# CORRELACIÓN

CORRELACIÓN → a partir de ello podemos saber si las señales se relacionan ENTRE ELLAS

- ¿RELACIONADAS por un FENÓMENO?
- ¿UNA DE LAS SEÑALES es una VERSIÓN MODIF. de la otra?
- ¿se puede predecir una a partir de otra?

→ CORREL. entre 2 VARIABLES → p/ determinar CUANTITATIVAMENTE SI EXISTE RELAC. entre ellas

- SI AMBAS DEPENDEN de un FENOM. COMÚN
- SI SON INDEP. entre sí

→ grafic. una contra otra se OBTIENEN CORRELOGRAMA

- SI TIENDE A FORMAR UNA LINEA RECTA → las variables están DIRECTAMENTE CORRELACIONADAS A PARTIR DE UNA PROPORCIONALIDAD SIMPLE $y[m] \sim x[m]$
- SI LOS PUNTOS SE SITÚAN EN UNA FIGURA PSEUDOELÍPTICA → hay PRESENCIA DE UN DESPLAZAMIENTO TEMPORAL
- LA RELACIÓN entre VARIABLES PUEDE ESTAR DEFINIDA A PARTIR de FUNCIONES NO LINEALES

→ SE DEFINE EN TÉRMINOS DE LINEALIDAD

→ se cuantifica con un COEFICIENTE DE CORRELACIÓN, que mide el grado en que 2 VARIABLES tienden a cambiar al mismo t tanto en F como DIRECCIÓN

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{x}_i)(y_i - \bar{y}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{x}_i)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{m}(y_i - \bar{y}_i)^2}} = \frac{\mathrm{cov}\, xy}{\sigma_x \sigma_y}$$

VARIABLES — MEDIAS DE LAS VARIABLES

COVARIANZA INDICA el GRADO DE VARIACIÓN CONJUNTA DE LAS VARIABLES respecto a sus MEDIAS

- $r > 0$ → CORRELACIÓN POSITIVA → implica una TENDENCIA DE LAS 2 VARIABLES A MOVERSE EN LA MISMA DIRECCIÓN AL MISMO TIEMPO
- $r < 0$ → CORRELACIÓN NEGATIVA → las DIRECCIONES son OPUESTAS, cuando una aumenta, la otra DISMINUYE
- $r = 0$ → CORRELACIÓN NULA → las VARIABLES son INDEPENDIENTES

→ EN TÉRMINOS MATEMÁTICOS ES UNA MEDIDA DE SIMILARIDAD

# FUNCIÓN DE CORRELACIÓN: CORRELACIÓN CRUZADA (FCC)

- FCC, entre 2 señales temporales x e y → determina el grado de CORRELACIÓN EXISTENTE entre ellas en RELACIÓN A UN DESPLAZAMIENTO "k o τ" → $R_{xy}[k]$ o $R_{xy}(\tau)$

DISCRETAS

~~ESPERADO~~ ESPERANZA

$$R_{xy}[k] = E[x[m]\,y[m+k]] = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x[m]\,y[m+k]$$

CONTINUAS

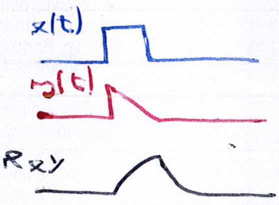
$$R_{xy}(\tau) = E[x(t)\,y(t+\tau)] = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{t=-T}^{T} x(t)\,y(t+\tau)\,dt$$

} ALEATORIAS PARA (ESTOCÁSTICOS)

- Si el producto de las señales periódicas es PERIÓDICO en T, SOLO SE CONSIDERA UN PERIODO

$$R_{xy}[k] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x[m]\,y[m+k] \qquad R_{xy}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{t=-T}^{T} x(t)\,y(t+\tau)\,dt$$

PERIÓDICAS




EL MAX. de la FCC DETERMINA el VALOR de K (o τ) donde las SEÑALES RESULTAN MAS CORRELACIONADAS ENTRE SI

→ SI LAS SEÑALES SON DE ENERGÍA

$$R_{xy}[k] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]\,y[m+k] \qquad R_{xy}(\tau) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t)\,y(t+\tau)\,dt$$

