

BUSS 3620.人工智能导论

搜索 II

刘佳璐

安泰经济与管理学院

上海交通大学

BUSS 3620.人工智能导论

#1. 涉及到多智能体的搜索

刘佳璐

安泰经济与管理学院

上海交通大学

对抗搜索 Adversarial Search

- 有一个**对手**：目标与智能体相反
 - 游戏

	O	X
O	X	X
O		X

极小极大算法 MiniMax Algorithm

- 将输赢转换为数字
 - 计算机能够更容易理解

O	X	X
O	O	
O	X	X

-1

X	O	X
O	O	
X	X	O

0

O		X
	X	O
X	O	X

1

极小极大算法 MiniMax Algorithm

- X选手: Max选手 –目的是**最大化**分数
- O选手: Min选手 –目的是**最小化**分数

O	X	X
O	O	
O	X	X

-1

X	O	X
O	O	
X	X	O

0

O		X
	X	O
X	O	X

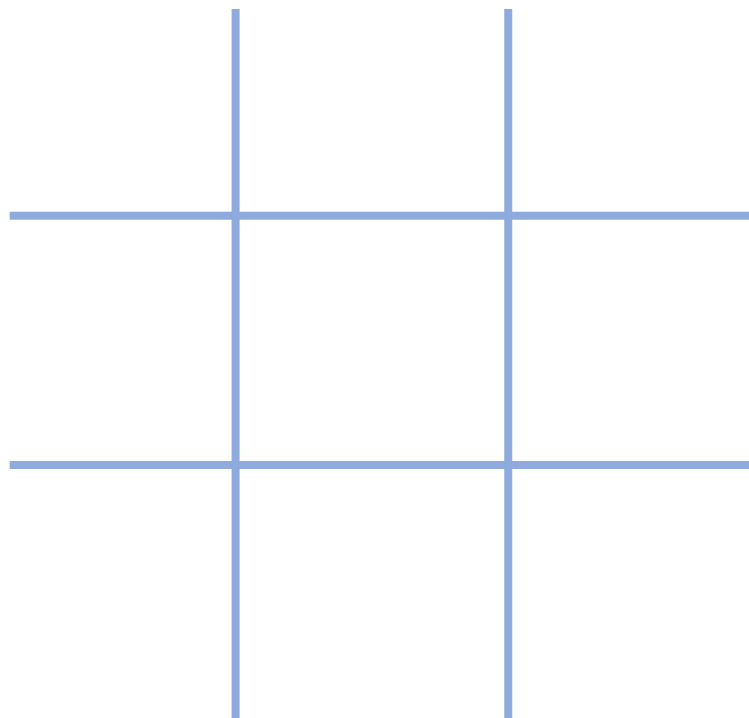
1

游戏 Game

- S_0 : 初始状态
- $\text{Player}(s)$: 返回状态 s 下能够行动的选手
- $\text{Actions}(s)$: 返回状态 s 的所有合法行动
- $\text{Result}(s, a)$: 返回状态 s 下执行行动 a 后到达的新状态
- $\text{Terminal}(s)$: 确认状态 s 是否为结束状态(Terminal state)
- $\text{Utility}(s)$: 结束状态(terminal state) s 的最终数值表示

初始状态 Initial State

- S_0 : 初始状态 initial state



Player(s)

- Player(s): 返回状态s下能够行动的选手
- 假设X选手是先手

$$\text{Player}\left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \right) = X$$

$$\text{Player}\left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & X & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \right) = O$$

Actions(s)

- Actions(s): 返回状态s的所有合法行动

$$\text{Actions}\left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline & X & O \\ \hline O & X & X \\ \hline X & & O \\ \hline \end{array} \right) = \left\{ \begin{array}{|c|c|c|} \hline O & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & O & \\ \hline \end{array} \right\}$$

Result(s, a)

- Result(s, a): 返回状态 s 下执行行动 a 后到达的新状态

$$\text{Result}\left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline & \text{X} & \text{O} \\ \hline \text{O} & \text{X} & \text{X} \\ \hline \text{X} & & \text{O} \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{O} & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \right) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{O} & \text{X} & \text{O} \\ \hline \text{O} & \text{X} & \text{X} \\ \hline \text{X} & & \text{O} \\ \hline \end{array}$$

Terminal(s)

- Terminal(s): 确认状态s是否为结束状态(Terminal state)

$$\text{Terminal}\left(\begin{array}{c|c|c} \text{O} & & \\ \hline \text{O} & \text{X} & \\ \hline \text{X} & \text{O} & \text{X} \end{array} \right) = \text{false}$$

$$\text{Terminal}\left(\begin{array}{c|c|c} \text{O} & & \text{X} \\ \hline \text{O} & \text{X} & \\ \hline \text{X} & \text{O} & \text{X} \end{array} \right) = \text{true}$$

