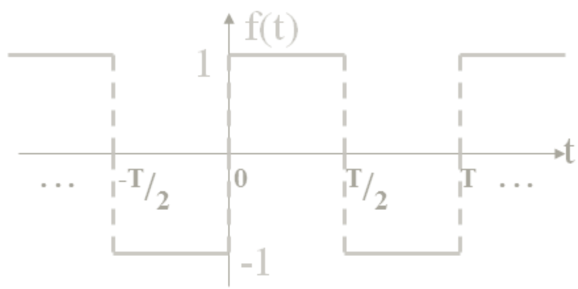
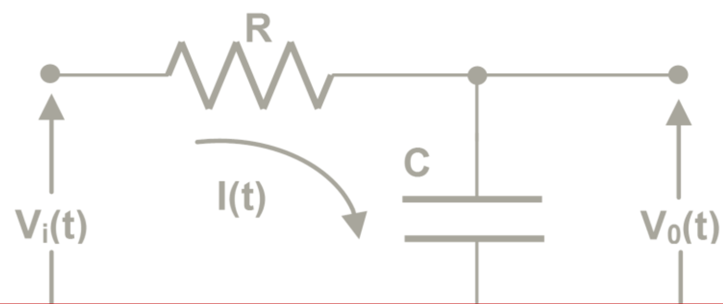
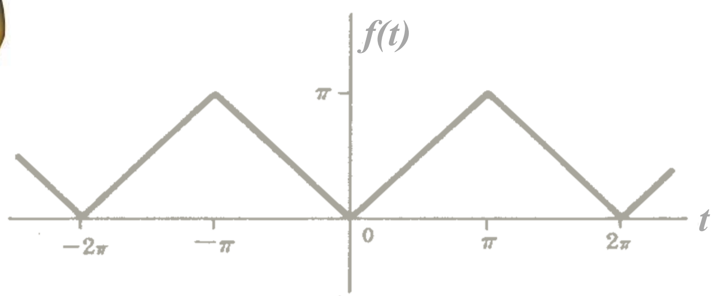
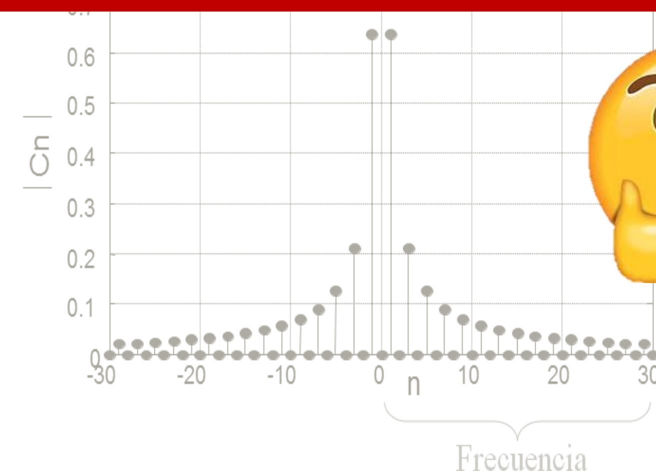


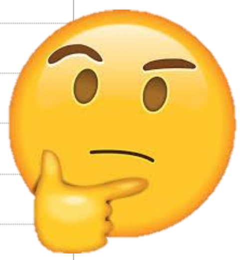


Actividad Práctica

●Sistemas LTI 3P●

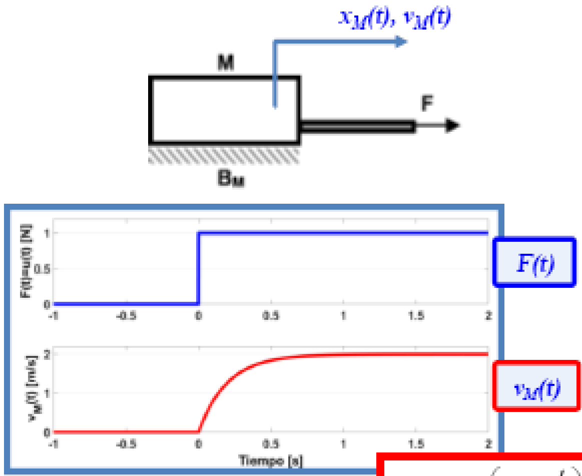






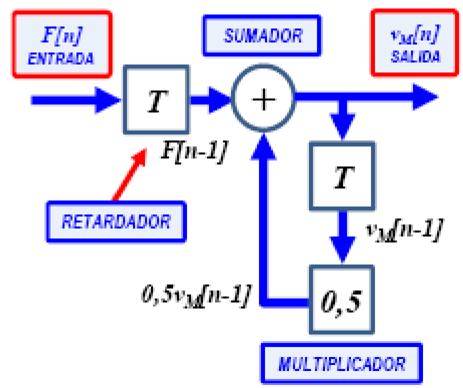
UTN.BA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

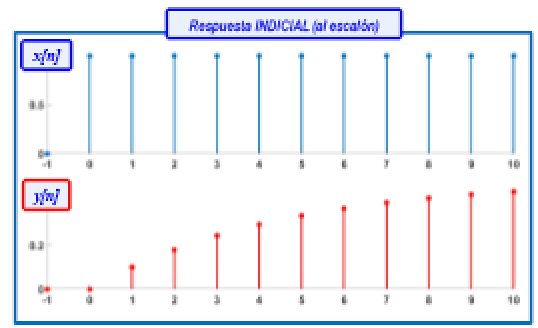
EVALUACIÓN DE SISTEMAS LIT CONTINUOS



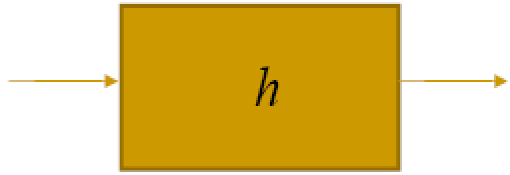
$$v_M(t) = 2\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \; con \; \tau = \frac{1}{5}$$

EVALUACIÓN DE SISTEMAS LIT DISCRETOS





$\delta(t)$ $\delta[n]$ | $u(t)$ $u[n]$ | $x(t)$ $x[n]$



$y(t)$ $y[n]$ | $g(t)$ $g[n]$ | $h(t)$ $h[n]$

$$h(t) = d\,\frac{g(t)}{dt}$$

$$h[n] = g[n] - g[n-1]$$

RESPUESTA IMPULSIONAL h ($x=\delta$)

RESPUESTA INDICIAL g ($x=u$)

Se tiene un motor de corriente continua que posee solidario a su eje una polea para levantar determinada carga. Parámetros: $J = 1.Kg.m^2$; $B = 10.\frac{Kg.m^2}{s}$. Se aplica tensión al motor, de modo que desarrolla la cupla C(t)=T(t) graficada.

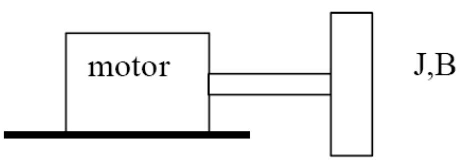
Se pide:

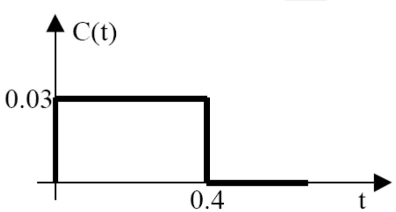
a) Ecuación diferencial y circuito eléctrico equivalente

b) Solución Homogénea

c) Constante τ

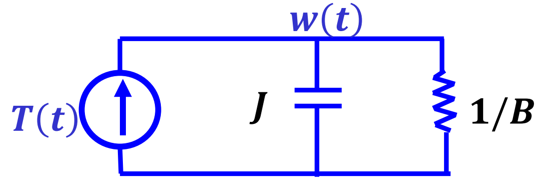
d) Graficar Respuesta aproximada

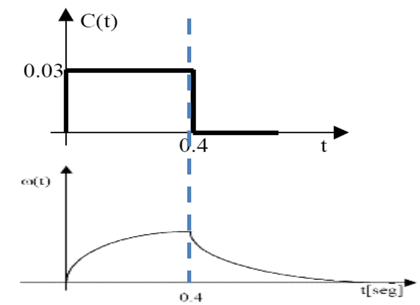




Rta: $\tau = 0,5\ seg.$

[Resolución rápida (8 minutos)]





$$C(t) = T(t) = J.\frac{d\omega(t)}{dt} + B.\omega(t) \quad ;$$

$$\frac{C(t)}{J} = \frac{T(t)}{J} = \frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{B}{J}.\omega(t)$$

