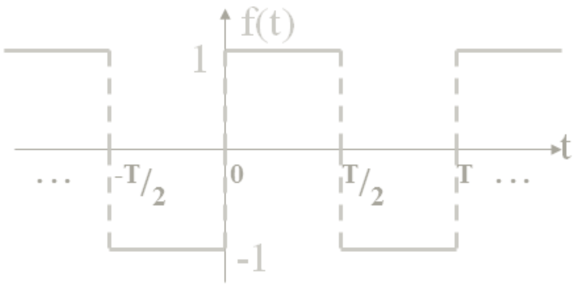
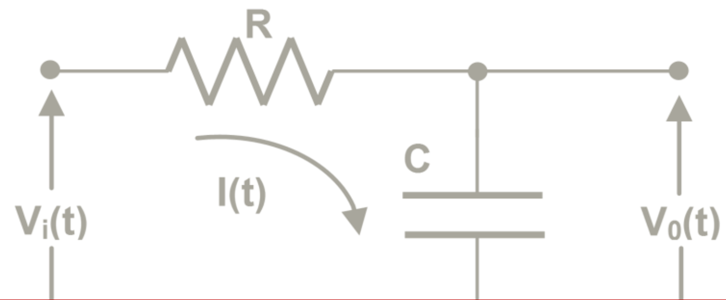
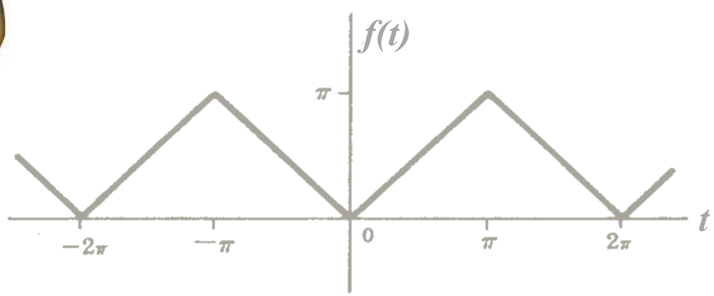
Actividad Práctica: Resolución de Consignas

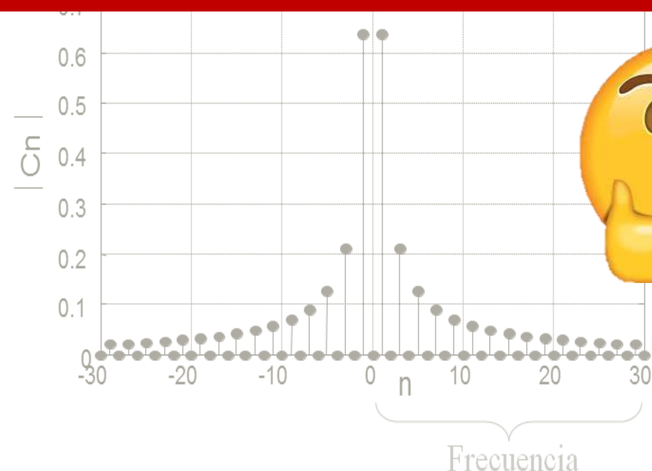


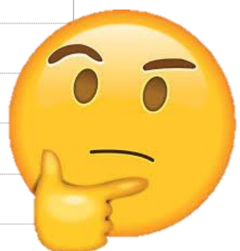


Actividad Práctica

●Señales Continuas y Discretas 2P●







UTN.BA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Consigna de la clase #A (20 minutos)

Sea la siguiente señal continua $x(t)$ constituida por señales elementales:

