ESPECTRO EN SEÑALES ESTOCÁSTICAS

⇒ La DEP de una señal de POTENCIA (PERIÓDICA, PSEUDO-PERIÓDICA o ESTOCÁSTICA) puede ser expresada, usando una señal de ENERGÍA $x(t)$, TRUNCADA en un INTERVALO $[-T,T]$, tal que al aplicar T. DE PARSEVAL:

$$\left[x_T(t) = x(t)\,[u(t+T) - u(t-T)] \right] \Rightarrow \left[\int_{-\infty}^{\infty} |x_T(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X_T(\omega)|^2 d\omega\right]$$

⇒ Si sólo integramos ahora en $[-T,T]$ de modo de reemplazar $x_T(t)$ por una señal $x(t)$ PERIÓDICA (conformada por períodos $x_T(t)$) y dividiendo por T ⇒ $\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{T}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X_T(\omega)|^2 d\omega$

⇒ y aplicando el lim con $T \to \infty$ ⇒ $\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X_T(\omega)|^2 d\omega$

⇒ operando finalmente se obtiene LA EXPRESIÓN GENERAL DE POTENCIA MEDIA:

$$\left[P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{|X_T(\omega)|^2}{T} d\omega \right]$$

∴ la DEP de una SEÑAL DE POT se expresa:

$$\left[G_{xx}(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{|X_T(\omega)|^2}{T} \right]$$

¿CÓMO SE PROCESA UNA SEÑAL ESTOCÁSTICA EN TÉRMINOS DE SU DEP?

⇒ Un proceso ERGÓDICO (por ende ESTACIONARIO) se caracteriza a partir de su FAC, CORRESPONDIENTE a una SOLA MUESTRA temporal DE SU ENSAMBLE

⇒ En consecuencia, aplicando T. W-K, se obtiene:

$$\left[G_{xx}(\omega) = \underset{TF}{F}[R_{xx}(\tau)] \right] \left[G_{xy}(\omega) = \underset{TF}{F}[R_{xy}(\tau)] \right]$$

el ser la FAC en MUCHOS CASOS DETERMINÍSTICA (SEÑALES ALEATORIAS son DE POT.) ∴ podemos trabajar ANALÍTICAMENTE en el dom. de F con SEÑALES ALEATORIAS, que no pueden ser descriptas en el t. por func. MATE

UNA SEÑAL ALEATORIA NO TIENE TF ... pero SI SU FAC ⇒ de ello se obtiene la DEP del proceso ERGÓDICO

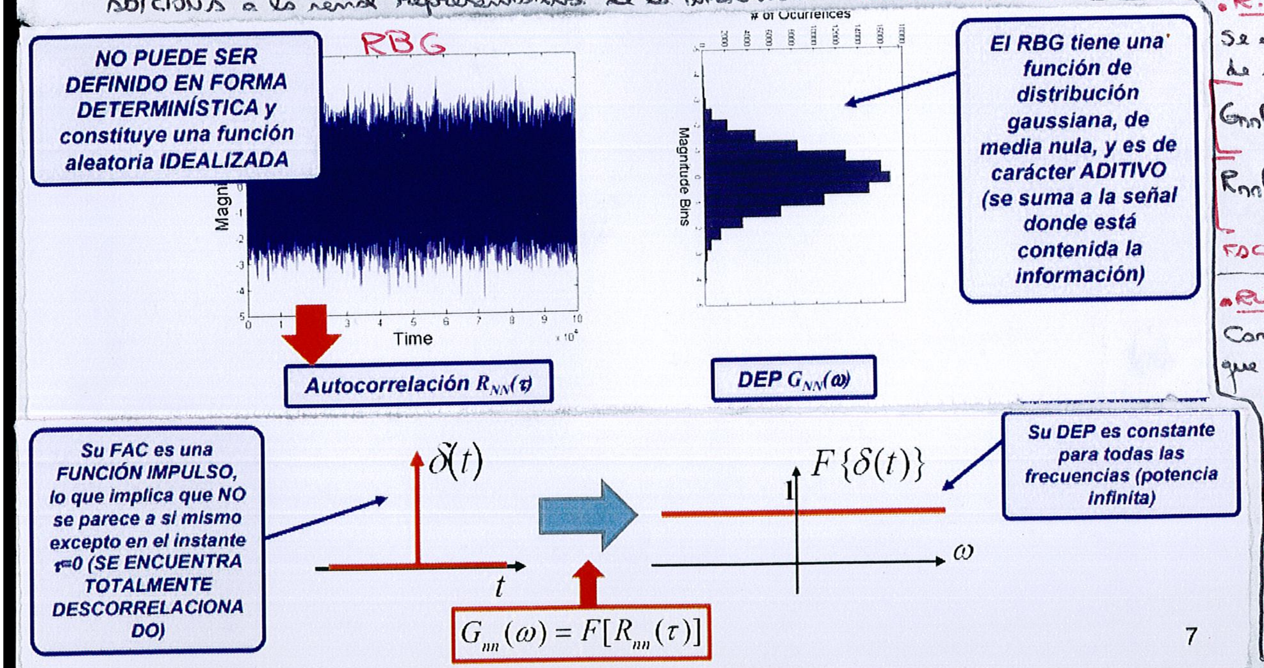
FUENTES DE INTERFERENCIA (RUIDO $n(t)$)

