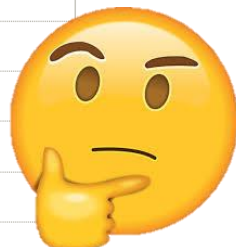
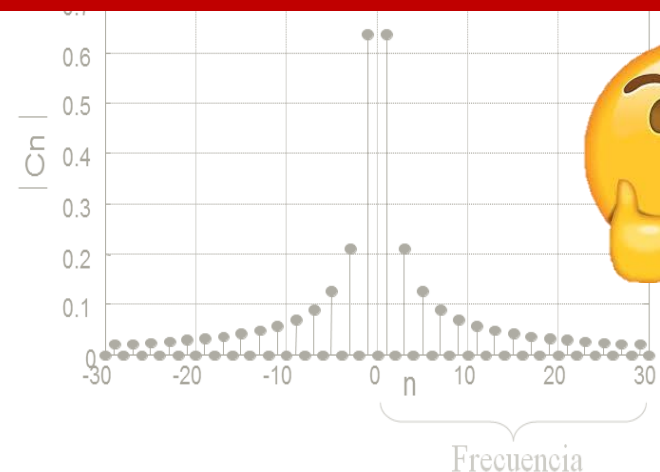
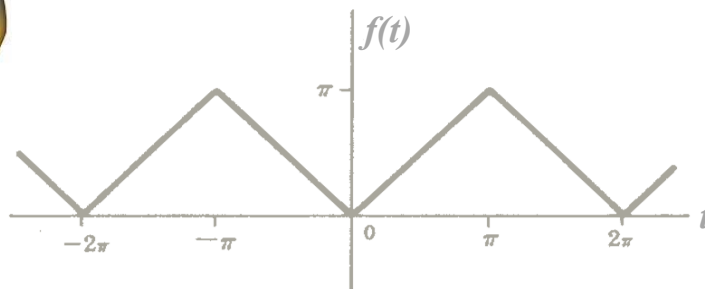


Actividad Práctica

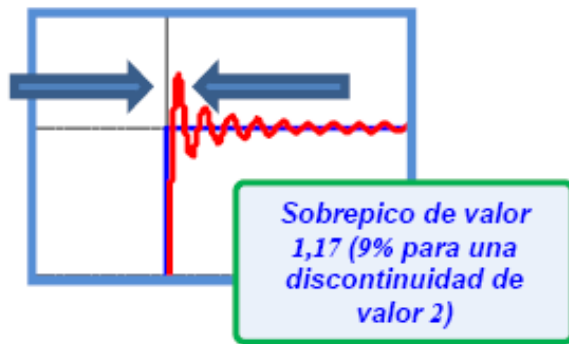
● Serie de Fourier 2 ●



CONDICIONES DE SUFICIENCIA DE LA SdF (DIRICHLET)

- (1) $x(t)$ debe tener un **número finito** de **discontinuidades** en un período
- (2) $x(t)$ debe tener un **número finito** de **máximos** y **mínimos** en un período
- (3) **ENERGÍA FINITA EN UN PERÍODO**

FENÓMENO DE GIBBS



SERIE ARMÓNICA DE FOURIER

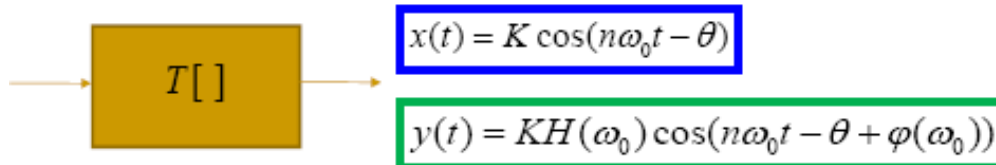
$$x(t) = K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)$$

$$K_0 = a_0 / 2$$

$$K_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\theta_n = \arctan(b_n / a_n)$$

