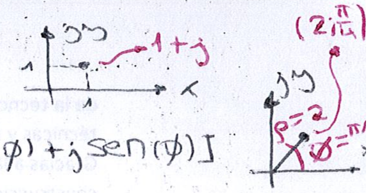
NÚMEROS COMPLEJOS

REPRESENTACIONES → BINÓMICA → $Z = (X, Y) = X + jY$

→ POLAR → $Z = (\rho, \emptyset) = \rho[\cos(\emptyset) + j\,\mathrm{sen}(\emptyset)]$



PASAR DE POLAR A BINÓMICA

$X = \rho \cdot \cos\emptyset$

$y = j\,\mathrm{sen}\,\emptyset$

$\rho = |Z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \emptyset = \mathrm{tg}^{-1}(Y/X)$

NOTA: si la parte REAL es NEGATIVA, DEBE EXTRAERSE EL SIGNO MENOS como FACTOR COMÚN ∴ se calcula el MÓDULO y FASE del COMPLEJO OPUESTO Y LUEGO SE LE SUMA A LA FASE OBTENIDA "π"

ej: $Z_2 = -1 + j4 \rightarrow Z_2 = -(1 - j4) \rightarrow \emptyset Z_2 = \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{-4}{1}\right) + \pi = 1{,}8158$

EULER → $\left[Z = x \pm jy = \rho(\cos\emptyset \pm j\,\mathrm{sen}\,\emptyset) = \rho \cdot e^{\pm j\emptyset} \right]$

COMPLEJO CONJUGADO → si $Z = x + jy = \rho e^{j\emptyset} \rightarrow \left[\overline{Z} = x - jy = \rho \cdot e^{-j\rho} \right]$

PROPIEDADES

$\overline{Z_1 Z_2} = \overline{Z_1}\,\overline{Z_2}$

$\frac{Z + \overline{Z}}{2} = re(Z)$

$\frac{Z - \overline{Z}}{2} = j\,Im(Z)$

$\overline{\overline{Z}} = Z$

$Z\overline{Z} = |Z|^2 = x^2 + y^2$

$\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}$

OPERACIONES RECORDAR QUE $j^2 = -1 \; ; \; j^3 = -j \; ; \; j^4 = 1 \; ; \ldots$

PRODUCTO

→ BINÓMICA → $Z_1 = x_1 + jy_1, \; Z_2 = x_2 + jy_2 \Rightarrow \left[Z_1 Z_2 = x_1 x_2 - y_1 y_2 + j(x_1 y_2 + x_2 y_1) \right]$

→ POLAR → $Z_1 = \rho_1 \cdot e^{j\emptyset_1} ; \; Z_2 = \rho_2 \cdot e^{j\emptyset_2} \Rightarrow \left[Z_1 Z_2 = \rho_1 \rho_2 \cdot e^{j(\emptyset_1 + \emptyset_2)} \right]$

COCIENTE

→ BINÓMICA → se MULTIPLICA NUMERADOR Y DENOMINADOR POR EL CONJ. DEL DENOM.

→ POLAR → $Z_1 = \rho e^{j\emptyset_1}, \; Z_2 = \rho e^{j\emptyset_2} \Rightarrow \left[Z_1 / Z_2 = \rho_1 / \rho_2 \cdot e^{j(\emptyset_1 - \emptyset_2)} \right]$

POTENCIACIÓN → $Z = \rho \cdot e^{j(\emptyset + 2K\pi)} \rightarrow Z^n = \left[\rho \cdot e^{j(\emptyset + 2K\pi)}\right]^n = \rho^n \cdot e^{jn\emptyset}$ POR SER K ENTERO

RADICACIÓN → $Z = \rho \cdot e^{j(\emptyset + 2K\pi)} \rightarrow \sqrt[m]{Z} = \left[\rho e^{j(\emptyset + 2K\pi)}\right]^{1/m} = \rho^{\frac{1}{n}} \cdot e^{j\frac{(\emptyset + 2K\pi)}{m}}$

NO ES FUNCIÓN POR DAR MÁS DE UNA IMAGEN

$\left[\text{SE OBTIENEN } m \text{ RAÍCES con } K = 0, \ldots, m-1 \right]$

EN MATLAB

ej: $Z_2 = -3 + j2 \rightarrow Z_2^{1/3} \Rightarrow$ ARMO POLINOMIO $\rightarrow Z^3 - Z_2 = 0$ pues $Z = Z_2^{1/3} = \sqrt[3]{Z_2}$

$\Rightarrow$ ARMO VECTOR con los TÉRMINOS $\Rightarrow 1^3 + 0^2 + 0^1 - Z_2$

∴ vec = [1 0 0 −Z2]

luego ⇒ r = roots (vec)

LOGARITMO → $Z = \rho e^{j(\emptyset + 2K\pi)} \rightarrow \left[\ln(Z) = \ln(\rho) + j(\emptyset + 2K\pi) \right]$ UNA SOLUCIÓN PARA CADA K

NO ES FUNCIÓN