CLASE 4 - CONSIGNA DE LA CLASE #A

LOS SISTEMAS PUEDEN CLASIFICARSE EN =

- LINEALES O NO LINEALES $\longrightarrow$ LINEAL = $\{ T[x(t)] = y(t)$ — . . .
  $\rightarrow T[a.x_1(t) + \beta.x_2(t)] = a.y_1(t) + \beta.y_2(t) = y_3(t)$
  ADITIVIDAD
  HOMOGENEIDAD
- CON O SIN MEMORIA
- INVERTIBLES O NO INVERTIBLES
- CAUSALES O NO CAUSALES
- ESTABLES O NO ESTABLES
- INVARIANTES O VARIANTES EN EL TIEMPO
  $\rightarrow$ SI ES IT = $T[x(t)] = y(t) \rightarrow T[x(t-t_0)] = y(t-t_0)$

SISTEMAS LIT - LINEALES E INVARIANTES EN EL TIEMPO

1. EVALUAR LOS SIGUIENTES SISTEMAS EN TERMINOS DE LINEALIDAD, MEMORIA, CAUSALIDAD, ESTABILIDAD E INVARIANCIA TEMPORAL

a)) $y[n] = \text{SEN}[x[n-2]]$

1) LINEALIDAD $\rightarrow \begin{cases} T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \\ T\{a.x[n]\} = a.T\{x[n]\} \end{cases}$

$T\{x[n]\} = y[n] = \text{SEN}[x[n-2]]$

$T\{a.x[n]\} = a.T\{x[n]\}$ $\rightarrow$ HAGO $a = 100$ y $x[n-2] = n$

$\rightarrow T\{100.x[n]\} = 100.T\{x[n]\}$

$\text{SEN}\{100.x[n-2]\} = 100.\text{SEN}\{x[n-2]\}$

¡ VARIA ENTRE ± 1 $\neq$ VARIA ENTRE ± 100 !

NO LINEAL

2)) MEMORIA
HAY DOS FORMAS DE EVALUAR MEMORIA $\rightarrow$ TIENE MEMORIA $\rightarrow n \pm n_0$

1- LOS SISTEMAS DEFINIDOS POR ECUACIONES ALGEBRAICAS Y MISMO ARGUMENTO NO PRESENTAN MEMORIA $\rightarrow$ NO TENGO $n \pm n_0$, TAMPOCO $-n$, TAMPOCO $\int$ O Σ

2- SISTEMA SIN MEMORIA = EL VALOR DE SU RTA EN UN INSTANTE $n = n_0$, DEPENDE SOLO DEL VALOR DE LA EXCITACION EN DICHO INSTANTE

$y[n] = \text{SEN}(x[n]) \begin{cases} y[n=-5] = \text{SEN}(x[n=-5]) = \text{SEN}(x[-5-2]) = \text{SEN}(x[-7]) \\ y[n=0] = \text{SEN}(x[n=0]) = \text{SEN}(x[-2]) \\ y[n=5] = \text{SEN}(x[n=5]) = \text{SEN}(x[3]) \end{cases}$

$\rightarrow$ LA SALIDA $y[n]$ DEPENDE DE LA ENTRADA $x[n]$ PRESENTE Y FUTURO O PASADO

$\rightarrow$ TIENE MEMORIA !!!

3) CAUSALIDAD = SI LA RTA EN UN INSTANTE $n = n_0$, DEPENDE SOLO DEL VALOR DE LA EXCITACION ACTUAL y/o PASADO, NO TENGO $n \pm n_0$, TAMPOCO $-n$

SI ES SM $\rightarrow$ TAMBIEN ES CAUSAL

..., ESTE SISTEMA TIENE MEMORIA y ES CAUSAL (DEPENDE DE VALORES PAS)

4) ESTABILIDAD =

UN SISTEMA ES BIBO ESTABLE SI =
PARA $|x[n]| < k$ RESULTA $|y[n]| < M$ → SISTEMA ESTABLE k y M ACOTADOS

PARA TODA ENTRADA ACOTADA, SU SALIDA RESULTA ACOTADA

PLANTEO $x[n]$ ACOTADA A VER SI $y[n]$ RESULTA ACOTADA

$y[n] = \text{SEN}(x[n-2])$

PUEDE VARIAR ENTRE ± 1 → M

VARIA ENTRE ± 1 → k

ESTE SISTEMA ES BIBO ESTABLE

5) INVARIANZA =

UN SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO SI EL COMPORTAMIENTO Y CARACTERISTICAS NO CAMBIAN EN EL TIEMPO