Utility(s)

- Utility(s): 结束状态(terminal state) s 的最终数值表示

$$\text{Utility}\left(\begin{array}{c|c|c} \text{O} & & \text{X} \\ \hline \text{O} & \text{X} & \\ \hline \text{X} & \text{O} & \text{X} \end{array} \right) = 1$$

$$\text{Utility}\left(\begin{array}{c|c|c} \text{O} & \text{X} & \text{X} \\ \hline \text{X} & \text{O} & \\ \hline \text{O} & \text{X} & \text{O} \end{array} \right) = -1$$

如果游戏没有结束， 如何表示某个状态的数值？

- $\text{Player}(s) = O$

O: Min-Value:

0

	X	O
O	X	X
X		O

X: Max-Value:

1

O	X	O
O	X	X
X		O

Utility(s'')=1

O	X	O
O	X	X
X	X	O

X: Max-Value:

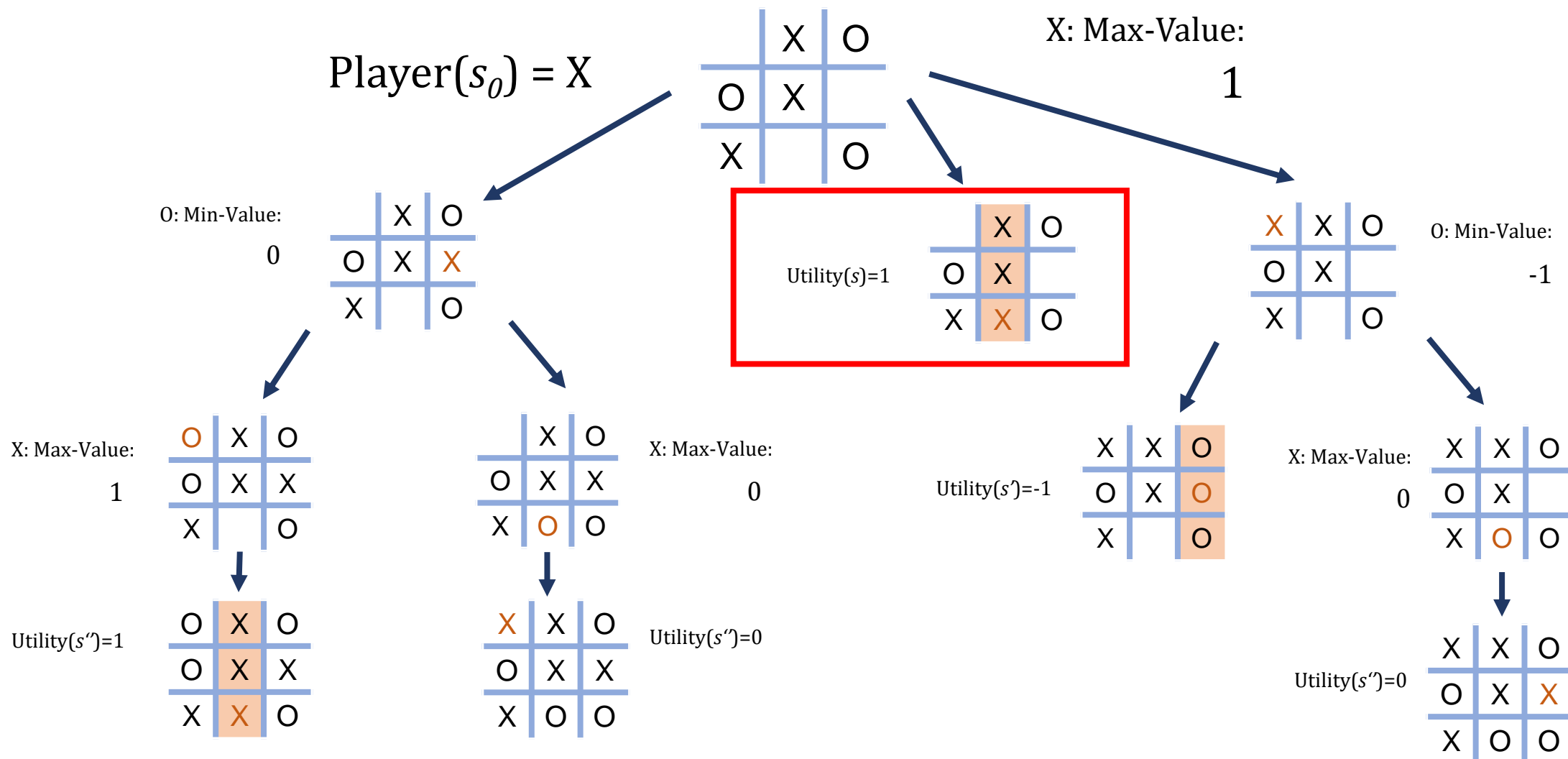
0

	X	O
O	X	X
X	O	O

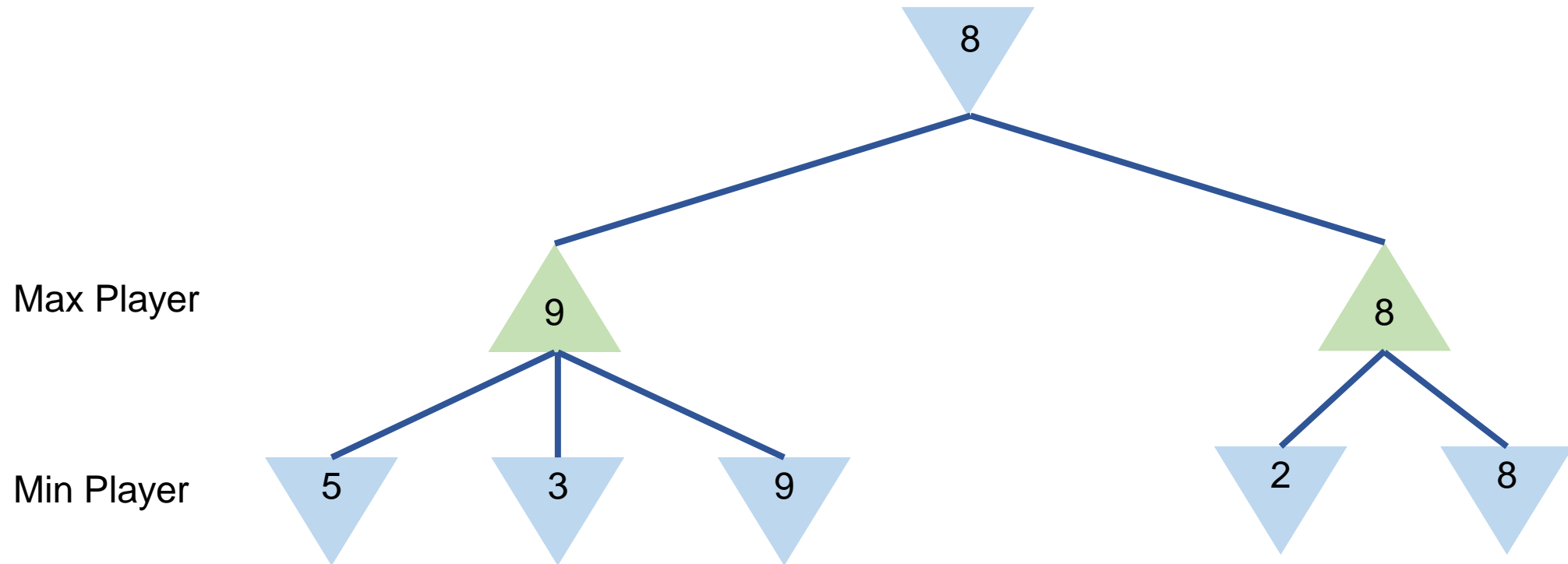
Utility(s'')=0

X	X	O
O	X	X
X	O	O

如果游戏没有结束， 如何表示某个状态的数值？

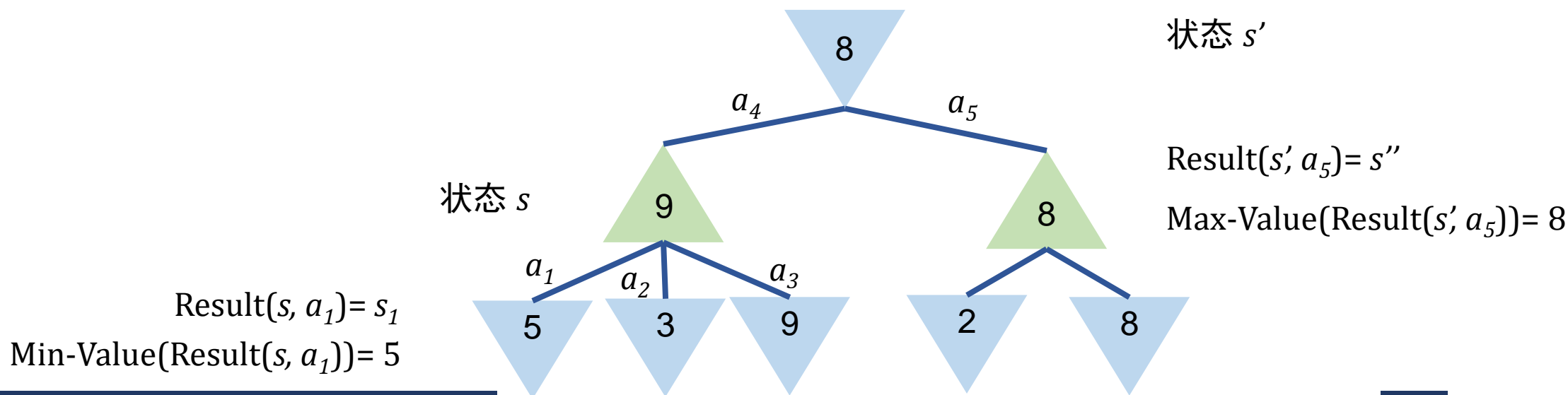


简化成博弈树 game tree



极小极大算法 Minimax

- 给定一个状态 s :
 - Max Player选择Actions(s)中**Min-Value**(Result(s, a))最大的一个行动 a
 - Min Player选择Actions(s)中**Max-Value**(Result(s, a))最小的一个行动 a



