SISTEMAS → PROCESO que transforma señales temporales ingresantes o su entrada, en otras que egresan de su salida

$x(t), x[n]$ — $(y(t), y[n])$

→ esto se hace mediante la interconexión de componentes o subsistemas (H)

$x(t) \rightarrow \boxed{H} \rightarrow y(t)$

¿Cómo lo evaluamos? → su análisis implica cómo responde ante ENTRADAS CONOCIDAS → la determinación de la especificación "IN-OUT" se llama IDENTIFICACIÓN

CONDICIONES INICIALES: → su comportamiento no solo lo gobierna la entrada que se le aplica sino también su estado inicial en el momento en que dicha entr. se aplica

¿Cómo se describen matemáticamente? → mediante modelos o abstracciones que representan las características esenciales de los mismos

→ su comportamiento se representa con ECUACIONES

- ALGEBRAICAS
- DIFERENCIALES

TIPOS DE SISTEMAS

LINEALES → cumplen con el principio de SUPERPOSICIÓN

- ADITIVIDAD → $x_1(t)+x_2(t) \rightarrow \boxed{H} \rightarrow y_1(t)+y_2(t)$
- HOMOGENEIDAD → $\alpha x_1(t) \rightarrow \boxed{H} \rightarrow \alpha y_1(t)$
- SIST. LINEAL → $\alpha x_1(t)+\beta x_2(t) \rightarrow \boxed{H} \rightarrow \alpha y_1(t)+\beta y_2(t)$

→ si la entrada es nula → la salida es nula

→ la acción del sist. sobre su entrada (que genera la salida) se expresa como:

$\Rightarrow y(t) = T[x(t)]$ $\quad x(t) \rightarrow \boxed{T[\,]} \rightarrow y(t)$

$y[n] = T[x[n]]$ TRANSFERENCIA

→ sólo participan en su expresión OPERADORES LINEALES

- SUMAS
- RESTAS
- PROD. POR ESCALAR
- DERIVADAS
- INTEGRALES

→ o se los puede estudiar CONOCIENDO SU RESPUESTA A SEÑALES BÁSICAS

- IMPULSOS
- ESCALONES
- SINUSOIDES

y luego saber cualq. otra señal como su combinación

→ SOLO SE COMPORTA LINEALMENTE SI LAS CONDICIONES INICIALES (SALIDA P/ $t=0$) SON NULAS

→ ej: $y = 2x(t) \Rightarrow$ si es lineal $\Rightarrow y(t) = T[x(t)] \Rightarrow y_s(t) = T[\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)]$

$= \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$

$$\begin{cases} y_1(t) = 2x_1(t) \\ y_2(t) = 2x_2(t) \end{cases} \Rightarrow y_s(t) = 2[\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)] = \underbrace{2\alpha x_1(t)}_{y_1(t)} + \underbrace{2\beta x_2(t)}_{y_2(t)} = \alpha y_1(t)+\beta y_2(t)$$

∴ ES LINEAL

SIN MEMORIA → su salida $y(t), y[n]$ depende de entradas $x(t), x[n]$ EN ESE MISMO INSTANTE

→ ej: $y(t) = 4x(t)+2$ $\begin{cases} y(t=0) = 4x(t=0)+2 \\ y(t=8) = 4x(t=8)+2 \end{cases}$ MISMO INSTANTE / MISMO INSTANTE

→ DEFINIDOS por ECUACIONES ALGEBRAICAS y MISMO ARGUMENTO

CON MEMORIA → $y(t), y[n]$ depende de $x(t), x[n]$ en INSTANTES DIFERENTES (tienen elementos almacenadores de energía)

→ ej: $y(t) = x(t) - x(t-1)$ $\begin{cases} y(t=0) = x(t=0) - x(t=-1) \\ y(t=8) = x(t=8) - x(t=7) \end{cases}$ ≠ INSTANTES

→ definidos por ECUACIONES DIFERENCIALES pues estas dependen de VALORES PASADOS DE SU IN ≠ INSTANTES

CAUSAL → SU SALIDA SOLO DEPENDE DEL VALOR ACTUAL y VALORES PREVIOS ⇒ NO DEPENDE DE VALORES FUTUROS

→ responde al PRINCIPIO DE CAUSA-EFECTO

→ la CAUSALIDAD se determina fijando un $t = t_0$ y analizando la salida en ~~ese~~ ese instante ($y(t_0)$) si DEPENDE SOLO DE ENTRADAS y SALIDAS ACTUALES o ANTERIORES a t_0

→ ej → $y(t) = 2x(t) - x(t-2)$ → CAUSAL (t → ACTUAL ; $t-2$ → PASADO) ; $y(t) = 2x(t) - x(t+5)$ → NO CAUSAL (FUTURO)

← DEBE SER TODAS ENTRADAS

ESTABLE → si p/ toda entrada acotada su salida es acotada

→ o sea, si $|x(t)| < K \rightarrow |y(t)| < M$ (K y M ctes)