$T\{x[n-n_0]\} = y[n-n_0] \,; \ \forall n$

1) DESPLAZAMOS LA ENTRADA

$y_1[n] = \text{SEN}(x[(n-n_0)-2])$ ①

2) DESPLAZAMOS LA SALIDA

$y_2[n] = y_2[n-n_0] = \text{SEN}(x[(n-n_0)]-2)$ ②

① = ② NO ENVEJECE, TAMPOCO REJUVENECE

→ $y[n] = \text{SEN}(x[n-2])$
- NO LINEAL
- CON MEMORIA
- NO CAUSAL
- ESTABLE
- INVARIANTE TEMPORAL

b) $y(t) = 2.e^{-4x(t+1)}$ → $y(t)$

1) LINEALIDAD = $e^{x(t)}$ NO CUMPLE ADITIVIDAD

$y_1 + y_2$ NO CUMPLE HOMOGENEIDAD

$e^{x_1(t)} + e^{x_2(t)}$ NO CUMPLE

NO ES LINEAL

2) MEMORIA

$y(t) = 2.e^{-4.x(t+1)}$ →
- $y(t=-5) = 2.e^{-4.x(-4)}$ ①
- $y(t=0) = 2.e^{-4.x(1)}$ ②
- $y(t=5) = 2.e^{-4.x(6)}$ ③

DEPENDEN DE ENTRADAS DISTINTAS PASADAS ① y ② y FUTURAS ③

→ TIENE MEMORIA →

3) CAUSALIDAD =

NO ES CAUSAL $y(t= \ )$ DEPENDE DE VALORES FUTUROS

4) ESTABILIDAD

$y(t) = 2 \cdot e^{-4x(t+1)} \rightarrow F(x)$ LINEAL (NO ACOTADA)

↓ EXPONENCIAL

$e^{x_1(t)} \rightarrow$ NO ACOTADA

↓ NO ACOTADA

INESTABLE

5) INVARIANZA

1) DESPLAZAMOS LA ENTRADA

$y_1(t) = 2 \cdot e^{-4x((t-t_0)-1)}$

2) DESPLAZAMOS LA SALIDA

$y_2(t-t_0) = 2 \cdot e^{-4x(t-t_0-1)}$

1) = 2) INVARIANTE TEMPORAL

$\rightarrow y(t) = 2 \cdot e^{-4x(t-1)}$

→ NO LINEAL
→ CON MEMORIA
→ CAUSAL
→ INESTABLE
→ INVARIANTE

c) $y(t) = 2 \cdot x(3t)$

1) LINEALIDAD

a) $x(t) = a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)$

$y(t) = 2 \cdot (a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)) = 2 \cdot a \cdot x_1(t) + 2 \cdot b \cdot x_2(t)$

ES LINEAL, RESPETA ADITIVIDAD Y HOMOGENEIDAD (POSEE OPERADORES LINEALES)

2) MEMORIA

$y(t) = 2 \cdot x(3t)$

$y(t=-5) = 2 \cdot x(3 \cdot (-5)) = 2 \cdot x(-15)$

$y(t=0) = 2 \cdot x(3 \cdot 0) = 2 \cdot x(0)$

$y(t=5) = 2 \cdot x(15) =$

DEPENDEN DE ENTRADAS PASADAS, PRESENTES Y FUTURAS, TIENE MEMORIA

3) CAUSALIDAD

(ES CAUSAL, SOLO DEPENDE DE VALORES PASADOS Y PRESENTES)

4) ESTABILIDAD

$|y(t)| = |2 \cdot x(3t)| = |2| \cdot |x(3t)| \rightarrow$ si $t \rightarrow \infty$