$$x(t) = \rho(t-1) - \rho(t-2) - 2u(t-3) + u(t-4)$$

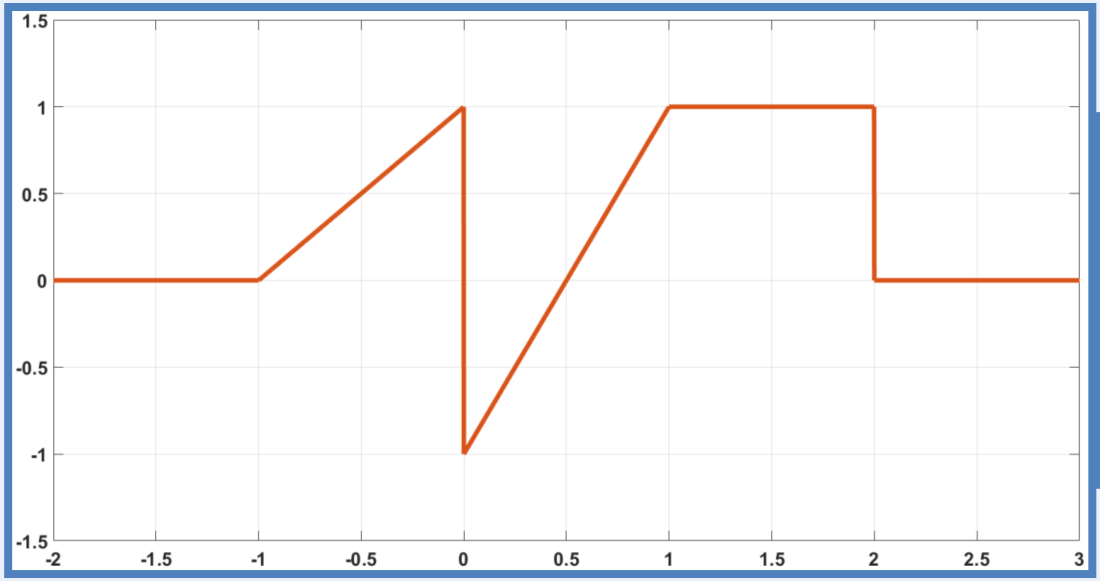
1. **Utilizar Matlab** para graficar la forma de la función y su derivada. Efectuar luego ***las siguientes acciones***, verificando ***analíticamente*** dos de los resultados obtenidos:

$$a)\, f(t \pm 2); \quad b)\, f(3t); \quad c)\, f(-2t+1); \quad d)\, f(\frac{t}{2} - 2)$$

2. Considerar la ***versión discreta*** de $x(t)$ ($x[n]$) y graficar la forma resultante de llevar a cabo la acción $x[-n+3]$.

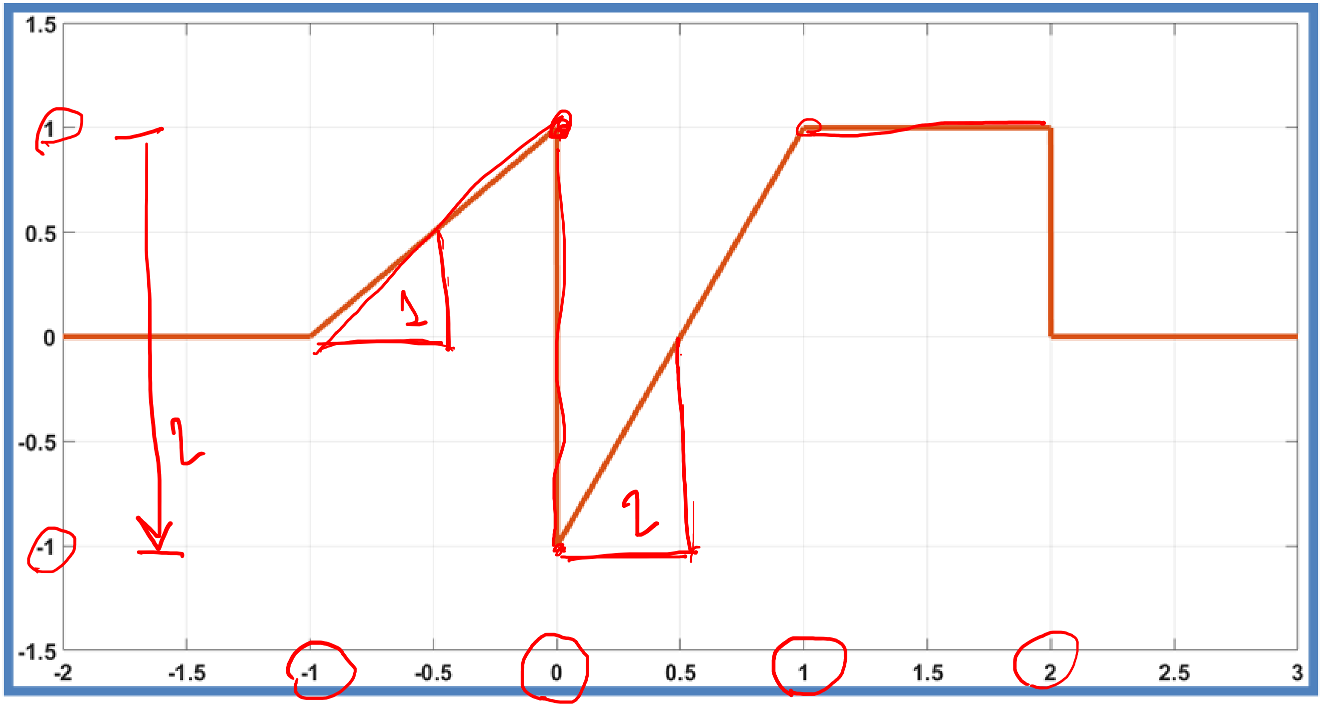
Consigna de la clase #A (20 minutos)

