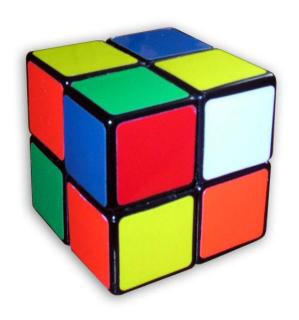
# Métodos de búsqueda para cubo de Rubik 2x2x2

Gomez, Lucas

Volcovinsky, Bruno

Sartorio, Alan

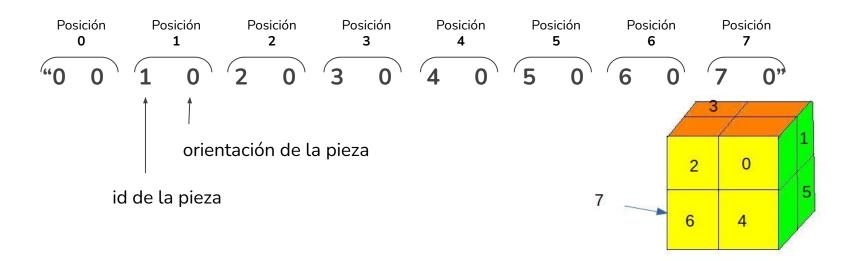
#### Problema a resolver



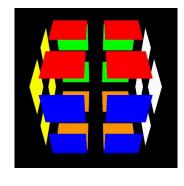
Búsqueda de soluciones al Cubo de Rubik de 2x2x2 mediante algoritmos de búsqueda.

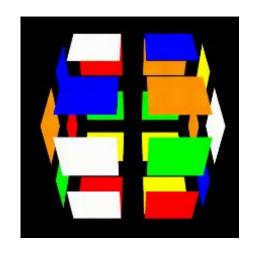
#### Modelo

Cada uno de los estados del cubo es representado mediante una cadena de 16 números los cuales indican 'id de la pieza - orientación de la misma'



#### Modelo

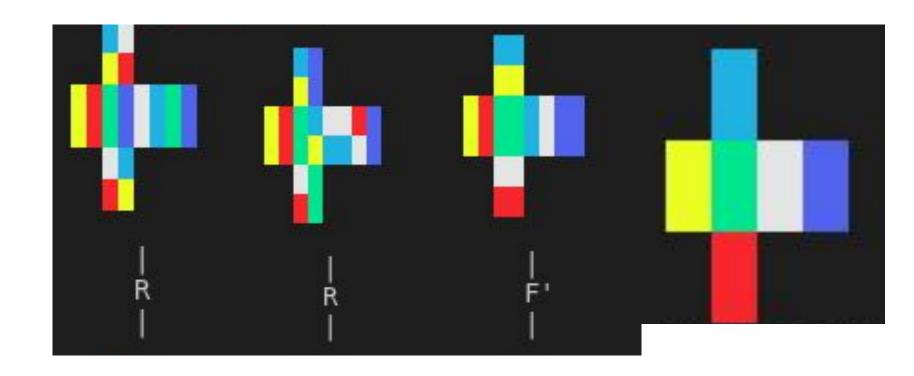




Identificación de las piezas del cubo

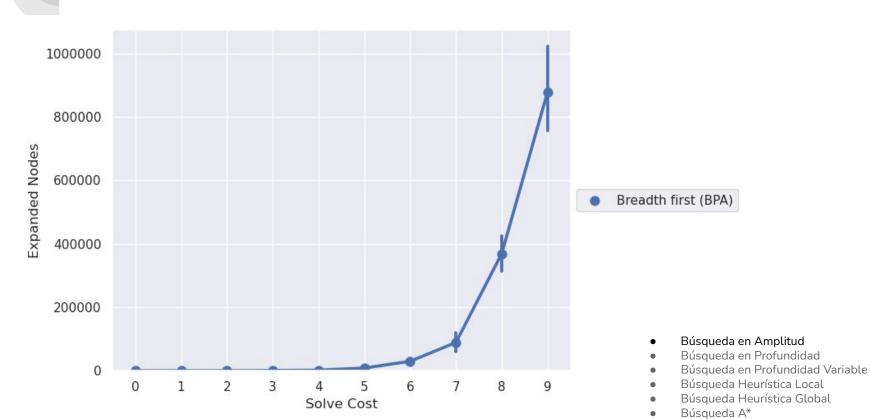
Visualizando el orden de los colores de cada una de las piezas se puede definir la orientación de las mismas (por ejemplo, asumiendo que el color naranja/rojo en una posición vertical es la orientación '0')

#### Output

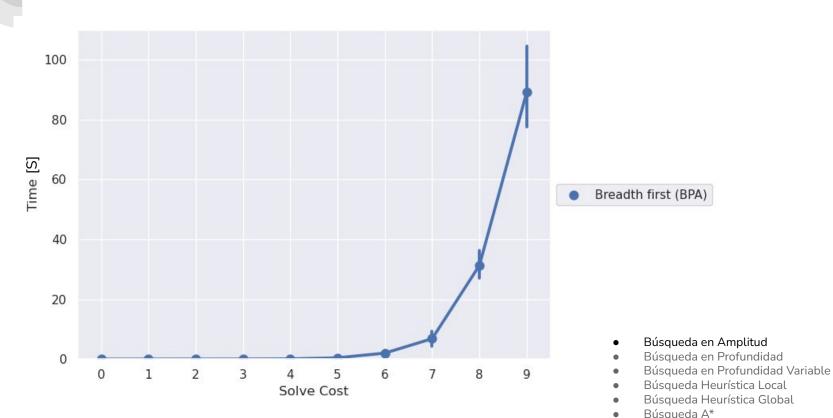


## Búsqueda Primero en Amplitud

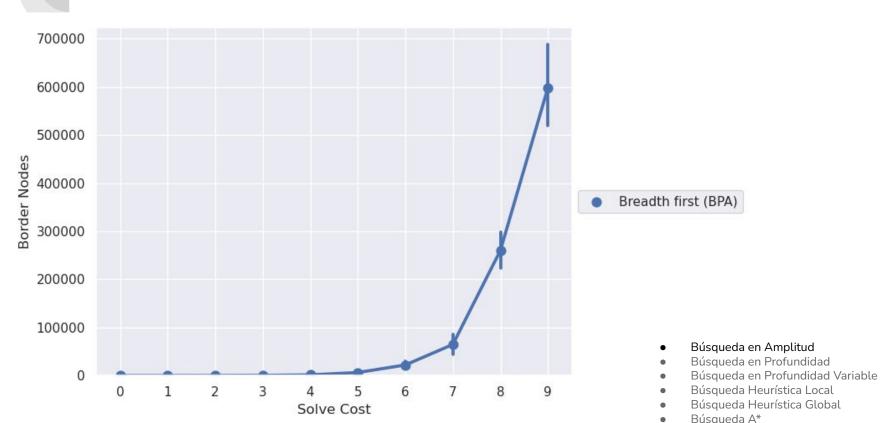
#### Búsqueda en amplitud Nodos expandidos