→ ej: → $y(t) = 2x(t)$ → ESTABLE

→ $y(t) = x(t)\cos(w_0 t)$

$\Rightarrow |y(t)| = |x(t)|\,|\cos(w_0 t)|$ y como $|\cos(w_0 t)| < 1 \Rightarrow |y(t)| \leq |x(t)|$

∴ si $x(t)$ es acotada $\Rightarrow y(t)$ también

∴ ES ESTABLE

→ DIFERENCIAL

$y'' + 3y' + 2y = x$ — ESTABLE pues → la deriv. de mayor orden de la entrada < que la deriv. de mayor orden de la salida

→ las raíces de la ecuación característica $r^2 + 3r + 2 = 0$ tiene parte real < 0

→ una forma de ver que sea INESTABLE es hallar una entrada acotada que genere una salida divergente

ej: $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ — si $x(t) = \mu(t) \Rightarrow$ escalón

$\Rightarrow \frac{dx(t)}{dt} = \delta(t)$ ∴ por más que $x(t)$ sea acotada, $y(t)$ no lo será en el instante que se produce el impulso ∴ INESTABLE

INVARIANTE EN EL t

→ si el comportamiento y características del mismo no cambian con el transcurso del t

→ ∴ debe suceder que al desplazar su entrada temporalmente, la salida se desplaza en la misma proporción

$\Rightarrow T[x(t)] = y(t) \rightarrow T[x(t-t_0)] = y(t-t_0)$

→ p/ sistemas físicos, que sea invariante asegura que la salida de un sist. será exactamente la misma independiente del instante en que se aplique una determinada señal a su entrada.

$\Rightarrow$ el sistema no se ve afectado por factores externos

→ ej: $y(t) = x(t) + 1$ — desplazo entrada — $y_1(t) = x(t-t_0) + 1$

desplazo salida — $y_2(t) = y(t-t_0) = x(t-t_0) + 1$

$\}\ y_1(t) = y_2(t)$ ∴ es inv. en el t

→ $y(t) = t\,x(t)$ — desplazo entrada — $y_1(t) = t\,x(t-t_0)$

desplazo salida — $y_2(t) = y(t-t_0) = (t-t_0)\,x(t-t_0)$

$\}\ y_1(t) \neq y_2(t)$ ∴ variante en el t

∴ si hay factores que afectan a t $\Rightarrow$ variante en el t

LINEALES e INVARIANTES en el tiempo → descriptos por ecuac. dif. ordinarias a coef. ctes

$$y^m(t) + a_1 y^{m-1}(t) + \dots + a_m y(t) = b_0 x^m(t) + b_1 x^{m-1}(t) + \dots + b_m x(t)$$

donde a_m, b_m no dep. del t

MODELIZACIÓN DE SISTEMAS

MODELO MATEMÁTICO
- CONSTRUCCIÓN MATEMÁTICA ABSTRACTA Y SIMPLIFICADA
- INTENTA REPRODUCIR PARTE DE LA REALIDAD creado p/ un PROPÓSITO PARTICULAR
- 3 VISIONES
  - cosas cuyos efectos son DESPRECIABLES
  - cosas que lo afectan pero su comportamiento no está contemplado en el objeto de estudio (ENTRADA $x(t)$ o VARIABLE INDEP)
  - cosas cuyo comportamiento ESTUDIA EL MODELO (SALIDA $y(t)$ o VARIABLES DEP)

A TENER EN CUENTA AL DISEÑAR UN MODELO
- AL IGNORAR cosas requeridas, puede ser INADECUADO
- al tomar mucho en consideración se vuelve COMPLEJO
- decisión ADECUADA de lo que se desea DESCRIBIR → VARIABLE DEPEND.

SISTEMA describe un conj. de componentes que INTERACTÚAN ENTRE SÍ en base a EXCITACIONES y RESPUESTAS

- es aquello que OPERA SOBRE ALGO Y PRODUCE ALGO MÁS
- p/ su ESTUDIO se requiere del desarrollo de un MODELO MATEMÁTICO CONCEPTUAL
  - DESCRIPCIÓN MATEMÁT. de sus ELEMENTOS CONSTITUTIVOS
  - " " de la INTERCONEXIÓN DE ESOS ELEMENTOS

$x(t) \rightarrow$ SISTEMA $\rightarrow y(t)$

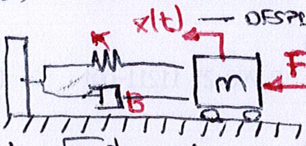
EXCITACIÓN — RESPUESTA

EVALUACIÓN DEL MODELO
- resolución matemática de sus ecuaciones conforme su EXCITACIÓN y ESTADO INICIAL
- ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD: dependencia entre variaciones de sus parámetros

Los SISTEMAS A MODELAR son SIST. LINEALES e INVARIANTES EN EL tiempo los cuales pueden ser descriptos con ECUACIONES DIF. ORDINARIAS (EDOs)