1. Escribir la ecuación de la siguiente señal aperiódica constituida por ***Señales elementales*.**



Actividad Práctica
Resolución de Consignas

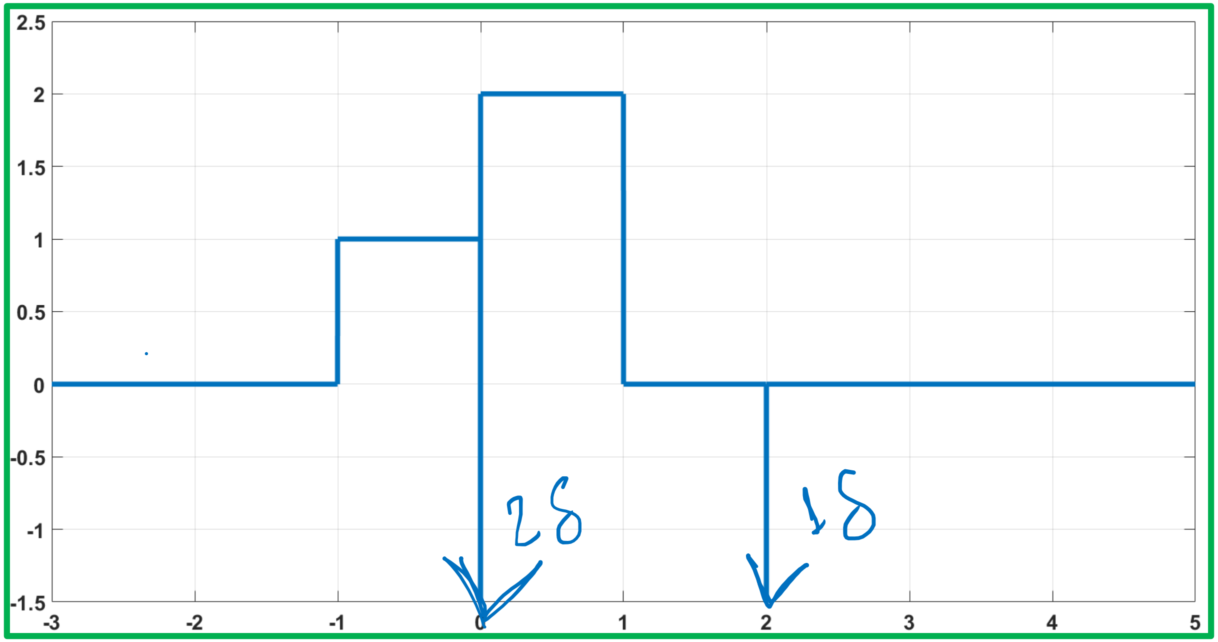
$$x(t) = 1\,\rho(t+1)\ -2\mu(t)\ +\rho(t)\ -2\rho(t-1)\ -\mu(t-2)$$



X'(t)