$y(t) \rightarrow \infty$ NO ESTA ACOTADA

NO ES ESTABLE

5) INVARIANZA

1) DESPLAZAMOS LA ENTRADA

$y(t) = 2 \cdot x(3(t-t_0))$

2) " LA SALIDA

$y(t-t_0) = 2x(3(t-t_0))$

ES INVARIANTE TEMPORAL

d) $y[n] = n.x^2[n]$

1) LINEALIDAD $\qquad y[n] = n.x^2[n]$

a) $T\{x[n]\} = n.x^2[n]$

$T\{a.x[n]\} = n.a^2x^2[n]$ → $\neq$ NO VERIFICA 1° CONDICIÓN

$a.y[n] = a.n.x^2[n]$

b) $y_1[n] + y_2[n] = n.x_1^2[n] + n.x_2^2[n]$ → $\neq$ NO VERIFICA 2° CONDICIÓN

$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = n.(x_1[n] + x_2[n])^2 = n(x_1^2[n] + 2.x_1[n].x_2[n] + x_2^2[n])$

2) MEMORIA

$$y[n] = n.x^2[n] = \begin{cases} y[n=-5] = -5.x^2[-5] \\ y[n=0] = 0 \\ y[n=5] = 5.x^2[5] \end{cases}$$

NO TIENE MEMORIA

3) CAUSALIDAD = CAUSAL (SOLO DEPENDE DE VALORES ACTUALES y PREVIOS DE LA EXCITACIÓN)

4) ESTABILIDAD? NO ESTABLE, NO ESTA ACOTADO

5) INVARIANZA?

1) $y[n-n_0] = (n-n_0).x^2[n-n_0]$ ①

2) $T\{x[n-n_0]\} = n.x^2[n-n_0]$ ② $\qquad$ ① $\neq$ ② VARÍA EN t

f) $y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$

1) LINEALIDAD

$T\{a.x(t)\} = \dfrac{d(a.x(t))}{dt} = a.\dfrac{dx(t)}{dt}$

$a.y(t) = a.\dfrac{dx(t)}{dt}$ → = VERIFICA 1° COND.

$y_1(t) + y_2(t) = \dfrac{dx_1(t)}{dt} + \dfrac{dx_2(t)}{dt}$ $\qquad$ VERIFICA 2° COND

$T\{x_1(t) + x_2(t)\} = \dfrac{d(x_1(t) + x_2(t))}{dt} = \dfrac{dx_1(t)}{dt} + \dfrac{dx_2(t)}{dt}$

ES LINEAL

2) MEMORIA

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \begin{cases} y(-5) = dx(-5)/dt \\ y(0) = dx(0)/dt \\ y(5) = dx(5)/dt \end{cases}$$

CON MEMORIA (SOLO DEPENDE DE VALORES ACTUALES)

3) CAUSALIDAD = ES CAUSAL (SOLO DEPENDE DE VALORES PRESENTES Y PREVIOS)

4) ESTABILIDAD = SI $x(t) = u(t)$ $\quad \frac{dx(t)}{dt} \longrightarrow \infty$

↳ FUNCION ESCALON

NO ES ESTABLE

5) INVARIANZA

1) $y(t-t_0) = \frac{dx(t-t_0)}{dt}$

ES INVARIANTE TEMPORAL

2) $T\{x(t-t_0)\} = \frac{dx(t-t_0)}{dt}$

Table of Contents

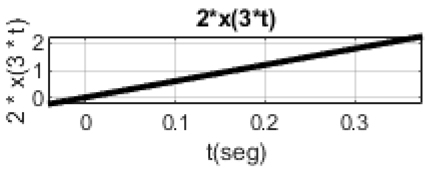
TareaA_Clase4_Punto_2

```
% Consigna de la clase #A
% 1. Evaluar los siguientes sistemas en terminos de linealidad,
% memoria,causalidad,estabilidad e invariancia temporal:
%   a)y[n]=sen[x[n-2]]
%   b)y(t)=2e^[-4.x(t+1)]
%   c)y(t)=2.x(3t)
%   d)y[n]=n.x^2[n]
%   e)y(t)=d(x(t))/dt
% 2. Generar dos funciones en Matlab, de modo de simular los sistemas
 c) y
% d)(Sc[x[n]] y Sd[x(t)] y determinar si se los puede considerar LIT,
% analizando sus entradas a respuestas tipo funcion escalon u(t)

%%%%%%%%%%%%

clc;
clear;
close all;
```

c)

