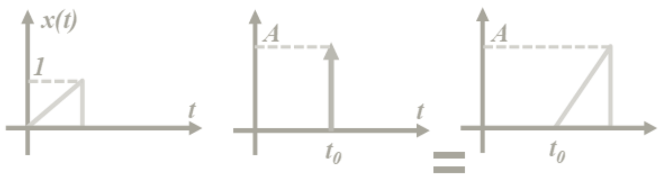
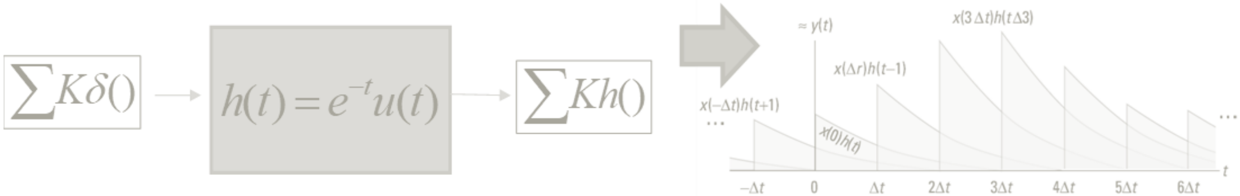
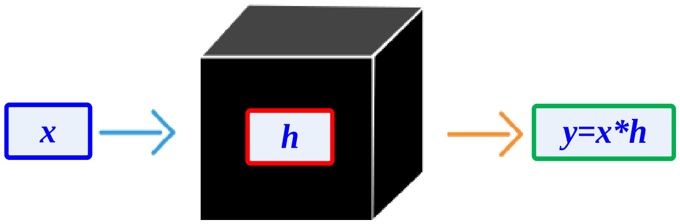


Unidad 3: Convolución y Correlación

●Convolución y Sistemas LIT●



La implementación de la ***sumatoria e integral de convolución***, en términos de los ***sistemas LIT y su respuesta impulsional***, posibilita la determinación de la ***respuesta*** de un sistema ***ante cualquier excitación***, de manera sistematizada. No obstante, el ***análisis de la relación excitación vs respuesta***, evidenciado a través de la propia expresión matemática de la convolución, reviste ***un enorme peso conceptual***, dando lugar al establecimiento de condiciones específicas ligadas a la ***causalidad***, ***estabilidad***, ***presencia de memoria*** e ***invertibilidad*** de los sistemas bajo estudio…



$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Integral de Convolución

Integral de Convolución y Sistemas Continuos

Conforme se ha expresado anteriormente, la ***respuesta*** ***y(t)*** de un sistema ***LIT*** puede ser obtenida partir de su ***respuesta impulsional*** ***h(t)***, implementando la ***integral de convolución***:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

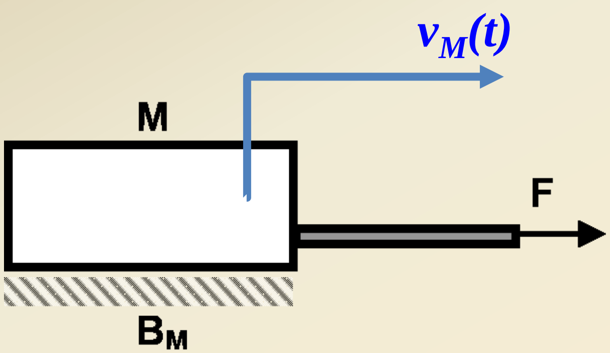
Se observa que "τ" constituye la VARIABLE DE INTEGRACIÓN, mientras que el tiempo "t" ES CONSTANTE (parámetro). Debe efectuarse UNA INTEGRAL para instante t_0…

De manera ***similar a la convolución discreta***, se debe llevar a cabo ***una integral*** del producto ***x(τ)h(t-τ)***, ***<u>para cada valor de t</u>*** (*parámetro constante*) ***con τ*** (*variable de integración*) ***en el rango*** -∞ a +∞

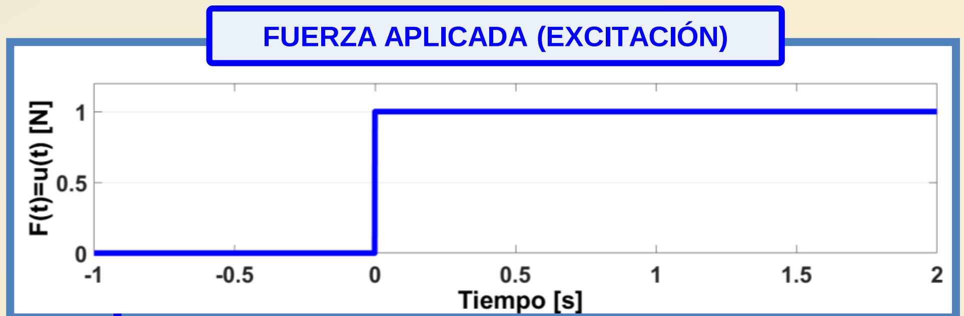
A diferencia del tiempo discreto "n", donde se obtiene un resultado para cada valor de y[n], el tiempo "t" resulta CONTINUO, por lo cual SE CONSIDERARÁN <u>INTERVALOS DE INTEGRACIÓN</u>

Ejemplo Práctico

Ejemplo: El sistema traslacional de la figura presenta una ***respuesta impulsional*** $h(t)=10e^{-5t}u(t)$, donde la fuerza $F(t)$ corresponde a la excitación y la velocidad $v_M(t)$ a su respuesta. Determinar la ***respuesta indicial*** $g(t)$ ***utilizando convolución*** y luego ***verificar el resultado*** obtenido a partir de la ***resolución de la EDO*** del sistema.



$$M = 0{,}1\ Kg$$
$$B_M = 0{,}5\ Kg.s/m$$



$$h(t) = 10e^{-5t}u(t) \longrightarrow$$

VELOCIDAD DE LA MASA M (RESPUESTA)

?