$$x(t) = \rho(t+1) - 2\mu(t) + \rho(t) - 2\rho(t-1) - \mu(t-2)$$

$$x'(t) = \mu(t+1) - 2\delta(t) + \mu(t) - 2\mu(t-1) - \delta(t-2)$$



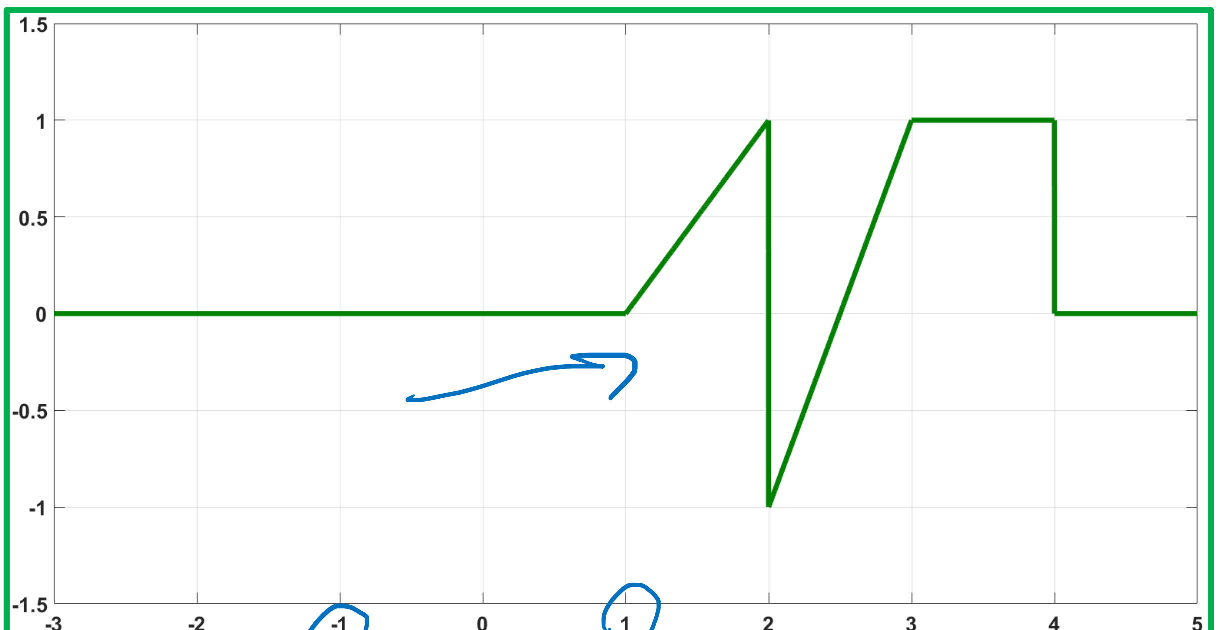
Actividad Práctica
Resolución de Consignas

X(t-2)

$$x(t) = \rho(t+1)\ -2\mu(t)\ +\rho(t)\ -2\rho(t-1)\ -\mu(t-2)$$

t-2 + 1   t-2   t-2   t-2-1   t-2 -2

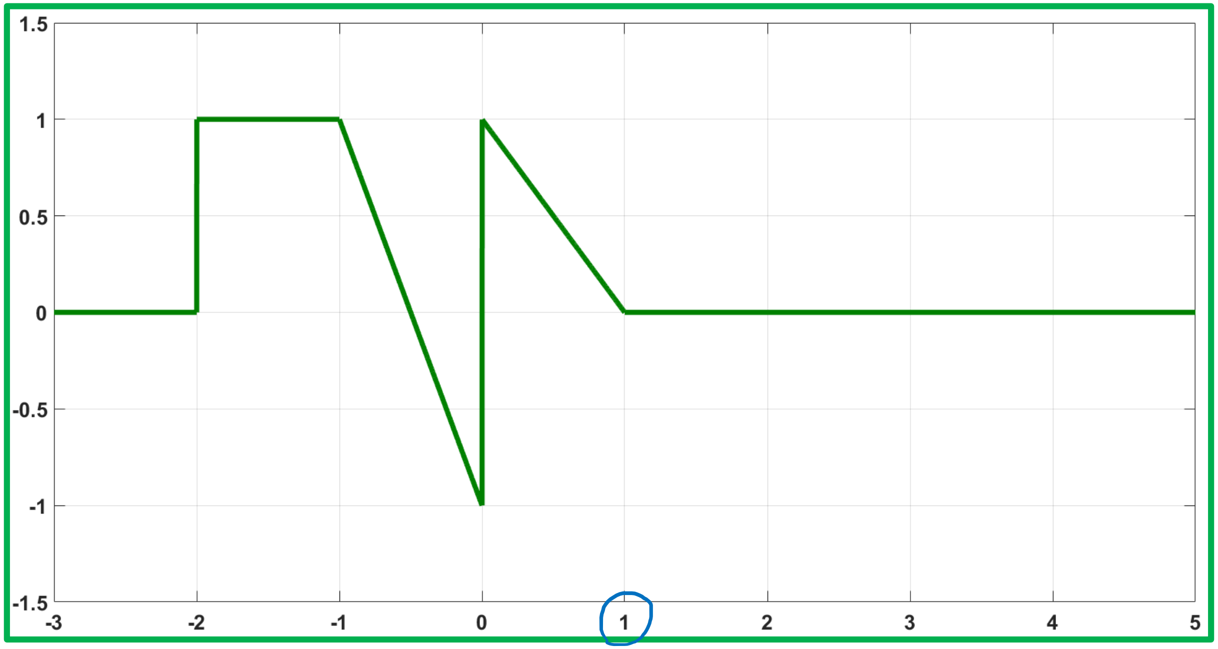
$$x(t-2) = \rho(t-1)\ -2\mu(t-2)\ +\rho(t-2) -2\rho(t-3)\ -\mu(t-4)$$