APERIÓDICAS

- NOTAR que estas últimas expresiones son SIMILARES a la CONVOLUCIÓN pero SIN REFLEJAR

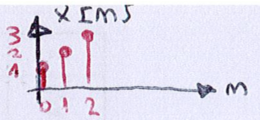
$$\therefore \; R_{xy}(\tau) = x(-\tau) * y(\tau)$$
$$R_{xx}(\tau) = x(\tau) * y(-\tau)$$

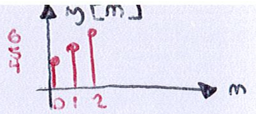
$$R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau)$$

p/ SEÑALES DE POTENCIA DONDE EL PRODUCTO SEA PERIÓDICO en T → CONVOLUCIÓN PERIÓDICA → $R_{xy}(\tau) = \frac{x(-\tau) * y(\tau)}{T}$

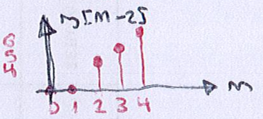
ej:

$x[n] = \{1, 2, 3\}$ $\quad y[n] = \{4, 5, 6\}$





$$R_{xy}[k] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\, y[n+k]$$



se ve que el PROD. $x[n]\,y[n+k]$ SOLO es $\neq 0$ p $-2 \le k \le 2$

$$\Rightarrow R_{xy}[-2] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\, y[n-2]$$

$$R_{xy}[-1] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\, y[n-1]$$

$$R_{xy}[0] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\, y[n]$$

⋮

$\Rightarrow$

| k | $R_{xy}[k]$ |
|---|---|
| $<-2$ | $= 0.0 = 0$ |
| $-2$ | $= 3.4 = 12$ |
| $-1$ | $= 2.4 + 3.5 = 23$ |
| $0$ | $= 1.4 + 2.5 + 3.6 = 32$ |
| $1$ | $= 1.5 + 2.6 = 17$ |
| $2$ | $= 1.6 = 6$ |
| $>2$ | $= 0.0 = 0$ |

$\therefore \boxed{R_{xy}[k] = \{12, 23, 32, 17, 6\}}$

x/y se relacionan mejor en $k=0$

en MATLAB

INTERV. temp

```
dt = 0.01;
t = -10: dt 10;
```

delay entre señales

```
T=2;
```

SEÑALES DEFASADAS

```
x=exp(-2*t).*(t>0);
y=exp(-2*(t-T)).*(t>T)
```

CORREL. CRUZADA

```
[Rxy, tau] = xcorr (x,y);
```

Visualización

```
figure;
subplot(211); plot(t,x,t,y)
xlim ([-5 5]);
subplot (212), plot (tau*dt, Rxy*dt),
xlim ([-5 5]);
```

NO OLVIDAR EN COLUMNAS

---

AUTOCORRELACIÓN (FAC) $\longrightarrow$ se efectúa la CORRELACIÓN de la señal CON UNA VERSIÓN DESPLAZADA DE SI MISMA (compara con FUTURO o PASADO)

SEÑALES DE POTENCIA

$$\left[ R_{xx}[k] = \langle x[n]\, x[n+k] \rangle = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{0}^{N-1} x[n]\, x[n+k] \right]$$

$$\left[ R_{xx}(\tau) = \langle x(\tau)\, x(t+\tau) \rangle = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{t=-T}^{T} x(t)\, x(t+\tau)\, dt \right]$$

CONSTITUYE UNA MEDIDA DE SIMILARIDAD DE LA SEÑAL CONSIGO MISMA, en relación al DESPL. temp. ($\tau$ o $k$)

p/ SEÑALES DE ENERGÍA

$$\left[ R_{xx}[k] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\, x[n+k] \right] \left[ R_{xx}(\tau) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t)\, x(t+\tau)\, dt \right]$$

si el DESPLAZAMIENTO $\tau$ o $k$ es NULO, la FAC resulta en su VALOR MÁXIMO

$$\left[ R_{xx}(0) = \frac{1}{2T} \int_{t=-T}^{T} x^2(t)\, dt \right] \left[ R_{xx}(0) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x^2(t)\, dt \right]$$