$$\omega'(t) + 10.\frac{1}{seg}.\omega(t) = T(t)\frac{1}{Kg.m^2}$$

$$\omega(t) = \omega_H(t) + \omega_P(t)$$

<u>**Solución Homogénea:**</u> $\omega'_H(t) + 10.\omega_H(t) = 0\ ;\quad \omega_H(t) = k.e^{\lambda.t}$

y reemplazo en la ecuación diferencial

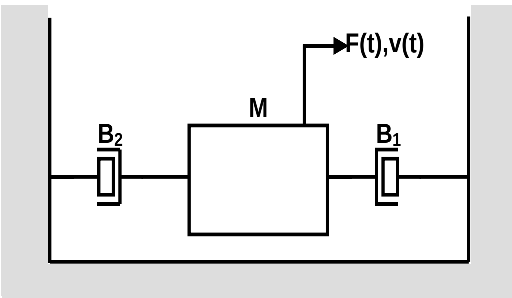
$$\lambda.k.e^{\lambda.t} + \frac{B}{J}.k.e^{\lambda.t} = 0 \quad ; \quad \lambda + \frac{B}{J} = 0 \quad ; \quad \lambda = -\frac{B}{J}$$

$$\omega_H(t) = k.e^{-\frac{B}{J}.t} = k.e^{-\frac{t}{J/B}} \quad ;$$

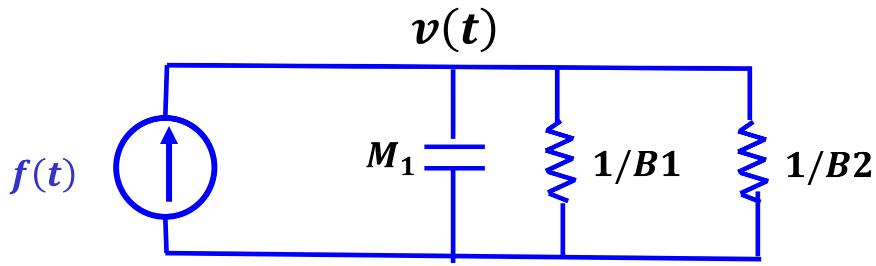
$$\tau = \frac{J}{B} = \frac{1.Kg.m^2}{10.\frac{Kg.m^2}{s}} = 0,1\ seg\ ;\ 5.\tau = 0,5\ seg. \quad \omega_H(t) = k.e^{-\frac{t}{0,5\ seg.}}$$

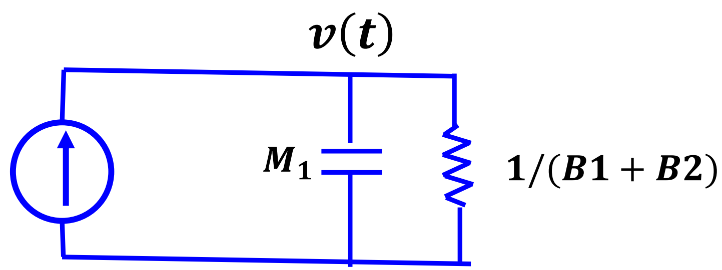
UTN.BA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

Hallar circuito eléctrico equivalente y ecuaciones diferenciales



Resolución rápida (5 minutos)

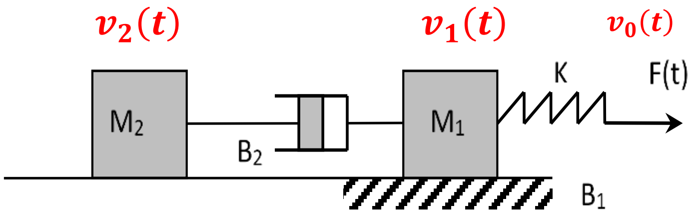




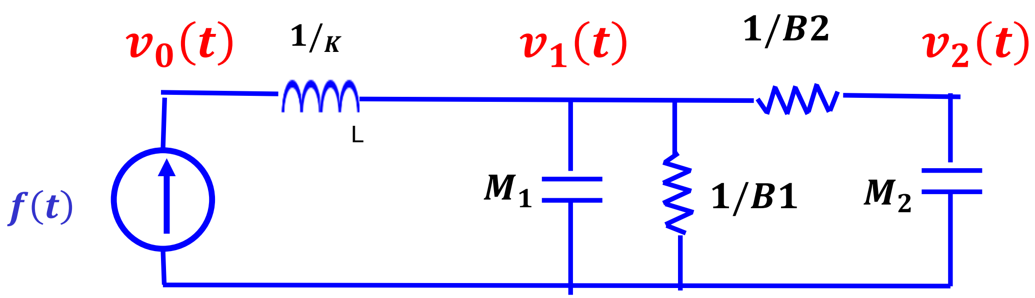
$$f(t) = M_1 . v'(t) + (B_1 + B_2) . v(t)$$

$$\frac{\frac{1}{B1} \cdot \frac{1}{B2}}{\frac{1}{B1} + \frac{1}{B2}} = \frac{\frac{1}{B1} \cdot \frac{1}{B2}}{\frac{B2 + B1}{B1 . B2}} = \frac{1}{B2 + B1}$$

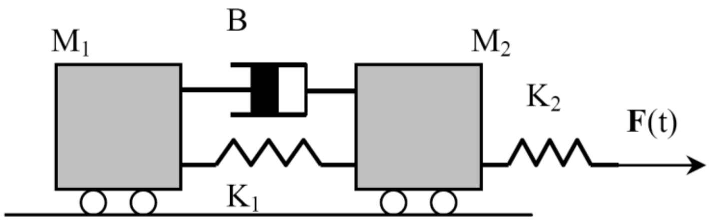
Hallar circuito eléctrico equivalente y ecuaciones diferenciales



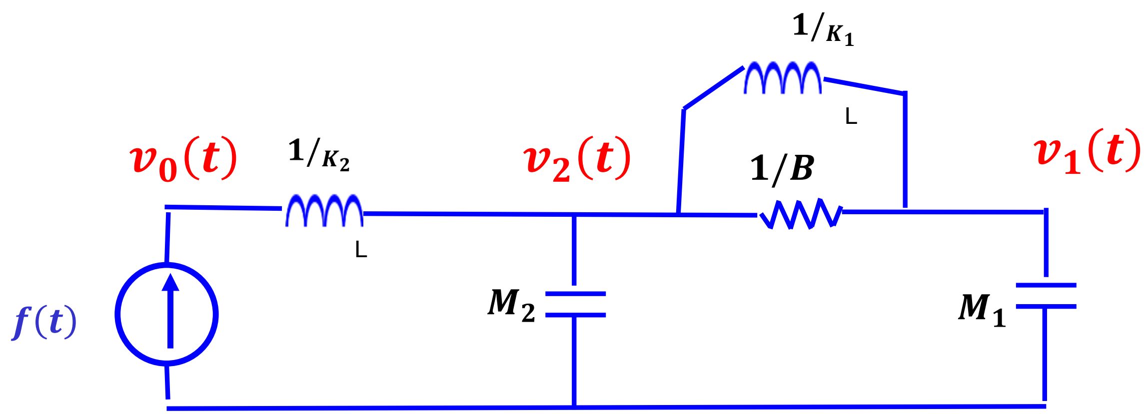
[Resolución rápida (5 minutos)]



Hallar circuito eléctrico equivalente y ecuaciones diferenciales



Resolución rápida (8 minutos)



Ejercicios Agregados

Dado el siguiente sistema físico, Siendo $M = 0{,}1.Kg$ y $B = 0{,}5.Ns/m$. Se aplica una fuerza de entrada: $f(t) = u(t) - 2.u(t-1) + u(t-2).[N]$