Ejemplo Práctico

Considerando ***la definición*** de ***Respuesta Indicial g(t)***:

$$\boxed{g(t) = v_M(t)\Big|_{F(t)=u(t)} = h(t)*u(t) = u(t)*h(t)}$$

de modo que ***integral de convolución*** queda expresada como:

$$g(t) = h(t)*u(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau \Rightarrow g(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} 10e^{-5\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau$$

Se observa entonces que:

$$u(t-\tau) \text{ es distinto a cero si } t > \tau$$

$$h(\tau) \text{ es distinto a cero si } \tau > 0$$

por lo que ***el producto entre h y u será distinto de cero*** sólo si $\tau>0$ y $t>\tau$, es decir si ***τ varía entre 0 y t, con t>0***:

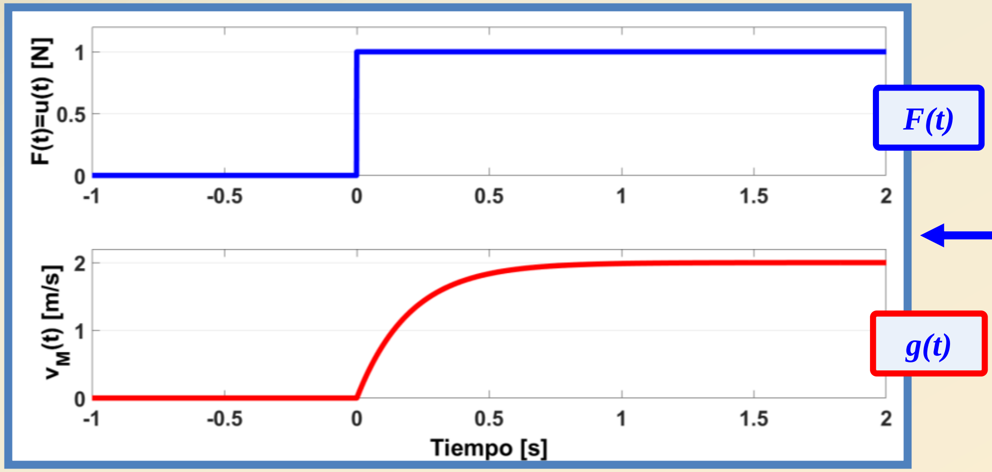
$$g(t) = h(t)*u(t) = \int_{\tau=0}^{t} 10e^{-5\tau}d\tau, \; si \; t>0$$

Ejemplo Práctico

Resolviendo finalmente la integral que define ***g(t)***:

$$g(t)=h(t)*u(t)=\left.\frac{10e^{-5\tau}}{-5}\right|_0^t=-2e^{-5t}+2=2(1-e^{-5t}),\ t>0$$

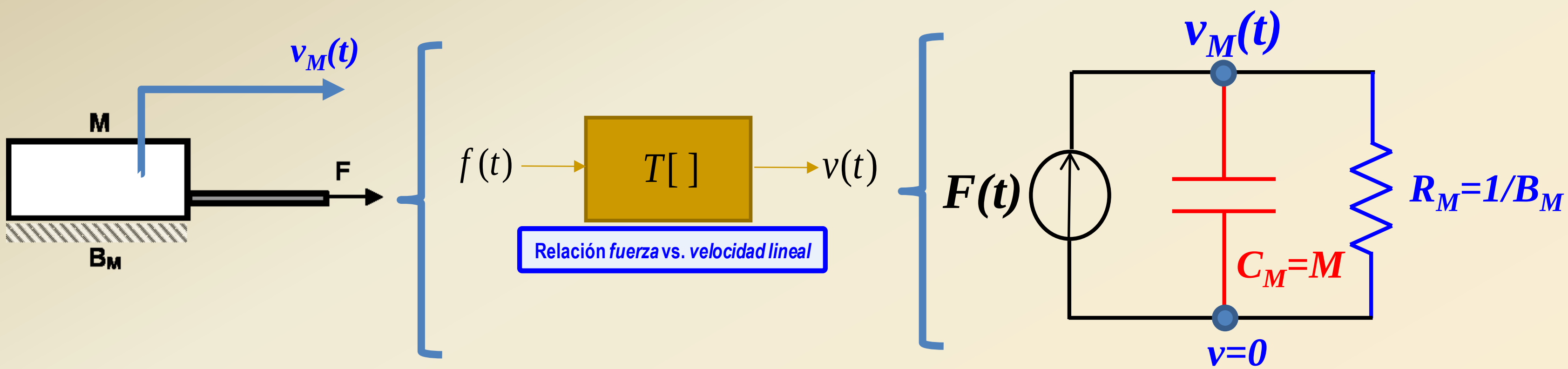
$$\boxed{g(t)=v(t)\big|_{F(t)=u(t)}=2(1-e^{-5t})u(t)}$$



Nótese que resolución de la integral de CONVOLUCIÓN en términos de una EXCITACIÓN de tipo escalón (respuesta INDICIAL), genera como resultado UNA RESPUESTA CONSISTENTE (evolución exponencial y establecimiento) PARA EL TIPO DE SISTEMA BAJO ESTUDIO

Ejemplo Práctico

Lo anterior ***se verifica*** a partir de la aplicación de la ***analogía circuital***, ***de manera de obtener la EDO de primer orden*** que ***modela el sistema físico***:



$$\frac{F(t)}{M} = v_M{}'(t) + \frac{B_M}{M} v_M(t)$$

$$10F(t) = v_M{}'(t) + 5v_M(t)$$

$$F(t) = u(t)$$

$$v_M(t) = 2\left(1 - e^{-5t}\right)u(t)$$

Ecuación diferencial del sistema (EDO)

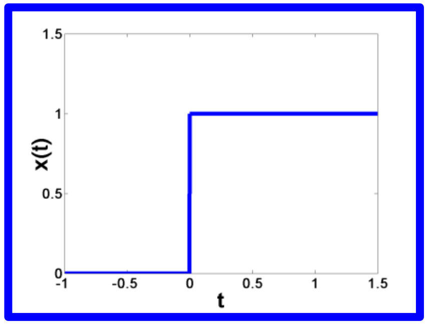
Excitación (respuesta indicial $g(t)$)

Resolución de la EDO (obtenida en apartados anteriores)

Integral de Convolución: Método Gráfico

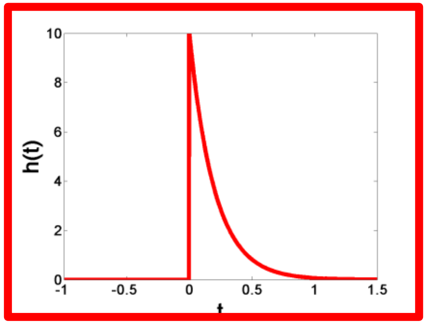
De manera ***más específica***, y debido a que en determinadas circunstancias el cálculo analítico de la ***Integral del Convolución*** puede resultar complejo, es factible llevar a cabo un método de carácter ***analítico-gráfico***. Sea entonces, el ***siguiente ejemplo***:

Hallar la respuesta ***y(t)*** de un sistema continuo ***LTI*** cuya ***excitación x(t)*** y su ***respuesta impulsional h(t)*** se detallan a continuación:



$$\boxed{x(t) = u(t)} * \boxed{h(t) = 10e^{-5t}u(t)}$$

$$\boxed{y(t) = x(t) * h(t)}$$



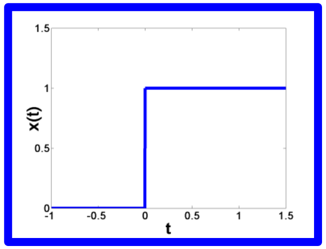
Debido a que el DOMINIO TEMPORAL "t" resulta CONTINUO, deberán establecerse INTERVALOS DE ANÁLISIS, de modo de obtener una respuesta y(t) continua. No obstante, PODRÍAN DEFINIRSE INSTANTES ESPECÍFICOS t_0 (a modo discreto), generando en consecuencia una respuesta aproximada…

Unidad 3: Convolución y Correlación

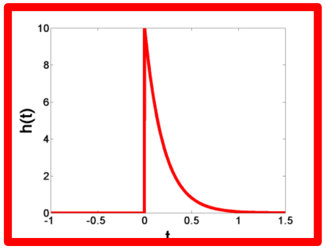
Integral de Convolución: Método Gráfico

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

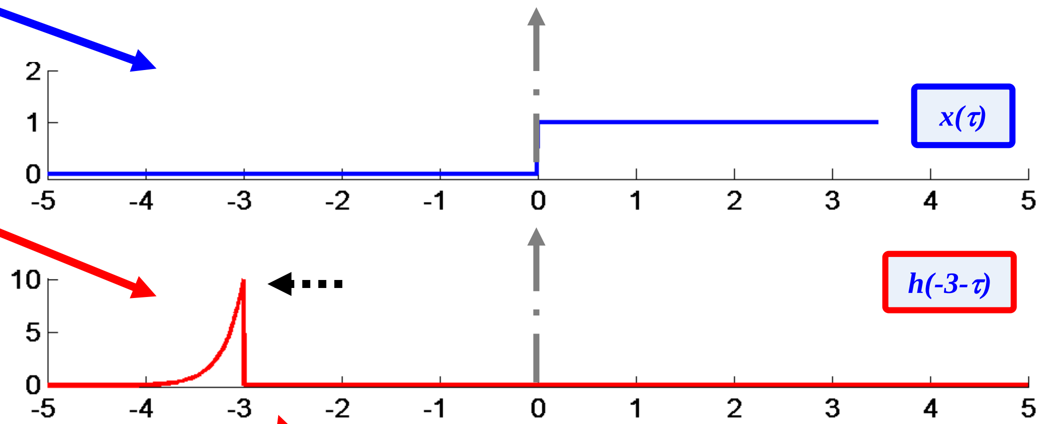
***PASO 1**: La implementación de la INTEGRAL DE CONVOLUCIÓN requiere la utilización de la variable continua τ. Conforme puede advertirse, $x(\tau)$ MANTIENE LA MORFOLOGÍA de $x(t)$ (sólo se efectúa un cambio de variables), ocurriendo lo mismo en relación a $h(\tau)$*



*



***PASO 2**: Para cada valor de "t" que se desee determinar, se deberá resolver la integral del producto entre $x(\tau)$ y $h(t-\tau)$, donde τ varía en el rango $-\infty$ a $+\infty$. La señal $h(\tau)$ se ve REFLEJADA respecto a su eje de ordenadas ($h(-\tau)$) y DESPLAZADA en "t" ($h(t-\tau)$) en cada operación*



***PASO 3**: Debido a que "t" es una variable continua (a diferencia del tiempo discreto "n"), DEBERÁN DEFINIRSE "INTERVALOS DE INTEGRACIÓN". Usualmente se comienza con valores negativos de "t" (la señal $h(t-\tau)$ se ubica a izquierda del eje de ordenadas), para luego ir incrementando dicho parámetro de modo de cubrir, por tramos, todo el rango temporal (la señal $h(t-\tau)$ se va desplazando DE IZQUIERDA A DERECHA)*

Tomando como ejemplo el caso $t=-3s$ (determinación de $y(-3)$), la señal resultante $h(-3-\tau)$ constituye la REFLEXIÓN de $h(\tau)$ respecto del eje de ordenadas, DESPLAZADA en $3s$ A LA IZQUIERDA

Integral de Convolución: Método Gráfico

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

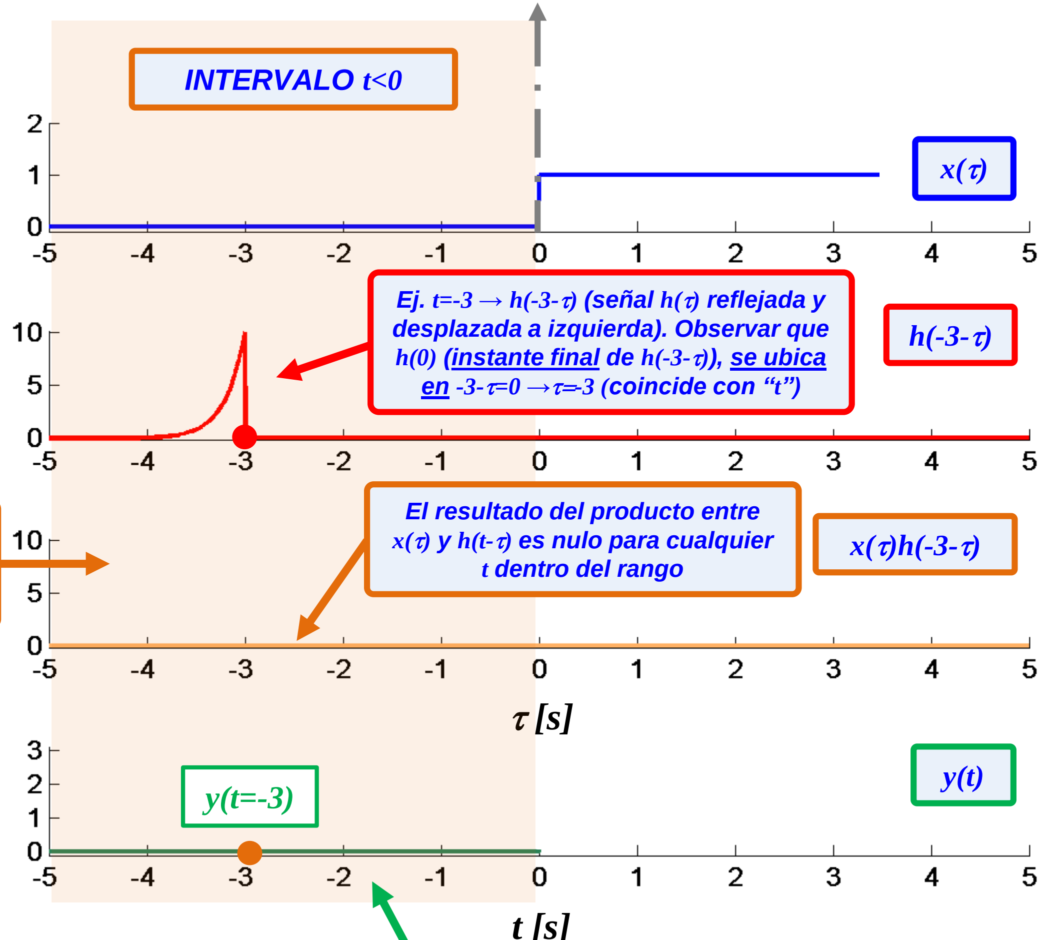
LOS INTERVALOS DE EVALUACIÓN son definidos en virtud de la determinación de los límites de integración en "τ", conforme el resultado del producto entre $x(\tau)$ y $h(t-\tau)$. Debe tenerse en consideración que la respuesta $y(t)$ RESULTARÁ CONTINUA (es el resultado de una integral) por lo cual el valor de $y(t)$ al FINAL de un tramo DEBERÁ COINCIDIR con el valor de $y(t)$ al INICIO del tramo siguiente.

