podrá ponerse de novio. Por otro lado, sabemos que Luis no tendrá chance de hacerlo.

La lógica como descripción del universo

Lo importante es que la lógica nos va a permitir saber cómo es el universo que se describe, y nos va a permitir describir un universo que observemos.

Vamos a usar activamente esta propiedad para describir e interpretar cosas.

- 1 ¿Qué es la lógica?
 - Definición.
 - Razonamientos.
- 2 La lógica como descripción del universo.
- 3 La lógica como generador de preguntas.

La lógica como generador de preguntas

Otra cosa que vamos a querer hacer es usar la lógica para formular preguntas más precisas y con menos ambigüedad.

Por ejemplo, formular preguntas acerca del universo, y, en base a la respuesta, poder determinar en que condiciones se encuentra el universo.

La lógica como formulador de preguntas - Ejemplo

Imaginemos que nuestro universo es una gran verdulería. Un verdulero místico va a responder todas nuestras preguntas con una de dos posibles palabras, o bien con “Sí” o bien con “No”.

Ahora bien, a nuestro verdulero podemos preguntarle cosas como

- ¿Hay bananas?
- ¿Hay manzanas?
- ¿Hay naranjas?

El verdulero místico se fijará en su stock, y nos responderá a cada pregunta con si o no.

La lógica como formulador de preguntas - Ejemplo Cont

Nuestro verdulero sabe mucho sobre las frutas y verduras que tiene en stock, y podemos preguntarle si tiene cualquiera de ellas. Pero nada sabe sobre recetas de cocina.

Supongamos ahora que queremos preparar una ensalada de frutas (usando bananas, manzanas y naranjas). No podemos simplemente preguntarle al verdulero “¿Hay para una ensalada de frutas?” pues no tiene idea de como se hace una ensalada de frutas.

Sin embargo, podemos reformular la pregunta en términos de cosas que el verdulero si sabe responder. Por ejemplo “¿Hay bananas, manzanas y naranjas?” Es decir, en una sola pregunta englobamos tres preguntas más sencillas:

- ❶ ¿Hay bananas?
- ❷ ¿Hay manzanas?
- ❸ ¿Hay naranjas?

Si la respuesta a todas ellas es afirmativa, sabemos que hay frutas suficientes para preparar una ensalada de frutas. ▶

La lógica como formulador de preguntas - Ejemplo Cont

Podríamos también querer preparar un buen bizcochuelo. Todo buen bizcochuelo lleva, o bien ralladura de limón, o bien ralladura de naranja.

En este caso cualquiera de las dos nos sirve. Por lo que preguntar “¿Hay para preparar un bizcochuelo?” podría ser equivalente a preguntar “¿Hay naranjas o limones?”.

Es decir, se involucran dos preguntas más simples:

- ❶ ¿Hay naranjas?
- ❷ ¿Hay limones?

Si la respuesta a cualquiera de ellas es afirmativa, podremos preparar un bizcochuelo.

La lógica como formulador de preguntas - Ejemplo Cont

Nótese que preguntar “¿Hay naranjas o limones?” es muy distinto a preguntar “¿Hay naranjas y limones?”. En el primer caso nos basta con que alguna de las respuestas sea afirmativa, mientras que en el segundo esperaríamos que ambas lo sean.

Comprender esas pequeñas diferencias y entender cuando utilizar un “y” y cuando un “o” es fundamental para un programador, y es parte de lo que estudia la lógica y que trataremos en futuras clases.



Lógica

Introducción

Elementos de Programación y Lógica

Unidad 2 - Clase 1