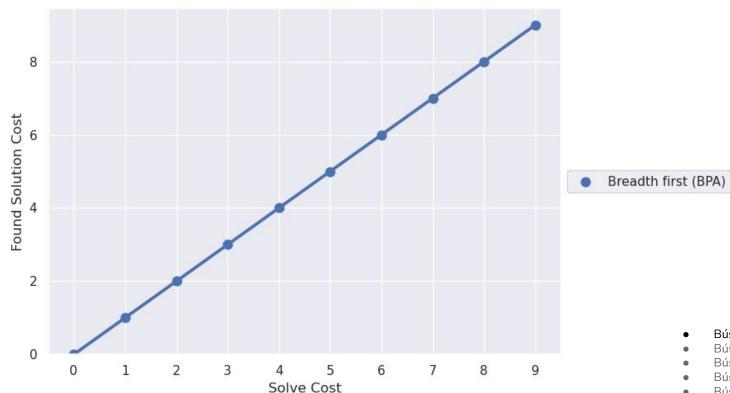
#### Búsqueda en amplitud Tiempo de ejecución



#### Búsqueda en amplitud Nodos frontera



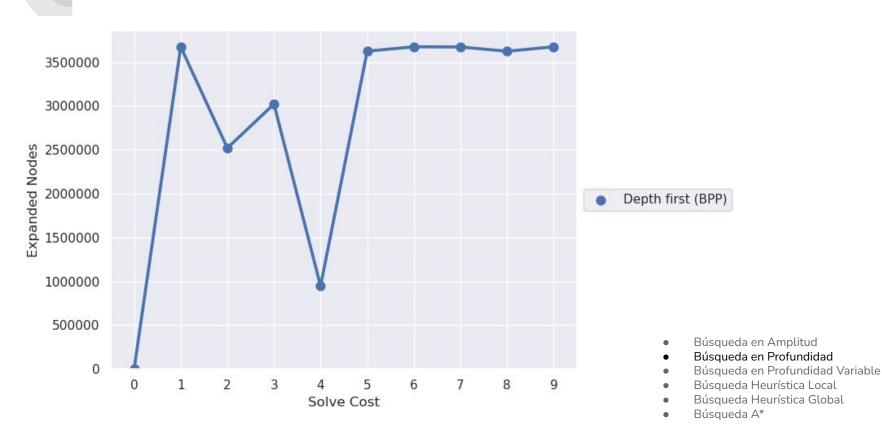
#### Búsqueda en amplitud Coste



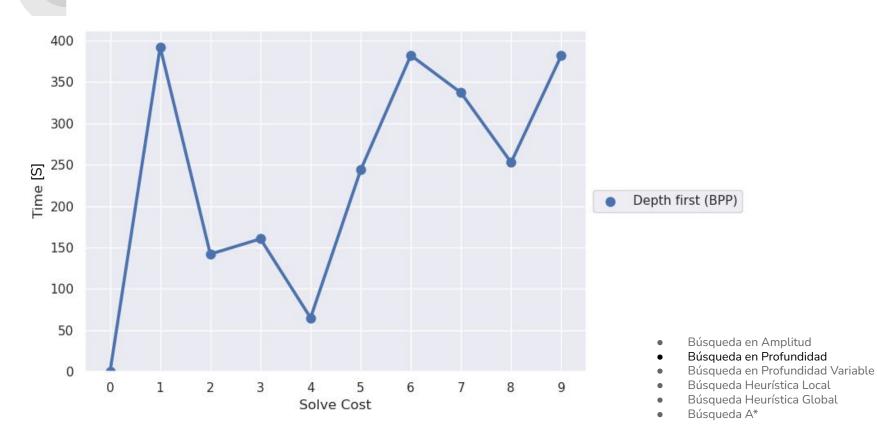
- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

### Búsqueda Primero en Profundidad

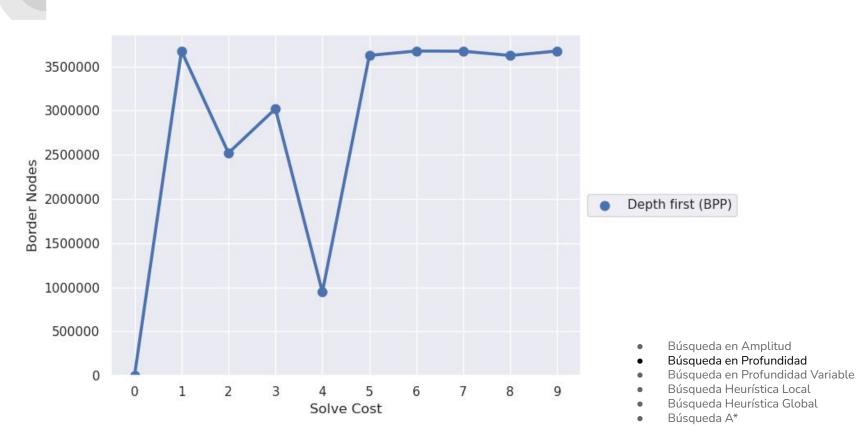
#### Búsqueda en profundidad Nodos expandidos



#### Búsqueda en profundidad Tiempo de ejecución



#### Búsqueda en profundidad Nodos frontera

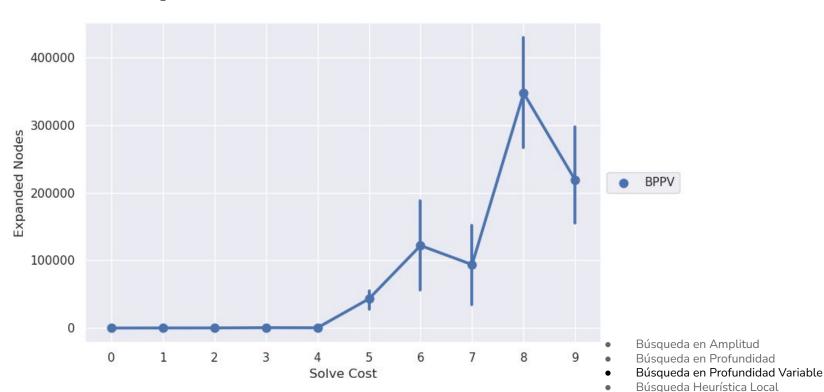


#### Búsqueda en profundidad Coste



### Búsqueda Primero en Profundidad Variable

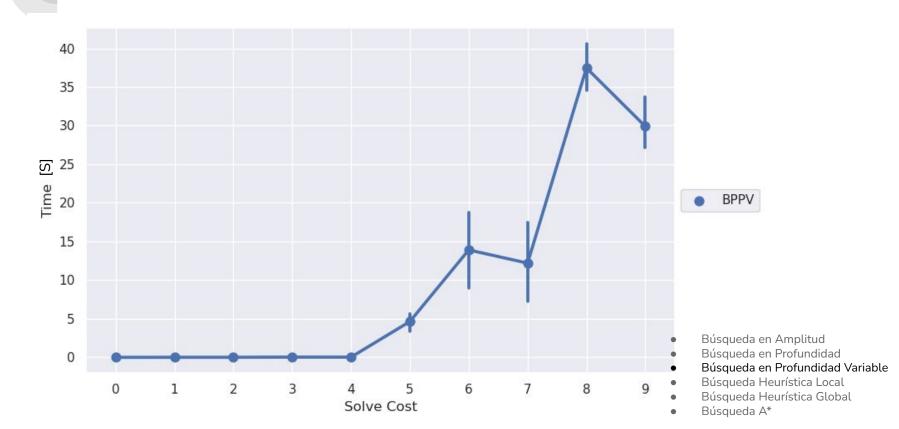
#### Búsqueda en profundidad variable Nodos expandidos