<u>PASO 4</u>: Se observa que para el <u>RANGO TEMPORAL</u> <u>t<0</u>, el producto resultante $x(\tau)h(t-\tau)$ resulta NULO para cualquier valor de "t" <u>dentro de dicho intervalo</u>

Intervalo t<0

$$y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \int_{\tau=-\infty}^{\infty} 0.10e^{-(t-\tau)}d\tau = 0$$

$$y(t) = 0, \quad t < 0$$



y(t)=0 si t<0
y(0)=0 (inicio próximo intervalo)

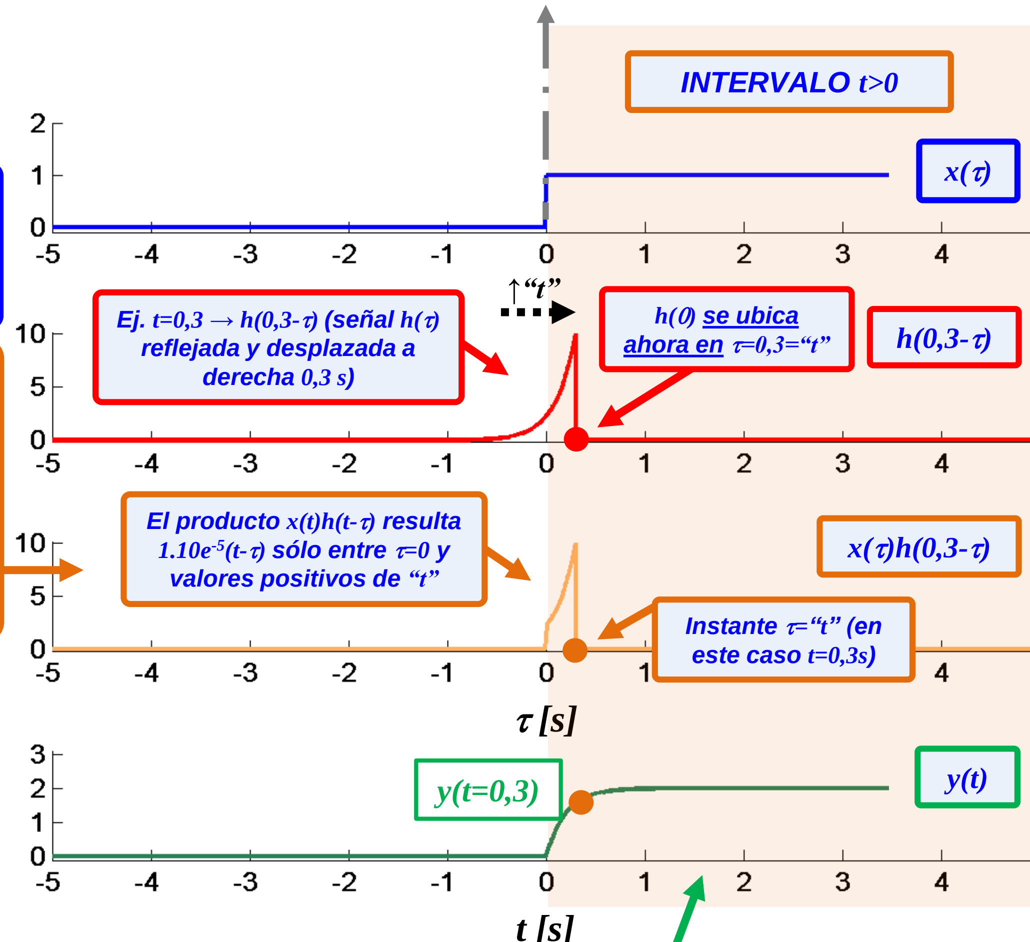
UTN.BA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Unidad 3: Convolución y Correlación
Integral de Convolución: Método Gráfico

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Cada nuevo INTERVALO de evaluación se encuentra definido POR UN CAMBIO en el producto entre $x(\tau)$ y $h(t-\tau)$, de modo dar lugar un NUEVO RANGO DE INTEGRACIÓN respeto del intervalo anterior

***PASO 5**: Se observa que para el **RANGO TEMPORAL $t>0$**, el producto resultante $x(\tau)h(t-\tau)$ resulta distinto de cero entre $\tau=0$ (para valores menores a cero $x(\tau)$ es nula) y τ="t". **Observar que el instante final** de la señal $h(t-\tau)$ (el valor correspondiente a $h(t=0)$) "APUNTA" al instante "t" elegido para efectuar el cálculo (en el ejemplo $t=0,3$). **ES POR ELLO QUE SE INTEGRA EN EL RANGO** $[0;t)$*



Intervalo t>0

$$y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \int_{\tau=0}^{t} 1.10e^{-5(t-\tau)}d\tau$$

