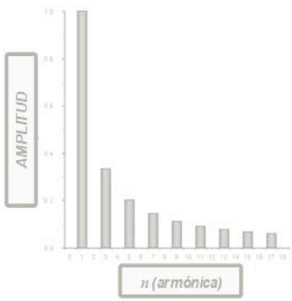
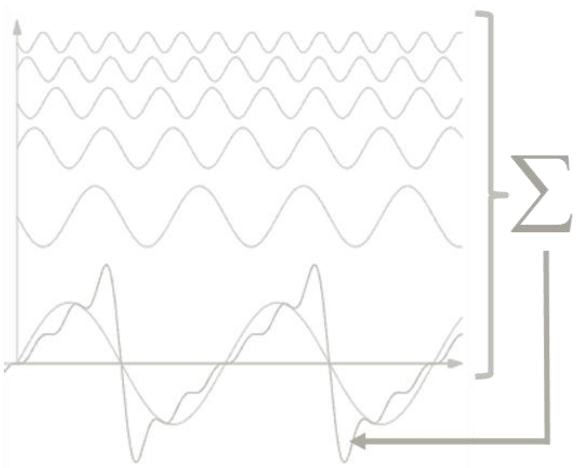


$$x(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}[a_n\cos(n\omega_0 t)+b_n sen(n\omega_0 t)]$$

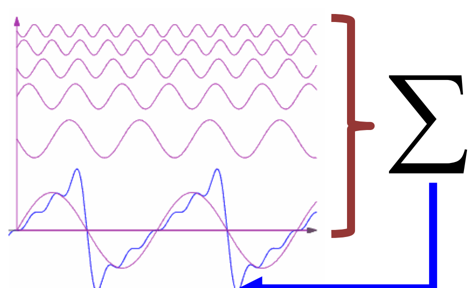
Unidad 5: Series de Fourier

●Suficiencia de las Series de Fourier●



Las Series de Fourier

La importancia de las ideas propuestas por ***Fourier*** ***no pasó desapercibida***, promoviendo contribuciones a su serie por parte de ***S. D. Poisson*** y ***A. L. Cauchy***, entre otros. Si bien en ***1811*** se publicó su artículo en las actas de la Academia de Ciencias, la aparición de las ***Condiciones de Suficiencia de Convergencia de la Serie*** (en ***1829***) y posteriormente del ***Criterio de Integrabilidad Absoluta*** (en ***1837***) ***consolidaron por completo su credibilidad matemática***. Ambos avances son el resultado de ***10 años*** de trabajo del matemático ***Peter Gustav Lejeune Dirichlet***, estudiante de ***doctorado*** de ***Fourier*** y ***Poisson***…



Existencia de la Serie de Fourier

¿En qué condiciones puede asegurarse la existencia de la SdF?

La existencia de la ***SdF*** correspondiente a una función ***x(t)***, se remite al cumplimiento de las ***Condiciones de Suficiencia establecidas por Dirichlet***, de modo que al considerar ***un PERÍODO*** de la misma:

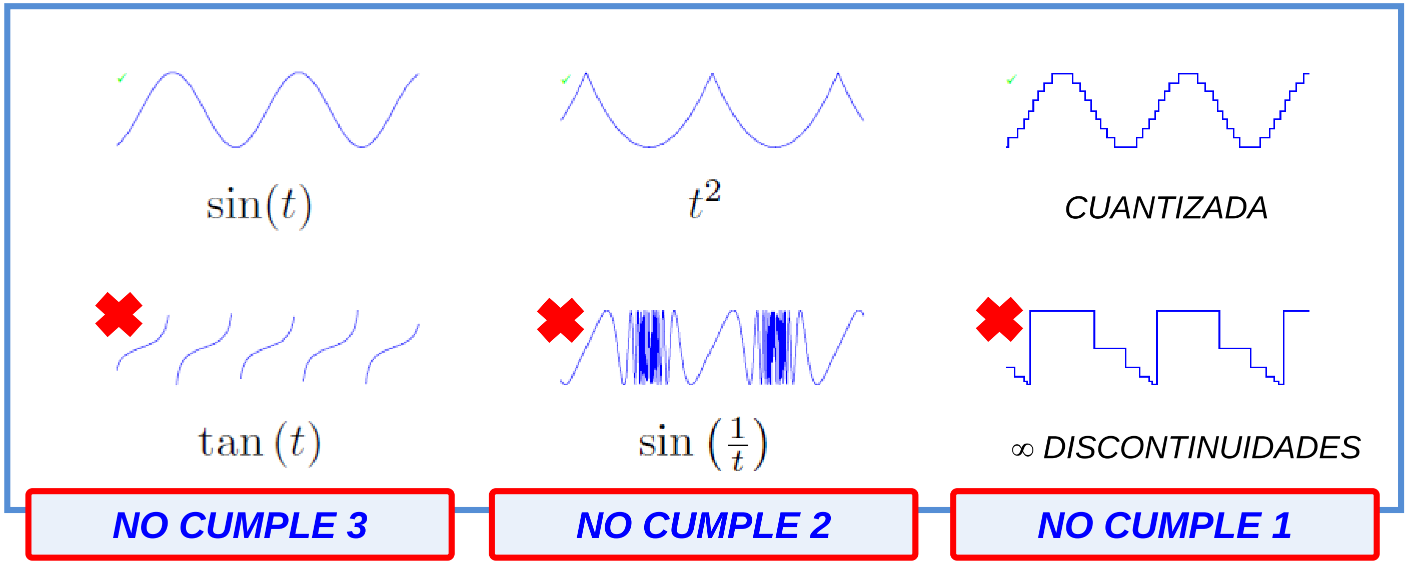
(1) ***x(t)*** debe presentar un ***número finito*** de **discontinuidades**