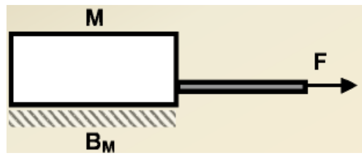
Se pide:

a) Ecuación diferencial

b) Solución Homogénea

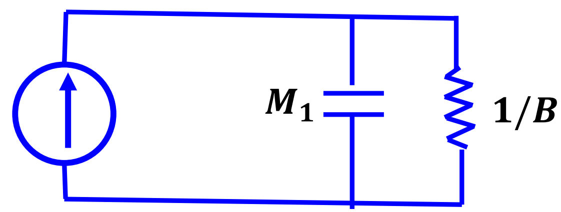
c) Constante τ

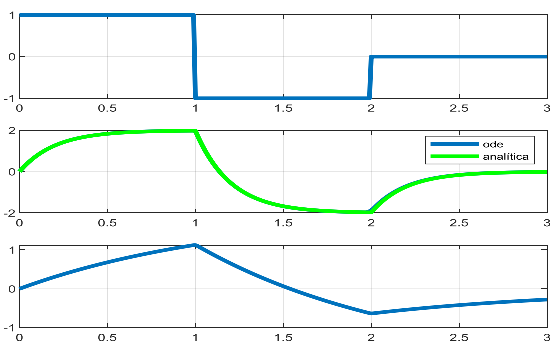
d) Graficar Respuesta aproximada (sin resolver)



Resolución rápida (8 minutos)

$v(t)$





Rta: $\tau = 0,2\ seg.$

$$F(t) = M.v'(t) + B_M.v(t) \quad \rightarrow$$

$$v'(t) + \frac{B_M}{M}.v(t) = \frac{F(t)}{M} \rightarrow \quad v'(t) + 5.v(t) = 10.F(t)$$

Solución Homogénea:

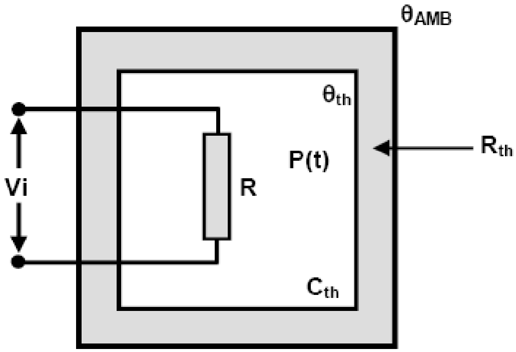
$$v'(t) + 5.v(t) = 0 \quad ; \quad v_H(t) = C.e^{\lambda.t} \qquad v'_H(t) = \lambda.C.e^{\lambda.t}$$

$$\lambda.C.e^{\lambda.t} + 5.C.e^{\lambda.t} = 0 \quad ; \quad \lambda.+5 = 0 \quad ;$$

$$\lambda = -5 \quad ;$$

$$v_H(t) = C.e^{-5.t} = C.e^{-\frac{t}{0,2}} \quad ; \quad \tau = 0,2$$

Ejercicio Introductorio– Modelo Simple



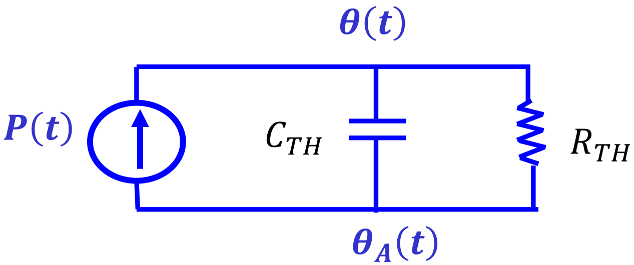
Potencia: $P(t)\ \ [W]\ :\ P(t) = C_T \frac{d\theta(t)}{dt}\ ;\ P(t) = \frac{\theta(t)}{R_T}$

Calor o flujo de calor: $q(t) = \frac{\theta(t)}{R_T}\ \ [J]\ ;\ \ \theta(t)\ \ [°C]$

$q(t) = C_T \frac{d\theta(t)}{dt}$ $\quad ;\ P(t) \equiv q(t)$

Hallar ecuación diferencial que relaciona la potencia de entrada con la temperatura en la cámara. Graficar el circuito eléctrico equivalente.

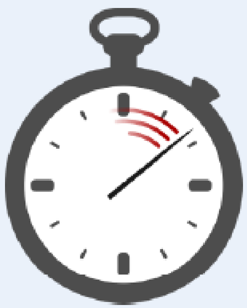
Resolución rápida (4 minutos)



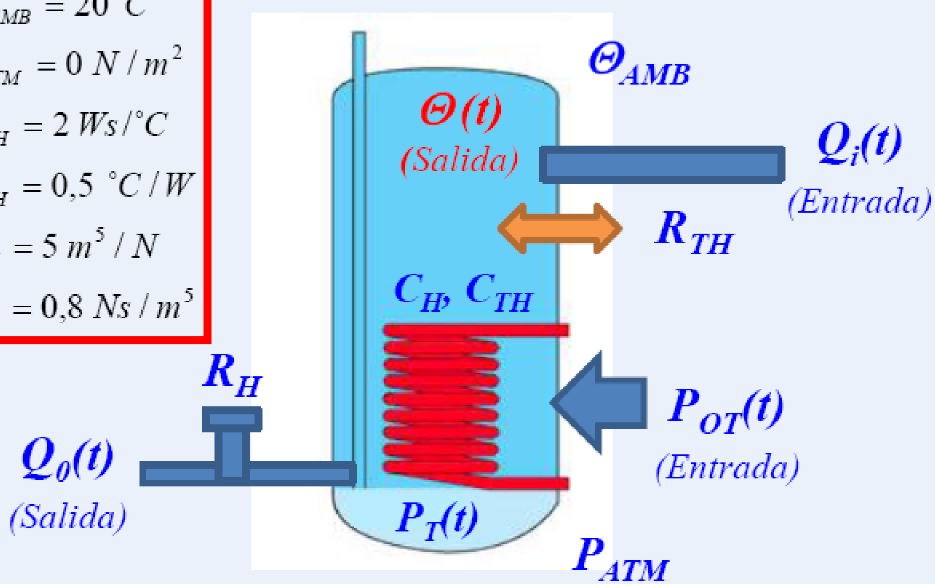
$$P(t) = C_{th}\frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{\theta(t) - \theta_A(t)}{R_{th}}$$

Consigna de la clase #A INTEGRADORA (20 minutos)

Obtener las ***ecuaciones que modelan*** el siguiente termotanque eléctrico (térmicas e hidráulicas por separado) y calcular cada una de las respuestas del mismo para las excitaciones $Q_i(t)=2u(t)$ y $P_{OT}(t)=6[\rho(t)-\rho(t-20)]$. Verificar ambos resultados en ***MatLab***.



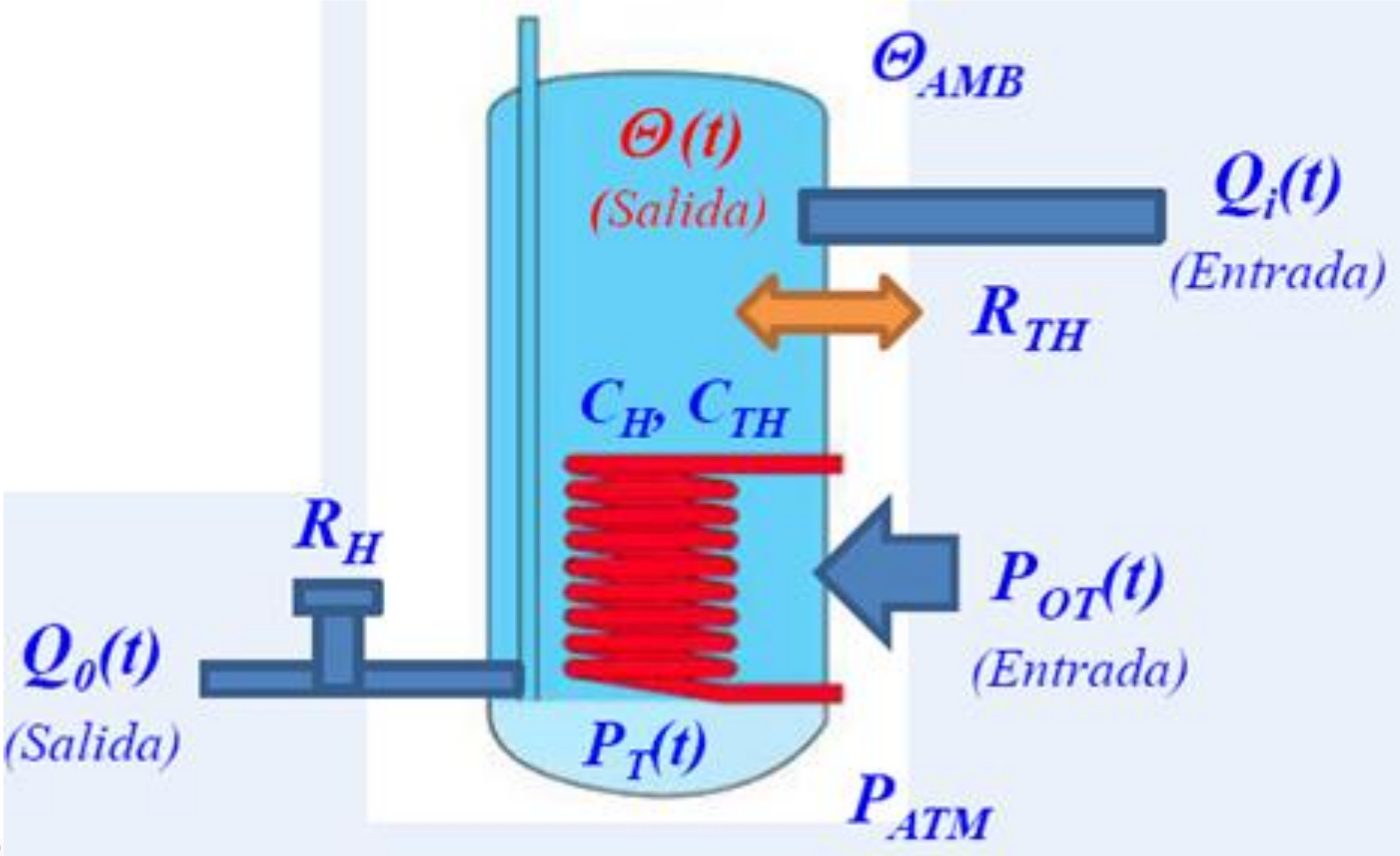
$$\Theta_{AMB} = 20^\circ C$$
$$P_{ATM} = 0\ N/m^2$$
$$C_{TH} = 2\ Ws/^\circ C$$
$$R_{TH} = 0{,}5\ ^\circ C/W$$
$$C_H = 5\ m^5/N$$
$$R_H = 0{,}8\ Ns/m^5$$