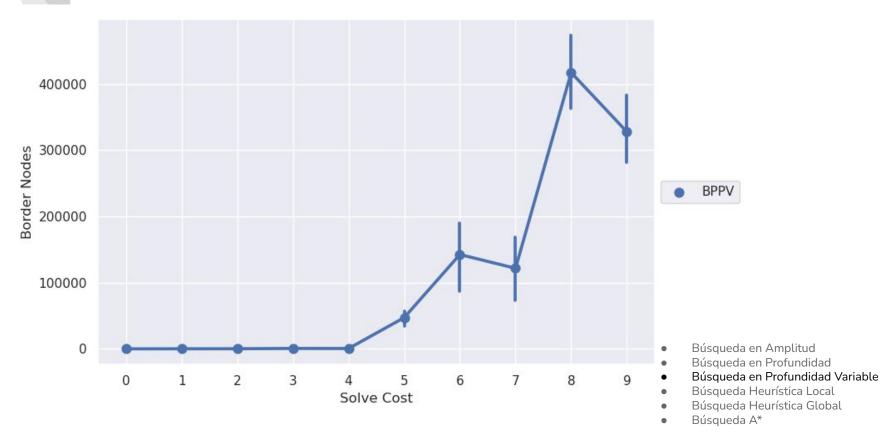
Búsqueda Heurística Global

Búsqueda A\*

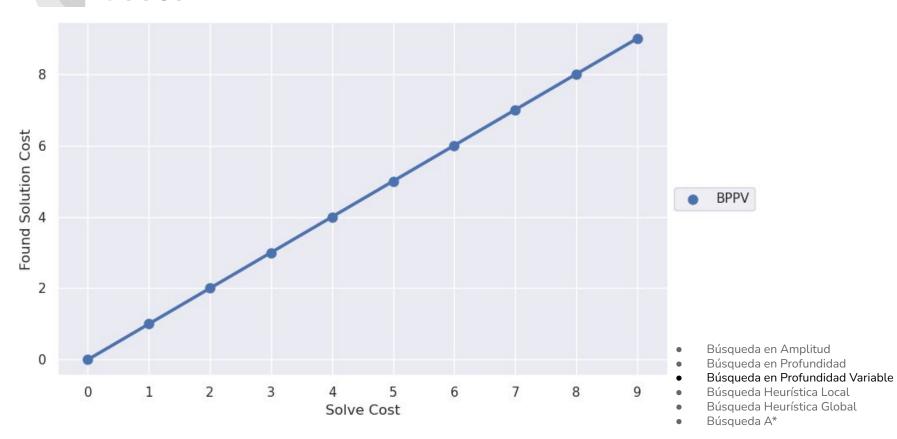
#### Búsqueda en profundidad variable Tiempo de ejecución



#### Búsqueda en profundidad variable Nodos frontera



#### Búsqueda en profundidad variable Coste

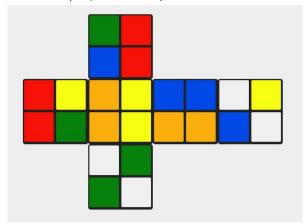


## Heurísticas Contempladas

#### Heurísticas contempladas

#### Sticker groups

(No admisible) (complejidad temporal constante)

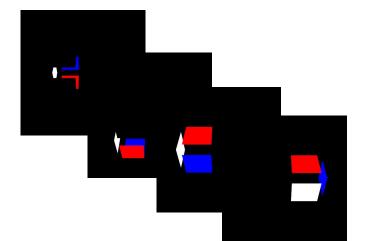


#### Move count combination

(Admisible) (complejidad temporal constante)

#### Manhattan distance

(Admisible) (complejidad temporal constante)

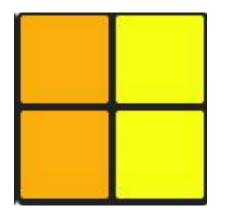


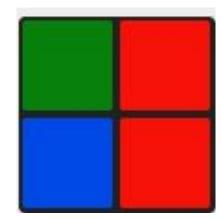
#### **Sticker Groups**

Mediante el uso de esta heurística se cuentan la cantidad de colores que hay en cada cara.

Los colores de cada cara se dividen en grupos y según el tamaño del grupo se le asigna un valor a cada cara

Los posibles valores que puede tener cada cara se determinaron de forma arbitraria mediante prueba/error.





#### Sticker Groups - No admisible

Si bien podemos notar que esta heurística es no admisible, ya que para resolver el cubo en la mayoría de los casos se debe desarmar algunas caras, esto se puede demostrar fácilmente mediante un contraejemplo:

Partiendo del estado: "2071411031025160"

Utilizando el método A\*, la solución óptima de este cubo se encuentra con 5 movimientos, sin embargo, mediante el uso de esta heurística se halla en 25 movimientos.

#### **Move Count Combination**

Mediante el uso de esta heurística se toma en cuenta la posicion y orientacion de las **piezas** mediante el uso de dos tablas.

En una de estas tablas se tiene cuántos movimientos son necesarios para ordenar las piezas correctamente según el estado actual.

En la otra tabla se tiene cuántos movimientos son necesarios para orientar las piezas correctamente según el estado actual.

Una vez que se tienen ambos valores, se los compara y se toma el mayor de los dos.

#### Move Count Combination - Admisible

Al separar el problema inicial (resolver el cubo) en dos problemas de menor tamaño, podemos asegurar que la cantidad de movimientos necesarios para resolver uno de estos dos problemas siempre será menor o igual a la cantidad de movimientos necesarios para resolver el problema inicial.

#### Manhattan Distance

Mediante el uso de esta heurística se toma en cuenta la posición de cada pieza y se calcula su distancia Manhattan hasta su posición correcta.

Es importante notar que el valor de la distancia Manhattan será igual a la mínima cantidad de movimientos necesarias para llevar esa pieza a su posición.