(2) ***x(t)*** debe presentar un ***número finito*** de **máximos** y ***mínimos***

(3) ***x(t)*** debe presentar ***ENERGÍA FINITA*** : $\int_{<T_0>} |x(t)|^2 \, dt < \infty$

Las condiciones impuestas por Dirichlet SON SUFICIENTES PERO NO NECESARIAS. Hay FUNCIONES QUE NO LAS CUMPLEN, pero igualmente PUEDEN SER EXPRESADAS EN SdF

Existencia de la Serie de Fourier



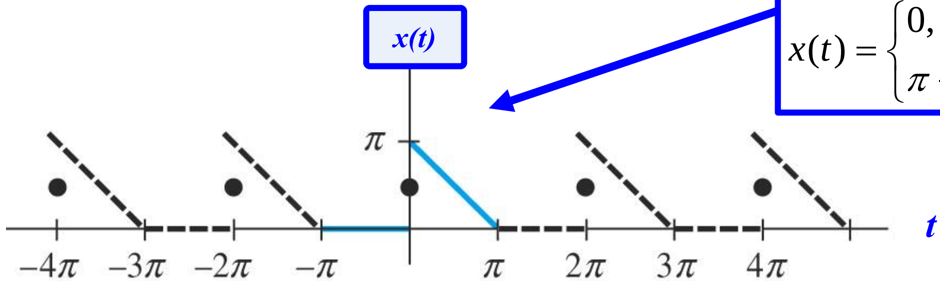
Si la función x(t) CUMPLE con las Condiciones de Dirichlet:

(1) La serie de Fourier ***converge*** a $x(t_0)$ si t_0 es un punto de ***conti-nuidad*** y **se cumple** $a_n \to 0$ y $b_n \to 0$ si $n \to \infty$

(2) La serie de Fourier converge a $[x(t_0^+) + x(t_0^-)]/2$ si t_0 es ***un punto de discontinuidad*** (la mitad del salto finito)

Existencia de la Serie de Fourier

A modo de ejemplo, puede considerarse la función ***x(t)*** definida en el intervalo (**–*π*,*π***). Se observa que ***x(t)*** ***es continua*** en dicho intervalo ***excepto*** en ***t=0***, donde se advierte un salto finito:



$$x(t)=\begin{cases}0, & -\pi<t<0\\ \pi-t, & 0\le t<\pi\end{cases}$$

La función se define en [-π, π] y la SdF la "EXTIENDE PERIÓICAMENTE"

$$x(t)=\frac{\pi}{4}+\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1-(-1)^n}{n^2\pi}\cos(nt)+\frac{1}{n}\sin(nt)\right\}$$

¿Qué sucederá con la SdF en la discontinuidad t=0? Según las condiciones de Dirichlet, ***convergerá al siguiente valor*** (*problema original de la función de Euler*):

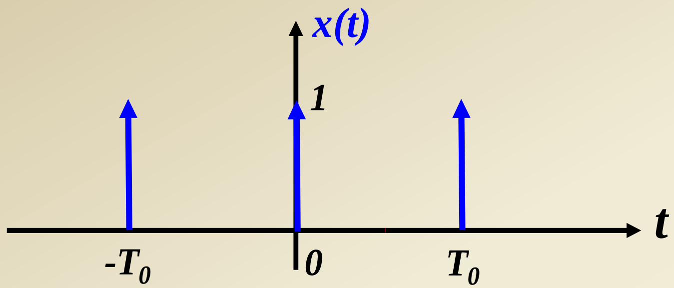
$$\frac{x(0^+)+x(0^-)}{2}=\frac{\pi}{2}$$

Mitad del salto entre 0 y π

Ante la presencia de puntos de discontinuidad finitos, la SdF CONVERGE al PUNTO MEDIO de los mismos. De modo que la representación de $x(t)$ presentará los valores $x(t_0)=\pi/2$ en $t_0=2k\pi$ ($k=\pm1, \pm2, \pm3\ldots$)

Ejemplo Práctico

Ejemplo: Obtener la expresión en ***SdF*** correspondiente al siguiente ***"Tren de Impulsos periódico"*** ***x(t):***



$$x(t) = \delta(t) \quad si \quad -\frac{T_0}{2} < t < \frac{T_0}{2}$$

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0)$$

El tren de impulsos perióico NO CUMPLE CON EL REQUISITO DE CUADRADO INTEGRABLE en un período

Habida cuenta de que la señal ***x(t)*** es una ***función par***, ***sólo es necesario determinar coeficientes a_n***:

$$a_n = \frac{2}{T_0}\int_{<T_0>} x(t)\cos(n\omega_0 t)dt = \frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} \delta(t)\cos(n\omega_0 t)dt = \frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} 1.\delta(t)dt = \frac{2}{T_0}$$

$$a_0 = \frac{2}{T_0}\int_{<T_0>} x(t)dt = \frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} \delta(t)dt = \frac{2}{T_0}$$

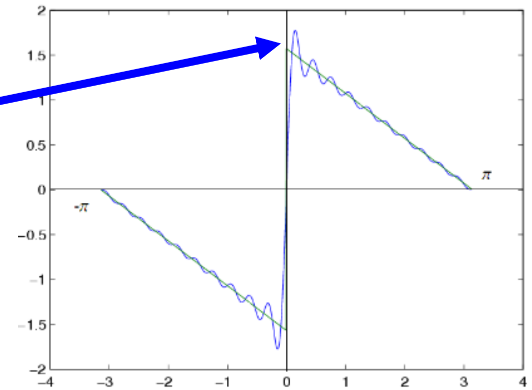
$$\boxed{x(t) = \frac{1}{T_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{T_0}\cos(n\omega_0 t)}$$