TIPOS DE MODELOS

MECÁNICO TRASLACIONAL



$x(t)$ — DESPLAZ (VARIABLE)

$F(t)$ — FUERZA (fuente)

$v(t)$ velocidad

SE ejerce fuerza $F(t)$ sobre un MÓVIL (M) vinculado a un RESORTE (K) y un AMORTIGUADOR (B) p/ DESPLAZARLO una DIST $x(t)$ a velocidad $v(t)$

$F(t) \rightarrow$ TIS $\rightarrow v(t)$

ELEMENTOS
- M: MASA → almac. de E. CINÉTICA [Kg]
- B: AMORTIG → DISIP. DE E. [Ns/m]
- K: RESORTE → almac. de E POT. elástica [N/m]

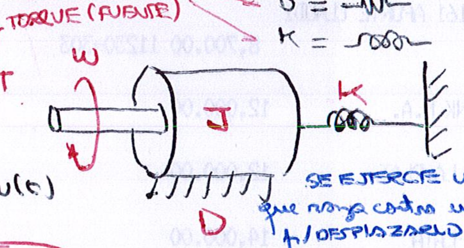
ECUACIÓN

$$F(t) = M\underbrace{v'(t)}_{a(t)} + B\,v(t) + K\int_{-\infty}^{t} v(\tau)\,d\tau$$

$$F(t) = Mx''(t) + Bx'(t) + Kx(t)$$

ANALOGÍA CIRCUITAL
- $M = \dashv\vdash$
- $B = -\!\!\wedge\!\!\wedge\!\!-$
- $K = -\!\!\text{000}\!\!-$

MODELO MECÁNICO TRASLACIONAL



$\theta(t)$ DESPL. ANG [rad]

$w(t)$ veloc. ANG. [rad/s]

SE EJERCE UN TORQUE $T(t)$ sobre un cuerpo rotatorio (J) que roza contra un FLUIDO (D), por una BARRA de TORSIÓN p/ DESPLAZARLO $\theta(t)$ a velocidad $W(t)$

$T(t) \rightarrow$ TIS $\rightarrow w(t)$

ELEMENTOS
- J: MOMENTO DE INERCIA (almac. de E) [Kg m²]
- D: AMORTIG. (DISIP. de E.) [Nms/rad]
- K: RESORTE DE TORSIÓN (ALMAC. DE E. POT. ELÁSTICA) [Nm/rad]

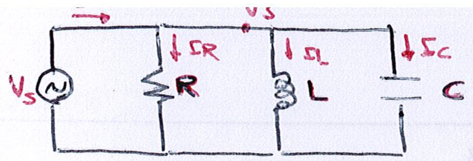
ECUACIÓN

$$T(t) = Jw'(t) + Dw(t) + K\int_{-\infty}^{t} w(\tau)\,d\tau$$

$$T(t) = J\theta''(t) + D\theta'(t) + K\theta(t)$$

ANALOGÍA CIRCUITAL
- $J = \dashv\vdash$
- $D = -\!\!\wedge\!\!\wedge\!\!-$
- $K = -\!\!\text{000}\!\!-$

MODELO ELÉCTRICO



$I_S(t) \longrightarrow \boxed{T[\,]} \longrightarrow V_S(t)$

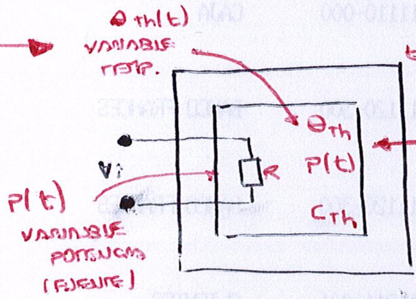
ELEMENTOS
- C : CAPACITOR (almac. de E. ELÉCTRICA) [F]
- R : RESISTENCIA (DISIP. de E.) [Ω]
- L : INDUCTANCIA (ALMAC. de E. MAGN.) [H]

ECUACIÓN

$$\left[I_S(t) = \underbrace{C V'_S}_{i_C(t)} + \underbrace{\frac{1}{R} V_S(t)}_{+\, i_R(t)} + \underbrace{\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)\,d\tau}_{+\, i_L(t)} \right]$$

POR KIRCHOFF

MODELO TÉRMICO



La R se calienta e inyecta un FLUJO DE CALOR por unidad de t [P(t)] a un CONTENEDOR (C(Th)) de modo de INCREMENTAR su TEMP. θ(t) parte del calor se transfiere al ambiente

$P(t) \longrightarrow \boxed{T[\,]} \longrightarrow \theta(t)$

ELEMENTOS
- Cth : CAPACIDAD TERMICA (ALMAC. de E. CALÓRICA) [Ws/°C]
- Rth : RESISTENCIA " (DISIP. de " ") [°C/W]
- θ_{AMB} : TEMP. AMBIENTE (REFERENCIA cte.)