SISTEMAS LIT y SdF

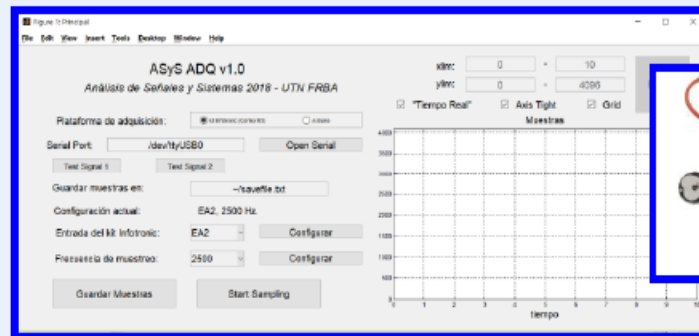


TEOREMA DE PARSEVAL

$$\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

Consigna de la clase #B (APLICACIÓN)

1. Utilizar la **plataforma de adquisición de señales ASyS ADQ** (ver *instructivo campus virtual*) de modo de obtener mediciones provenientes un **sensor fotoplefetismográfico**, el cual cuantifica variaciones de **flujo sanguíneo** en el dedo índice.



2. Efectuar un análisis por **SdF** de la señal obtenida en **MatLab** (aproximando los valores de sus coeficientes) y **sintetizar la misma** para **distinta** cantidad de componentes ¿Qué efecto se observa? ¿Para qué podría ser de utilidad?

Aproximación de los coeficientes con Toolbox ASyS

help STF_a0

```
function a0 = STF_a0(t, ft)
    T0 = t(end)-t(1);
    dt = t(2)-t(1);
    a0 = ( 2 / T0 ) * sum( ft ) * dt ;
end
```

help STF_an

```
function an = STF_an(N, t, ft)
    T0 = t(end)-t(1);
    dt = t(2) - t(1);
    w0 = 2*pi/T0;
    for i=1:N
        an(i) = ( 2 / T0 ) * sum( ft .* cos(i*w0.*t) ) * dt;
    end
end
```

help STF_bn

```
function bn = STF_bn(N, t, ft)
    T0 = t(end)-t(1);
    dt = t(2) - t(1);
    w0 = 2*pi/T0;
    for i=1:N
        bn(i) = ( 2 / T0 ) * sum( ft .* sin(i*w0.*t) ) * dt;
    end
end
```

Síntesis

help ISTF

```
function serie = ISTF( N, t, a0, an, bn, T0)
```

```
% T0 = t(end)-t(1);
% Mejor que lo defina el usuario:
% El argumento t es el tiempo que se reconstruye, que puede ser
% mayor a 1 ciclo.
w0 = 2*pi/T0;
serie = zeros( size(t) );
for i=1:N
    serie = serie + an(i) .* cos(i*w0*t) + bn(i) .* sin(i*w0*t);
end
serie = serie + a0/2;
end
```

Actividad Práctica EN MATLAB...

Análisis de Señales y Sistemas R2041 – R2072

% Toolbox

```
Ts=0.01 ; T0=2;
```

```
t=-T0/2: Ts: T0/2 ;
```

```
ft = -escalon(-t) + escalon(t) ;
```

```
N=10 ;
```

```
a0 = STF_a0(t, ft); % ft: Usar un solo período
```

```
an = STF_an(N, t, ft); % Usar un solo período
```

```
bn = STF_bn(N, t, ft) ; % Usar un solo período
```

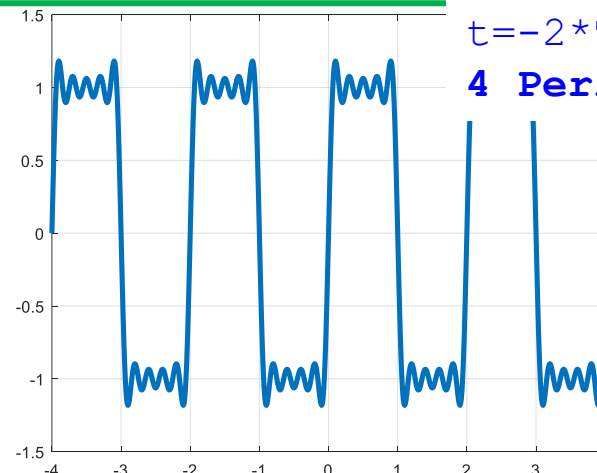
```
%t=-4*T0/2: Ts: 4*T0/2 ; % Podemos tomar varios Períodos
```

```
serie = ISTF( N, t, a0, an, bn, T0) ;
```