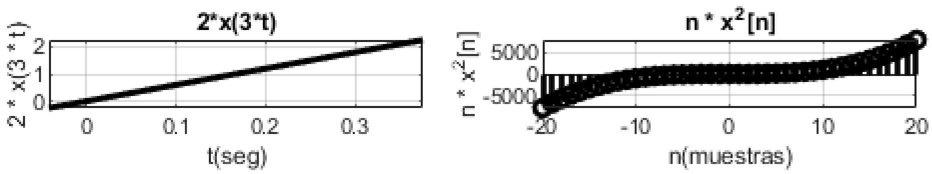
```
% Funcion c) y(t)=2.x(3t)
dt_c = 0.001;
t = -5:dt_c:10;
Sc = @(t, fc) 2 .* fc(3 .* t);
y1t = Sc(t, @(t) t);

% Graficos funcion c)

figure;
subplot(521)
plot(t, y1t, 'k', 'linewidth', 2);
xlabel('t(seg)')
ylabel('2 * x(3 * t)')
grid on
axis tight
title('2*x(3*t)')
```

```
ylim([-0.25 2.25])
```



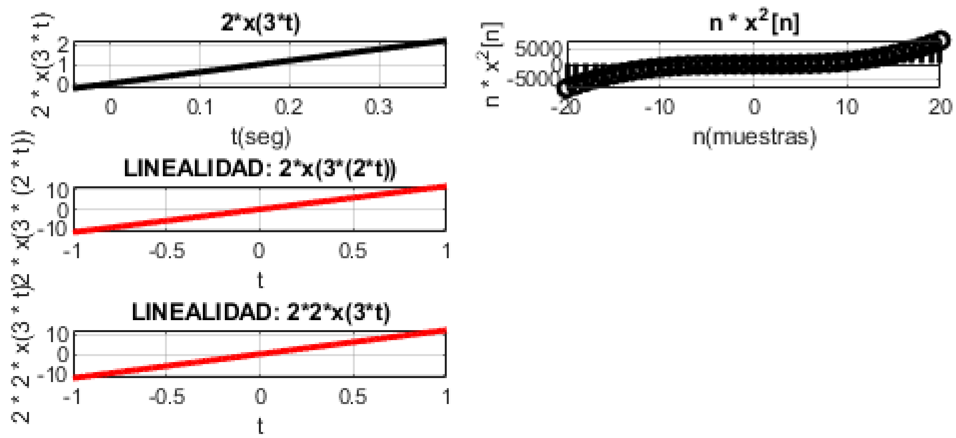
d)

```
% Funcion d) y[n]=n.x^2[n]
dn_d = 1;
n = -20:dn_d:20;
Sd = @(n, fc) n .* (fc(n).^2);
y2n = Sd(n, @(n) n);

% Graficos funcion d)

subplot(522)
stem(n, y2n, 'k', 'linewidth', 2)
xlabel('n(muestras)')
ylabel('n * x^2[n]')
grid on
axis tight
title('n * x^2[n]')
ylim([-8000 8000])
```



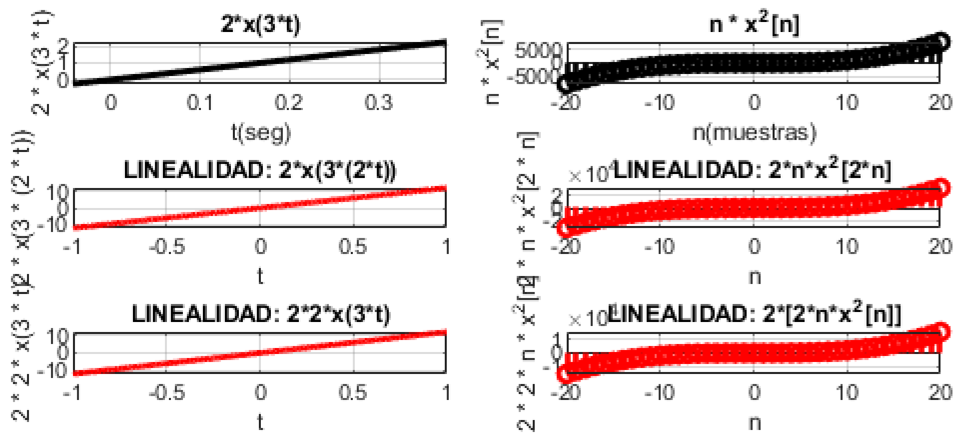
Linealidad c)

```
% % Si es lineal->T[a*x_1(t)+b*x_2(t)]=a*y_1(t)+b*y_2(t)
y1t_linealidad_entrada = Sc(t, @(t) 2 .* t);
y2t_linealidad_salida = 2 * Sc(t, @(t) t);
% Graficos funcion c) linealidad
subplot(523)
plot(t, y1t_linealidad_entrada, 'r', 'linewidth', 2);
title('LINEALIDAD: 2*x(3*(2*t))')
xlabel('t')
ylabel('2 * x(3 * (2 * t))')
grid on
axis tight
xlim([-1 1])

subplot(525)
plot(t, y2t_linealidad_salida, 'r', 'linewidth', 2);
title('LINEALIDAD: 2*2*x(3*t)')
xlabel('t')
ylabel('2 * 2 * x(3 * t)')
grid on
axis tight
xlim([-1 1])
```