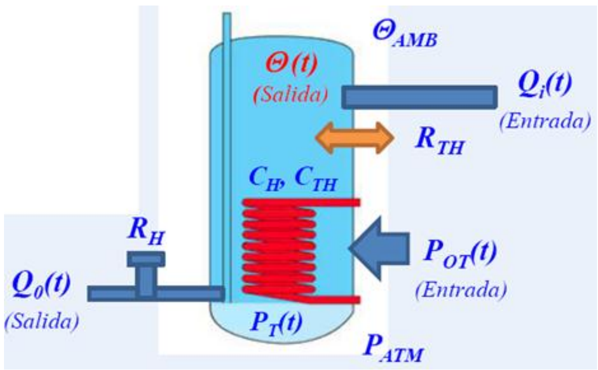
1. ¿En qué valor se estabiliza el flujo de salida $Q_0(t)$?

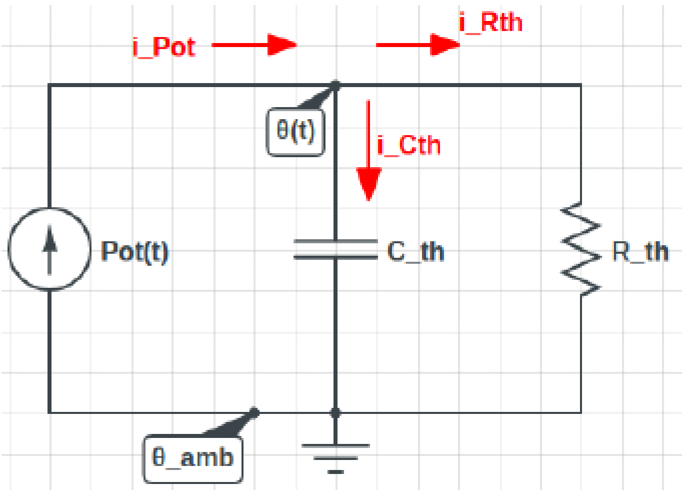
2. ¿Qué valor máximo alcanza la temperatura del tanque $\Theta(t)$?

Sistema Térmico



Sistema Térmico





Entrada: $Pot\,(t)$

Salida: $\theta(\mathrm{t})$ temperatura

Analizamos el nodo

$$Pot = i_{C_{th}} + i_{R_{th}}$$

$$Pot = C_{th}\,\frac{d(\theta-\theta_{AMB})}{dt} + \frac{\theta(t)-\theta_{AMB}}{R_{th}}$$

$$\theta_{AMB} = constante \quad ; \quad \frac{d(-\theta_{AMB})}{dt} = 0$$

$$Pot = C_{th}.\theta'(t) + \frac{\theta(t)}{R_{th}} - \frac{\theta_{AMB}}{R_{th}}$$

Normalizamos por la derivada de mayor orden

$$\boxed{\theta'(t) + \frac{\theta(t)}{R_{th}.C_{th}} - \frac{\theta_{AMB}}{R_{th}.C_{th}} = \frac{Pot}{C_{th}}}$$

$$R_{th} = 0{,}5\,°C/W \quad ; C_{th} = 2\,Ws/°C \quad ; \; R_{th}.C_{th} = 1\,s$$

Reemplazando (sin unidades)

$$\boxed{\boldsymbol{\theta'(t) + \theta(t) - \theta_{AMB} = \frac{Pot}{2}}}$$

Sistema Térmico

Ayudas completar

$$\theta'(t) + \theta(t) - \theta_{AMB} = \frac{Pot(t)}{2}$$

No es lineal, entonces planteo:

$$\theta'(t) + \theta(t) = \frac{Pot(t)}{2}$$

Resuelvo 2 ecuaciones diferenciales (1 para cada zona)

$$\begin{cases} \theta'_1(t) + \theta_1(t) = \frac{Pot(t)}{2} & ; 0 < t < 20 \\ \theta'_2(t) + \theta_2(t) = \frac{Pot(t)}{2} & ; \quad t > 20 \end{cases}$$

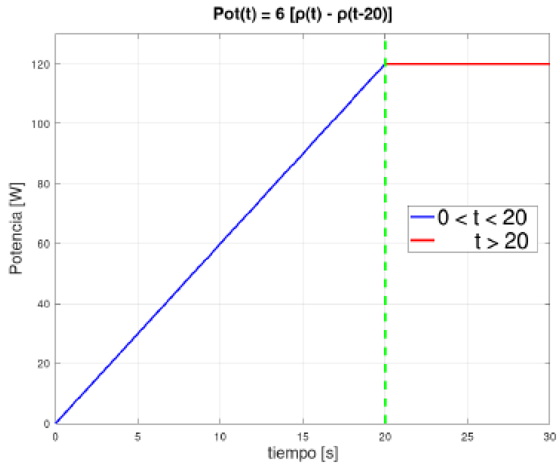
$$\theta(20)_{zona\ I} = \theta(20)_{zona\ II}$$

Al final, Sumamos $\boldsymbol{\theta_{AMB} = 20°C}$

$$\boldsymbol{\theta(t)_{analitica} = \theta(t) + 20°C}$$

Resultados Sistema Térmico analítico y Matlab

Entrada Pot(t)



HOMOGÉNEA + PARTICULAR en ambos tramos.

Sistema Térmico

Ayudas Matlab

```
function TareaA_calefon_2022
%% Parte Termica
    clc; clear all;  close all
    dt = 1/100;   t= 0 : dt : 40;
%Funcion de entrada
    x_in = @(t) 6*(rampa(t) - rampa(t-20));
    Pot = x_in(t) ;   % Pot = 6*(rampa(t) - rampa(t-20));
    figure;  ...... GRAFICAR...COMPLETAR

%% Solucion Analitica
    O1= (3*exp(-t) + 3*t + 17) .*(escalon(t)-escalon(t-20)) ;
    O2= ((-3)*exp(-(t-20)) + 80) .*(escalon(t-20))  ;
    O_analitica = O1 + O2 ;
%% Solucion ANALITICA LIT
   O_LIT= 3*(exp(-t)+t-1).*escalon(t) -3*((exp(-(t-20)) +(t-20)-1)).*escalon(t-20) + 20;
```

Sistema Térmico

Ayudas Matlab

CONTINUACION …

[t1, y1] = ode23(odefun, tspan, y0)

```
%% Solucion Numerica: Otra forma
    tt = t ; % es el tiempo que quiero que analice ode23
    Cond_Ini = 20;
    [t_ode, Y] = ode23(@(t,y) ode_term1(t,y, x_in),  tt, Cond_Ini);

% Solucion Numerica: SUMO LOS 20 GRADOS AL FINAL
    Cond_Ini = 0; % !!

    [t_ode, Y2] = ode23(@(t,y) ode_term2(t,y, x_in), tt, Cond_Ini);
    Y3 = Y2+20 ; % !!!  SUMO LOS 20 GRADOS AL FINAL
%% Graficamos «TODO» Solucion Analitica , LIT y Numerica

%% Parte Hidraulica
  Completar
   …………………………
end
```