极小极大算法 Minimax

function Max-Value(*state*):

 if Terminal(*state*) is true:

 return Utility(*state*)

$v = -\infty$

 for *action* in Actions(*state*):

$v = \max(v, \text{Min-Value}(\text{Result}(\text{state}, \text{action})))$

 return *v*

极小极大算法 Minimax

function Min-Value($state$):

 if Terminal($state$) is true:

 return Utility($state$)

$v = \infty$

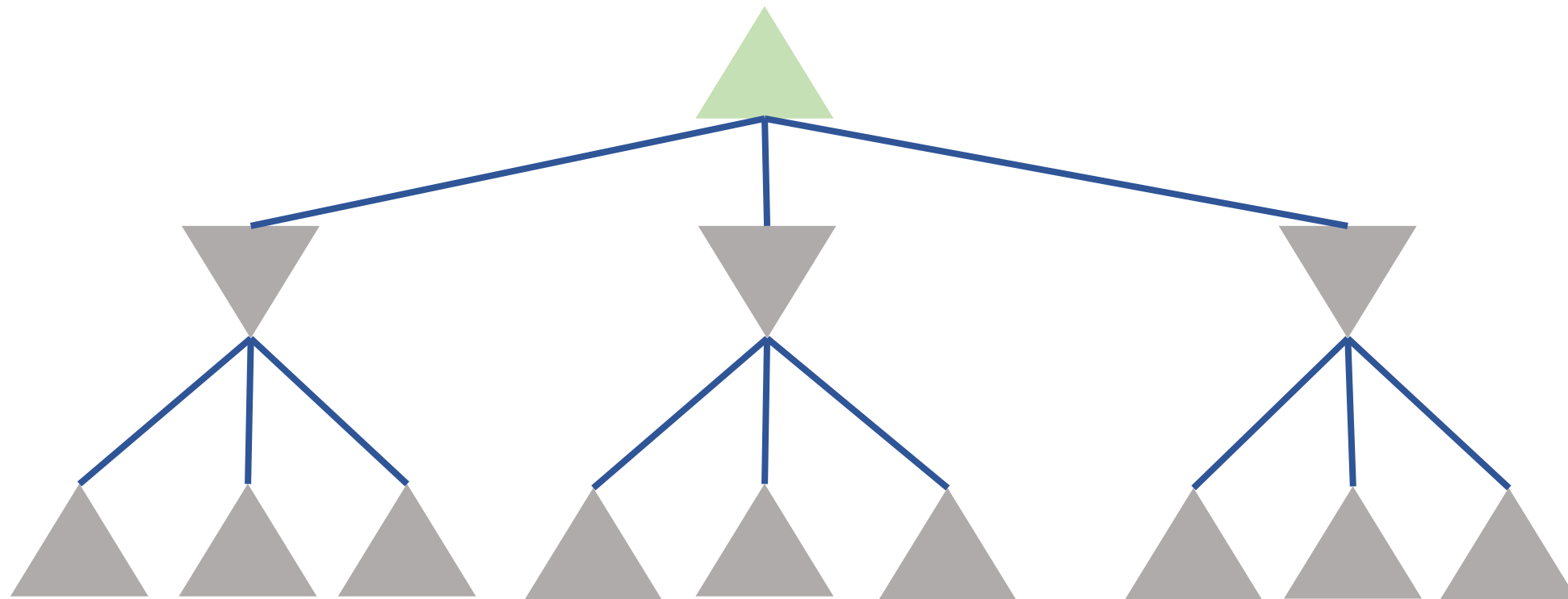
 for $action$ in Actions($state$):