X(-t)

$$x(t) = \rho(t+1) - 2\mu(t) + \rho(t) - 2\rho(t-1) - \mu(t-2)$$

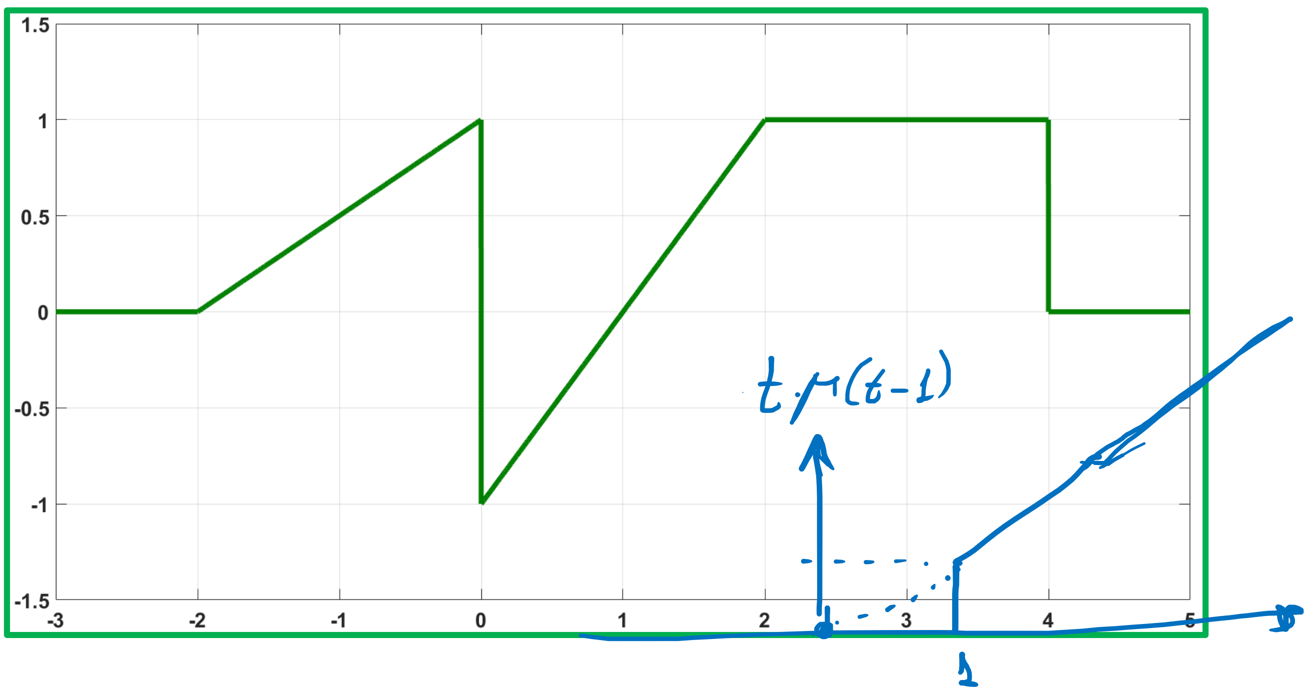
$$x(-t) = \rho(-(t-1)) - 2\mu(-t) + \rho(-t) - 2\rho(-(t+1)) - \mu(-(t+2))$$



X(t/2)

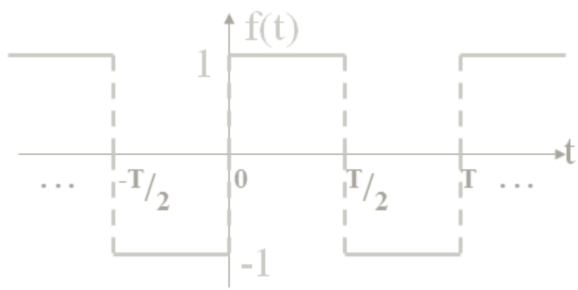
$$x(t) = \rho(t+1) - 2\mu(t) + \rho(t) - 2\rho(t-1) - \mu(t-2)$$

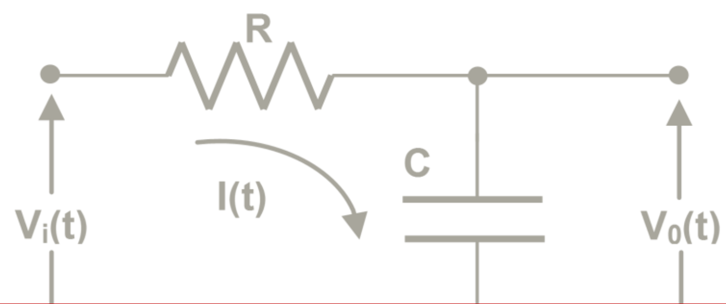
$$x(t/2) = \rho(t/2+1) - 2\mu(t/2) + \rho(t/2) - 2\rho(t/2-1) - \mu(t/2-2)$$