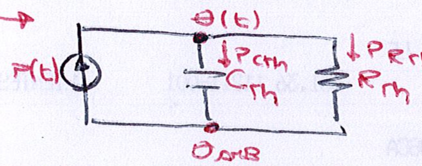
ECUACIÓN

$$\left[P(t) = \underbrace{C_{Th}\,\theta'(t)}_{P_{C\,Th}(t)} + \underbrace{\frac{\theta_{th}(t) - \theta_{AMB}}{R_{Th}}}_{+\, P_{RTh}(t)} \right]$$

SIENDO

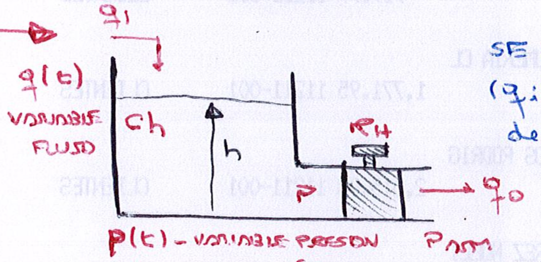
$$\left[\theta'(t) = \frac{d[\theta(t) - \theta_{AMB}]}{dt} \right]$$

ANALOGÍA CIRCUITAL
- las POTENCIAS se modelan como CORRIENTES
- las TEMPERATURAS se modelan como TENSIONES



PARTE de la POTENCIA se ALMACENA (P_{CTh})
PARTE " " " SE DISIPA (R_{Th})

MODELO HIDRÁULICO



p(t) - VARIABLE PRESION
h(t) - NIVEL LÍQUIDO
A - AREA DEL FONDO

SE INYECTA UN FLUIDO por unidad de t ($q_i(t)$) a un CONTENEDOR (Ch) de modo de INCREMENTAR su PRESIÓN INTERNA p(t)
PARTE del FLUIDO se transfiere al exterior [$q_0(t)$]

$q_i(t) \longrightarrow \boxed{T[\,]} \longrightarrow p(t)$

ELEMENTOS
- C_H : CAPACIDAD HIDRÁULICA (almac. de E. HIDRÁULICA) [m⁵/N]
- R_H : RESISTENCIA HIDRAULICA (DISIP. de E. ") [m⁵/N]
- P_{ATM} : PRESIÓN ATMOSF. (REFERENCIA cte.)

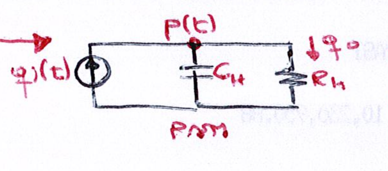
ECUACIÓN

$$\left[q_i(t) = \underbrace{C_H\, p'(t)}_{q_{cH}(t)} + \underbrace{\frac{p(t) - P_{ATM}}{R_H}}_{+\, q_{RH}(t)} \right]$$

SIENDO

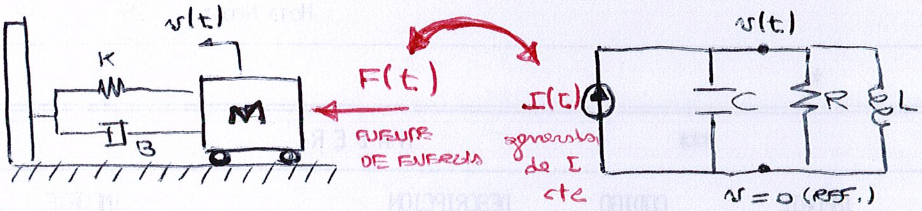
$$\left[p'(t) = \frac{d(p(t) - P_{ATM})}{dt} \right]$$

ANALOGÍA CIRCUITAL
- los FLUJOS se modelan como CORRIENTES
- las PRESIONES se modelan como TENSIONES



PARTE del FLUJO SE ALMACENA (q cth)
PARTE " " SE TRANSFIERE (q_0)
q_0 en R_H

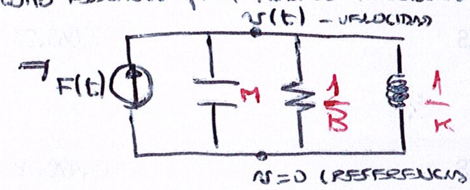
EQUIVALENCIA CIRCUITAL ENTRE MODELO TRASLACIONAL Y ELÉCTRICO



$$\left[F(t) = Mv'(t) + Bv(t) + K\int_{-\infty}^{t} v(\tau)\,d\tau\right] \Longleftrightarrow \left[I(t) = CV'(t) + \frac{1}{R}V(t) + \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} V(\tau)\,d\tau\right]$$

$$\left[M \equiv C \ ; \ B \equiv \frac{1}{R} \ ; \ K \equiv \frac{1}{L} \ ; \ F(t) \equiv I(t) \ ; \ v(t) \equiv V(t)\right]$$

CIRCUITO ELÉCTRICO p/ el MODELO TRASLACIONAL



⇒ por ANALOGÍA DE ESTOS SISTEMAS CON LOS SIST. ELÉCTRICOS, se puede describir su comportamiento a partir de un CIRCUITO