$v = \min(v, \text{Max-Value}(\text{Result}(state, action)))$

 return v

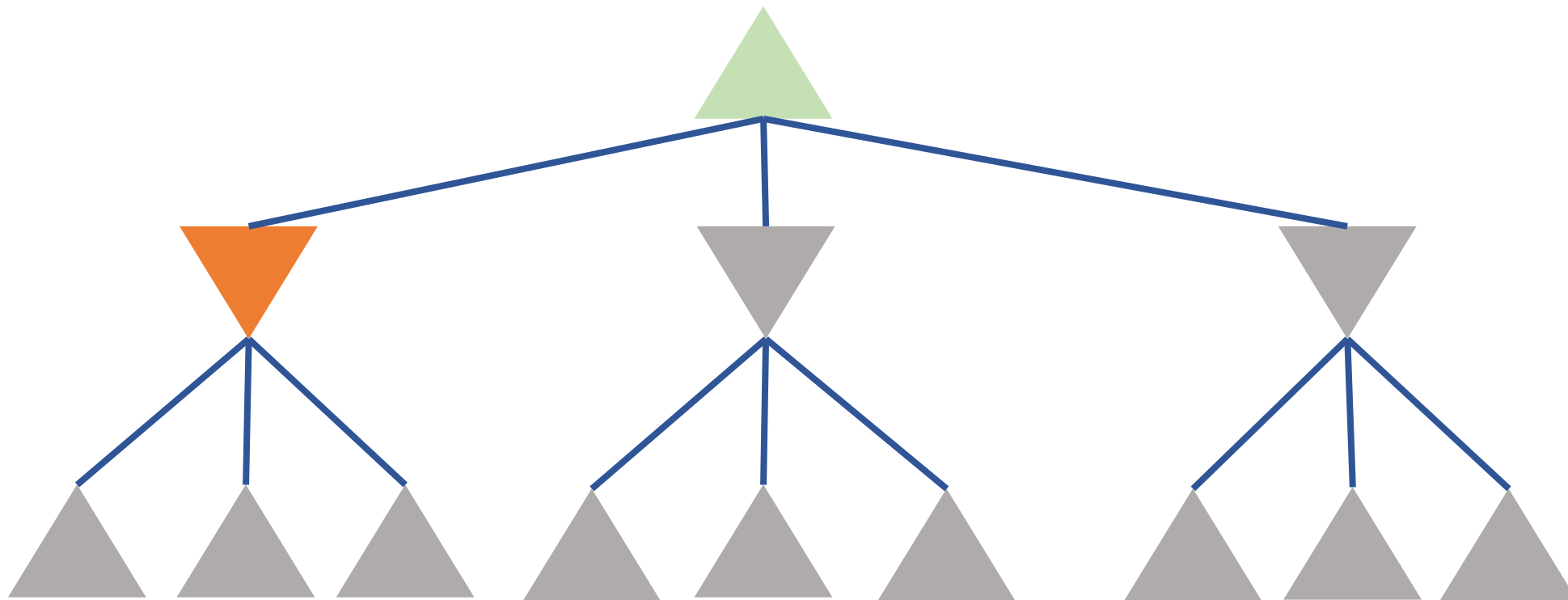
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