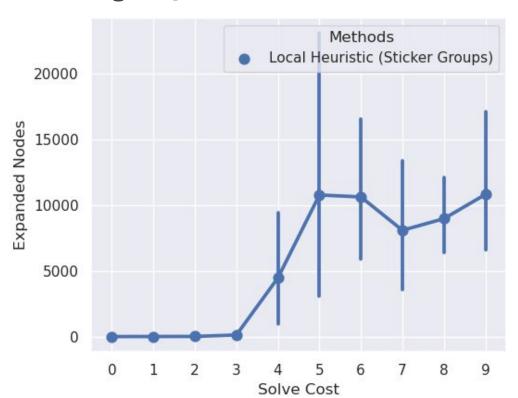
Una vez calculada la distancia para cada pieza, se retorna el mayor valor y se comparan los posibles movimientos.

#### Manhattan Distance - Admisible

Para resolver el cubo debemos tener todas las piezas en su posición correcta, por lo tanto sabemos que el mayor valor de las distancias de cada piezas será menor o igual a la cantidad de movimientos necesarios para resolver todo el cubo.

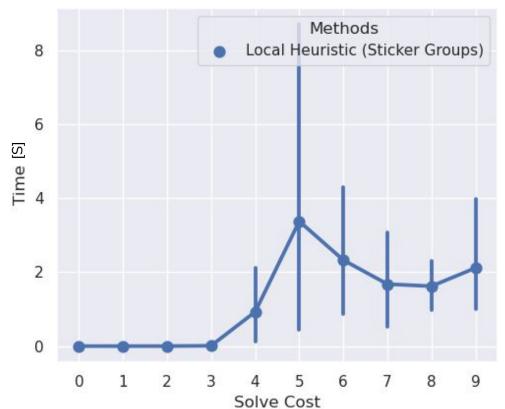
### Heurística Local Sticker Groups

# Heurística local - Nodos expandidos sticker groups



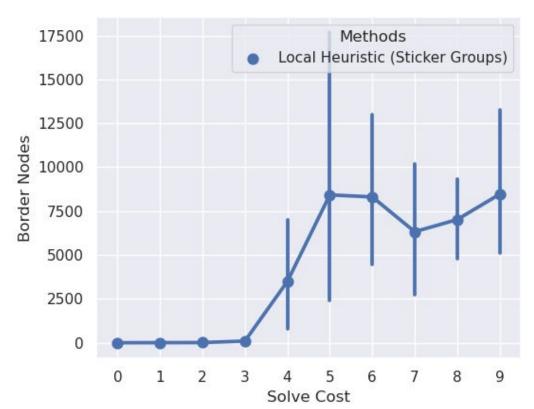
- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
  - Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

# Heurística local sticker groups



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
  - Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

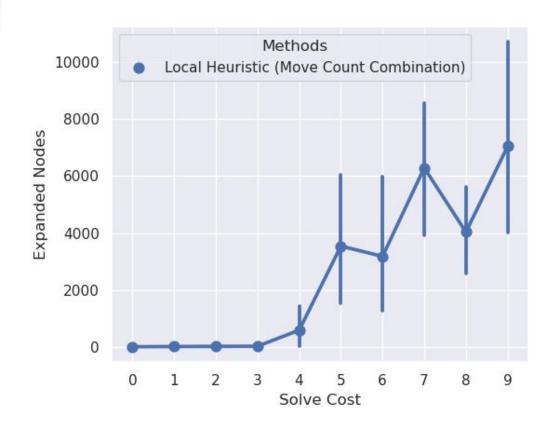
# Heurística local sticker groups



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - o Manhattan Distance
  - Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

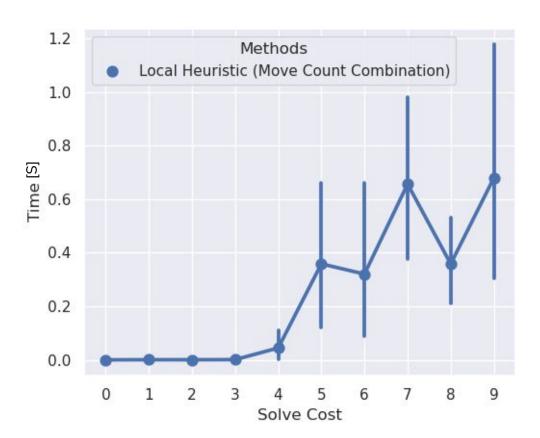
### Heurística Local Move Count Combination

# Heurística local - Nodos expandidos Move count combination



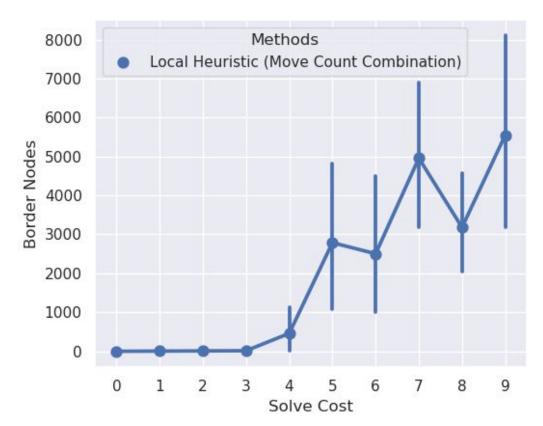
- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
  - Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

# Heurística local Move count combination



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
  - Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

# Heurística local Move count combination

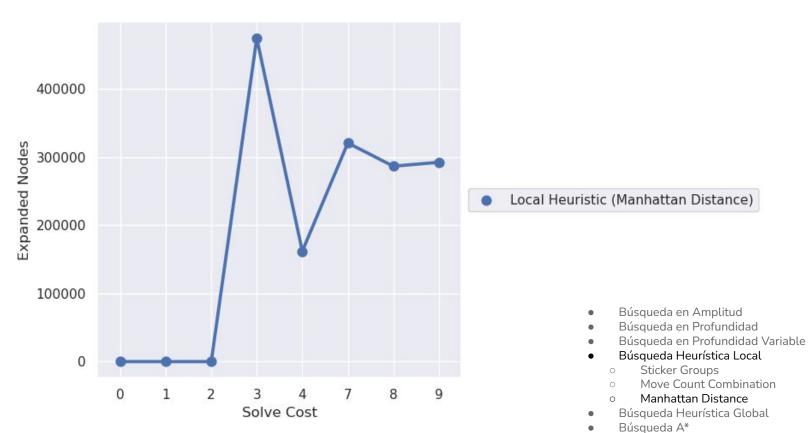


- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
  - Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

# Heurística Local Manhattan Distance

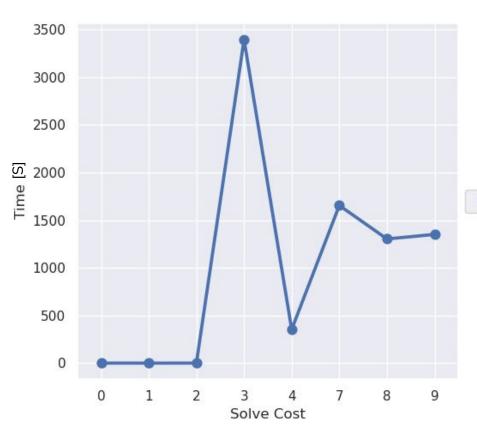
#### Heurística local - Nodos expandidos