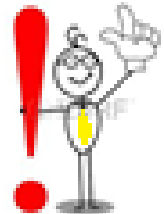
```
figure; plot(t,ft, t,serie, 'linewidth',3); grid on
```

Repaso
Ejemplo Función
cuadrada
Con Toolbox

Señal
reconstruida
desde
ao, an y bn
Toolbox



Si Utilizo:
t=-2*T0:Ts:2*T0
4 Períodos !



```
%% Sensor pletismográfico
clc; clear; close all;

%% Cargamos señal original y graficamos
data = load('pletismog_2021_campus.txt');
data = transpose(data); % data = data';
fs = 2500;
dt = 1/fs;
t = 0:dt:(length(data)-1)*dt;
t(end) ; lim_t = [0, t(end)];

    GRAFICAMOS

%% Recortamos 1 ciclo representativo
ini= XXX ; fin= XXX ; % Indices Tomar 1 período!!
data_1P = data(ini : fin); % datos recortados
t_1P = t(ini:fin) ; % t recortado

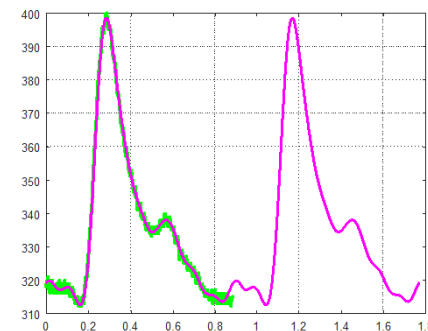
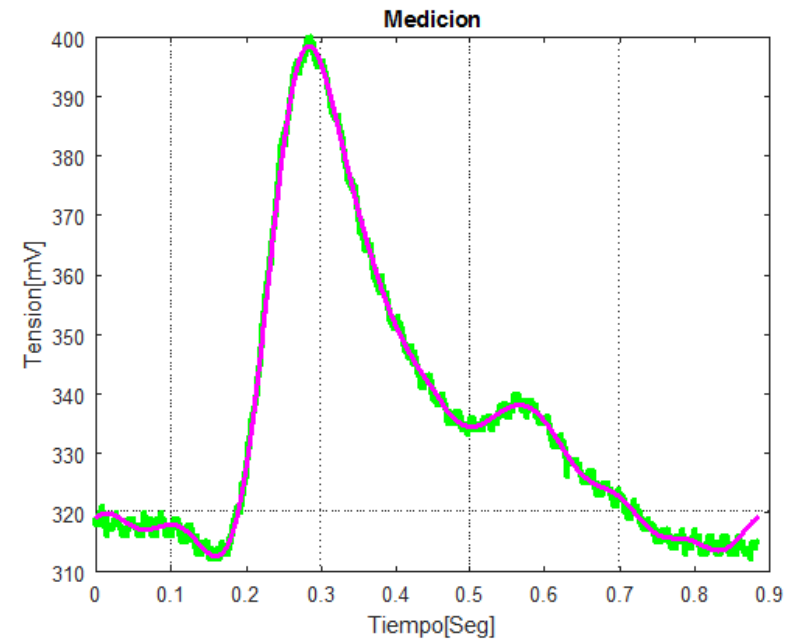
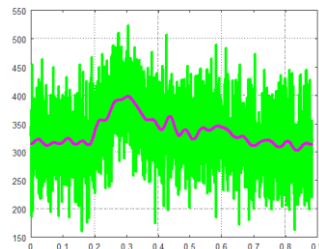
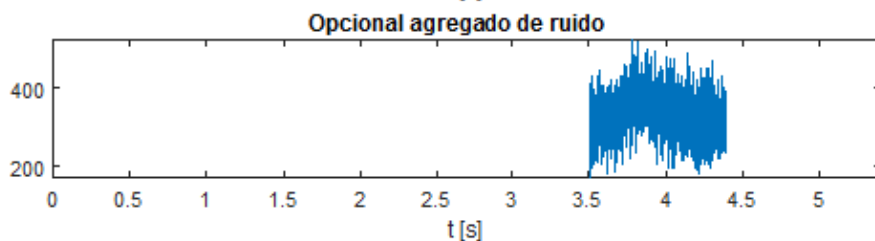
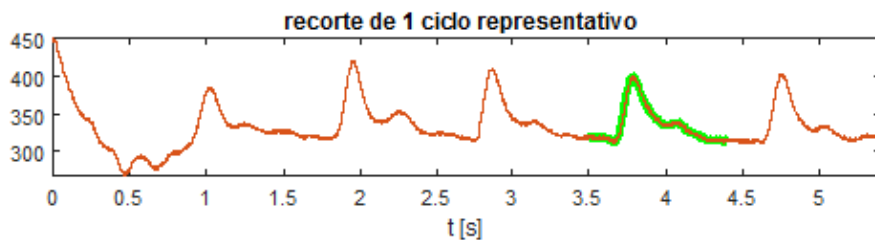
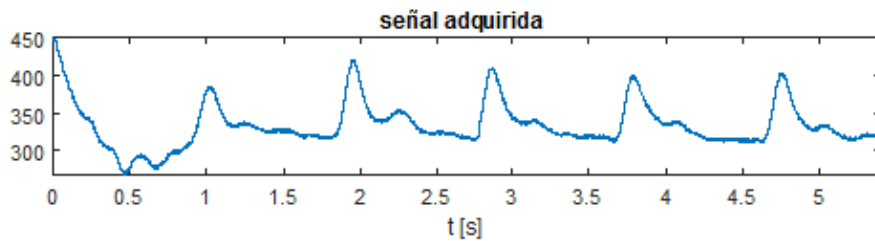
%% Desplazo a 0 vector de t
t_1P = t_1P -t(ini) ;

%% Calculamos a0, an, bn con Toolbox, «usar 1 período»
    Completar

% Reconstruccion temporal
serie = ISTF(N, t_serie, a0, an, bn, Tciclo);
% Graficamos    Completar
```