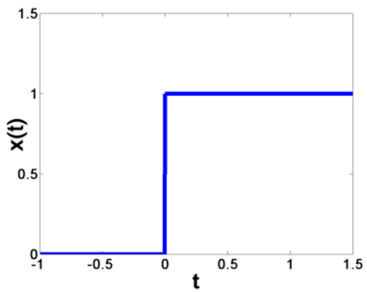
$$y(t) = e^{-5t}\int_{\tau=0}^{t} 1.10e^{5\tau}d\tau = 2e^{5\tau}\Big|_{0}^{t} = 2(1-e^{-5t})$$

$$y(t) = 2(1-e^{-5t}); \quad t>0$$

$y(t)=2(1-e^{-5t})$, $t>0$
$y(0)=0$ (coincide con el fin del tramo anterior)
$y(\infty)=2$

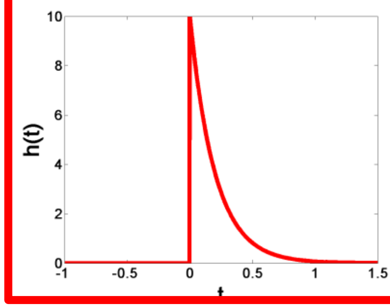
Integral de Convolución: Método Gráfico

Finalmente, la respuesta ***y(t)*** resulta:

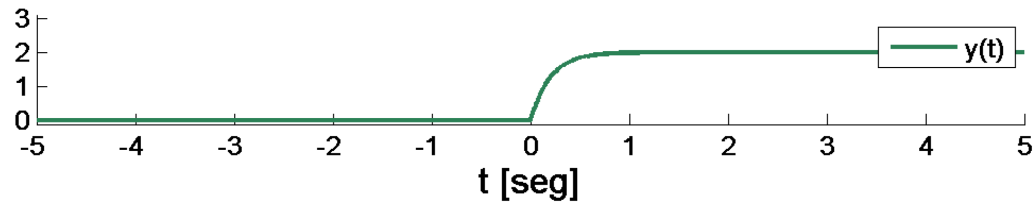


$$\boxed{x(t) = u(t)} * \boxed{h(t) = 10e^{-5t}u(t)}$$

$$\boxed{y(t) = x(t) * h(t)}$$



$$y(t) = \begin{cases} 0 \;\; si \;\; t < 0 \\ 2(1 - e^{-5t}), \; si \;\; t > 0 \end{cases}$$



Efectivamente, se verifica que la INTEGRAL DE CONVOLUCIÓN ha dado como resultado una FUNCIÓN CONTINUA, donde se observa que valor de $y(t)$ al final de un intervalo coincide con el valor de $y(t)$ al inicio del siguiente (en este caso particular $t=0$)

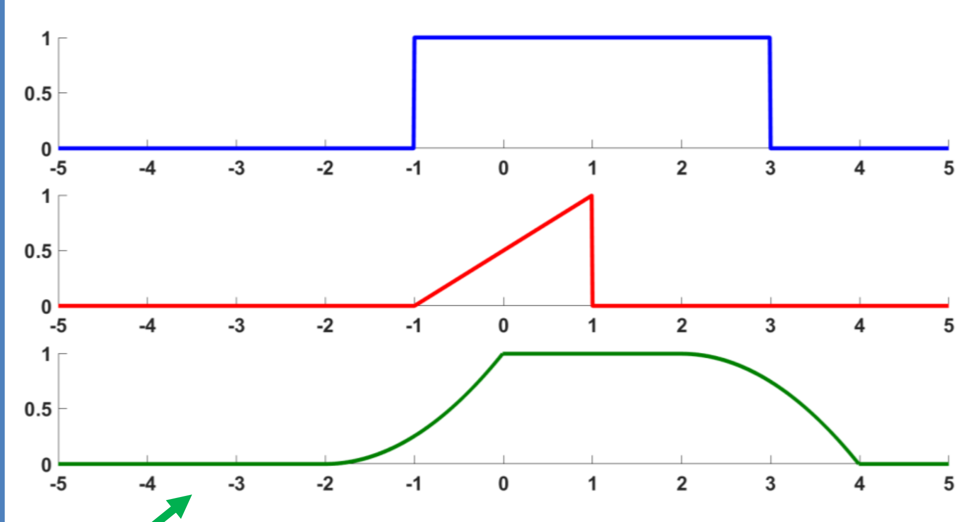
Al igual que en el caso discreto, la respuesta $y(t)$ INICIA en la SUMA DE LOS INICIOS de las señales intervinientes ($x_{ini}+h_{ini}=0+0=0$) y FINALIZA en la SUMA DE LOS FINALES ($x_{fin}+h_{fin}=\infty+\infty=\infty$)

UTN.BA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Aplicación en MatLab

```
%INTEGRAL DE CONVOLUCIÓN
%y(t)=x(t)*h(t)
Ts=0.01;
t=-5:Ts:5;
x=escalon(t+1)-escalon(t-3);
h=0.5*rampa(t+1)-0.5*rampa(t-1)-escalon(t-1);
y=conv(x,h)*Ts;
%Visualización
subplot(311),plot(t,x);
subplot(312),plot(t,h);
tc=-10:0.01:10;
subplot(313),plot(tc,y);
xlim([-5 5]);
```

La INTEGRAL DE CONVOLUCIÓN puede ser "SIMULADA" en MatLab, a partir de la determinación de un rango de evaluación temporal, cuyo intervalo de muestreo resulte lo suficientemente pequeño. De este modo, la SUMATORIA implementada en la función "CONV" tiende a comportarse (aproximadamente) como una integral, si la misma multiplicada por el valor T_S (integral discretizada).



Conforme podrá advertirse, la definición del rango temporal "tc" asociado a la respuesta obtenida "y" (cuya duración responde a la suma de las duraciones de x y h) se implementa de la misma manera que para el cálculo discreto.