LA AUTOCORRELACIÓN MAS ELEVADA ES AQUELLA QUE SE LOGRA CON DESPL. NULO (POT. o E TOTAL)

p/ SEÑALES DE POTENCIA, en 0 da la POTENCIA TOTAL

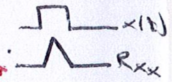
p/ SEÑALES DE ENERGÍA, en 0 da la ENERGÍA TOTAL

se demuestra que para DISTINTOS $\tau$ $\longrightarrow$

$$\left[ \begin{array}{l} R_{xx}(0) \geq |R_{xx}(\tau)| \\ R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau) \end{array} \right]$$

$\rightarrow$ MÁXIMA EN EL ORIGEN

$\rightarrow$ ES PAR





y si lo comparamos con la AUTOCONVOLUCIÓN $\rightarrow x(t) * x(t)$, la FAC implica UNA CONVOLUCIÓN SIN REFLEJAR UNA DE LAS DOS SEÑALES $\rightarrow$

$$\left[ \begin{array}{l} R_{xx}(\tau) = x(\tau) * x(-\tau) \\ \quad = x(-\tau) * x(\tau) \end{array} \right]$$

PARA SEÑALES DE POTENCIA, donde el PRODUCTO SEA PERIÓDICO en T, se obtiene una CONVOLUCIÓN PERIÓDICA

$$\boxed{R_{xx}(\tau) = \frac{x(-\tau) * x(\tau)}{T}}$$

ej: $x[m] = \{\underline{1};2;3\}$

$$\Rightarrow R_{xx}[K] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m]\,x[m+K]$$

donde el PRODUCTO es NULO si ~~[illegible]~~ $K < -2$ o $K > 2$

$$R_{xx}[-2] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[m]\,x[m-2]$$

$$R_{xx}[-1] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[m]\,x[m-1]$$

$$R_{xx}[0] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[m]\,x[m] \text{ (ENERGÍA)}$$

$\Rightarrow$

| $K$ | $R_{xx}[K]$ |
|---|---|
| $<-2$ | $0.0=0$ |
| $-2$ | $3.1=3$ |
| $-1$ | $1.2+3.2=8$ |
| $0$ | $1.1+2.2+3.3=14$ |
| $1$ | $3.2+1.2=8$ |
| $2$ | $1.3=3$ |
| $>2$ | $0.0=0$ |

$$\Rightarrow R_{xx}[K] = \{3,8,14,8,3\}$$

x se PARECE MAS A SI MISMA en $K=0$

ej: Calcular la FAC $R_{xx}(\tau)$ de $x(t) = A\cos(w_0 t)$ PERIÓDICA

$$\Rightarrow R_{xx}(\tau) = E(x(t)\,x(t+\tau)) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{t=-T}^{T} x(t)\,x(t+\tau)\,dt$$

como es PERIÓDICA

$$\Rightarrow R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2T}\int_{t=-T}^{T} x(t)\,x(t+\tau)\,dt = \frac{A^2}{2T}\int_{t=-T}^{T} \cos(w_0 t)\cos(w_0(t+\tau))\,dt$$

APLICO IDENTIDAD TRIGONOM. DE PRODUCTO DE COSENOS $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}$

$$R_{xx}(\tau) = \frac{A^2}{2T}\int_{t=-T}^{T} \frac{1}{2}\left[\cos(2w_0 t+\tau) + \cos(-w_0\tau)\right]dt = \frac{A^2}{4T}\left[\int_{t=-T}^{T}\cos(2w_0 t+\tau)\,dt + \int_{t=-T}^{T}\cos(-w_0\tau)\,dt\right]$$

la 1° INTEGRAL va de $-T$ a $T$ y por ser cos, se ANULA, y de la 2°, NO DEPENDE el $\cos(w_0\tau)$ de $dt$ ∴ SALE

$$R_{xx}(\tau) = \frac{A^2}{4T}\left[0 + \cos(-w_0\tau)\int_{t=-T}^{T} dt\right] \Rightarrow \boxed{R_{xx}(\tau) = \frac{A^2}{2}\cos(-w_0\tau) = \frac{A^2}{2}\cos(w_0\tau)}$$

la FAC RESULTA MÁX en el ORIGEN y PERIÓDICA ∴ las señales son EXACTAMENTE iguales en $\tau=0$, $\tau=kT_0$