CLASE 4 - CONSIGNA DE LA CLASE #A

LOS SISTEMAS PUEDEN CLASIFICARSE EN =

- LINEALES O NO LINEALES $\longrightarrow$ LINEAL = $\{ T[x(t)] = y(t)$ — . . .
  $\to T[a.x_1(t) + \beta.x_2(t)] = a.y_1(t) + \beta.y_2(t) = y(t)$
  ADITIVIDAD
  HOMOGENEIDAD
- CON O SIN MEMORIA
- INVERTIBLES O NO INVERTIBLES
- CAUSALES O NO CAUSALES
- ESTABLES O NO ESTABLES
- INVARIANTES O VARIANTES EN EL TIEMPO
  $\to$ SI ES IT = $T[x(t)] = y(t) \to T[x(t-t_0)] = y(t-t_0)$

SISTEMAS LIT - LINEALES E INVARIANTES EN EL TIEMPO

1. EVALUAR LOS SIGUIENTES SISTEMAS EN TERMINOS DE LINEALIDAD, MEMORIA, CAUSALIDAD, ESTABILIDAD E INVARIANCIA TEMPORAL

a) $y[n] = SEN[X[n-2]]$

1) LINEALIDAD $\longrightarrow \begin{cases} T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \\ T\{a.x[n]\} = a.T\{x[n]\} \end{cases}$

$T\{x[n]\} = y[n] = SEN[X[n-2]]$

$T\{a.X[n]\} = a.T\{x[n]\}$ → HAGO $a = 100$ y $x[n-2] = n$

$T\{100.x[n]\} = 100.T\{x[n]\}$

$SEN\{100.X[n-2]\} = 100.SEN\{x[n-2]\}$

¡ VARIA ENTRE ± 1 $\neq$ VARIA ENTRE ± 100 !

NO LINEAL

2) MEMORIA

HAY DOS FORMAS DE EVALUAR MEMORIA $\longrightarrow$ TIENE MEMORIA $\to n \pm n_0$

1- LOS SISTEMAS DEFINIDOS POR ECUACIONES ALGEBRAICAS Y MISMO ARGUMENTO NO PRESENTAN MEMORIA $\to$ NO TENGO $n \pm n_0$, TAMPOCO $-n$, TAMPOCO $\int$ O Σ

2- SISTEMA SIN MEMORIA = EL VALOR DE SU RTA EN UN INSTANTE $n = n_0$, DEPENDE SOLO DEL VALOR DE LA EXCITACION EN DICHO INSTANTE

$y[n] = SEN(x[n]) \begin{cases} y[n=-5] = SEN(x[n=-5]) = SEN(x[-5-2]) = SEN(x[-7]) \\ y[n=0] = SEN(x[n=0]) = SEN(x[-2]) \\ y[n=5] = SEN(x[n=5]) = SEN(x[3]) \end{cases}$

$\to$ LA SALIDA $y[n]$ DEPENDE DE LA ENTRADA $x[n]$ PRESENTE Y FUTURO O PASADO

$\to$ TIENE MEMORIA !!!

3) CAUSALIDAD = SI LA RTA EN UN INSTANTE $n = n_0$, DEPENDE SOLO DEL VALOR DE LA EXCITACION ACTUAL Y/O PASADO, NO TENGO $n \pm n_0$, TAMPOCO $-n$

SI ES SM $\to$ TAMBIEN ES CAUSAL

..., ESTE SISTEMA TIENE MEMORIA Y ES CAUSAL (DEPENDE DE VALORES PAS|

4) ESTABILIDAD =

UN SISTEMA ES BIBO ESTABLE SI =

PARA $|x[n]| < k$ RESULTA $|y[n]| < M$ → SISTEMA ESTABLE k y M ACOTADOS

PARA TODA ENTRADA ACOTADA, SU SALIDA RESULTA ACOTADA

PLANTEO $x[n]$ ACOTADA A VER SI $y[n]$ RESULTA ACOTADA

$y[n] = \text{SEN}(x[n-2])$

PUEDE VARIAR ENTRE ±1 → M

VARIA ENTRE ±1 → k

ESTE SISTEMA ES BIBO ESTABLE

5) INVARIANZA =

UN SISTEMA ES INVARIANTE EN EL TIEMPO SI EL COMPORTAMIENTO Y CARACTERISTICAS NO CAMBIAN EN EL TIEMPO

$T\{x[n-n_0]\} = y[n-n_0]; \ \forall n$

1) DESPLAZAMOS LA ENTRADA

$y_1[n] = \text{SEN}(x[(n-n_0)-2])$ ①

2) DESPLAZAMOS LA SALIDA

$y_2[n] = y_2[n-n_0] = \text{SEN}(x[(n-n_0)]-2)$ ②

① = ② NO ENVEJECE, TAMPOCO REJUVENECE

→ $y[n] = \text{SEN}(x[n-2])$
- NO LINEAL
- CON MEMORIA
- NO CAUSAL
- ESTABLE
- INVARIANTE TEMPORAL

b) $y(t) = 2.e^{-4x(t+1)}$ → $y(t)$

1) LINEALIDAD = $e^{x(t)}$ NO CUMPLE ADITIVIDAD

$y_1 + y_2$ NO CUMPLE HOMOGENEIDAD

$e^{x_1(t)} + e^{x_2(t)}$ NO CUMPLE

NO ES LINEAL

2) MEMORIA

$y(t) = 2.e^{-4.x(t+1)}$ →

$y(t=-5) = 2.e^{-4.x(-4)}$ ①

$y(t=0) = 2.e^{-4.x(1)}$ ②

$y(t=5) = 2.e^{-4.x(6)}$ ③

DISTINTAS ① y ② ③

DEPENDEN DE ENTRADAS PASADAS y FUTURAS

→ TIENE MEMORIA →

3) CAUSALIDAD =

NO ES CAUSAL $y(t= \ )$ DEPENDE DE VALORES FUTUROS

4) ESTABILIDAD

$y(t) = 2 \cdot e^{-4x(t+1)} \rightarrow F(x)$ LINEAL (NO ACOTADA)