Consigna de la Clase

Consigna de la clase #A (20 minutos)

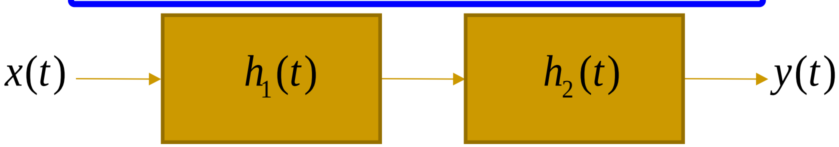
1. Obtener la salida ***y(t)*** correspondiente al sistema ***LIT*** descripto por su ***respuesta impulsional*** ***h(t)***, ***aplicando convolución*** en ***MatLab***. Verificar ***analíticamente*** los resultados obtenidos en ***a)*** y ***c)*** ***¿Pueden aplicarse propiedades?***

$$h(t) = 2e^{-2t}u(t), \begin{cases} a)\ x(t) = u(t) - u(t-2) \\ b)\ x(t) = \rho(t) - \rho(t-1) - u(t-1) \\ c)\ x(t) = \delta(t-1) - \delta(t-2) \\ d)\ x(t) = \cos(2\pi f_0 t)u(t),\ f_0 = \begin{cases} 1Hz \\ 10Hz \end{cases} \end{cases}$$

2. ***¿Se puede inferir alguna conclusión del efecto que impone el sistema las excitaciones sinusoidales en d)?*** Comparar excitación vs. respuesta ***en un mismo gráfico***, luego de transcurrido el régimen el transitorio, ***para ambas frecuencias***.

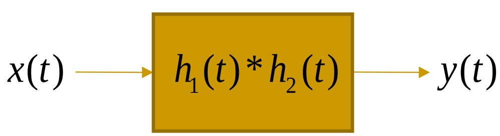
Esencialmente, los sistemas pueden ***combinarse*** de dos maneras diferenciadas, denominadas "***SERIE***" (uno a continuación del otro) y "***PARALELO***" (actúan de manera simultanea ante una misma excitación y se adicionan sus respuestas), de modo que:

1. CONEXIÓN SERIE

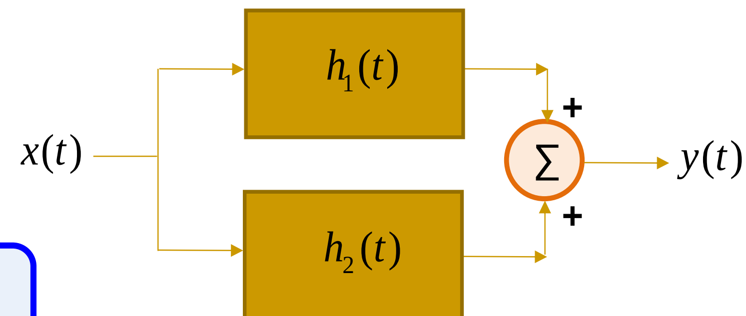


$$y(t) = [x(t) * h_1(t)] * h_2(t)$$
$$y(t) = x(t) * [h_1(t) * h_2(t)]$$
$$y(t) = x(t) * h_E(t)$$

ASOCIATIVIDAD

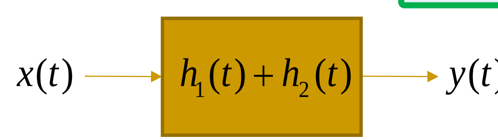


2. CONEXIÓN PARALELO



$$y(t) = x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t)$$
$$y(t) = x(t) * [h_1(t) + h_2(t)]$$
$$y(t) = x(t) * h_E(t)$$

DISTRIBUTIVIDAD



En AMBOS CASOS puede obtenerse una "RESPUESTA IMPULSIONAL EQUIVALENTE h_E", que representa a un ÚNICO SISTEMA con excitación $x(t)$ ($x[n]$) y respuesta $y(t)$ ($y[n]$)

LO MISMO SE APLICA A SISTEMAS DISCRETOS

Respuesta Impulsional: Obtención a partir de la convolución

Al igual que en apartados previos, puede demostrarse a través de la ***Integral de convolución*** que ***la derivada de la respuesta indicial g(t)*** (correspondiente a un sistema ***LIT***) da como resultado su ***respuesta impulsional h(t)***:

$$\boxed{g(t) = y(t)\Big|_{x(t)=u(t)} = u(t) * h(t) = h(t) * u(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau}$$

Derivando entonces ***g(t)*** puede obtenerse:

$$d\,\frac{g(t)}{dt} = d\,\frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau\right]}{dt} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, d\,\frac{u(t-\tau)}{dt}\, d\tau \;\Rightarrow\; d\,\frac{g(t)}{dt} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = h(t)$$

h(t)*δ(t)=h(t)

Sólo u(t-t) depende de t

$$\boxed{h(t) = \frac{dg(t)}{dt}}$$

Tal como fuera demostrado oportunamente (en virtud de la aplicación del operador transferencia), el análisis por convolución demuestra que la RESPUESTA IMPULSIONAL puede obtenerse a partir de la DERIVADA DE LA RESPUESTA INDICIAL

Respuesta Impulsional: MEMORIA en Sistemas LIT

Se ha visto anteriormente al evaluar un ***sistema LIT sin memoria***, que ***su respuesta*** ***y(t)*** (***y[n]***) ***sólo depende de valores actuales*** de su ***excitación*** ***x(t)***, ***x[n].*** Expresando entonces la ***Integral de Convolución***:

$$y(t) = x(t) * h(t) = h(t) * x(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

La única manera que posibilita que $y(t)$ no dependa de $x(t-\tau)$ para todo $\tau \neq 0$ (sólo entradas presentes), ES QUE SE CUMPLA LA CONDICIÓN $h(\tau)=A\delta(\tau)$

Bajo dicha premisa, la ***respuesta impulsional*** ***h(t)*** (***h[n]***) de un sistema ***LIT sin memoria*** resulta:

$$\begin{aligned} h(t) &= A\delta(t) \\ h[n] &= A\delta[n] \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad h = y\big|_{x=\delta} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} y(t) &= Ax(t) \\ y[n] &= Ax[n] \end{aligned}$$

Sistemas LIT SIN MEMORIA

Un sistema LIT NO POSEE MEMORIA si su RESPUESTA IMPULSIONAL $h(t)$ ($h[n]$) ES NULA PARA todo $t \neq 0$ ($n \neq 0$)

Causalidad del Sistema y Convolución

Respuesta Impulsional: CAUSALIDAD en Sistemas LIT

Un sistema ***LIT*** es considerado ***causal***, si su respuesta $y(t)$ $(y[n])$ <u>en un instante</u> t_0 ***sólo depende de valores temporales presentes y/o pasados de su excitación*** $x(t)$ $(x[n])$. Desde el punto de vista de la ***convolución*** $x(t)*h(t)$, dicha premisa se cumple si:

$$y(t_0) = h(t_0) * x(t_0) = \int_{\tau=-\infty}^{0} h(\tau)\underbrace{x(t_0-\tau)}_{\text{valores futuros de } x \text{ respecto a } t_0 \text{ dado que } \tau<0} d\tau + \int_{\tau=0}^{\infty} h(\tau)x(t_0-\tau)d\tau$$

<u>Para que no intervengan valores futuros de x respecto de t_0</u>

$$\boxed{\begin{aligned} h(t) &= 0 \; si \; t<0 \\ h[n] &= si \; n<0 \end{aligned}}$$

Conforme puede advertirse, si $h(t)=0$ $(h[n]=0)$ para $t<0$ $(n<0)$, se asegura que la ***respuesta "y"*** sea el resultado de ***valores presentes y/o pasados*** de la ***excitación "x"***.