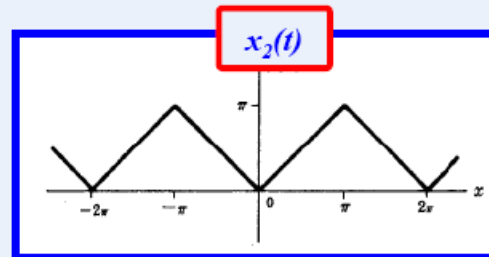
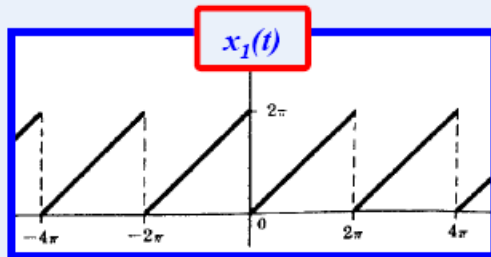
Tarea
Ver ejemplo anterior

Resultados - Modificar N y analizar



Consigna de la clase #C (30 minutos)

1. Cuantificar *analíticamente* el *porcentaje de la potencia total* que representan las *primeras tres armónicas* de las siguientes señales (incluyendo su componente estable). *Utilizar MatLab* para *sintetizar parcialmente* cada señal ($N=10$ armónicas) y compararla con la señal de origen.



2. ¿Dónde se advierte la aparición del fenómeno de Gibbs en el punto anterior? Cuantificar el *sobrepico* correspondiente a *partir del gráfico obtenido en MatLab* ¿Cómo se comporta al aumentar N ?