↓ EXPONENCIAL

$e^{x_1(t)} \rightarrow$ NO ACOTADA

↓ NO ACOTADA

INESTABLE

5) INVARIANZA

1) DESPLAZAMOS LA ENTRADA

$y_1(t) = 2 \cdot e^{-4x((t-t_0)-1)}$

2) DESPLAZAMOS LA SALIDA

$y_2(t-t_0) = 2 \cdot e^{-4x(t-t_0-1)}$

1) = 2) INVARIANTE TEMPORAL

$\rightarrow y(t) = 2 \cdot e^{-4x(t-1)}$
- NO LINEAL
- CON MEMORIA
- CAUSAL
- INESTABLE
- INVARIANTE

c) $y(t) = 2 \cdot x(3t)$

1) LINEALIDAD

a) $x(t) = a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)$

$y(t) = 2 \cdot (a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)) = 2 \cdot a \cdot x_1(t) + 2 \cdot b \cdot x_2(t)$

ES LINEAL, RESPETA ADITIVIDAD y HOMOGENEIDAD (POSEE OPERADORES LINEALES)

2) MEMORIA

$y(t) = 2 \cdot x(3t)$
- $y(t=-5) = 2 \cdot x(3 \cdot (-5)) = 2 \cdot x(-15)$
- $y(t=0) = 2 \cdot x(3 \cdot 0) = 2 \cdot x(0)$
- $y(t=5) = 2 \cdot x(15) =$

DEPENDEN DE ENTRADAS PASADAS, PRESENTES y FUTURAS, TIENE MEMORIA

3) CAUSALIDAD

(ES CAUSAL, SOLO DEPENDE DE VALORES PASADOS y PRESENTES)

4) ESTABILIDAD

$|y(t)| = |2 \cdot x(3t)| = |2| \cdot |x(3t)|$ → si $t \rightarrow \infty$

$y(t) \rightarrow \infty$ NO ESTA ACOTADA

NO ES ESTABLE

5) INVARIANZA

1) DESPLAZAMOS LA ENTRADA

$y(t) = 2 \cdot x(3(t-t_0))$

2) " LA SALIDA

$y(t-t_0) = 2x(3(t-t_0))$

ES INVARIANTE TEMPORAL

d) $y[n] = n . x^2[n]$

1) LINEALIDAD $\quad y[n] = n . x^2[n]$

a) $T\{x[n]\} = n . x^2[n]$

$T\{a . x[n]\} = n . a^2 x^2[n]$

$a . y[n] = a . n . x^2[n]$

$\neq$ NO VERIFICA 1° CONDICIÓN

b) $y_1[n] + y_2[n] = n . x_1^2[n] + n . x_2^2[n]$ $\neq$ NO VERIFICA 2° CONDICIÓN

$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = n . (x_1[n] + x_2[n])^2 = n(x_1^2[n] + 2 . x_1[n] . x_2[n] + x_2^2[n])$

2) MEMORIA

$$y[n] = n . x^2[n] = \begin{cases} y[n=-5] = -5 . x^2[-5] \\ y[n=0] = 0 \\ y[n=5] = 5 . x^2[5] \end{cases}$$

NO TIENE MEMORIA

3) CAUSALIDAD = CAUSAL (SOLO DEPENDE DE VALORES ACTUALES y PREVIOS DE LA EXCITACIÓN)

4) ESTABILIDAD? NO ESTABLE, NO ESTA ACOTADO

5) INVARIANZA?

1) $y[n-n_0] = (n-n_0) . x^2[n-n_0]$ ①

2) $T\{x[n-n_0]\} = n . x^2[n-n_0]$ ②

① $\neq$ ② VARIA EN t

f) $y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$

1) LINEALIDAD

$T\{a . x(t)\} = \dfrac{d(a . x(t))}{dt} = a . \dfrac{dx(t)}{dt}$

$a . y(t) = a . \dfrac{dx(t)}{dt}$

= VERIFICA 1° COND.

$y_1(t) + y_2(t) = \dfrac{dx_1(t)}{dt} + \dfrac{dx_2(t)}{dt}$

$T\{x_1(t) + x_2(t)\} = \dfrac{d(x_1(t) + x_2(t))}{dt} = \dfrac{dx_1(t)}{dt} + \dfrac{dx_2(t)}{dt}$

VERIFICA 2° COND

ES LINEAL

2) MEMORIA

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \begin{cases} y(-5) = dx(-5)/dt \\ y(0) = dx(0)/dt \\ y(5) = dx(5)/dt \end{cases}$$

CON MEMORIA (SOLO DEPENDE DE VALORES ACTUALES)

3) CAUSALIDAD = ES CAUSAL (SOLO DEPENDE DE VALORES PRESENTES Y PREVIOS)

4) ESTABILIDAD = SI $x(t) = u(t)$ ↳ FUNCION ESCALON $\quad \frac{dx(t)}{dt} \longrightarrow \infty$

NO ES ESTABLE

5) INVARIANZA

1) $y(t-t_0) = \frac{dx(t-t_0)}{dt}$

ES INVARIANTE TEMPORAL

2) $T\{x(t-t_0)\} = \frac{dx(t-t_0)}{dt}$