⇒ los ELEMENTOS del SISTEMA se representarán por
- RESISTENCIAS ≡ DISIPACIÓN
- CAPACIDADES ≡ ALMACENAMIENTO
- INDUCTORES ≡ "
- TRANSFORMADORES ≡ TRANSFORMACIÓN
- FUENTES ≡ FUENTE DE ENERGÍA

⇒ OBTENIDO el CIRCUITO, se aplicarán las LEYES DE KIRCHOFF p/ deducir las EC. DIF. que lo MODELAN

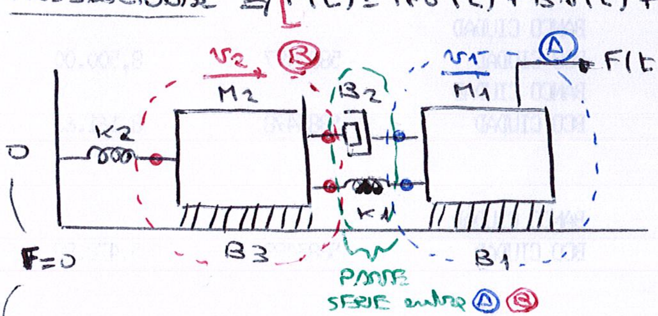
dolo pensar como se distribuye la ENERGÍA
- ¿CUÁL ES LA FUENTE?
- ¿PARA QUÉ LA USO?
- ¿EN DONDE SE VA LA ENERGÍA?
- NODO PRINCIPAL → VARIABLE
  → VARIABLE DE REF.

EJEMPLOS

SOLO CAMBIAN LA $\vec{v}$ el RESORTE y EL AMORTIGUADOR, LA MASA NO! ∴ ESAS 2 v ME DAN 2 ECUACIONES

TRASLACIONAL ⇒ $\left[F(t) = Mv'(t) + Bv(t) + K\int v(t)\,d\tau\right]$ en !!

(C, R, L)

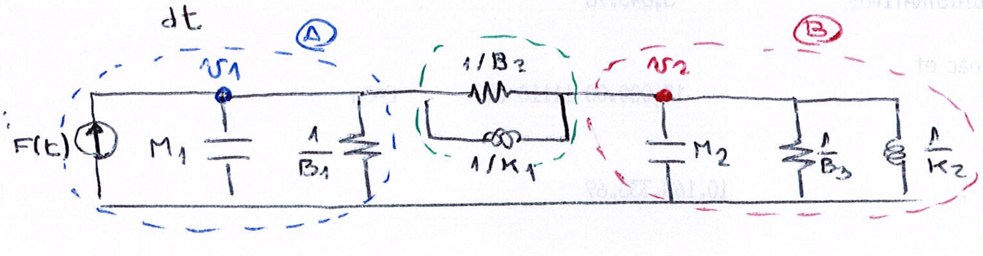


- coloco las VELOCIDADES v_1 y v_2
- como hay 2 masas, tengo 2 ECUACIONES (A) y (B)
- voy de DERECHA a IZQUIERDA y escribo la EC.
- armo el CIRCUITO viendo la ECUACIÓN

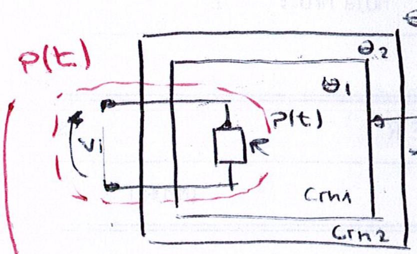
$$\text{(A)} \rightarrow \left[F(t) = M_1\frac{dv_1(t)}{dt} + B_1 v_1(t) + B_2(v_1(t) - v_2(t)) + K_1\int(v_1(t) - v_2(t))\,dt\right]$$

$$\text{(B)} \rightarrow \left[0 = M_2\frac{dv_2(t)}{dt} + B_3 v_2(t) + K_2\int(v_2(t) - 0)\,dt + B_2(v_2(t) - v_1(t)) + K_1\int(v_2(t) - v_1(t))\,dt\right]$$

⇒ CIRCUITO:



SIST. TÉRMICO



θ_A

$p(t)$ POT —▭— $\theta(t)$ FLUJO DE CALOR

θ – TENSIÓN

P – CORRIENTE

$$P(t) = \frac{\theta(t)}{R_{Th}}$$

C_{Th} siempre entre el θ que tenga y θ_{AMB}

VOY DE DENTRO A FUERA

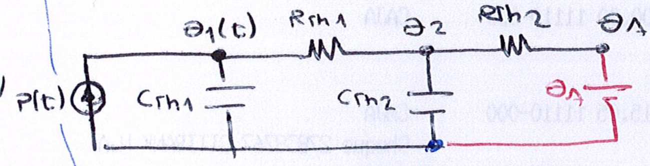
$$\left[P(t) = C_{Th1} \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} + \frac{\theta_1(t) - \theta_2(t)}{R_{Th1}}\right] \quad (1)$$