Un sistema LIT ES CAUSAL si h(t) (h[n]) RESULTA NULA para t<0 (n<0). En términos de la CONVOLUCIÓN, si h inicia en t=0 (n=0), nunca se obtendrá respuesta antes de la aparición de la excitación (suma de los inicios de ambas señales) verificando el principio CAUSA-EFECTO

Respuesta Impulsional: ESTABILIDAD en Sistemas LIT

Un sistema ***LIT*** ***es considerado estable***, si para ***TODA entrada acotada*** ($|x|<M$), su respuesta ***no diverge*** (resulta acotada, $|y|<K$) durante todo el rango temporal. Al considerar la ***Integral de Convolución***, ***dicha condición se asegura*** si la ***respuesta impulsional*** presenta la siguiente característica:

$$y(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \Rightarrow |y(t)| = \left| \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \right|$$

$$|y(t)| \le \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} |h(\tau)||x(t-\tau)|d\tau \Rightarrow |y(t)| \le M \underbrace{\int_{\tau=-\infty}^{+\infty} |h(t)|d\tau}$$

DEBE SER FINITA de modo que $|y(t)|<K$ (acotada)

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{c} \displaystyle\int_{t=-\infty}^{+\infty} |h(t)|dt < \infty \\ \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| < \infty \end{array}}$$

Para que se cumpla la condición $|y|<K$, la INTEGRAL DEL MÓDULO de la Respuesta Impulsional NO DEBE SER DIVERGENTE

Un sistema LIT ES ESTABLE si su Respuesta Impulsional $h(t)$ ($h[n]$) resulta ABSOLUTAMENTE INTEGRABLE (absolutamente SUMABLE en el dominio discreto). En otros términos, h debe ser una SEÑAL DE ENERGÍA FINITA

Respuesta Impulsional: INVERTIBILIDAD en Sistemas LIT

Se considera que un sistema ***LIT*** con ***excitación*** ***x(t) (x[n])*** y ***respuesta*** ***y(t) (y[n])*** ***es invertible***, si es factible colocar un sistema adicional en serie, de modo que ***a la salida de este último pueda recuperarse la excitación x(t)***. En términos de la ***convolución*** lo anterior implica:

$$x(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \xrightarrow{y(t)} \boxed{h_{INV}(t)} \rightarrow x(t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{[x(t) * h(t)] * h_{INV}(t) = x(t)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} h(t) * h_{INV}(t) &= \delta(t) \\ h[n] * h_{INV}[n] &= \delta[n] \end{aligned}}$$

La única manera de obtener como resultado x(t) a partir de SU CONVOUCIÓN CON OTRA SEÑAL, es que esta última sea una FUNCIÓN IMPULSO

NOTA: La determinación de h_{INV} implica "deshacer" aquello que el sistema de respuesta impulsional h ha realizado con la excitación. Es por ello que para encontrar el sistema inverso, ES NECESARIO CONOCER la relación entrada-salida y(t)=T[x(t)] (Ej: y(t)=x(t-2))

Un sistema LIT ES INVERTIBLE, si puede encontrarse OTRO SISTEMA LIT tal que la CONVOLUCIÓN ENTRE SUS RESPUESTAS IMPULSIONALES de como resultado una función impulso $\delta(t)$

Ejemplo Práctico

Ejemplo: Sea un sistema cuya ***respuesta impulsional h(t)*** corresponde a la siguiente expresión:

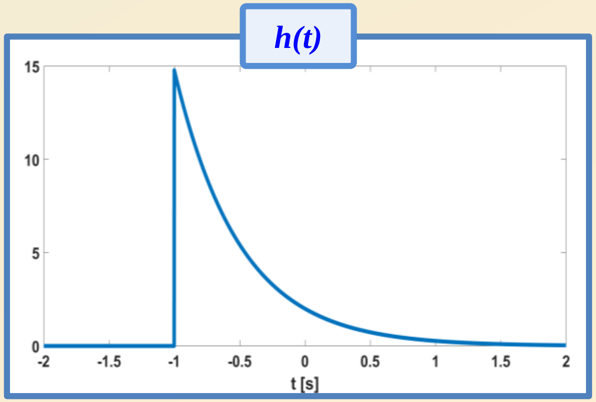
$$\boxed{h(t) = 2e^{-2t}u(t+1)}$$

Analizar las propiedades de ***memoria***, ***causalidad*** y ***estabilidad***:

1) $h(t) \neq 0$ para $t \neq 0$ → ***Sistema CON Memoria***

2) $h(t) \neq 0$ para $t < 0$ → ***Sistema NO Causal***

3) $\int_{t=-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt < \infty$ → ***Sistema ESTABLE***



Consideraciones Generales

Evaluación General: EDOs vs. Respuesta Impulsional

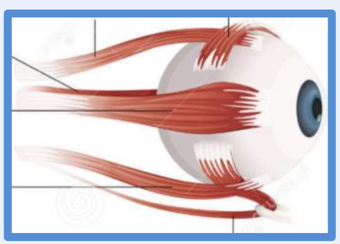
- ***La representación por ecuaciones diferenciales*** permite llevar a cabo el ***análisis de sistemas*** de ***manera general*** (***LIT***, *no lineales, variantes en el tiempo, entre otros*). En el caso particular de los sistemas ***LIT***, posibilita la aplicación del principio de ***superposición de entradas***, considerando ***condiciones iniciales no nulas***. No obstante, dicha situación se complejiza al incrementarse el orden de la ***EDO***.