#### Manhattan distance



#### Heurística local - Tiempo de ejecución

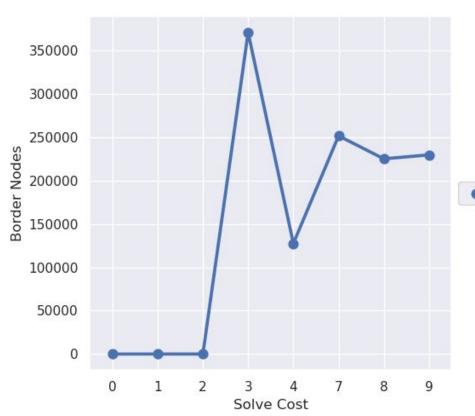
#### Manhattan distance



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

#### Heurística local - Nodos frontera

#### Manhattan distance



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
  - Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

#### Heurística local - Coste

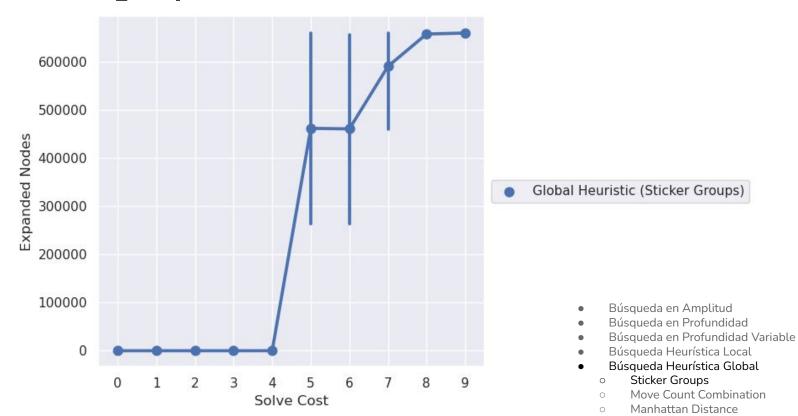
#### Manhattan distance



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
  - Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*

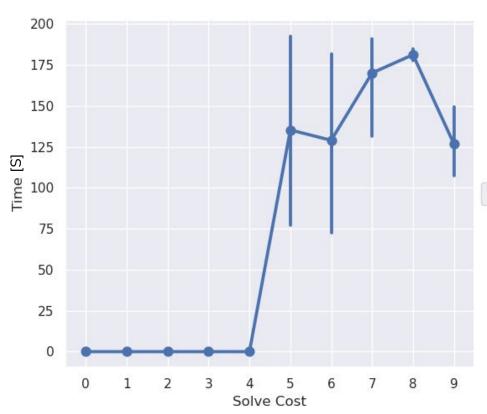
# Heurística Global Sticker Groups

#### Heurística global - Nodos expandidos Sticker groups



Búsqueda A\*

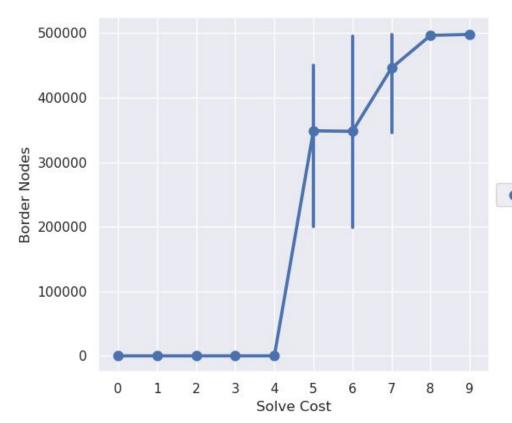
#### Heurística global Sticker groups



Global Heuristic (Sticker Groups)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

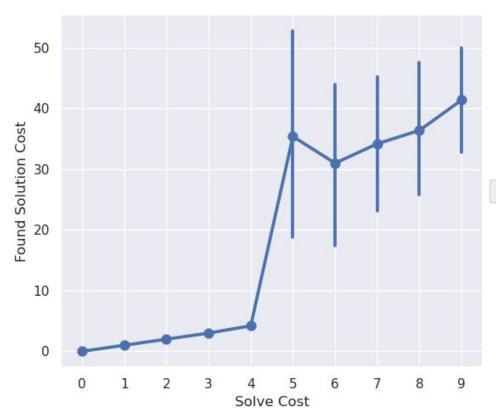
#### Heurística global Sticker groups



Global Heuristic (Sticker Groups)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

#### Heurística global Sticker groups



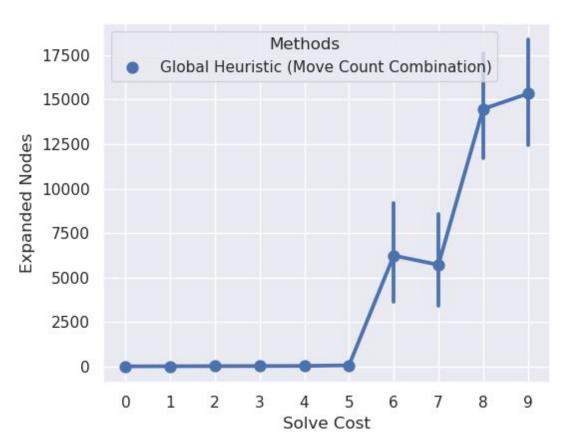
Global Heuristic (Sticker Groups)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

# Heurística Global Move Count Combination

#### Heurística global - Nodos expandidos

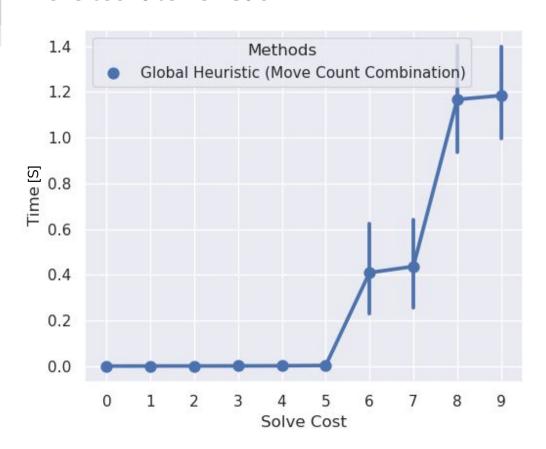
Move count combination



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
    - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