(LO QUE ESTÁ DENTRO)

$$\left[\frac{\theta_1 - \theta_2}{R_{Th1}} = C_{Th2}\frac{d(\theta_2 - \overbrace{\cancel{\theta_A}}^{=0 \text{ pues } \theta_A \text{ cte}})}{dt} + \frac{\theta_2 - \theta_A}{R_{Th2}}\right] \quad (2)$$

DE LA PRIMER PARED PARA AFUERA

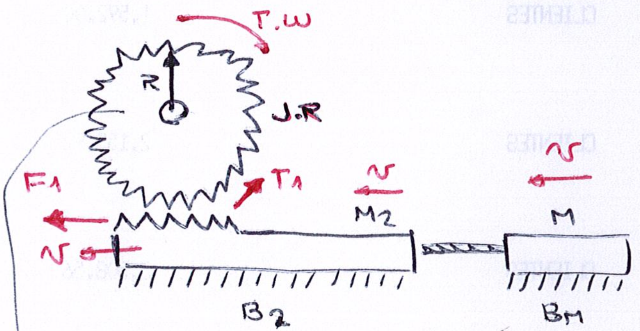
CIRCUITO ⇒



PONGO una FUENTE pues entre θ_A y 0 hay θ_A TENSIÓN

MECÁNICA TRASLACIONAL / ROTACIONAL ⇒ $\left[T(t) = J\,\underbrace{w'(t)}_{C} + B\,\underbrace{w(t)}_{R} + K\underbrace{\int w(t)\,dt}_{L}\right]$

• pongo velocidades (v), FUERZAS (F_1) y TORQUES (T_1) que FRENEN



BARRA FIJA ∴ TENGO = v

ECUACIÓN DE ROTACIÓN ⇒ $\left[T(t) - T_1 = J\,w'(t)\right]$ (1)

debo relacionar lo ROTACIONAL con lo TRASLACIONAL ⇒ $w(t) \cdot R = v(t) \Rightarrow \frac{w(t)}{v} = \frac{1}{R} = \eta$

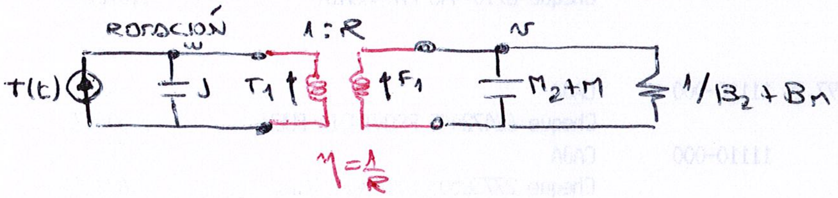
PASA de T_1 a F_1

ESTA RELACIÓN, que es una TRANSFORMACIÓN de ROTACIÓN a TRASL. en el circ. lo represento con un trafo $\eta = 1/R$ ⇒ $T = F_1 \cdot R \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{F_1}{T} \Rightarrow \left[\eta = \frac{w}{v} = \frac{1}{R} = \frac{F_1}{T}\right]$ (2)

~~con esas relaciones pongo ... LAS ECUACIONES DE TRASLACIÓN~~

$$F_1 = M_2 \cdot v'(t) + B_2 \cdot v(t) + M \cdot v'(t) + B_M \cdot v(t)$$

$$\left[F_1 = (M_2 + M)v' + (B_2 + B_M)v\right] \quad (3)$$



RESOLUCION DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

1º ORDEN: $\boxed{b\,y'(t) + a\,y(t) = x(t)}$

SALIDA — ENTRADA

• $y(t)$ es la solución general si verifica la EDO y posee ctes. arbitrarias cuyo NUMERO COINCIDE con el ORDEN DE LA ECUACION ∴ 1º ORDEN → 1 cte

• SI LA SOLUCIÓN POSEE una CONDICIÓN INICIAL (valor específico p/ $t=0$), entonces la cte. arbitraria ASUME UN VALOR

¿COMO OBTENGO LA SOLUCIÓN GENERAL?

se plantea una SOLUCIÓN GENERAL $\boxed{y(t) = \underbrace{y_h(t)}_{\text{SOL. HOMOGENEA}} + \underbrace{y_p(t)}_{\text{SOL. PARTICULAR}}}$

⇒ la SOLUCIÓN HOMOGENEA sale de igualar la ECUACIÓN ORIGINAL a 0 ⇒ $y_h'(t) + a\,y_h(t) = 0$ (I)

esta dará que ⇒ $y_h(t) = K.e^{\lambda t}$ (SI HAY ctes en la GENERAL, EN LA HOMOGENEA SE USAN)

⇒ reemplazando en (I) ⇒ $K\lambda e^{\lambda t} + Ka\,e^{\lambda t} = 0 \Rightarrow Ke^{\lambda t}(\lambda + a) = 0$

$\Rightarrow \lambda = -a$

$\Rightarrow \boxed{y_h(t) = K.e^{-at}}$

• PARA OBTENER y_h, hay que dejar SIN FACTORES a la DERIVADA de MAYOR ORDEN osea, que quede SOLITA