A pesar de no cumplir con DIRICHLET, se obtuvo la expresión en SdF

La Suma Finita y el Fenómeno de Gibbs

Si la ***SdF*** de una función ***x(t)*** ***se trunca*** en un número de términos ***finito ($n=N$)*** de modo de lograr una ***aproximación en suma finita S_N*** de senos y cosenos, ***es natural pensar que a medida que se incorporen armónicas, la sumatoria convergerá hacia x(t)…***

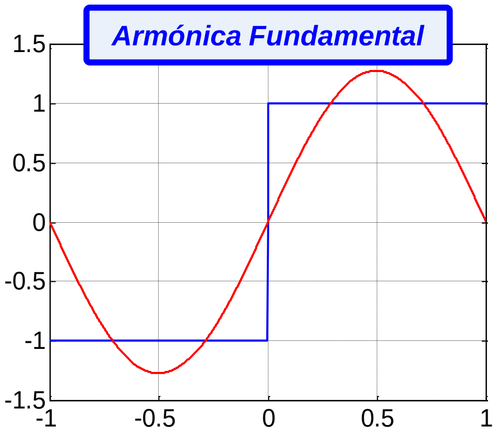
Dicha situación SE CUMPLE EXCEPTO EN LA VECINDAD DE LAS DISCONTINUIDADES de x(t) (si las tiene), en donde el error de la suma finita NO TIENDE A ANULARESE a medida que se adicionan nuevas armónicas: APARECE un SOBREPICO <u>levemente superior al máximo</u>…

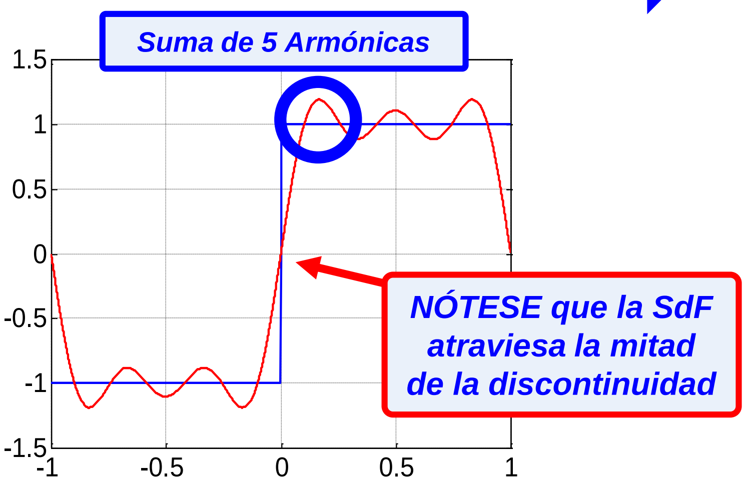


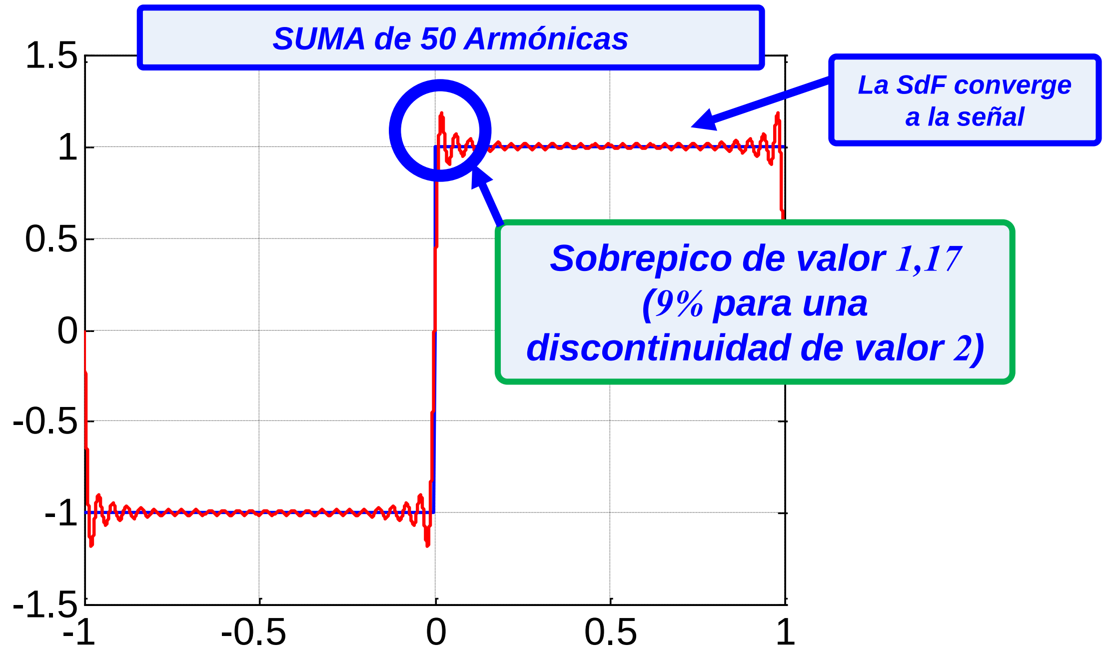
Este fenómeno fue observado por el físico experimental ALBERT MICHELSON, quien en 1898 construyó un dispositivo para SINTETIZAR series de Fourier (denominado analizador armónico). Michelson advirtió que en la cercanía de las discontinuidades de las funciones siempre aparecían SOBREPICOS (ajenos a la función original), los cuáles NO SE REDUCÍAN POR MUCHO QUE SE INCREMENTARA el número de sumandos de la serie (el dispositivo admitía hasta 80 de ellos)…