Sistema Térmico

Ayudas Matlab

```
function dy =ode_term1(t,y,x_in)
    Rth = 0.5;  Cth = 2;  TITA_AMB = 20;
    x = x_in(t);
    dy =  1/Cth* x -  1/(Rth*Cth)* y +  TITA_AMB/(Rth*Cth);
end
```

```
function dy =ode_term2(t,y,x_in)
    Rth = 0.5;  Cth = 2;
    x = x_in(t);
    dy =  1/Cth* x -  1/(Rth*Cth)* y ;
end
```

$$\boxed{\theta'(t) + \frac{\theta(t)}{R_{th}.C_{th}} - \frac{\theta_{AMB}}{R_{th}.C_{th}} = \frac{Pot}{C_{th}}}$$

Reemplazamos $y = \theta(t)$; $x = Pot$;

$\theta_{AMB} = 0$ y al final a la salida le sumamos $\theta_{AMB} = 20$

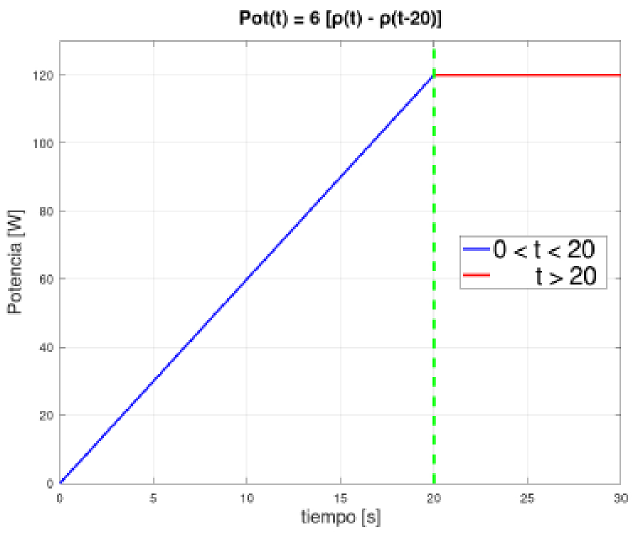
$$y'(t) + \frac{y(t)}{R_{th}.C_{th}} = \frac{x}{C_{th}}$$

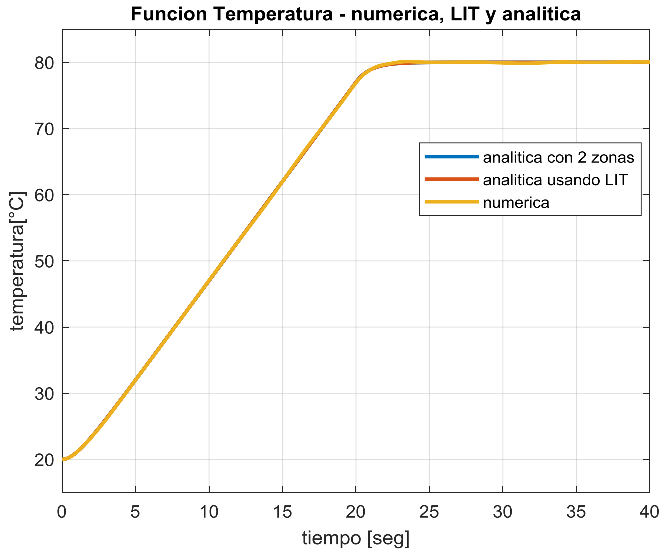
Despejo $dy = y'(t)$

→ **dy = 1/Cth* x - 1/(Rth*Cth)* y ;**

Sistema Térmico

Respuestas Sistema Térmico



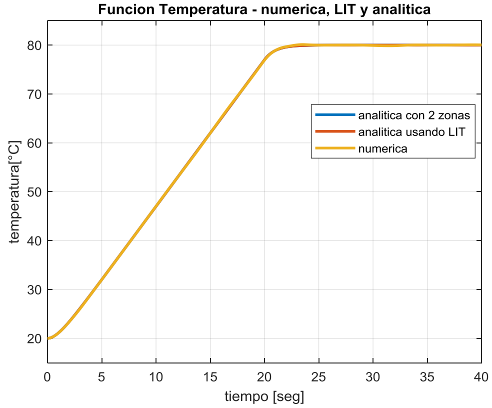


$$\boxed{\theta(t)_{analitica} = \begin{cases} 3.\left[e^{-t} + t - 1\right] + 20 & ; 0 < t < 20 \\ -1{,}45.10^{9}.e^{-t} + 80 & ;\quad t > 20 \end{cases}}$$

$$C = -3.e^{20} = -1455495583 = -1{,}45.10^{9}$$

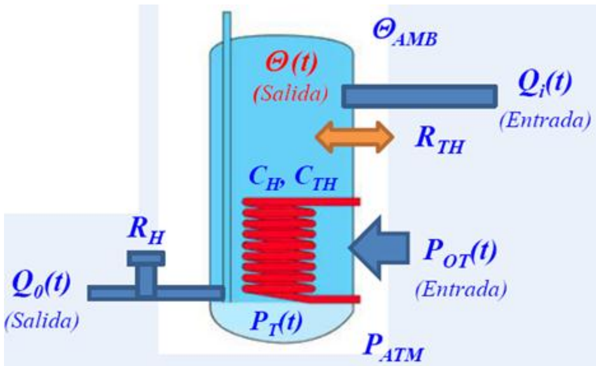
Sistema Térmico - Aplicamos LIT

Entrada $Pot(t)$	Salida $\theta(t)$	Observaciones
$6.\rho(t).u(t)$	$\theta_1(t) = 3.[e^{-t} + t - 1]$	**Solo resuelvo 1 ecuac. Diferencial !!**
$-6.\rho(t-20)$	$\theta_2(t) = -3.\left[e^{-(t-20)} + (t-20) - 1\right]$	Multiplicamos por (-1) y desplazamos 20 a $\theta_1(t)$
$6.\rho(t) - 6.\rho(t-20)$	$3.[e^{-t} + t - 1] - 3.\left[e^{-(t-20)} + (t-20) - 1\right]$	Sumamos $\theta_1(t)$ y $\theta_2(t)$
	$3.[e^{-t} + t - 1] - 3.\left[e^{-(t-20)} + (t-20) - 1\right] + 20$	Sumamos $\theta_{AMB} = 20°C$

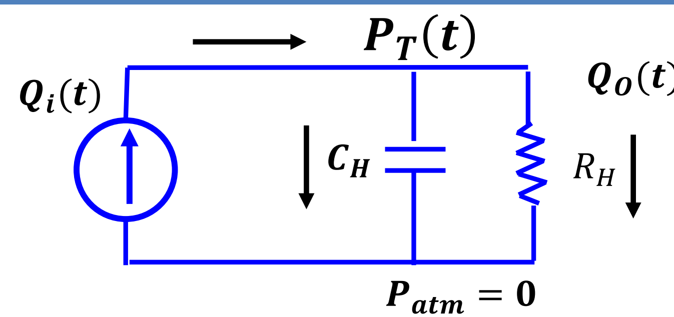


Resultado ídem anterior

Sistema Hidráulico



Entrada: $Q_i(t)$
Salida: $Q_o(t)$
$P_T(t)$: presión interna



$$Q_i(t) = i_{C_H} + i_{R_H}$$

$$Q_i(t) = C_H \, . \frac{d(P_T(t) - P_{AMB})}{dt} + \frac{P_T(t)}{R_H}$$

$P_{AMB} = 0 \;\; ; C_H = 5\frac{m^3}{N} ; R_H = 0{,}8 \; N.s/m^3$

$$Q_i(t) = 5.P'_T + \frac{P_T(t)}{0{,}8}$$

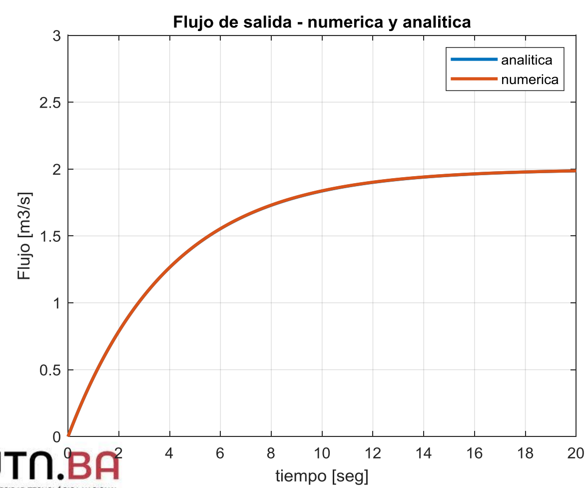
Normalizamos:

$$\boxed{P'_T(t) + \frac{P_T(t)}{4} = \frac{Q_i(t)}{5}}$$

Resolver EDO

Obtengo: $P_T(t)$ luego $Q_O(t) = \frac{P_T(t)}{R_H}$

Resultado Sistema Hidráulico

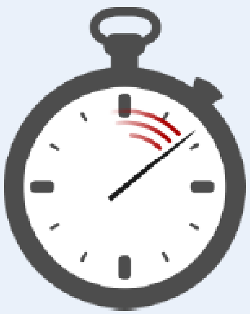


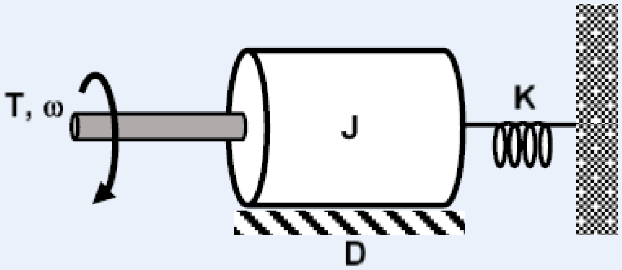
Resultado

$$\boxed{Q_O(t) = 2.\left[1 - e^{-\frac{t}{4}}\right].u(t) \quad \left[\frac{m^3}{s}\right]}$$

Consigna de la clase #B (30 minutos)

1. Obtener las respuestas ***indicial*** (al escalón, $g(t)$) e ***impulsional*** (al impulso, $h(t)$) correspondientes al siguiente sistema físico, al que se le aplica un torque $T(t)$. ***Considerar a)*** el resorte K desconectado (respuesta $\omega(t)$) y ***b)*** el resorte K conectado (respuesta $\theta(t)$). Utilizar ***MatLab*** para verificar numéricamente el resultado.





$J = 1\ Kgm^2$

$D = 0,5\ Nms / rad$

$K = 2\ Nm / rad$

2. ***Discretizar el sistema obtenido en a)*** a una tasa de muestreo $T_S = 0,1s$. Calcular los primeras 5 muestras de su respuesta indicial $g[n]$, determinar el error respecto de $g(nT_S)$ y graficar su ***diagrama en bloques***.

Fórmula de Mecánica Rotacional: $\boxed{T(t) = J.\frac{d\omega(t)}{dt} + B_R.\omega(t) + k_R \int_{-\infty}^{t} \omega(t).dt}$

$T(t) = J.\frac{d\omega(t)}{dt} + D.\omega(t) + k_R \int_{-\infty}^{t} \omega(t).dt \quad ; D = B_R = 0{,}5\ N.m.s/rad \quad ; J = 1\ kgm^2$

En este caso $k_R = 2\ N.m/rad \quad \longrightarrow \ T(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} + 0{,}5.\omega(t) + 2\int_{-\infty}^{t} \omega(t).dt$

Resolución: 1.a) **Sin resorte: $k_R = 0$ y respuesta $\omega(t)$;** $\boxed{\boldsymbol{T(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} + 0,5.\omega(t)}}$

Solución Homogénea:

$\boldsymbol{\frac{d\omega(t)}{dt} + 0,5.\omega(t) = 0}$

Planteamos Homogénea $\boxed{\boldsymbol{\omega_H(t) = C.e^{\lambda.t}}}$ $\longrightarrow \quad \frac{d\omega_H(t)}{dt} = \lambda.C.e^{\lambda.t}$

Reemplazamos en ecuación Diferencial:

$\lambda.C.e^{\lambda.t} + 0{,}5.C.e^{\lambda.t} = 0 \quad ; \quad \lambda + 0{,}5 = 0 \quad ; \quad \lambda = -0{,}5 \quad ; \omega_H(t) = C.e^{-0{,}5.t};$ $\boxed{\omega_H(t) = C.e^{-\frac{t}{2}}}$

Solución Particular: En la respuesta Indicial, La entrada $x(t) = u(t)$

$x(t)$ para t > 0 vale 1 (constante), entonces planteamos

t > 0: $\boldsymbol{\frac{d\omega(t)}{dt} + 0,5.\omega(t) = 1}$; Como la entrada es una constate $T(t) = 1$,

planteamos: $\boldsymbol{\omega_p(t) = k = cte}$

$\frac{d\,k}{dt} + 0{,}5.k = 1 \longrightarrow \ k = 2 = \omega_p(t)$

Solución General:

$\omega(t) = \omega_H(t) + \omega_p(t) = C.e^{-\frac{t}{2}} + 2$;**Reemplazamos Condición Inicial**:

$\omega(0) = 0 \quad \longrightarrow \quad 0 = C.e^{0} + 2 \;\; ; \;\; C = -2 \quad ; \quad \omega(t) = -2.e^{-\frac{t}{2}} + 2;$

Obtenemos la respuesta Indicial: $\boxed{g(t) = \omega(t) = 2.\left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right)}$

Consideramos CIN:
Condiciones Iniciales Nulas
Condición Inicial: $\boldsymbol{\omega(0) = 0}$
Si no se dice lo contrario, consideramos CIN

La respuesta Impulsional $\boldsymbol{h(t)}$ (respuesta al impulso) resulta:

$$\boldsymbol{h(t) = \frac{dg(t)}{dt}} = \frac{d\left(2-2.e^{-\frac{t}{2}}\right)}{dt} = e^{-\frac{t}{2}} \qquad ; \mathrm{t} > 0$$

Matlab

Sin Resorte

$T(t) = \omega'(t) + 0{,}5.\,\omega(t)$; Usamos: $y(t) = \omega(t)$;

$T(t) = y'(t) + 0{,}5.\,y(t)$

En respuesta Impulsional: $T(t) = u(t) = 1$ para $t > 0$

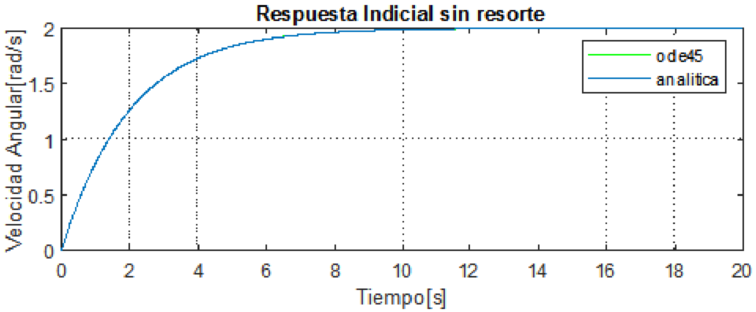
$y'(t) + 0{,}5.\,y(t) = 1$

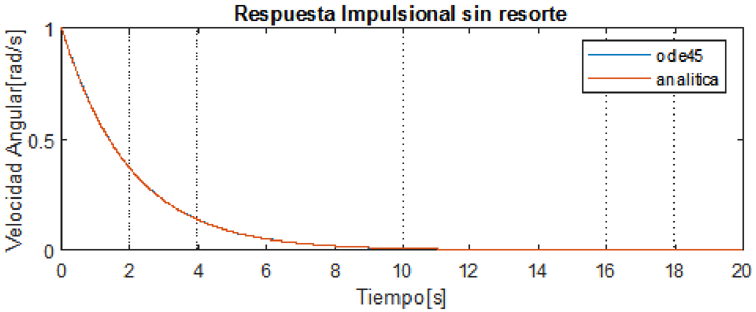
$\boxed{y'(t) = 1 - 0{,}5.\,y(t)}$ Usamos esta ecuación en la función mi_edo1

```
% mi_edo1
function yp = mi_edo1(t,y)
    yp = 1 - 0.5*y;
end
```