→ SE CARACTERIZAN a partir DE SU DEP
↳ los ruidos son procesos ESTOCÁSTICOS)

• RUIDO BLANCO: → DEP cte. p/ TODAS las frecuencias, su DISTRIB. DE PROB. es GAUSSIANA

↳ $\left[G_{NN}(\omega) = N_0 \rightarrow R_{NN}(\tau) = N_0\,\delta(\tau) \right]$

↳ es un MODELO MATEMÁTICO de una PERTURBACIÓN ALEATORIA presente en los SIST, con una DEP cte en frec. Se ADICIONA a la señal representativa de la INFORMACIÓN (CARÁCTER ADITIVO)



• R. BLANCO LIMITADO EN BANDA

Se usa en muchos APLICACIONES de modo que:

$$\left[G_{nn}(\omega) \begin{cases} N_0 & |\omega| < \omega_{max} \\ 0 & \forall \omega \end{cases} \right] \text{PULSO DE AMPLITUD } N_0 \text{ DE BANDA } \omega_{max}$$

$$\left[R_{nn}(\tau) = \frac{N_0\,\omega_{max}}{\pi}\,\frac{\operatorname{sen}(\omega_{max}\tau)}{\omega_{max}\tau} \right]$$

FAC es una SINC

• RUIDOS ROSA Y MARRÓN

Caracterizados por una DEP que varía INVERSAMENTE con F

$$\left[G_{nn}(\omega) = \frac{N_0}{\omega} \quad (\text{ROSA}) \right]$$

EL OÍDO LO PERCIBE COMO BLANCO

$$\left[G_{nn}(\omega) = \frac{N_0}{\omega^2} \quad (\text{MARRÓN}) \right]$$

CONSTITUIDO por frec BAJAS y MEDIAS

Su DISTRIB. DE PROB.

• RUIDO TÉRMICO → generado por el MOVIMIENTO ALEATORIO de e^- dentro de un conductor, es GAUSSIANA, de VALOR MEDIO NULO. Considerando una R a temp. T su DEP resulta:

$$\left[G(\omega) = \frac{1}{\pi}\,\frac{Rh|\omega|}{e^{\frac{h|\omega|}{2\pi KT}} - 1} \Rightarrow G(F) = \frac{2Rh|F|}{e^{\frac{h|F|}{KT}} - 1} \right] \rightarrow$$

v^2/Hz — F

↳ K es la cte DE BOLTZMANN y h es la cte DE PLANCK

↳ Su DEP se considera cte ($G_{xx} = 2RKT$) ∼ $F \ll KT/h$ (i. es un R. BLANCO) HASTA aprox 10^{13} HZ