- Aproximar los coeficientes STF mediante Toolbox de ASyS.
- Reconstruir la señal (síntesis) con 30 coeficientes. Graficar y comparar señal original y reconstruida
- Calcular el porcentaje de Potencia con 30 armónicos

% Señal en 1 período

```
Ts= 0.001 ; T0=2*pi; t= -pi: Ts: pi-Ts;  
ft = t ;
```

% Obtengo los coeficientes

```
N=30 ; a0 = STF_a0(t, ft) ;
```

```
an = STF_an(N, t, ft) ;
```

```
bn = STF_bn(N, t, ft) ;
```

```
n= 1:N;
```

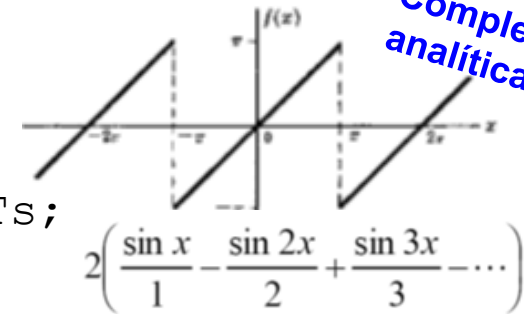
```
a0=0;
```

```
an=0*n;
```

```
bn=2./n .* (-1) .^(n+1) ;
```

Con Toolbox ASyS

Sin Toolbox
ASyS



Ejemplo Agregado.
Otra función
Completar Potencia
analítica

Actividad Práctica

Ayudas de Consigna

Análisis de Señales y Sistemas R2041 – R2072

Cont

% Síntesis

```
serie = ISTF(N, t, a0, an, bn, T0);  
plot(t,ft, t,serie) ; grid on
```

% Potencia en el tiempo

```
% help POTENCIA
```

```
dt = Ts ;
```

```
Pt1 = POTENCIA(ft,T0,dt) % ft en 1 período !!
```

```
% Ídem anterior
```

```
Pt2 = (1/T0)*sum(abs(ft).^2)*dt % ft en 1 período !!
```

% Potencia en frecuencias

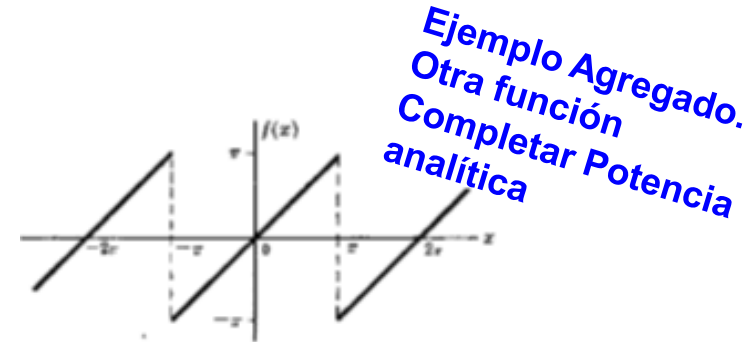
```
Pn = a0.^2/4 + sum((an.^2/2) + (bn.^2/2))
```

% Porcentaje de POTENCIAS

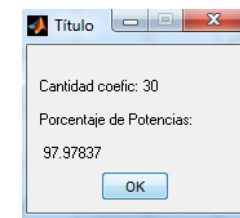
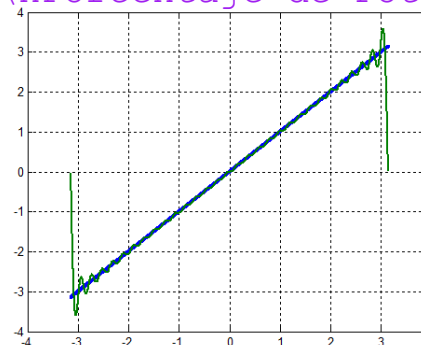
```
Porcentaje = Pn / Pt1 *100
```

```
msgbox(sprintf('Cantidad coefic: %2g\n\nPorcentaje de Potencias: \n \n %2.5f\n',N, Porcentaje), 'Título')
```

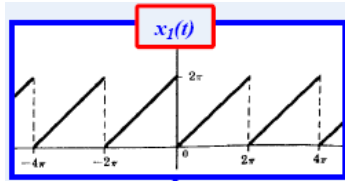
$$\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$



$$2 \left(\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \dots \right)$$



Ayudas Consigna C



Resultados analíticos de la Tarea anterior

$$a_n = 0 \quad ; n \neq 0 \quad ; b_n = \frac{-2}{n} \quad ; a_0 = 2 \cdot \pi$$