#### Heurística global

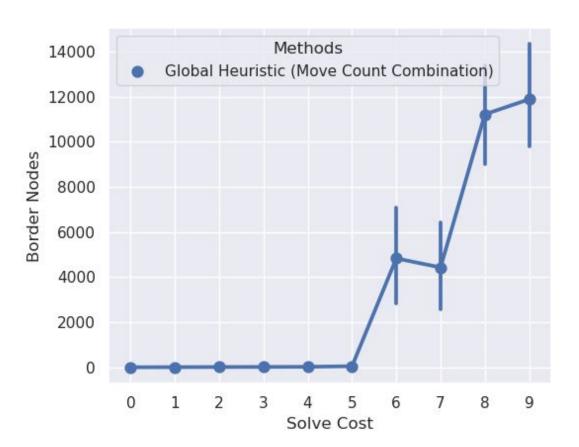
#### Move count combination



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

#### Heurística global

#### Move count combination

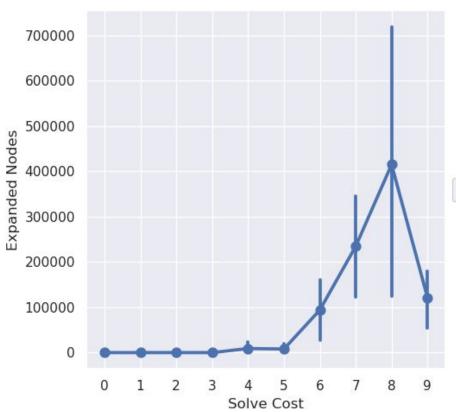


- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
    - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

# Heurística Global Manhattan Distance

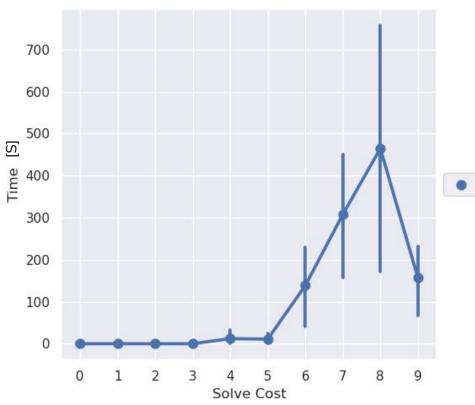
#### Heurística global - Nodos expandidos

#### Manhattan distance



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

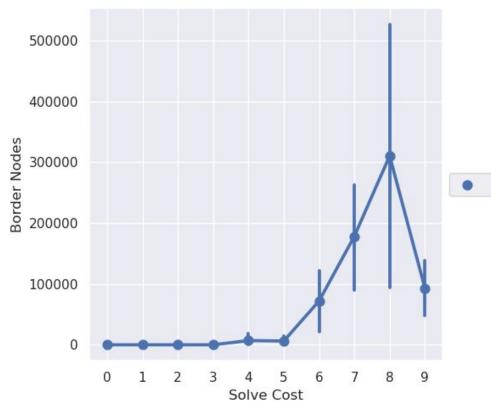
# Heurística global - Tiempo de ejecución Manhattan distance



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

#### Heurística global - Nodos frontera

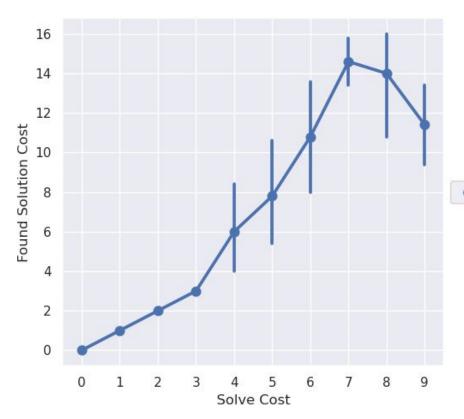
#### Manhattan distance



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

#### Heurística global - Coste

#### Manhattan distance

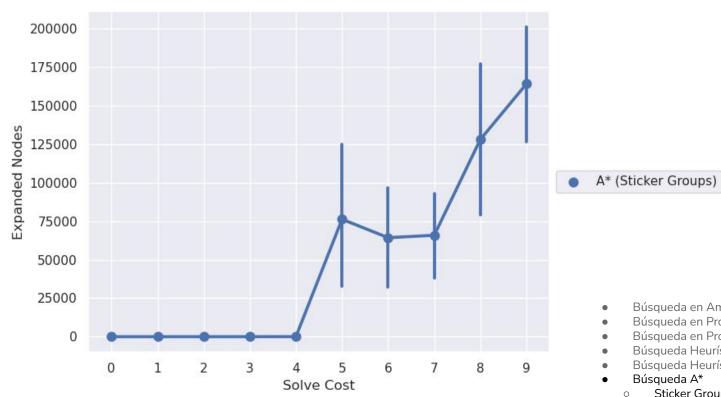


- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - o Manhattan Distance
- Búsqueda A\*