⇒ SEA entonces $p(t) = x(t) + n(t)$, la SUMA DE UNA SEÑAL Y UN RUIDO, se demuestra que la FAC RESULTANTE es:

$$\left[R_{pp}(t) = R_{xx}(t) + R_{nn}(t) + R_{xn}(t) + R_{nx}(t) \Rightarrow G_{pp}(\omega) = G_{xx}(\omega) + G_{nn}(\omega) + G_{xn}(\omega) + G_{nx}(\omega) \right]$$

⇒ SI $x(t)$ y $n(t)$ NO ESTÁN CORRELACIONADOS (no presentan dependencia) ⇒ $\left[R_{pp}(t) = R_{xx}(t) + R_{nn}(t) \Rightarrow \underbrace{G_{pp}(\omega) = G_x(\omega) + G_{nn}(\omega)}_{DEP} \right]$

...DES ESTOCÁSTICAS EN SISTEMAS LTI

$x(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow y(t)$

$$\left[\begin{array}{l} y(t) = x(t) * h(t) \\ Y(\omega) = X(\omega)\, H(\omega) \end{array}\right]$$

① ANALIZANDO el VALOR ESPERADO DEL ENSAMBLE de $y(t)$:

$$\left[\mu_y(t) = E[y(t)] = E[x(t) * h(t)] = E[x(t)] * h(t) = \mu_x(t) * h(t)\right]$$

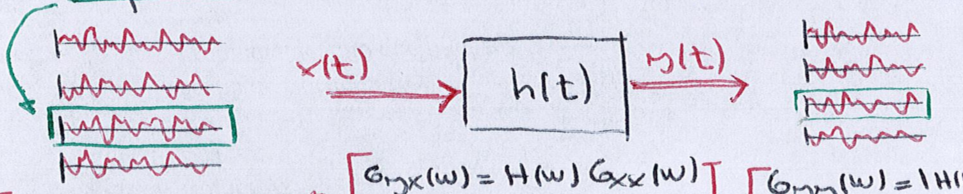
la $\int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\, d\tau$ es el VALOR MEDIO DE $H(\omega)$ o sea $H(0)$

$E[y(t)]$

→ Si el proceso es ESTACIONARIO ⇒ $\left[\mu_x(t) = \mu_x \Rightarrow \mu_y = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} \mu_x\, h(t-\tau)\, d\tau = \mu_x\, \mathbf{H(0)}\right]$

$H(0)$ es el VALOR MEDIO de $h(t)$ (COMPONENTE ESTABLE de la TRANSF.). Finalmente el VALOR MEDIO DE LA SALIDA $y(t)$ es el de la entrada $x(t)$, MULTIPLICADO por el MEDIO de $h(t)$ (PROCESO ESTACIONARIO)

② APLICANDO EL TEOREMA W-K: En los procesos ERGÓDICOS ES SUFICIENTE con calcular la FAC temporal de cualquier MUESTRA de la entrada $x(t)$, obteniendo su DEP



$\left[G_{xx}(\omega) = F[R_{xx}(\tau)]\right]$ DEP DE LA ENTRADA

$\left[\begin{array}{l} G_{yx}(\omega) = H(\omega)\, G_{xx}(\omega) \\ G_{xy}(\omega) = \overline{H(\omega)}\, G_{xx}(\omega) \end{array}\right]$ DEP CRUZADA

$\left[G_{yy}(\omega) = |H(\omega)|^2\, G_{xx}(\omega)\right]$ DEP DE LA SALIDA

TODO ESTO se usa por SI NUESTRA SEÑAL DE ENTRADA es DETERMINÍSTICA pero está contaminada con RUIDO → se vuelve ESTOCÁSTICA ∴ usa TODO ESTO p/ analizarlas CONSIDERANDO que son procesos ERGÓDICOS