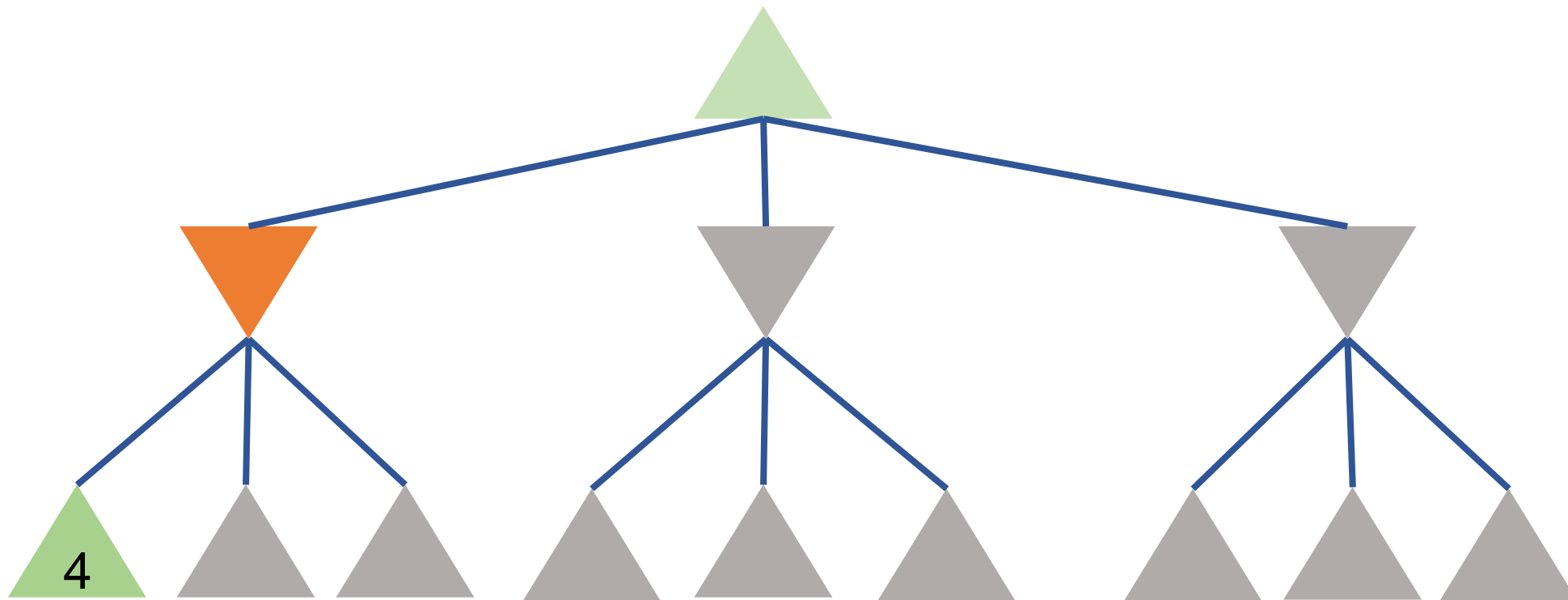
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



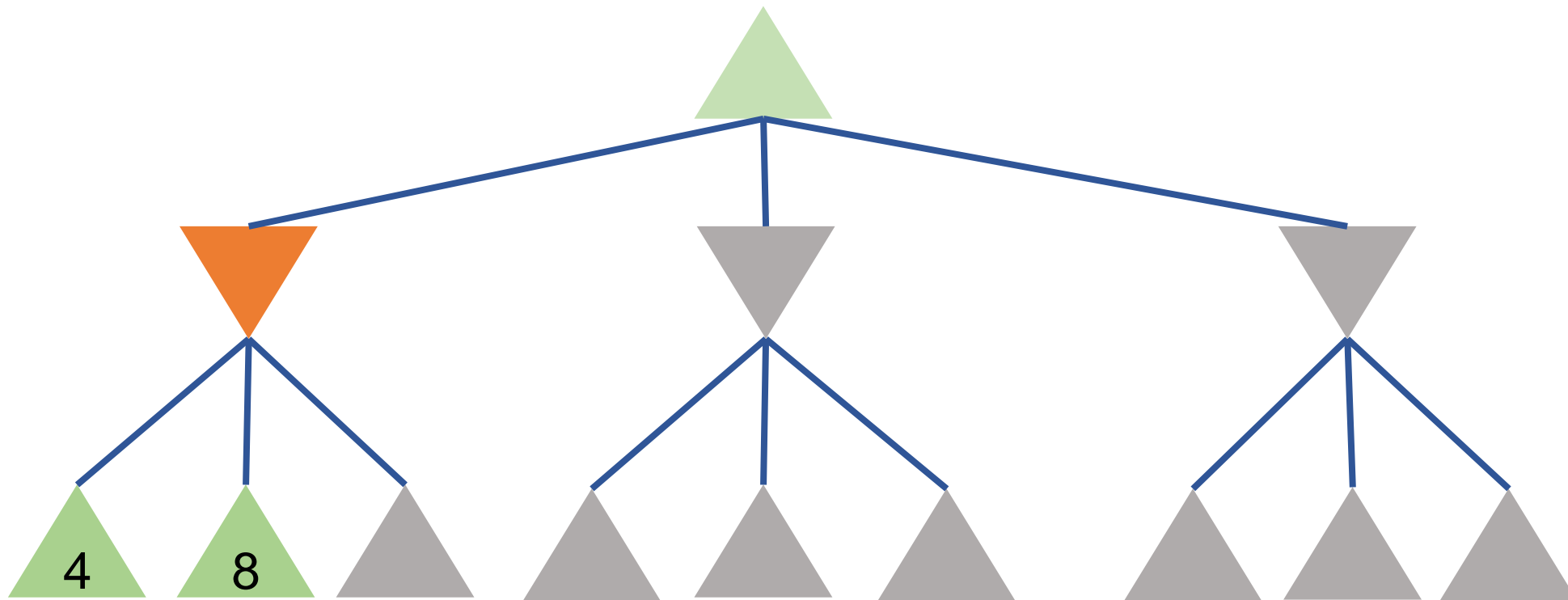
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