Analítico Diente de Sierra

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |f(t)|^2 \cdot dt = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

Calculamos Potencia en el tiempo (acá es Potencia Exacta Total)

$$P_{1 \text{ Total}} = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |f(t)|^2 \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} t^2 \cdot dt = \dots \text{completar}$$

Calculamos Potencia en frecuencias

$$P_{1n} = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$$

$$P_{1n \text{ aprox}} = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^3 b_n^2 = \text{completar}$$

$$\sum_{n=1}^3$$

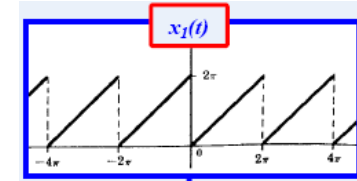
$$P_{1\%} = \frac{P_{1n \text{ aprox}}}{P_{1 \text{ Total}}} \cdot 100\% = \frac{12,5918}{13,1595} \cdot 100\% = 95,69\%$$

Verificamos con Matlab diente de sierra

% Potencia en f

$n=1:3$; $bn=-2./n$;

$$P_{\text{aprox}} = 1/4 * (2*\pi)^2 + 1/2 * \text{sum}(bn.^2)$$



% Potencia en t

$T0 = 2*\pi$;

$Ts = 0.001$;

$t = 0: Ts : T0-Ts$;

$ft = \text{rampa}(t)$;

$\% p = \text{POTENCIA}(ft, T0, dt)$

$p_{\text{total}} = \text{POTENCIA}(ft, T0, Ts)$

$\text{Porcentaje} = P_{\text{aprox}} / p_{\text{total}} * 100$

$P_{\text{aprox}} = 12.5918$

$p_{\text{total}} = 13.1552$

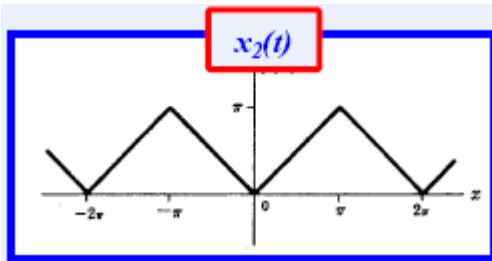
$\text{Porcentaje} = 95.7177$

Implementamos en Matlab estas ecuaciones

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |f(t)|^2 \cdot dt = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

$$P_1 \% = \frac{P_{1 \text{ aprox}}}{P_{1 \text{ Total}}} \cdot 100\%$$

Ayudas -



Resultados analíticos de la Tarea anterior

$$a_n = \frac{2}{\pi \cdot n^2} [(-1)^n - 1] \quad ; \quad a_0 = \pi$$

$$b_n = \dots$$

Analítico Triangular

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |f(t)|^2 \cdot dt = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

$$P_{2 \text{ Total}} = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |f(t)|^2 \cdot dt = \dots \text{completar}$$

$$P_{2 \text{ n aprox}} = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^5 a_n^2$$

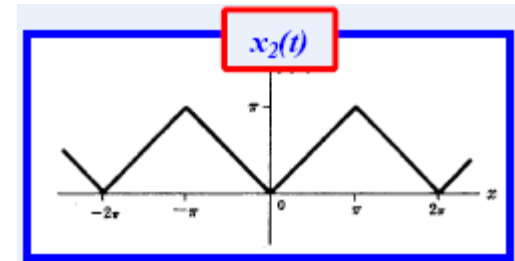
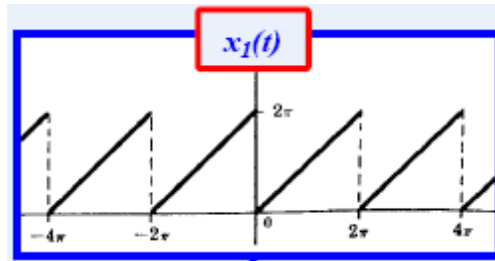
Completar

Tomamos primeros 3
coeficientes No nulos

$$P_{2 \text{ aprox}} = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^5 a_n^2$$