Linealidad d)

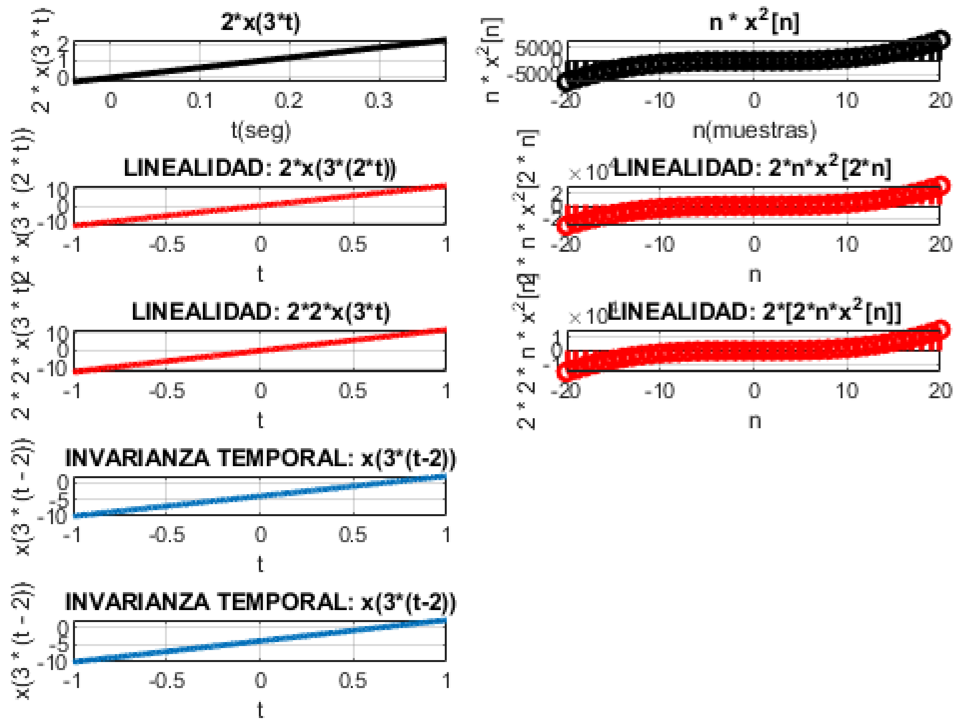
```
% % Si es lineal->T[a*x_1(t)+b*x_2(t)]=a*y_1(t)+b*y_2(t)

y1n_linealidad_entrada = Sd(n, @(n) 2 .* n);
y2n_linealidad_salida = 2 * Sd(n, @(n) n);
% Graficos funcion d) linealidad
subplot(524)
stem(n, y1n_linealidad_entrada, 'r', 'linewidth', 2)
title('LINEALIDAD: 2*n*x^2[2*n]')
xlabel('n')
ylabel('2 * n * x^2[2 * n]')
grid on
axis tight

subplot(526)
stem(n, y2n_linealidad_salida, 'r', 'linewidth', 2)
title('LINEALIDAD: 2*[2*n*x^2[n]]')
xlabel('n')
ylabel('2 * 2 * n * x^2[n]')
grid on
axis tight
xlim([-20 20])
```