Matlab Sin Resorte $\boxed{y'(t) = 1 - 0{,}5.\,y(t)}$

```
function TareaB_JV
 dt = 0.01;  t = 0: dt: 20;  y_0 = 0 ; % condicion inicial
%Respuesta Indicial ode45
    [ta, ya] = ode45 (@mi_edo1, t, y_0); % ya es respuesta Indicial
 %Cuidado  t y ta son vectores traspuestos
  % Graficar ta,ya
 % Rta Indicial analitica
    y_analitica = 2 -2*exp(-t/2) ;
 % Graficar encima  (hold on)
%Respuesta Impulsional (desde ya)
    dta = ta(2) - ta(1)  ;
    ha = diff(ya)/dta;  % Derivada
   % Graficar ta(2:end),ha
%Respuesta Impulsional Analitica
    h_analitica = exp(-ta/2);
….
end
```





Completar

Con resorte conectado y salida $\boldsymbol{\theta(t)}$: ángulo

$\longrightarrow \ T(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} + 0{,}5.\omega(t) + 2\int_{-\infty}^{t} \omega(t).dt$

$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$; *reemplazamos arriba:* $T(t) = \theta''(t) + 0{,}5.\theta'(t) + 2.\theta(t)$

Para respuesta Indicial: $\boldsymbol{\theta''(t) + 0,5.\theta'(t) + 2.\theta(t) = 1}$; $t > 0$

Solución Homogénea:

$\theta''(t) + 0{,}5.\theta'(t) + 2.\theta(t) = 0$

Planteamos Homogénea: $\boldsymbol{\theta_H(t) = C.e^{\lambda.t}}$ $\longrightarrow \theta'_H(t) = \lambda.C.e^{\lambda.t}$;

$\theta''_H(t) = \lambda^2.C.e^{\lambda.t}$

Reemplazamos en ecuación Diferencial:

$\lambda^2.C.e^{\lambda.t} + 0{,}5.\lambda.C.e^{\lambda.t} + 2.C.e^{\lambda.t} = 0$; $\lambda^2 + 0{,}5.\lambda + 2 = 0$;

Matlab: roots([1 0.5 2]) devuelve las raíces

$\boldsymbol{\lambda_{1,2} = -0,25 \pm j.1,3919 = a \pm j.b}$ **;** $\mathbf{a = -1/4}$ **; b** $\mathbf{= 1,3919}$

Tengo Raíces Complejas conjugadas, entonces conviene plantear:

$$\theta_H(t) = e^{a.t}.[k_1.\cos(b.t) + k_2.\mathrm{seno}(b.t)]$$

$$\boldsymbol{\theta_H(t) = e^{-\frac{t}{4}}.[k_1.cos(b.t) + k_2.seno(b.t)]}$$

Solución Particular: En la respuesta Indicial, La entrada $\boldsymbol{x(t) = u(t)}$

$x(t)$ para t > 0 vale 1 (constante), entonces planteamos

t > 0: $\boldsymbol{\theta''(t) + 0,5.\theta'(t) + 2.\theta(t) = 1}$; Como la entrada es una constate $T(t) = 1$,

planteamos: $\theta_P(t) = A = cte$; Reemplazamos en ec. diferencial anterior

$0 + 0 + 2.A = 1 \longrightarrow \boxed{\mathbf{A} = \frac{1}{2} = \theta_P}$

Solución General: $\boldsymbol{\theta\,(t) = \theta_H(t) + \theta_p(t)}$

$$\theta\,(t) = e^{-\frac{t}{4}}.[k_1.\cos(b.t) + k_2.\text{seno}(b.t)] + \frac{1}{2}$$

$$\theta'(t) = -\frac{1}{4}.e^{-\frac{t}{4}}.[k_1.\cos(b.t) + k_2.\text{seno}(b.t)] + e^{-\frac{t}{4}}.[-b.k_1.\text{sen}(b.t) + b.k_2.\cos(b.t)]$$

Falta hallar k_1 y k_2

Reemplazamos las 2 Condiciones Iniciales: $\boldsymbol{\theta\,(0) = 0}$; $\boldsymbol{\theta\,'(0) = 0}$

$$\boldsymbol{\theta\,(0) = 0} = e^0.[k_1.\cos(0) + k_2.\text{seno}(0)] + \frac{1}{2} = k_1 + \frac{1}{2} \quad ; k_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\boldsymbol{\theta'(0) = 0} = -\frac{1}{4}.e^0.[k_1.\cos(0) + k_2.\text{seno}(0)] + e^0.[-b.k_1.\text{sen}(0) + b.k_2.\cos(0)]$$

$$\theta'(0) = 0 = -\frac{1}{4}.k_1 + b.k_2 \quad ; \quad 0 = \frac{1}{8} + b.k_2 \quad ; k_2 = \frac{-\frac{1}{8}}{b} = \frac{-\frac{1}{8}}{1{,}3919} = \frac{-\frac{1}{8}}{1{,}3919} = -0{,}0898$$

$$g(t) = \theta\,(t) = e^{-\frac{t}{4}}.\left[-\frac{1}{2}.\cos(b.t) - 0{,}0898.\text{seno}(b.t)\right] + \frac{1}{2} \quad ; \quad \text{con} \quad b = 1{,}3919$$

Obtuvimos la respuesta Indicial:

$$\boldsymbol{g(t) = \theta\ (t) = e^{-\frac{t}{4}}.\left[-\frac{1}{2}.cos(b.t) - 0,0898.seno(b.t)\right] + \frac{1}{2} \quad ; con \quad b = 1,3919 \quad ; t > 0}$$

La respuesta Impulsional $h(t)$ (respuesta al impulso) resulta:

$$\boldsymbol{h(t) = \frac{dg(t)}{dt} = \theta'\ (t) \qquad ; t > 0}$$

Ya calculamos $\theta'\ (t)$

$$\boldsymbol{h(t) = \theta'(t)} = -\frac{1}{4}.e^{-\frac{t}{4}}.[k_1.\cos(b.t) + k_2.\text{seno}(b.t)] + e^{-\frac{t}{4}}.[-b.k_1.\text{sen}(b.t) + b.k_2.\cos(b.t)]$$

$$h(t) = -\frac{1}{4}.e^{-\frac{t}{4}}.\left[-\frac{1}{2}.\cos(b.t) - 0{,}0898.\text{seno}(b.t)\right] + e^{-\frac{t}{4}}.[0{,}6959.\text{sen}(b.t) - 0{,}125.\cos(b.t)]$$

Hago distributiva y agrupo

$$h(t) = e^{-\frac{t}{4}}.\left[\cos(b.t).\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\right) + \text{seno}(b.t).\left(\frac{0{,}0898}{4} + 0{,}6959\right)\right]$$

respuesta Impulsional

$$\boxed{h(t) = e^{-\frac{t}{4}}.[0{,}7183\ \text{seno}(1{,}3919.t)]}$$

Matlab

Con Resorte

$\theta''^{(t)} + 0{,}5.\theta'^{(t)} + 2.\theta(t) = 1$; $t > 0$ Usamos $y(t) = \theta(t)$

$y''(t) + 0{,}5.y'(t) + 2.y(t) = 1$; $\boxed{y''(t) = 1 - 0{,}5.y'(t) - 2.y(t)}$

Vector yp es vector y derivado

```
%mi_edo2
function yp = mi_edo2(t,y)
   % y es un vector de 2 elementos con: y(1)=y   ;  y(2)=dy/dt.
  % Luego yp es la derivada del anterior:
  % yp es un vector de 2 elementos con: yp(1)=y(2)=dy/dt yp(2)=d2y/dt2
  % Debo resolver a* d2y/dt2 + b*dy/dt + c*y = f(t)
  % Despejo yp(2)= d2y/dt2 = f(t)/a -(b/a)*y(2) - (c/a)*y(1)
   yp=zeros(2,1); %Inicio una matriz de 2 filas y 1 columna con ceros
   yp(1)=y(2);
   yp(2)= 1 - 0.5*y(2) -2*y(1);      %yp=[yp1;yp2];
end
```

$\boxed{y''(t) = 1 - 0{,}5.y'(t) - 2.y(t)}$

Vector y

y
y'

Vector yp

y'
y''

Ayudas de Consignas

Matlab

Con Resorte

```
%mi_edo2
function yp = mi_edo2(t,y)
   yp=zeros(2,1);
   yp(1)=y(2);
   yp(2)= 1 - 0.5*y(2) -2*y(1);
end
```

Ídem anterior

Resumido !!