⇒ LA SOLUCIÓN PARTICULAR ⇒ $\boxed{y_p'(t) + a\,y_p(t) = x(t)}$; se propone según el FORMATO de la entrada $x(t)$:

$x(t)$:
- $A = cte \Rightarrow y_p(t) = C = cte$
- $Ae^{\beta t} \Rightarrow y_p(t) = C.e^{\beta t}$
- $A.t^n \ (n=1,2,3,\dots) \Rightarrow y_p(t) = C_0 + C_1 t + \dots + C_n t^n$ — ej: $x(t) = 6t \Rightarrow y_p(t) = C.t + B$
- $A\cos(\beta t) \Rightarrow y_p(t) = C.\cos(\beta t) + D\,\text{sen}(\beta t)$

FINALMENTE ⇒ $\boxed{y(t) = K.e^{-at} + y_p(t)}$ (II)

K se halla reemplazando $y(t)$ y t según la CONDICION INICIAL $y(t=0) = y_0$

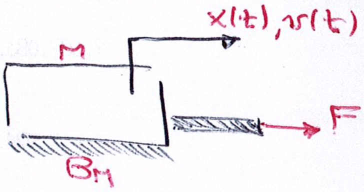
∴ una vez hallado K se reemplaza en (II) y se OBTIENE $y(t)$

PARA ENTRADAS que VARIAN en el t, se descompone en tramos según los tiempos en que cambia la ENTRADA → luego p/ cada tramo, se obtiene una solución, teniendo en cuenta que CAMBIA $x(t)$ y LA CONDICIÓN INICIAL ∴ K luego con cada ECUACIÓN OBTENIDA, se aclara en que t sucede (ej: $0 < t < 1$) y se puede graficar la salida

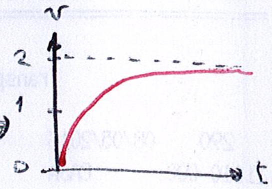
¿QUE CONSTITUYE LA CTE. DE TIEMPO DE UN SISTEMA?

- Al usar una entrada TIPO ESCALÓN en la ENTRADA, se puede conocer el COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA

- en el ejemplo, se coloca un "ESCALÓN DE F" en la entrada y en la salida se observó:



$$\Rightarrow \left[F(t) = u(t) \Rightarrow v(t) = 2(1-e^{-5t}) \right] \Rightarrow$$



donde, si $t \to \infty \Rightarrow$ LA SALIDA ALCANZA SU VALOR FINAL (2 m/s) $\therefore v(t\to\infty) = 2\ \frac{m}{s}$

- la velocidad $v(t)$ se puede expresar como: $\left[v(t) = 2(1-e^{-t/\tau}) \text{ con } \tau = \frac{1}{5} \right]$

o TIEMPO DE RESPUESTA

siendo τ la CONSTANTE DE tiempo del sistema $\Rightarrow$ DETERMINA LA RAPIDEZ

CON QUE EL SISTEMA ENTRA EN UN ESTADO ESTACIONARIO — significa que la salida se comporta como la entrada, con un error del 2% al 5% de su valor final en $t\to\infty$

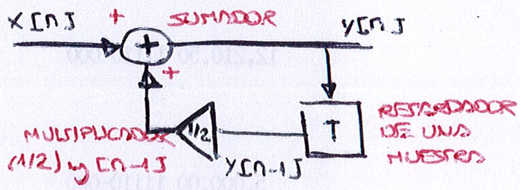
el τ SE VE en la exp pues es lo que tiene e^{-t}

ej: $v(t) = 2(1-e^{-t/\tau}) \Rightarrow \begin{cases} v(\tau) = 2(1-e^{-1}) = 1{,}2642 \ (63{,}2\% \text{ de } 2) \\ v(5\tau) = 2(1-e^{-5}) = 1{,}9865 \ (99{,}3\% \text{ de } 2) \end{cases}$ VALOR FINAL en $t\to\infty$

$\Rightarrow$ EN SISTEMAS DE 1º ORDEN (TODOS en DERIV. 1ras), pasados 5τ, se considera que el mismo entró en ESTADO ESTACIONARIO

MODELOS DISCRETOS

→ CONSTRUIDOS POR SUMADORES, RETARDADORES TEMPORALES Y MULTIPLICADORES



→ representados por ECUACIONES EN DIFERENCIAS (recurrencias), que se comportan como EC. DIF. en el t DISCRETO

→ se las obtiene analizando lo que se obtiene a la salida del sumador,

→ $\left[y[n] = x[n] + \frac{1}{2} y[n-1] \right] \rightarrow \left[y[n] - \frac{1}{2} y[n-1] = x[n] \right]$

DISCRETIZAR SIST. CONTINUO → una EDO que caracteriza a un SIST. LTI se puede DISCRETIZAR (lleva a usar una resolución NUMÉRICA)