Actividad Práctica
EN MATLAB…

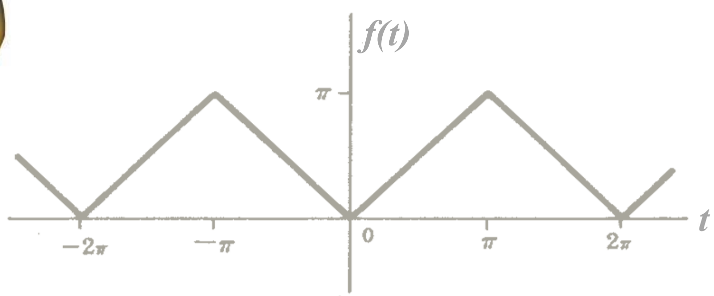
Actividad Práctica: Resolución de Consignas

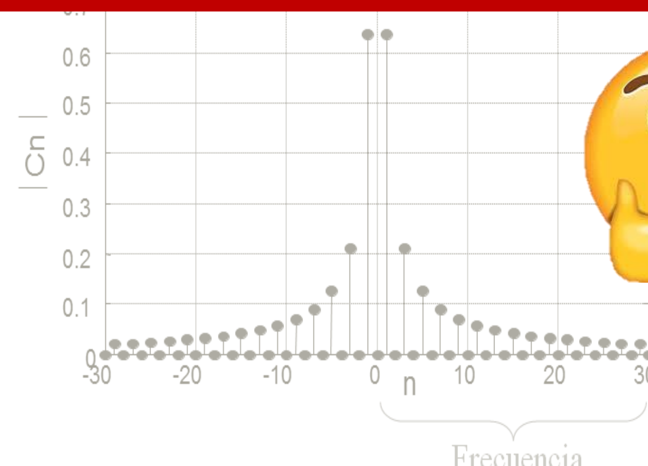


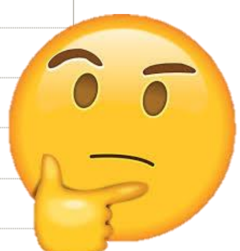


Actividad Práctica

●Energía y Potencia●







Actividad Práctica
Consigna #B

Señales

- **Energía**
  - **Continuas** → $E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt < \infty$
  - **Discretas** → $E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\, x[n] \,|^2 < \infty$
- **Potencia**
  - **Periódicas**
    - **Continuas** → $P = \frac{1}{T} \int_{<T>} |x(t)|^2 \, dt < \infty$
    - **Discretas** → $P = \frac{1}{N_0} \sum_{<N_0>} |\, x[n] \,|^2 < \infty$
  - **Aperiódicas**
    - **Continuas** → $P = \lim_{L \to \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} |x(t)|^2 \, dt < \infty$
    - **Discretas** → $P = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |\, x[n] \,|^2 < \infty$

Consigna de la clase #B (20 minutos)

1. *Graficar las siguientes señales en MatLab* y calcular ***numéricamente*** su ***potencia*** o ***energía*** según sea el caso:

$$a)\, x_1(t) = e^{-|t|}$$

$$\boxed{b)\, x_2(t) = sen(2\pi 5t) + \cos(2\pi 10t)}$$

$$c)\, x_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$d)\, x_2[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2} n\right)$$

2. Verificar ***analíticamente*** la totalidad de los resultados obtenidos.

¿Es periódica?

$T_0 = N\,T_1 = M\,T_2$ $(N, M \in \mathbb{N})$

mcm y MCD en Matlab

$$x(t) = \sin(2\pi 5t) + \cos(2\pi 10t)$$

$$x(t) = \sin(\omega_0 t) + \cos(2\omega_0 t)$$

¿Es de energía o de potencia? (o de nada)

$$\omega_0 = \omega_1 = 10\pi\, rad/s \qquad \omega_2 = 20\pi\, rad/s = 2\omega_0$$

$$f_1 = 5\ Hz \qquad f_2 = 10\ Hz$$

$$T_1 = 0{,}2\ s \qquad T_2 = 0{,}1\ s$$

$$f_0 = MCD(f_1, f_2) = 5\ Hz \quad \Rightarrow T_0 = \frac{1}{f_0} = 0{,}2\ s \quad \Rightarrow \omega_0 = 10\pi\, rad/s$$