$n = 1, 3, 5$

$$P_{2 \%} = \frac{P_{2 \text{ n aprox}}}{P_{2 \text{ Total}}} \cdot 100\% = \frac{3,2893}{3,2899} \cdot 100\% = 99,98 \%$$

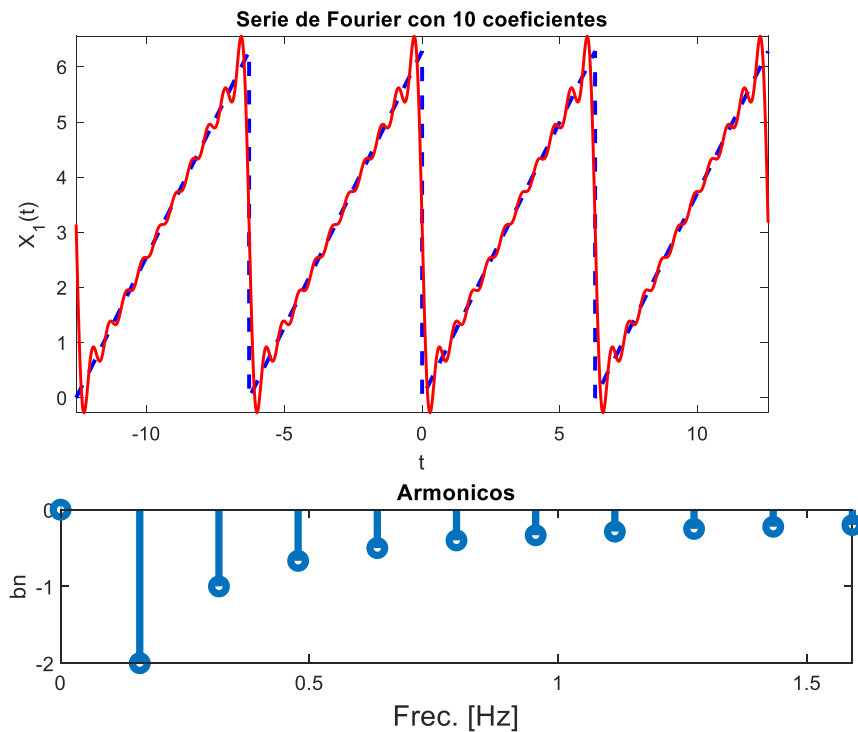
Ayudas - Matlab

2. ¿Dónde se advierte la aparición del fenómeno de Gibbs en el punto anterior? Cuantificar el **sobrepico** correspondiente a **partir del gráfico obtenido en MatLab** ¿Cómo se comporta al aumentar N ?

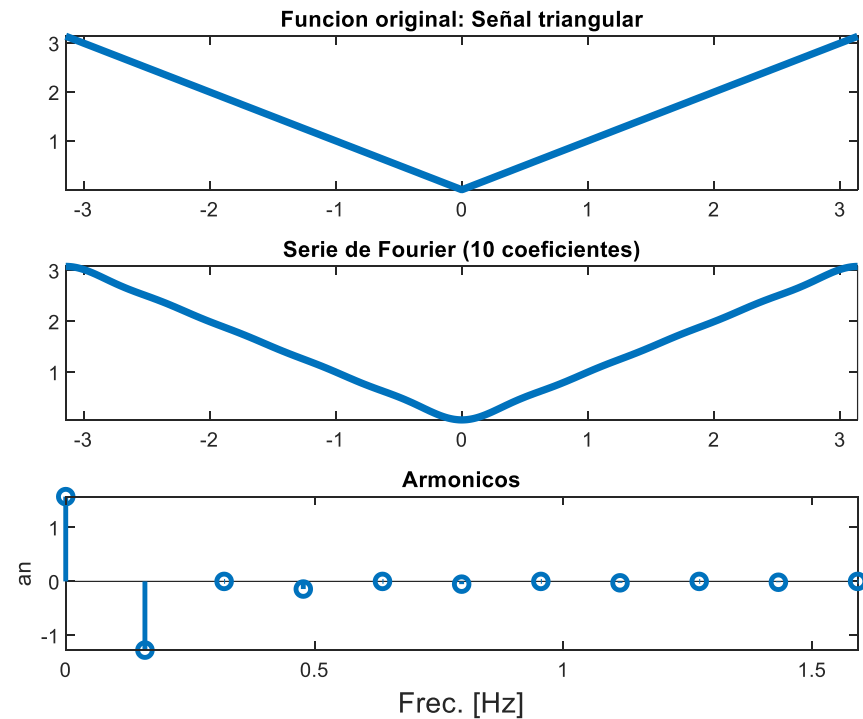
Reutilizar el código Matlab de Tarea anterior:

- Síntetizar las señales mediante SDF, comparar con señal original
- Probar distintos valores de N
- t sobrepico, porcentaje aprox. sobrepico, aumento N , conclusiones
- Completar

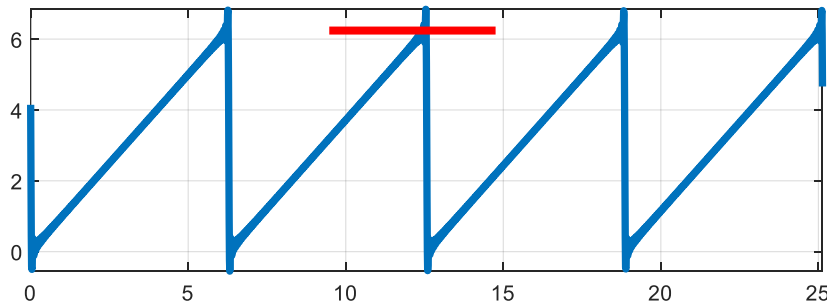
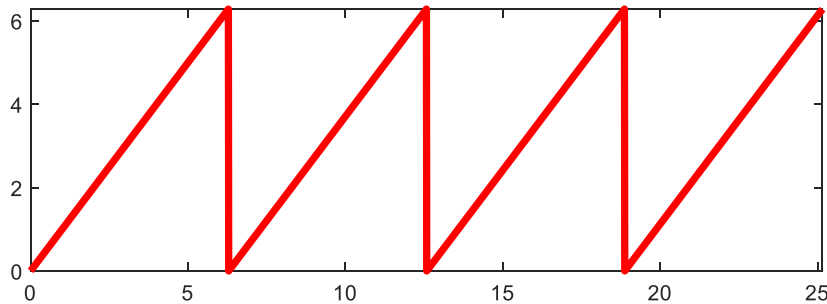
Resultados de la Tarea



Clase pasada

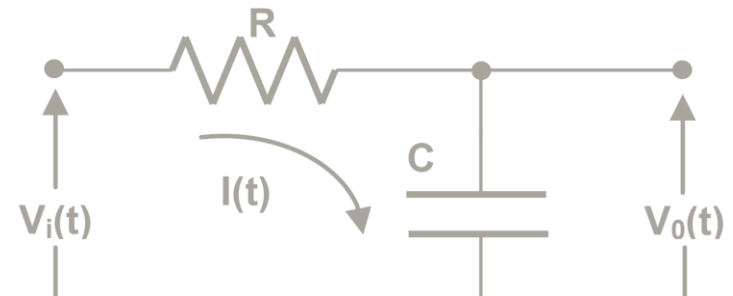
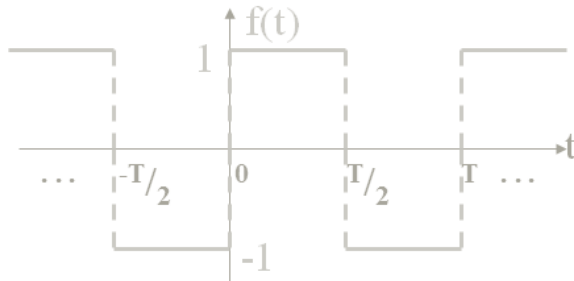


Ayudas - Matlab



Por ejemplo para
Para $N=100$

Completar



Actividad Práctica ¿CONSULTAS? Foro Campus Virtual