$$\boxed{y''(t) = 1 - 0{,}5.y'(t) - 2.y(t)}$$

Actividad Práctica
Ayudas de Consignas

Matlab - Con Resorte

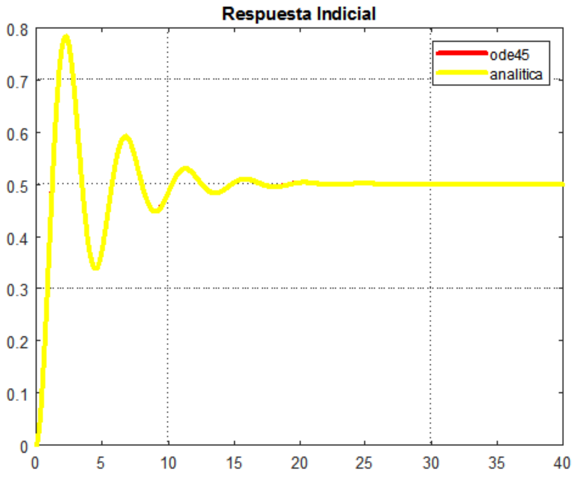
```
%% Parte b) - Resorte conectado (K distinto de 0)
  dt = 0.01; t = 0:dt:40;  ci = [0  0]; %Condiciones iniciales nulas
      %global J, global D, global k    %J= 1 ; D= 0.5 ; k = 2 ;
%Respuesta Indicial con ode45
    [tb,yb]=ode45(@mi_edo2, t, ci);
     % Primer columna:  yb(:,1) tengo angulo
     % Segunda columna:  yb(:,2) tengo w(t): derivada del angulo
    figure;
    % Graficar  tb,yb(:,1)     es el angulo fi(t) Rta indicial !!
    % También podría Graficar tb,yb(:,2)
 %Respuesta Impulsional desde yb (ode45)
    hb1 = diff (yb(:,1))/dt; % derivada del Angulo    h(t)=dg(t)/dt
    % Graficar   tb(2:end),hb2
% Comparo con Respuesta Indicial:  ode45 y Analítica
    b=1.3919 ;
    g_analit = exp(-t/4).*(-0.5*cos(b*t) -0.0898*sin(b*t)) +0.5   ;
    figure(10);
 % Graficar tb,yb(:,1) hold on ;  graficar  tb, g_analit
    legend('ode45','analitica')
% Comparo con Respuesta Impulsional ode45 y Analítica
    b=1.3919 ;     h_analit = exp(-t/4).*(0.7183*sin(b*t))  ;
```

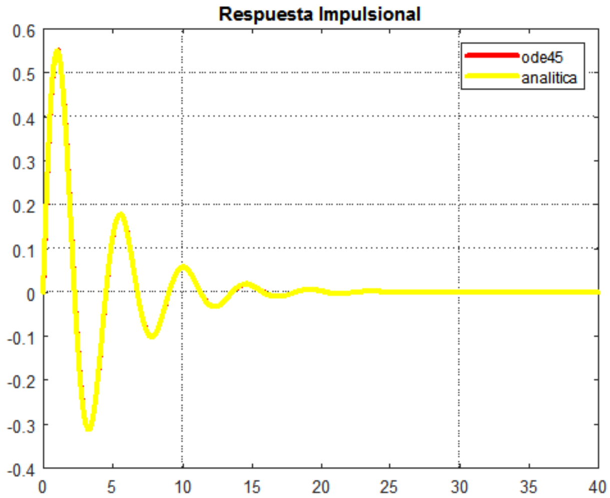
Graficar
tb,yb(:,1)

Graficar
señales
superpuestas

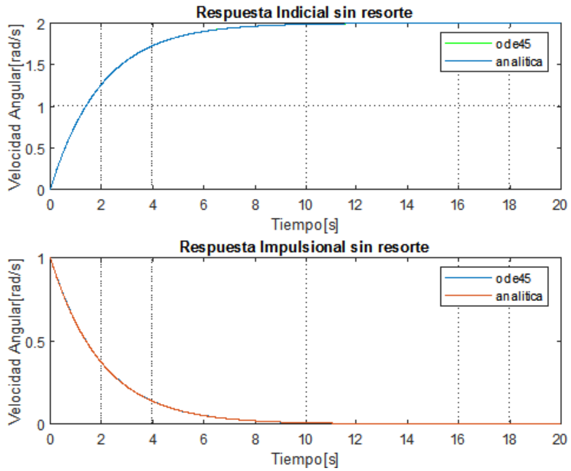
Actividad Práctica
Ayudas de Consignas

Matlab - Con Resorte





Sin Resorte



Graficamos señales superpuestas

Actividad Práctica
Ayudas de Consignas

Consigna B - Punto 2

2. ***Discretizar el sistema obtenido en a)*** a una tasa de muestreo $T_S = 0{,}1s$. Calcular los primeras 5 muestras de su respuesta indicial $g[n]$, determinar el error respecto de $g(nT_S)$ y graficar su ***diagrama en bloques***.

$T(t) = \omega'(t) + 0{,}5.\omega(t)$; Usamos: $y(t) = \omega(t)$; $T(t) = y'(t) + 0{,}5.y(t)$

En respuesta Impulsional: $T(t) = u(t) = 1$ para $t > 0$

$$\boxed{y'(t) + 0{,}5.y(t) = 1}$$

$\boldsymbol{y'(t) + b.y(t) = x(t)}$ **;** $\boxed{y'(t) + 0{,}5.y(t) = 1}$ b=0,5 ;

Con $a = (1 - 0{,}5.T_s)$; $a = (1 - 0{,}5.x\ 0{,}1) = 0{,}95$

$\longrightarrow$ $\boldsymbol{y[k] - a.y[k-1] = T_s.x[k-1]}$ **;**

$\longrightarrow$ Despejamos $\boxed{w[k] = y[k] = \quad ...\ ....}$

Actividad Práctica
Ayudas de Consignas

***Continuac.* -** Despejar $\boxed{w[k] = y[k] = 0{,}1.x[k-1] + 0{,}95.y[k-1]}$ Luego Armar Tabla

Comparar con analítica: $g(t) = w_{analitica}(t) = y(t) = 2.\left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right)$ en $t = 0{,}5$

Este es el resultado exacto, lo comparo con resultado numérico

$$Error = w_{analitica} - w_{numérico}$$

k	$x[k] = u[k]$	$x[k-1]$	$w[k]$ $w_{numérico}$	$w[k-1]$	t $(T_s = 0{,}1)$ $k.T_s$	$g(t) = w_{analitica}(t) =$ $y(t) = 2.\left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right)$	$Error$
-1	0	0	0		$-0{,}1$		
0	1	0	$\mathbf{0\ (CIN)}$		0		
1	1	1			$0{,}1$		
2	1	1					
3	1	1					
4	1	1					
5	1	1					$\ldots Completar$

Completar

Cúal es el Error para $t = 0{,}5$?

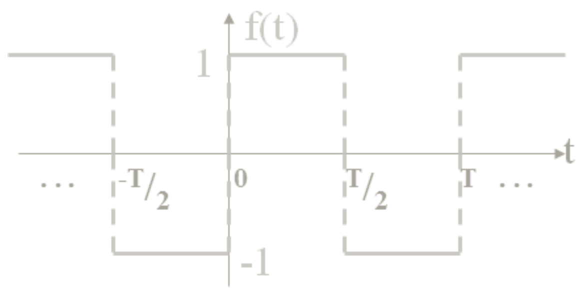
Continuac. -

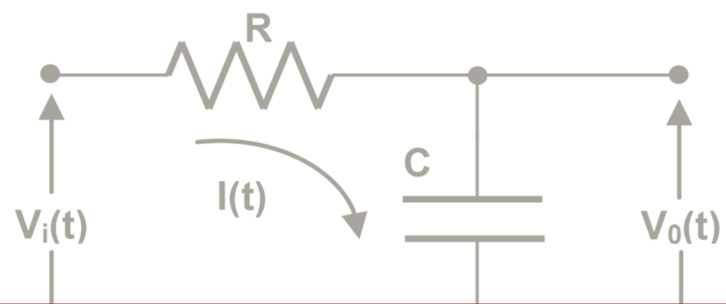
$$y[k] - 0{,}95.\, y[k-1] = 0{,}1.\, x[k-1]$$
$$w[k] = y[k] = 0{,}1.\, x[k-1] + 0{,}95.\, y[k-1]$$

<u>Diagrama en bloques</u>

<u>Completar desarrollo, Tabla y Diagrama en bloques</u>

Actividad Práctica: Resolución de Consignas





Actividad Práctica

¿CONSULTAS?

Foro Campus Virtual