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{<T_0>} |\,x(t)|^2\, dt = \frac{1}{T_0}\int_{<T_0>} |\sin(\omega_0 t) + \cos(2\omega_0 t)|^2\, dt$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{T_0}\int_{<T_0>} [\sin^2(\omega_0 t) + 2\sin(\omega_0 t)\cos(2\omega_0 t) + \cos^2(2\omega_0 t)]\ dt$$

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{<T_0>} [\sin^2(\omega_0 t) + 2\sin(\omega_0 t)\cos(2\omega_0 t) + \cos^2(2\omega_0 t)]\ dt$$

$$P = \frac{1}{T_0}\left[\underbrace{\int_{<T_0>} \sin^2(\omega_0 t)dt}_{I_1} + \cancel{\underbrace{\int_{<T_0>} 2\sin(\omega_0 t)\cos(2\omega_0 t)dt}_{I_2}} + \underbrace{\int_{<T_0>} \cos^2(2\omega_0 t)\,dt}_{I_3}\right]$$

Recordemos:

(funciones ortogonales)

$$\int_{<T_0>} \sin(m\omega_0 t)\cos(n\omega_0 t)\,dt = 0 \quad \Rightarrow I_2 = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned}\cos^2(x) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2x)\\ \sin^2(x) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x)\end{aligned}}$$

$$P=\frac{1}{T_0}\left[\underbrace{\int_{<T_0>}\sin^2(\omega_0 t)dt}_{I_1}+\cancel{\underbrace{\int_{<T_0>}2\sin(\omega_0 t)\cos(2\omega_0 t)dt}_{I_2=0}}+\underbrace{\int_{<T_0>}\cos^2(2\omega_0 t)\,dt}_{I_3}\right]$$

$$I_1=\int_{<T_0>}\sin^2(\omega_0 t)dt=\int_{<T_0>}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t)\right]dt=\frac{t}{2}-\frac{1}{4\omega_0}\sin(2\omega_0 t)\Big|_0^{T_0}=\frac{T_0}{2}$$

$$I_3=\int_{<T_0>}\cos^2(2\omega_0 t)dt=\int_{<T_0>}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(4\omega_0 t)\right]dt=\frac{t}{2}+\frac{1}{8\omega_0}\sin(4\omega_0 t)\Big|_0^{T_0}=\frac{T_0}{2}$$

$$\boxed{P=\frac{1}{T_0}[I_1+I_2+I_3]=\frac{1}{T_0}\left[\frac{T_0}{2}+0+\frac{T_0}{2}\right]=1}$$

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}$$

```
>> help POTENCIA
  POTENCIA -- Calcula la potencia promedio de una seÃ±al periÃ³dica en el dominio temporal.

    p = POTENCIA(ft, T0, dt)

  Argumentos
  ==========

    ft: vector de valores de 1 ciclo de la seÃ±al.
    T0: perÃodo de la seÃ±al.
    dt: paso temporal.

  Retorna
  =======

    p: potencia promedio de la seÃ±al periÃ³dica.

  Detalle
  =======

  Para el caso de seÃ±ales discretas utilizar dt=1.
```

Actividad Práctica
Consigna #A

Consigna de la clase #B (20 minutos)

1. ***Graficar las siguientes señales en MatLab*** y calcular ***numéricamente*** su ***potencia*** o ***energía*** según sea el caso:

$$a)\, x_1(t) = e^{-|t|}$$

$$b)\, x_2(t) = sen(2\pi 5t) + \cos(2\pi 10t)$$

$$\boxed{c)\, x_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]}$$

$$d)\, x_2[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2} n\right)$$

2. Verificar ***analíticamente*** la totalidad de los resultados obtenidos.

$$\underline{x[n]} = 2\left(-\frac{5}{8}\right)^n u[n-1]$$

¿Es de energía o de potencia? (o de nada)

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\,\underline{x[n]}\,|^2$$

Serie geométrica $\longrightarrow \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r}; \quad si\ |r| < 1$

$$1 + r + r^2 + r^3 + \cdots = \frac{1}{1-r}; \quad si\ |r| < 1$$

$$E = \sum_{\underline{n=-\infty}}^{\infty} \left|2 \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)^n \underline{u[n-1]}\right|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} 4\left(-\frac{5}{8}\right)^{2n} = 4\underbrace{\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{25}{64}\right)^n}_{S}$$

$$S = \frac{25}{64} + \left(\frac{25}{64}\right)^2 + \left(\frac{25}{64}\right)^3 + \cdots \qquad si\ r = \frac{25}{64}$$

$$S = r + r^2 + r^3 + \cdots$$ **Es la geométrica -1**

$$x[n] = 2\left(-\frac{5}{8}\right)^n u[n-1]$$

$$E = \underbrace{4\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{25}{64}\right)^n}_{S} \qquad si\ r = \frac{25}{64}$$