Fenómeno de Gibbs

Tomando como ejemplo la ***SdF*** de una ***señal cuadrada*** de amplitud ± 1, se observa al llevar a cabo su ***Suma Parcial*** S_N:







$$S_N(t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{2}{\pi} \left[\frac{1-(-1)^n}{n} \right] sen(n\omega_0 t)$$

SUMA PARCIAL

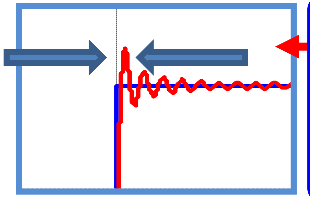
Fenómeno de Gibbs

Este sobrepico de *1,17* generado ***en la vecindad*** de la discontinuidad de ***amplitud 2*** (como consecuencia del uso de una ***Serie Finita S_N***) se conoce como ***"Fenómeno de Gibbs"***, debido a su confirmación matemática por el físco ***Josiah Willard Gibbs*** en ***1899***. Analizando entonces la ***suma parcial $S_N(t)$ y*** considerando un período $T_0=2\pi$ (por simplicidad) se obtiene:

$$x(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\pi}\left[\frac{1-(-1)^n}{n}\right]sen(nt)\Rightarrow S_N(t)=\sum_{n=1}^{N}\frac{2}{\pi}\left[\frac{1-(-1)^n}{n}\right]sen(nt)$$

Puede demostrarse ***analíticamente*** que el ***sobrepico*** se ubica en $t=\pi/2N$ por lo que:

$$\lim_{N\to\infty} S_N\left(\frac{\pi}{2N}\right)=\frac{2}{\pi}S_i(\pi)\approx 1{,}17 \quad \text{donde } S_i(t)=\int_0^t\frac{sen(\tau)}{\tau}d\tau$$



A MEDIDA QUE SE INCORPORAN ARMÓNICAS, la oscilación SE COMPRIME HACIA LA DISCONTINUIDAD (pero se mantiene constante) y su ANCHURA (ENERGÍA) TIENDE A ANULARSE, VALIDANDO LA REPRESENTACIÓN EN SERIE DE FOURIER Y SU APLICACIÓN EN SISTEMAS LTI (la POTENCIA CONVERGE a la de la función original, si bien el sobrepico NO DESAPARECE aún en $N=\infty$)

Aplicación en MatLab

APROXIMACIÓN DE LOS COEFICIENTES

```
function [a0,an,bn]=STF(t,x,T0,N)
w0=2*pi/T0;
Ts=t(2)-t(1);
an=zeros(1,N);
bn=zeros(1,N);
for n=1:N
  an(n)=(2/T0)*sum(x.*cos(n*w0*t))*Ts;
  bn(n)=(2/T0)*sum(x.*sin(n*w0*t))*Ts;
end
a0=(2/T0)*sum(x)*Ts;
```

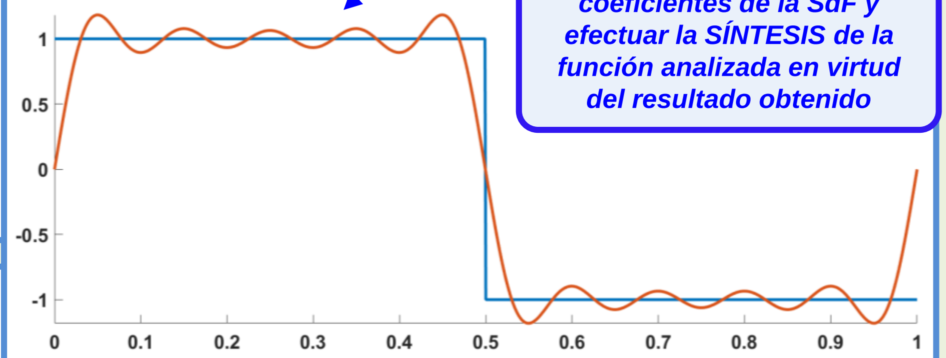
SÍNTESIS

```
function [x]=ISTF(t,a0,an,bn,T0)
w0=2*pi/T0;
N=length(an);
x=a0/2+zeros(size(t));
for n=1:N
  xn=an(n)*cos(n*w0*t)+bn(n)*sin(n*w0*t);
  x=x+xn;
end
```

ANÁLISIS

```
%COEFICIENTES en SdF
%Descripción de 1 PERÍODO
t=0:0.001:1;
x=escalon(t)-2*escalon(t-0.5);
%Obtención de los Coeficientes
[a0,an,bn]=STF(t,x,1,10);
```

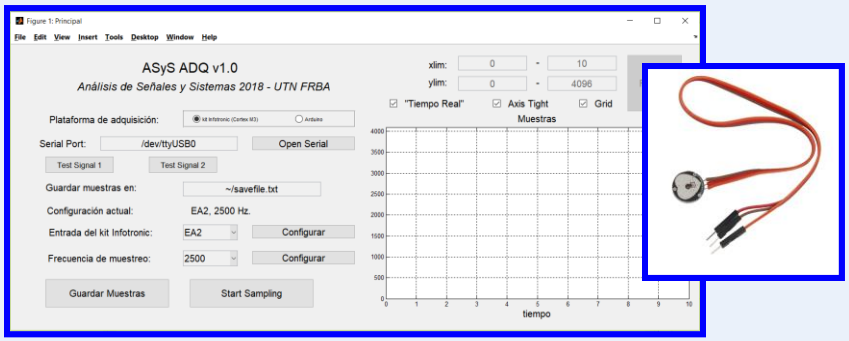
```
%SÍNTESIS
xs=ISTF(t,a0,an,bn,1);
plot(t,x,t,xs); axis tight;
```