Invarianza temporal c)

```
% y(t)=2.x(3t)
% % Si es invariante->T[x(t-t0)]=x(t-t0)

y1t_invariante_entrada = Sc(t, @(t) t - 2);
y2t_invariante_salida = Sc(t, @(t) t - 2);

% Graficos funcion c) invariante
subplot(527)
plot(t, y1t_invariante_entrada, 'linewidth', 2);
title('INVARIANZA TEMPORAL: x(3*(t-2))')
xlabel('t')
ylabel('x(3 * (t - 2))')
grid on
axis tight
xlim([-1 1])

subplot(529)
plot(t, y2t_invariante_salida, 'linewidth', 2);
title('INVARIANZA TEMPORAL: x(3*(t-2))')
xlabel('t')
ylabel('x(3 * (t - 2))')
grid on
axis tight
```

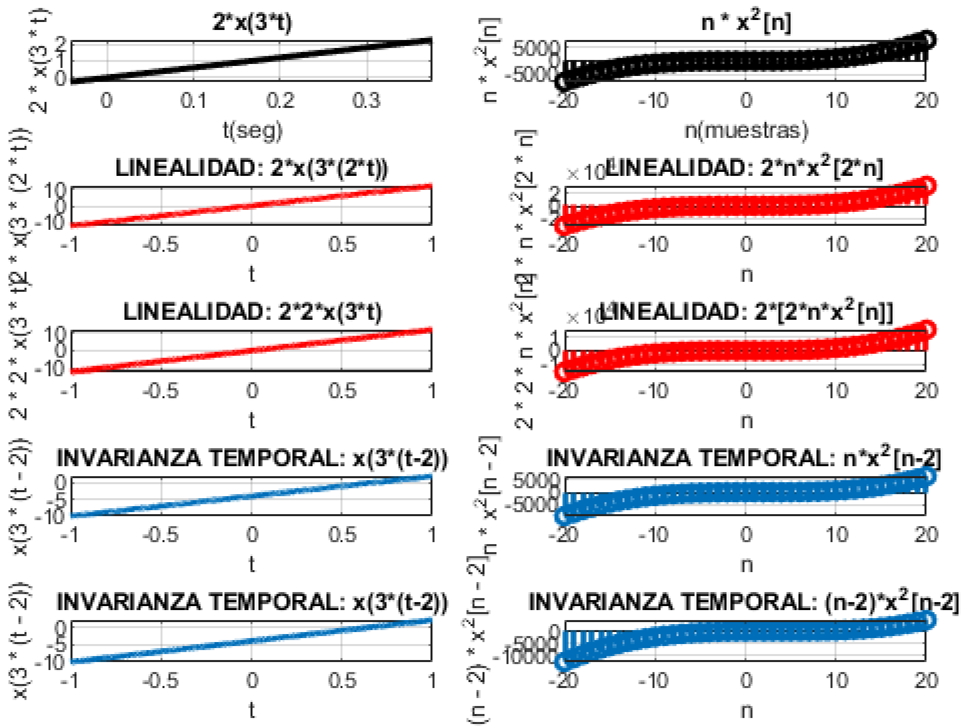
```
xlim([-1 1])
```



Invariancia temporal d)

```
% y[n]=n.x^2[n]
% % Si es invariante->T[x(t-t0)]=x(t-t0)
y1n_invariante_entrada = Sd(n, @(n) n - 2);
y2n_invariante_salida = Sd(n - 2, @(n) n - 2);

% Graficos funcion d) invariante
subplot(528)
stem(n, y1n_invariante_entrada, 'linewidth', 2)
title('INVARIANZA TEMPORAL: n*x^2[n-2]')
xlabel('n')
ylabel('n * x^2[n - 2]')
grid on
axis tight
xlim([-20 20])

subplot(5, 2, 10)
stem(n, y2n_invariante_salida, 'linewidth', 2)
title('INVARIANZA TEMPORAL: (n-2)*x^2[n-2]')
xlabel('n')
ylabel('(n - 2) * x^2[n - 2]')
grid on
axis tight
```

```
xlim([-20 20])
```



Published with MATLAB® R2019a