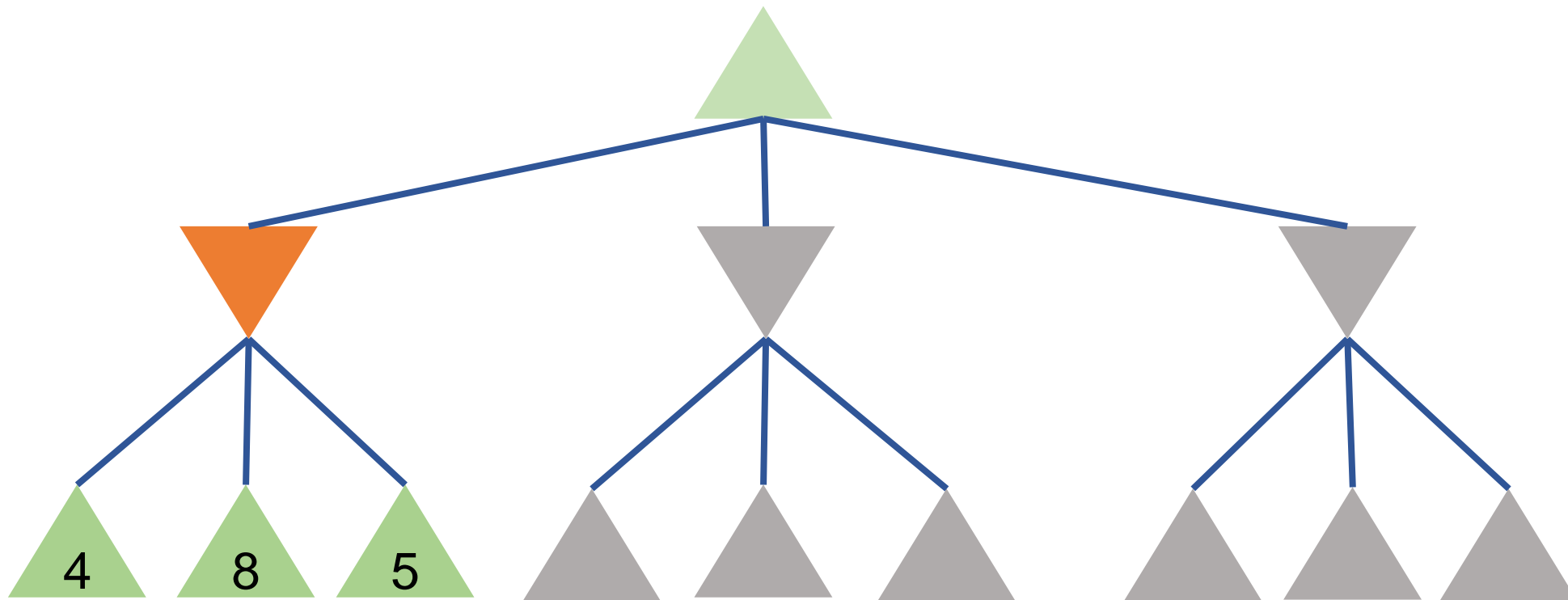
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