Del mismo modo en que resulta factible llevar a cabo la SIMULACIÓN de señales continuas, en MatLab/Octave pueden APROXIMARSE los coeficientes de la SdF y efectuar la SÍNTESIS de la función analizada en virtud del resultado obtenido

Consigna de la clase #B (APLICACIÓN)

1. Utilizar la ***plataforma de adquisición de señales ASyS ADQ*** (*ver instructivo campus virtual*) de modo de obtener mediciones provenientes un ***sensor fotopletismográfico***, el cual cuantifica variaciones de ***flujo sanguíneo*** en el dedo índice.



2. Efectuar un análisis por ***SdF*** de la señal obtenida en ***MatLab*** (*aproximando* los valores de sus coeficientes) y ***sintetizar la misma*** para ***distinta*** cantidad de componentes ***¿Qué efecto se observa?¿Para qué podría ser de utilidad?***

La Serie de Fourier Armónica

Unificando componentes de la serie: La SdF "Armónica"

Teniendo en consideración la expresión de la ***serie trigonométrica***, constituida por una ***sumatoria de funciones coseno y seno de amplitud*** a_n y b_n, respectivamente, resulta factible expresar la misma ***de una manera ligeramente diferente***:

$$\boxed{x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n sen(n\omega_0 t)} \Rightarrow \boxed{x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} S_n}$$

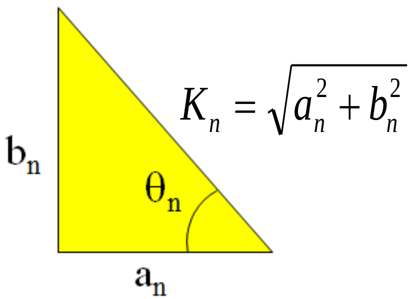
donde multiplicando y dividiendo S_n por $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ se obtiene:

$$S_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\left(\frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}\cos(n\omega_0 t) + \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} sen(n\omega_0 t)\right)$$

La función S_n define cada aporte frecuencial $n\omega_0$

La Serie de Fourier Armónica

Considerando entonces que:



$$\begin{cases} \dfrac{a_n}{\sqrt{a_n^2+b_n^2}} = \cos\theta_n \\ \dfrac{b_n}{\sqrt{a_n^2+b_n^2}} = sen\,\theta_n \end{cases} \qquad \theta_n = \arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

se advierte que la función S_n puede expresarse ***sólo en términos de la función coseno***:

$$S_n = K_n\left[\cos\theta_n \cos(n\omega_0 t) + sen\theta_n sen(n\omega_0 t)\right] \Rightarrow S_n = K_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)$$

Definiendo ahora $K_0 = a_0/2$, la ***"Serie Armónica"*** puede expresarse como:

$$\boxed{x(t) = K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)}$$

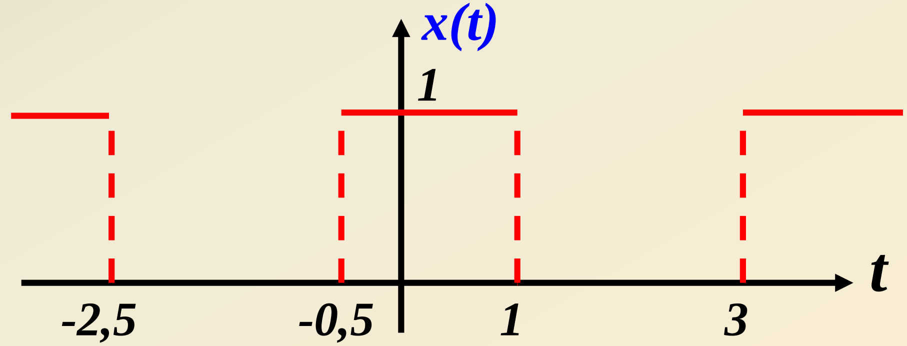
$$\boxed{K_0 = a_0/2} \quad \boxed{K_n = \sqrt{a_n^2+b_n^2}} \quad \boxed{\theta_n = \arctan(b_n/a_n)}$$

La expresión en SERIE ARMÓNICA DE FOURIER de una señal $x(t)$ se encuentra constituida únicamente por FUNCIONES COSENO (sinusoides) ESCALADAS (K_n) y DESPLAZADAS (θ_n), de FRECUENCIA MÚLTIPLO DE LA FUNDAMENTAL

Ejemplo Práctico

Ejemplo: Obtener la expresión en ***Serie Armónica de Fourier*** correspondiente a la siguiente señal ***periódica*** ***x(t):***

$$\boxed{x(t)=\begin{cases}1 & si \quad -0,5<t<1\\ 0 & si \quad 1<t<3\\ T_0=3,5s\end{cases}}$$



Los coeficientes de la ***SdF Armónica*** corresponden a:

$$\boxed{x(t)=K_0+\sum_{n=1}^{\infty}K_n\cos(n\omega_0 t-\theta_n)} \quad \boxed{K_0=a_0/2} \quad \boxed{K_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}} \quad \boxed{\theta_n=\arctan\left(b_n/a_n\right)}$$

de modo que resulta necesario determinar ***en primer lugar*** los coeficientes de la ***SdF*** trigonométrica:

Ejemplo Práctico

$$a_0 = \frac{2}{T_0}\int_{<T_0>} x(t)dt = \frac{2}{3,5}\int_{-0,5}^{1} 1.dt = 0,857 \quad \text{y donde} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{3,5} = 1,7952$$

Al no existir ningún tipo de PARIDAD en $x(t)$, se obtienen valores NO NULOS de los coeficientes a_n y b_n

$$a_n = \frac{2}{T_0}\int_{<T_0>} x(t)\cos(n\omega_0 t)dt = \frac{2}{3,5}\int_{-0,5}^{1} 1.\cos(n\omega_0 t)dt = \frac{2}{3,5n\omega_0}[sen(n\omega_0) + sen(0,5n\omega_0)]$$

$$b_n = \frac{2}{T_0}\int_{<T_0>} x(t)sen(n\omega_0 t)dt = \frac{2}{3,5}\int_{-0,5}^{1} 1.sen(n\omega_0 t)dt = \frac{2}{3,5n\omega_0}[\cos(0,5n\omega_0) - \cos(n\omega_0)]$$

y los coeficientes de la ***Serie Armónica*** entonces resultan:

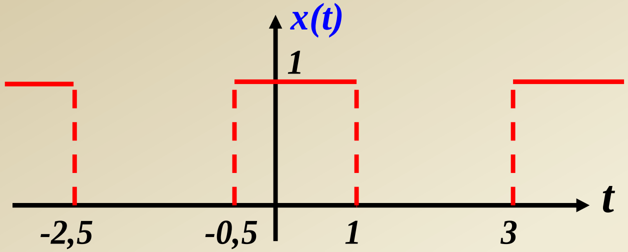
$$\boxed{K_0 = a_0/2 = 0,4285}$$

$$\boxed{K_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{2}{3,5n\omega_0}\sqrt{[sen(n\omega_0) + sen(0,5n\omega_0)]^2 + [\cos(0,5n\omega_0) - \cos(n\omega_0)]^2}}$$

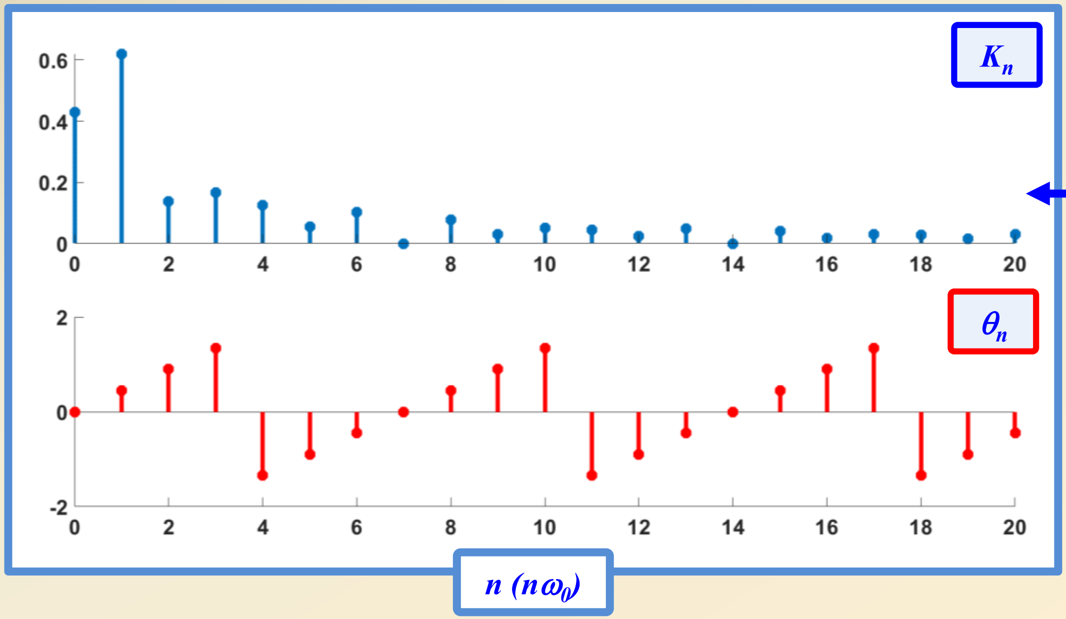
$$\boxed{\theta_n = \arctan\left([\cos(0,5n\omega_0) - \cos(n\omega_0)] / [sen(n\omega_0) + sen(0,5n\omega_0)]\right)}$$

Ejemplo Práctico

y donde finalmente, el ***Espectro de Frecuencias*** resulta:



$$x(t) = K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)$$



El ESPECTRO DE FRECUENCIAS de la Serie Armónica constituye un gráfico que conjuga en un ÚNICO VALOR la AMPLITUD de CADA ARMÓNICA (K_n) junto con su FASE correspondiente. FACILITA LA IDENTIFICACIÓN del APORTE ENERGÉTICO DE CADA COMPONENTE DE FRECUENCIA

Series de Fourier y Sistemas LIT en Régimen Permanente

Si bien la relación específica entre los sistemas ***LIT*** y la ***SdF*** se abordará en profundidad en ***apartados futuros***, puede anticiparse el comportamiento de la ***respuesta*** $y(t)$ ante una ***excitación sinusoidal*** $x(t)$, una vez que el ***sistema ha entrado en régimen permanente***:

Dependen de la frecuencia de excitación!

$$\boxed{x(t) = K\cos(n\omega_0 t - \theta)} \longrightarrow \boxed{T[\,]} \longrightarrow \boxed{y(t) = KH(\omega_0)\cos(n\omega_0 t - \theta + \varphi(\omega_0))}$$

$$\boxed{x(t) = K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)} \quad \xrightarrow{\text{Por ser LIT}} \quad \boxed{y(t) = K_0 H_0 + \sum_{n=1}^{\infty} K_n H_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n + \varphi_n)}$$

En RÉGIMEN PERMANENTE, los SISTEMAS LIT responden con SINUSOIDES ante EXCITACIONES SINUSOIDALES <u>de igual frecuencia</u> (se demuestra en términos de la convolución). Dicha excitación de frecuencia ω_0 ve afectada su AMPLITUD (es multiplicada por un factor $H(\omega_0)$) y su fase (se le adiciona un valor $\varphi(\omega_0)$). Habida cuenta del carácter LIT del sistema, a una SdF DE EXCITACIÓN le corresponderá UNA SdF COMO RESPUESTA

Potencia y Teorema de Parseval

Potencia Promedio ¿Cómo contribuye cada componente?

El ***Teorema de Parseval*** posibilita la obtención de la ***Potencia Promedio*** correspondiente a la función periódica $x(t)$ ***a partir de los coeficientes de su SdF***:

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n sen(n\omega_0 t)]}$$

Efectuando entonces la integral ***en un período*** correspondiente a $x^2(t)$ (determinación de su potencia promedio) y reemplazando $x(t)$ por su expresión en ***SdF*** se obtiene:

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)x(t)dt = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)\left\{\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n sen(n\omega_0 t)]\right\}dt$$

El teorema ES APLICABLE siempre y cuando $x(t)$ ***<u>RESULTE DE CUADRADO INTEGRABLE EN UN PERÍODO</u>***

Unidad 5: Series de Fourier
Potencia y Teorema de Parseval

$$P = \frac{a_0}{2} \underbrace{\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)dt}_{\frac{a_0}{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \underbrace{\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)\cos(n\omega_0 t)dt}_{\frac{a_n}{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \underbrace{\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)sen(n\omega_0 t)dt}_{\frac{b_n}{2}}$$

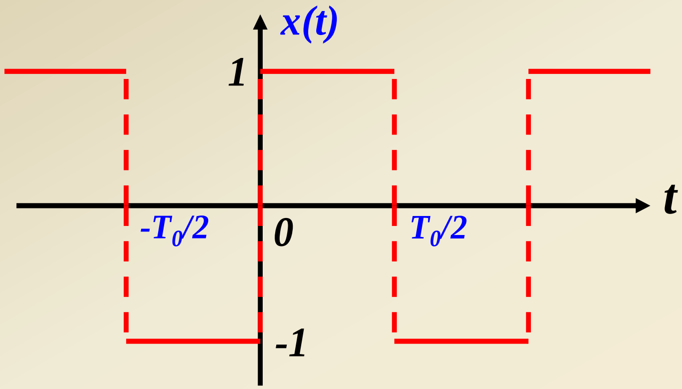
Por lo que finalmente, la expresión de la ***potencia promedio en términos de los coeficientes de la SdF*** queda expresada como:

$$\boxed{\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \left|x(t)\right|^2 dt = \frac{1}{4} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)}$$

Efectivamente, La POTENCIA una señal $x(t)$ <u>SE DISTRIBUYE EN LOS COEFICIENTES DE SU SERIE DE FOURIER</u>. Observar que cada función seno o coseno aporta una potencia de $a_n^2/2$ o $b_n^2/2$ (potencia de una sinusoide) mientras que la constante $a_0/2$ aporta $a_0^2/4$

Ejemplo Práctico

Ejemplo: Determinar el ***porcentaje de la potencia total*** de la señal ***x(t)***, representado por la combinación de sus ***tres primeras armónicas no nulas*** (considerando además su componente estable):



$$x(t)=\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[1-(-1)^n\right]sen(n\omega_0 t)$$

$$x(t)=\frac{4}{\pi}\left[sen(\omega_0 t)+\frac{1}{3}sen(3\omega_0 t)+\frac{1}{5}sen(5\omega_0 t)+\ldots\right]$$

En el dominio temporal, ***la potencia promedio P*** de ***x(t)*** resulta:

$$P=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}[x(t)]^2\,dt \Rightarrow P=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}1dt=\frac{1}{T_0}t\Big|_{-T_0/2}^{T_0/2}=\frac{1}{T_0}T_0=1$$

Ejemplo Práctico

y considerando sus ***componentes frecuenciales***:

$$\boxed{P = \frac{a_0^{\,2}}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}\left(a_n^{\,2} + b_n^{\,2}\right)}$$

Conforme ***puede advertirse en su SdF***, las ***primeras tres armónicas representativas*** de la señal $x(t)$ ***se encuentran determinadas por*** ω_0, $3\omega_0$ y $5\omega_0$ (las componentes pares son nulas) mientras que la componente estable a_0 ***es nula***. Como resultado de ello, la ***Potencia Parcial*** P_P resulta:

$$P_P = 0 + \frac{1}{2}\left\{\left[0^2 + b_1^{\,2}\right] + \left[0^2 + b_3^{\,2}\right] + \left[0^2 + b_5^{\,2}\right]\right\}$$

$$P_P = 0 + \frac{1}{2}\left\{\left[0^2 + \left(\frac{4}{\pi}\right)^2\right] + \left[0^2 + \left(\frac{4}{3\pi}\right)^2\right] + \left[0^2 + \left(\frac{4}{5\pi}\right)^2\right]\right\} = \frac{8}{\pi^2}\left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25}\right) = 0{,}9331$$

por lo que el porcentaje correspondiente estará dado por:

$$\boxed{P_{\%} = \frac{P_P}{P} 100\% = \frac{0{,}9331}{1} 100\% = 93{,}31\%}$$

Las tres primeras armónicas ***representan el 93% de la Potencia Total*** de la señal $x(t)$