# Método A\* Sticker Groups

#### Método A\* - Nodos expandidos

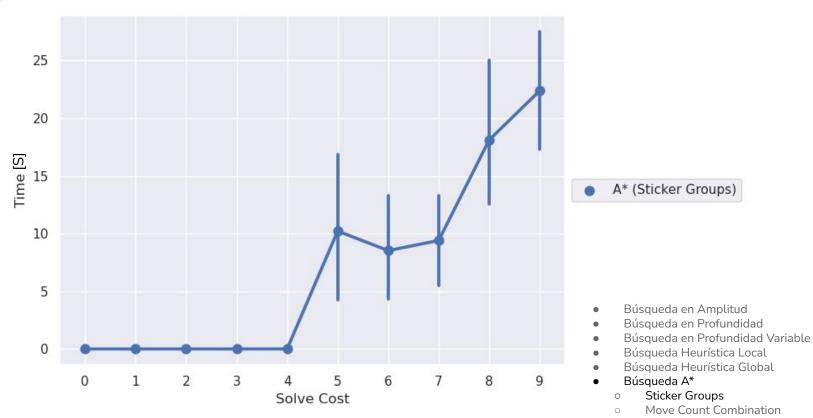
#### Sticker groups



- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance

#### Método A\* - Tiempo de ejecución

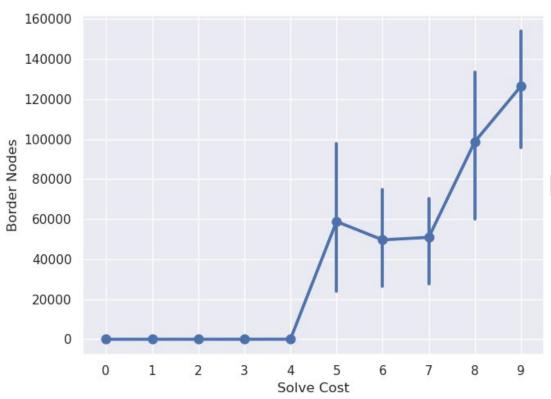
#### Sticker groups



Manhattan Distance

#### Método A\* - Nodos frontera

#### Sticker groups

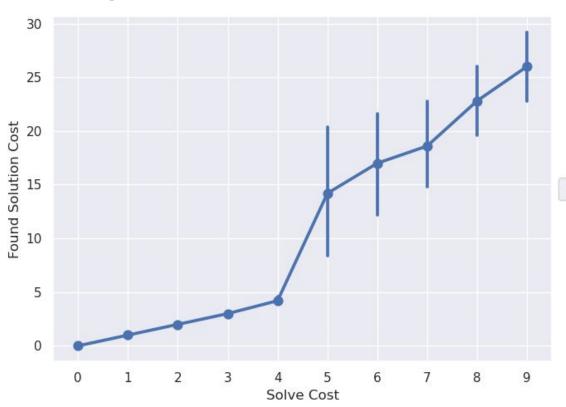


A\* (Sticker Groups)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance

#### Método A\* - Coste de la solución

#### Sticker groups



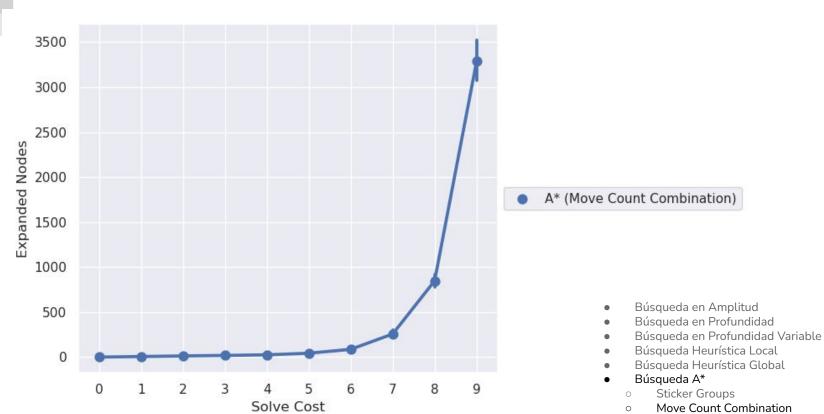
A\* (Sticker Groups)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*
  - o Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance

# Método A\* Move Count Combination

#### Método A\* - Nodos expandidos

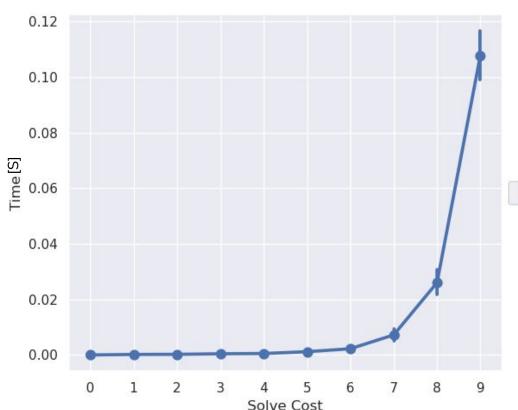
#### Move count combination



Manhattan Distance

#### Método A\*

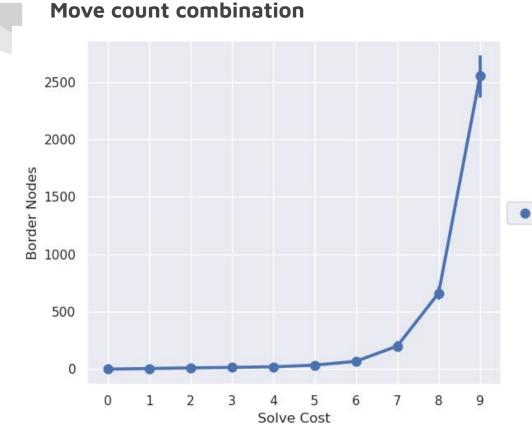
#### Move count combination



A\* (Move Count Combination)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance

### Método A\*

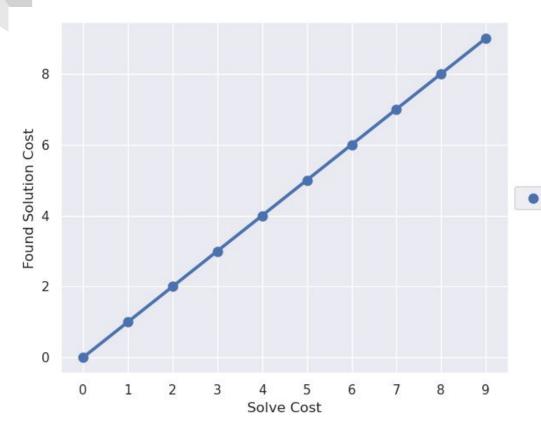


A\* (Move Count Combination)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
    - Manhattan Distance

#### Método A\*

#### Move count combination



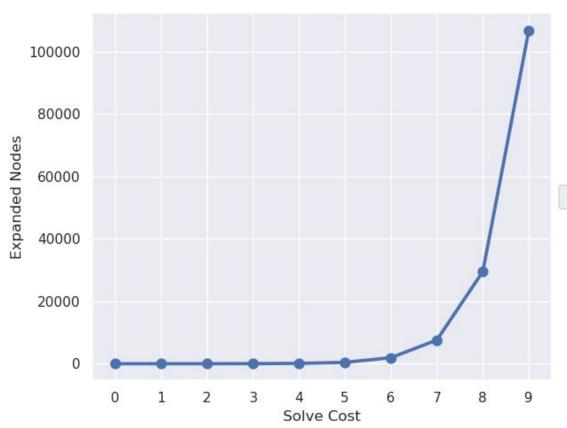
A\* (Move Count Combination)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
  - Manhattan Distance

# Método A\* Manhattan Distance

#### Método A\* - Nodos expandidos

#### Manhattan distance

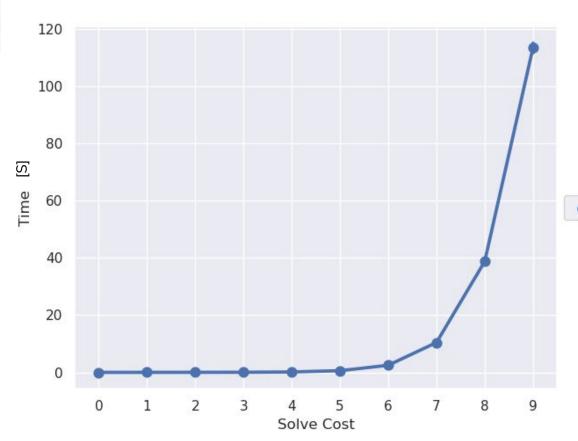


A\* (Manhattan Distance)

- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global
- Búsqueda A\*
  - Sticker Groups
  - Move Count Combination
    - Manhattan Distance

#### Método A\* - Tiempo de ejecución

#### Manhattan distance



A\* (Manhattan Distance)