$y'(t) + by(t) = x(t) \rightarrow y'(t) = x(t) - by(t)$ (DESPEJAMOS $y'(t)$) SI TIENE FACTORES LOS DEJAMOS

→ DISCRETIZAMOS la DERIVADA con el MÉTODO EULER (y hacemos $t = nT_s$) → $\frac{y[(n+1)T_s] - y[nT_s]}{T_s} = x[nT_s] - by[nT_s]$

→ DESPEJAMOS → $y[(n+1)T_s] = y[nT_s] + T_s[x[nT_s] - by[nT_s]]$

$\Rightarrow \left[y[(n+1)T_s] = y[nT_s](1-bT_s) + T_s x[nT_s] \right]$

→

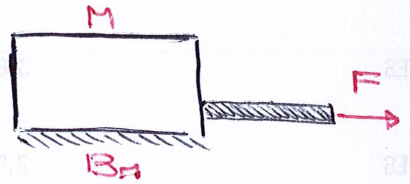
hacemos $[a = (1-bT_s)]$ p/ obtener la versión discretizada de la EDO (Ec. en recurrencias) → $\left[y'(t) + by(t) = x(t) \rightarrow y[(n+1)T_s] - a\,y[nT_s] = T_s\,x[nT_s]\right]$

normalizamos el eje temporal $(T_s = 1)$ → $\left[y'(t) + by(t) = x(t) \rightarrow y[n+1] - a\,y[n] = T_s\,x[n]\right]$

se puede reemplazar $[k = n+1]$ p/ generar una ecuación en diferencias hacia atrás → $\left[y'(t) + by(t) = x(t) \rightarrow y[k] - a\,y[k-1] = T_s\,x[k-1]\right]$

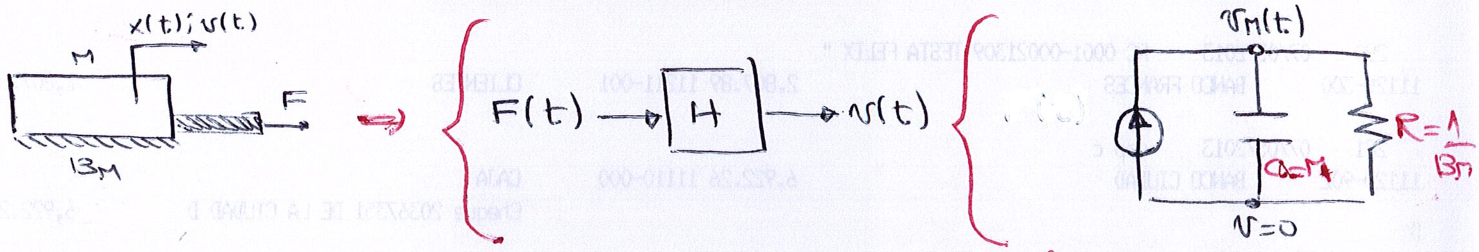
Y ASÍ SE OBTIENE UN "MODELO DISCRETO NORMALIZADO" DEL SISTEMA CONTINUO

ejemplo: obtener un modelo discreto del siguiente sistema físico, al que se le aplica una fuerza $F(t)$. Graficar su diagrama en bloques y obtener 3 valores de la salida para $T_s = 0{,}1\ s$ ¿Qué error se comete en c/valor?



$$M = 0{,}1\ kg \ ; \ B_M = 0{,}5\ \frac{kg.s}{m} \ ; \ F(t) = u(t)$$

① OBTENEMOS LAS EC. DE MOVIMIENTO (MODELO):



$$\Longrightarrow 10F(t) = v'_M(t) + 5v_M(t) \Rightarrow F(t) = u(t) \Rightarrow \left[v_M(t) = 2(1-e^{-5t})\,u(t)\right]$$

ver resolución en PPT

② DISCRETIZAMOS POR EULER

$$\Longrightarrow v_M'(t) + 5v_M(t) = 10F(t) \rightarrow v_M[k] - \overbrace{a}^{=(1-bT_s)=(1-5\cdot 0{,}1)}\,v_M[k-1] = \underbrace{T_s\cdot 10}_{0{,}1\cdot 10=1}\cdot F(t)[k-1]$$

$$\Rightarrow v_M[k] - (1-5\cdot 0{,}1)\,v_M[k-1] = 0{,}1\cdot 10\cdot F(t)[k-1]$$

$$\Rightarrow \left[v_M[k] = F[k-1] + \overset{\text{sumador}}{0{,}5\,v_M[k-1]}\right]$$

③ CÁLCULO DE LOS VALORES CORRESPONDIENTES

n	nT_s	$v_M(t)$ (continua)	$F[n-1]$	$v_M[n-1]$	$v_M[n]$	Error
0	0	0	0	0	0	0
1	0,1	0,787	1	0	1	0,213
2	0,2	1,264	1	1	1,5	0,236
3	0,3	1,554	1	1,5	1,75	0,196
4	0,4	1,729	1	1,75	1,875	0,146