Aplicación en MatLab

```
%DISTRIBUCIÓN DE LA POTENCIA EN SDF
%Descripción de 1 período de x(t)
Ts=0.001;
T0=2;
w0=2*pi/T0;
t=-T0/2:Ts:(T0/2)-Ts;
xp=escalon(t)-2*escalon(t-1);
%Potencia Promedio en el dominio temporal
Pt=sum(abs(xp.^2))*Ts
%SdF de x(t) en 50 coeficientes no nulos
n=1:100;
bn=(2/pi)*(1-(-1).^n)./n;
%Potencia Promedio en el dominio frecuencial
Pn=sum((bn.^2)/2)
```

A partir de la descripción temporal de un período de $x(t)$ en MatLab/Octave, puede verificarse la distribución de la potencia promedio P en los coeficientes constitutivos de su SdF. Efectivamente, cada componente frecuencial de amplitud b_n aporta una potencia de $b_n^2/2$, de modo que el valor de P se obtiene al efectuar la sumatoria de la contribución de los infinitos coeficientes. En este caso particular se han considerado 50 componentes no nulas

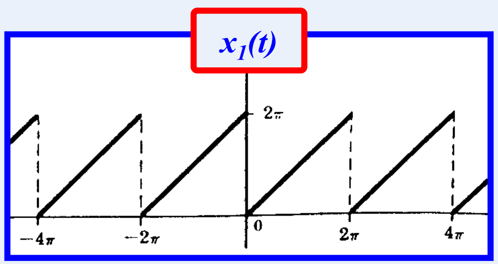
$$x(t)=\frac{4}{\pi}\left[sen(\omega_0 t)+\frac{1}{3}sen(3\omega_0 t)+\frac{1}{5}sen(5\omega_0 t)+\ldots\right]$$

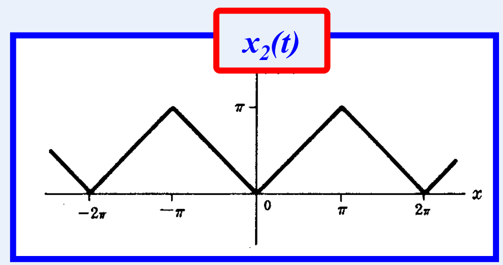
```
Pt =

      1


Pn =

    0.9959
```

Consigna de la Calse

Consigna de la clase #C (30 minutos)

1. Cuantificar ***analíticamente*** el ***porcentaje de la potencia total*** que representan las ***primeras tres armónicas*** de las siguientes señales (incluyendo su componente estable). ***Utilizar MatLab*** para ***sintetizar parcialmente*** cada señal ($N=10$ armónicas) y compararla con la señal de origen.





2. *¿Dónde se advierte la aparición del fenómeno de Gibbs en el punto anterior?* Cuantificar el ***sobrepico*** correspondiente a ***partir del gráfico obtenido en MatLab ¿Cómo se comporta al aumentar N?***

Resumen de la segunda parte

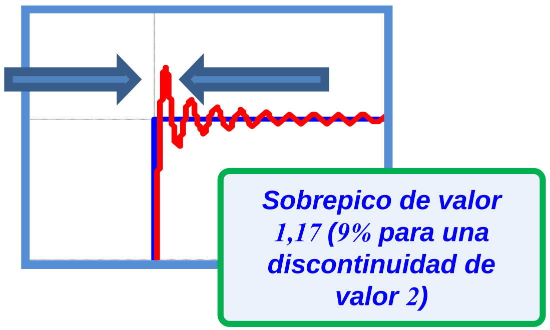
CONDICIONES DE SUFICIENCIA DE LA SdF (DIRICHLET)

(1) ***x(t)*** debe tener un ***número finito*** de **discontinuidades** en un período

(2) ***x(t)*** debe tener un ***número finito*** de **máximos** y ***mínimos*** en un período

(3) ***ENERGÍA FINITA EN UN PERÍODO***

FENÓMENO DE GIBBS



SERIE ARMÓNICA DE FOURIER

$$x(t) = K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)$$

$$K_0 = a_0 / 2$$

$$K_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\theta_n = \arctan\left(b_n / a_n\right)$$

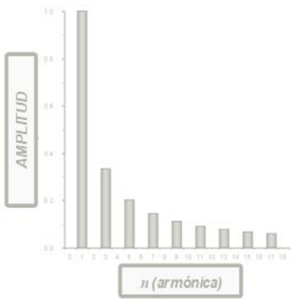
SISTEMAS LIT y SdF

$$x(t) = K\cos(n\omega_0 t - \theta)$$

$$y(t) = KH(\omega_0)\cos(n\omega_0 t - \theta + \varphi(\omega_0))$$

TEOREMA DE PARSEVAL

$$\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} |x(t)|^2\, dt = \frac{1}{4}a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)$$



$$x(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}[a_n\cos(n\omega_0 t)+b_n sen(n\omega_0 t)]$$

U5 Series de Fourier

¿CONSULTAS?

Foro Campus Virtual: Series de Fourier