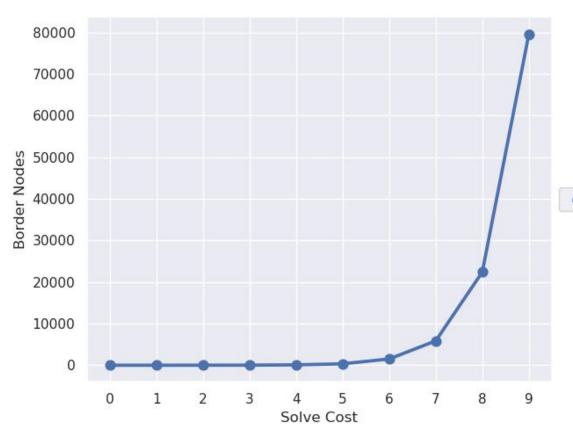
- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global

#### Búsqueda A\*

- Sticker Groups
- Move Count Combination
  - Manhattan Distance

#### Método A\* - Nodos frontera

#### Manhattan distance



A\* (Manhattan Distance)

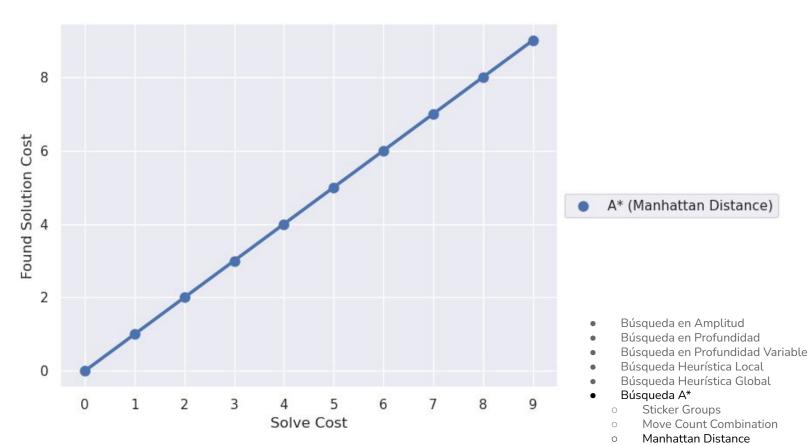
- Búsqueda en Amplitud
- Búsqueda en Profundidad
- Búsqueda en Profundidad Variable
- Búsqueda Heurística Local
- Búsqueda Heurística Global

#### Búsqueda A\*

- Sticker Groups
- Move Count Combination
  - Manhattan Distance

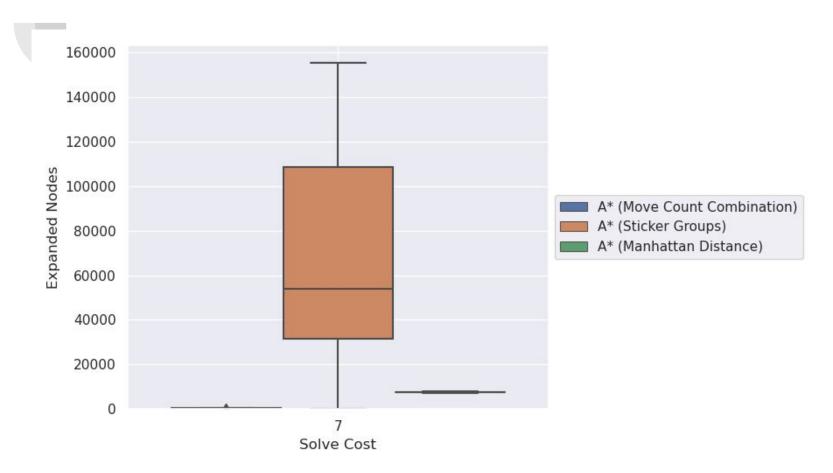
#### Método A\* - Coste

#### Manhattan distance

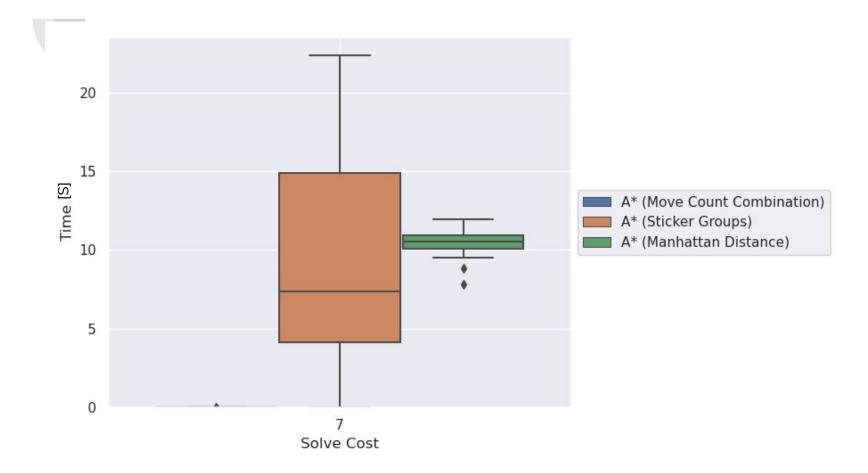


# Comparaciones entre Heurísticas

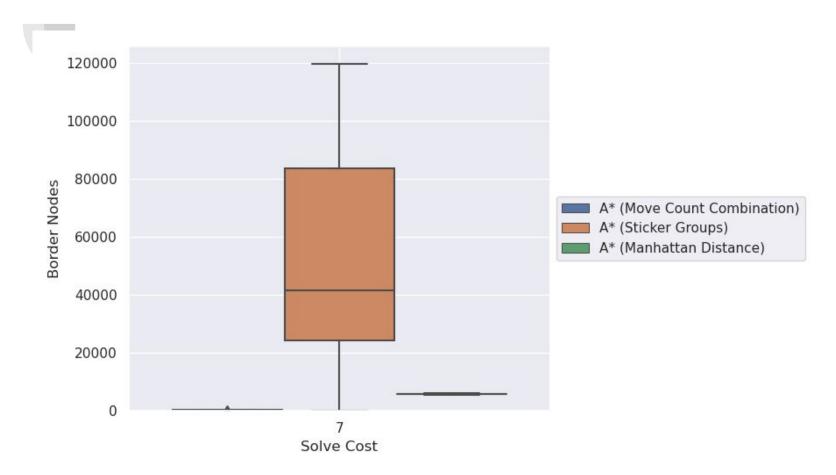
#### Nodos expandidos (usando A\*)



#### Tiempo (usando A\*)



#### Nodos frontera (usando A\*)



#### Coste (usando A\*)



## Conclusiones

#### **Conclusiones**

- Al definir una heurística acertada, la complejidad espacial y temporal se reduce considerablemente.
- El uso del algoritmo BPA obtiene la solución óptima (al igual que el método A\*) pero con tiempos de procesamientos mucho mayores
- Se noto que en el método BPP el coste y tiempo de la solución encontrada varía notablemente
- El método BPP tiene una gran mejora de rendimiento si se establece un límite de profundidad (BPPV)