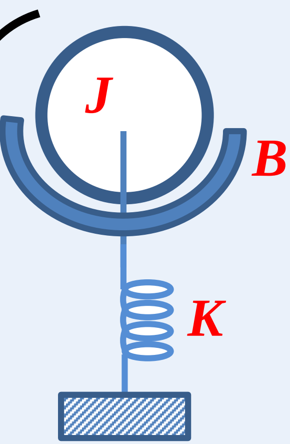
- ***La representación por Respuesta Impulsional***, posibilita llevar a cabo el ***análisis de sistemas LIT*** a partir de un estado de reposo, ***en condiciones iniciales nulas***. Sienta las bases de la definición de la "***Función Transferencia***", ampliamente utilizada en el dominio transformado de la frecuencia.

Consigna de la Clase

Consigna de la clase #B INTEGRADORA (30 minutos)

1. Evaluar ***analíticamente*** la ***Respuesta Indicial*** (al escalón) del siguiente sistema, que modela la ***posición angular*** $\theta(t)$ del ojo humano (excitación muscular, $T(t)$). ***Utilizar MatLab*** para ***verificar el resultado***, utilizando **convolución**.





$$J = 1$$

$$B = 168$$

$$K = 14400$$

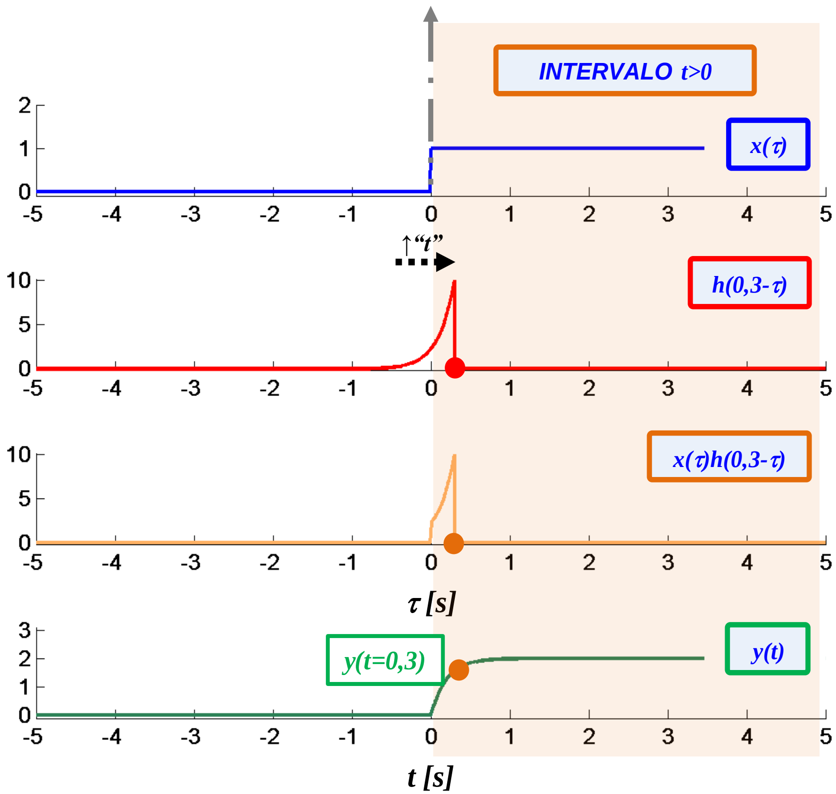
$$f(t) = 28800u(t)$$

2. Para el sistema obtenido, ***evaluar las propiedades de memoria, causalidad y estabilidad***

Resumen General

Integral de Convolución

$$\boxed{y(t) = x(t) * h(t)}$$



Respuesta Indicial

$$g(t) = y(t)\Big|_{x(t)=u(t)} = h(t) * u(t)$$

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt}$$

Estabilidad

$$\int_{t=-\infty}^{+\infty} |h(t)|dt < \infty$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| < \infty$$

Memoria

$$h(t) = A\delta(t)$$

$$h[n] = A\,\delta[n]$$

Causalidad

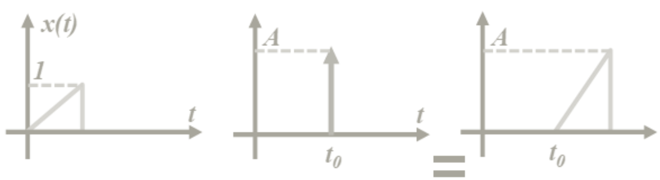
$$h(t) = 0 \ si \ t < 0$$

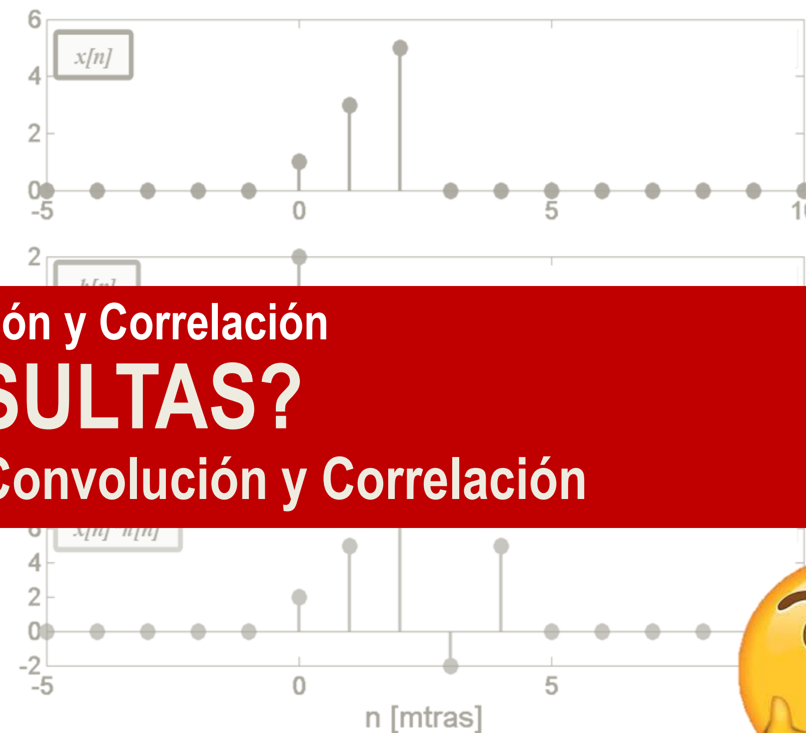
$$h[n] = si \ n < 0$$

Invertibilidad

$$h(t) * h_{INV}(t) = \delta(t)$$

$$h[n] * h_{INV}[n] = \delta[n]$$





U3 Convolución y Correlación

¿CONSULTAS?

Foro Campus Virtual: Convolución y Correlación