Serie geométrica

$$1 + r + r^2 + r^3 + \cdots = \frac{1}{1-r}\ si\ |r| < 1$$

$$S = r + r^2 + r^3 + \cdots$$

Es la geométrica -1

$$S = \underbrace{1 + r + r^2 + r^3 + \cdots}_{geométrica} - 1$$

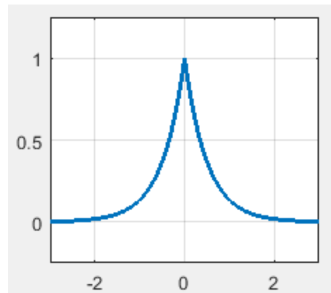
$$S = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{25}{64}\right)^n - 1 = \frac{1}{1-\frac{25}{64}} - 1 = \frac{64}{64-25} - 1 = \frac{25}{39}$$

$$\boxed{E = 4 \cdot S = 4 \cdot \frac{25}{39} = \frac{100}{39}}$$

```
>> help ENERGIA
  ENERGIA -- Calcula la energÃ-a de una seÃ±al aperiÃ³dica en el dominio temporal.

    e = ENERGIA(ft, dt)

  Argumentos
  ==========

    ft: seÃ±al aperÃ-odica.
    dt: paso temporal.

  Retorna
  =======

    e: energÃ-a de la seÃ±al aperiÃ³dica.

  Detalle
  =======

  Para el caso de seÃ±ales discretas utilizar dt=1.
```

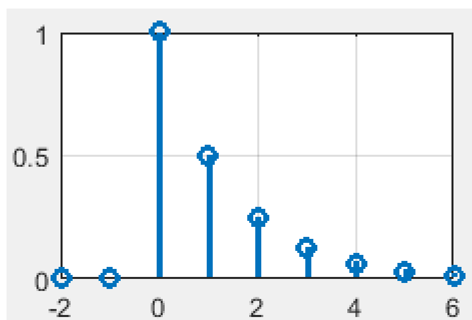
Tips para el resto de las funciones

Gráfico/boceto de la señal



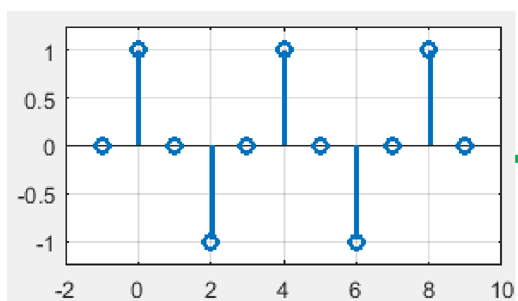
- Continua
- Par

Hago media integral



- Discreta
- Duración ∞

Serie geométrica

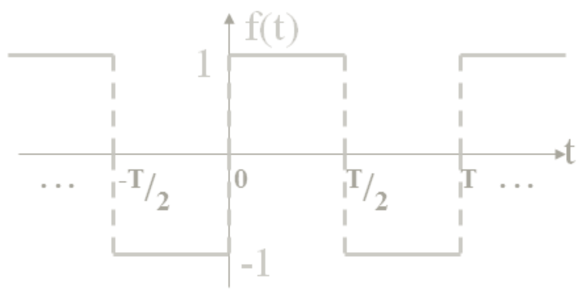


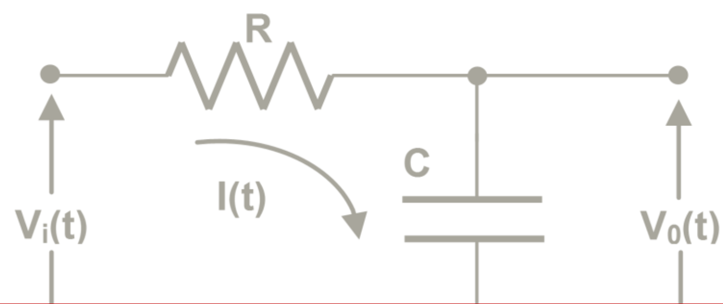
- Discreta
- Periódico

Sumatoria finita

Actividad Práctica
Consigna #A

Actividad Práctica: Resolución de Consignas





Actividad Práctica

¿CONSULTAS?

Foro Campus Virtual: Transformada de Fourier