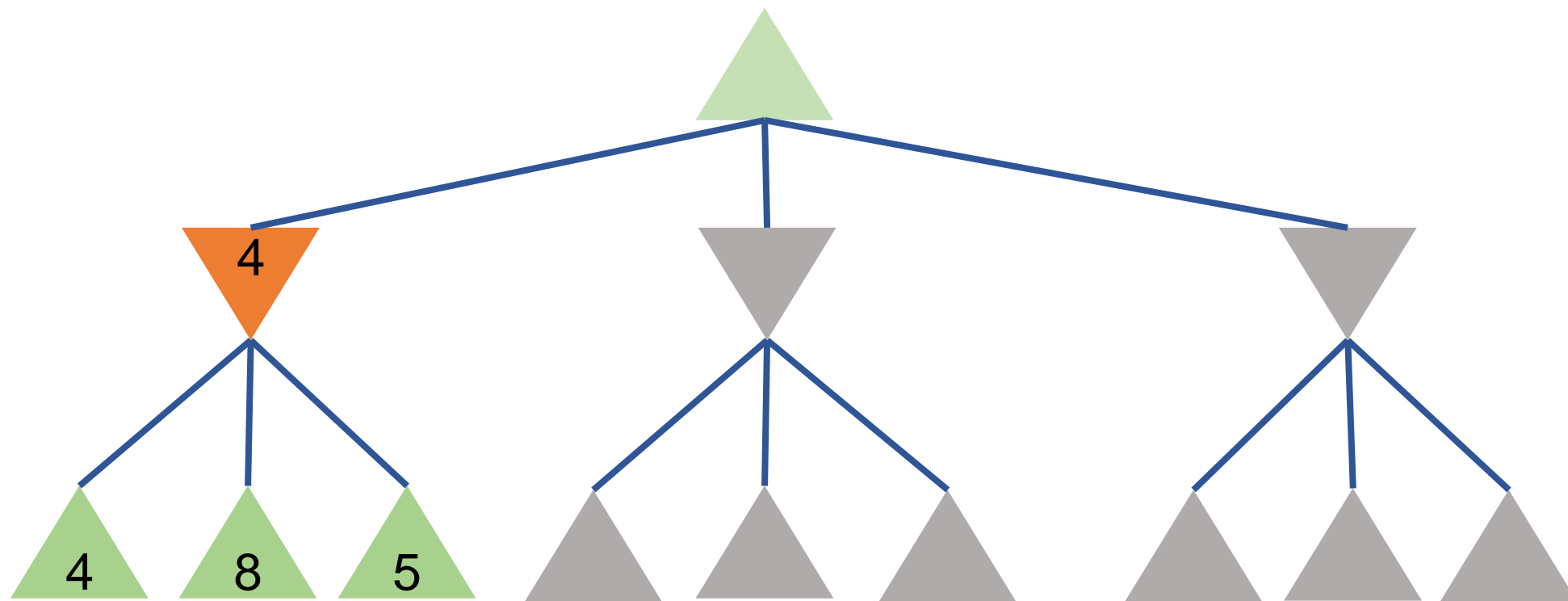
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



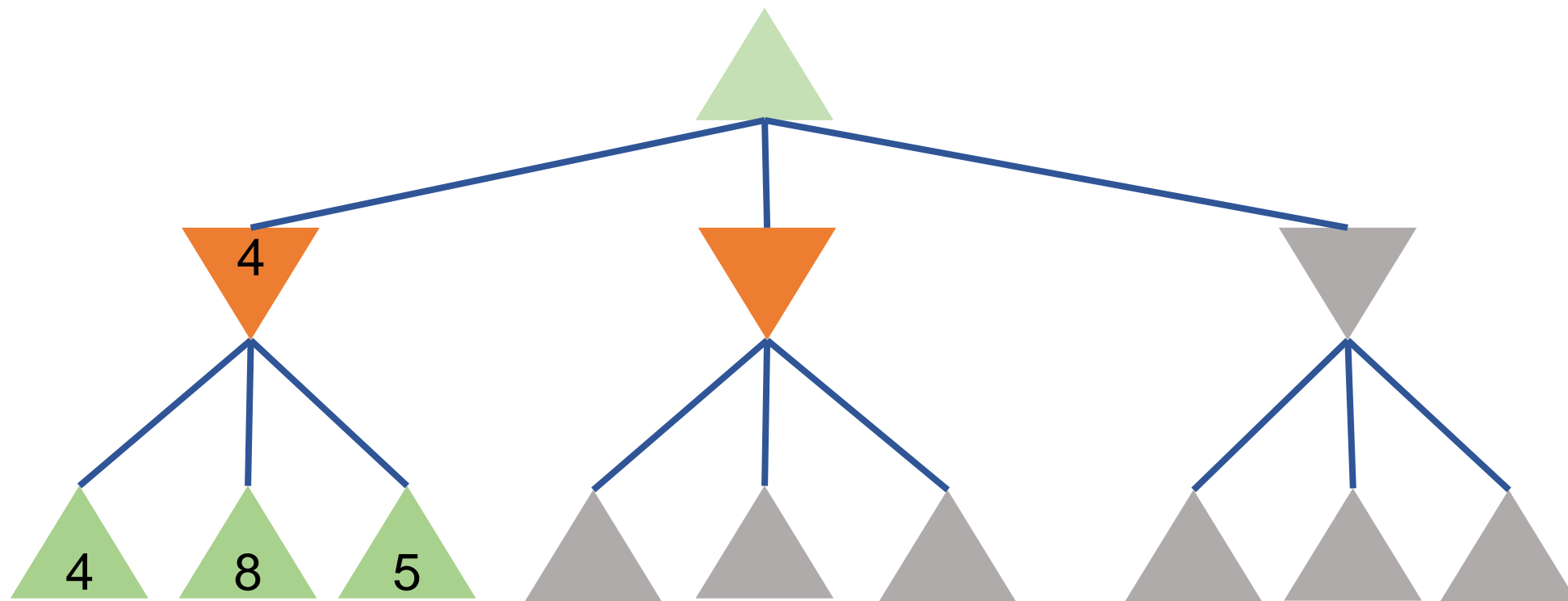
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



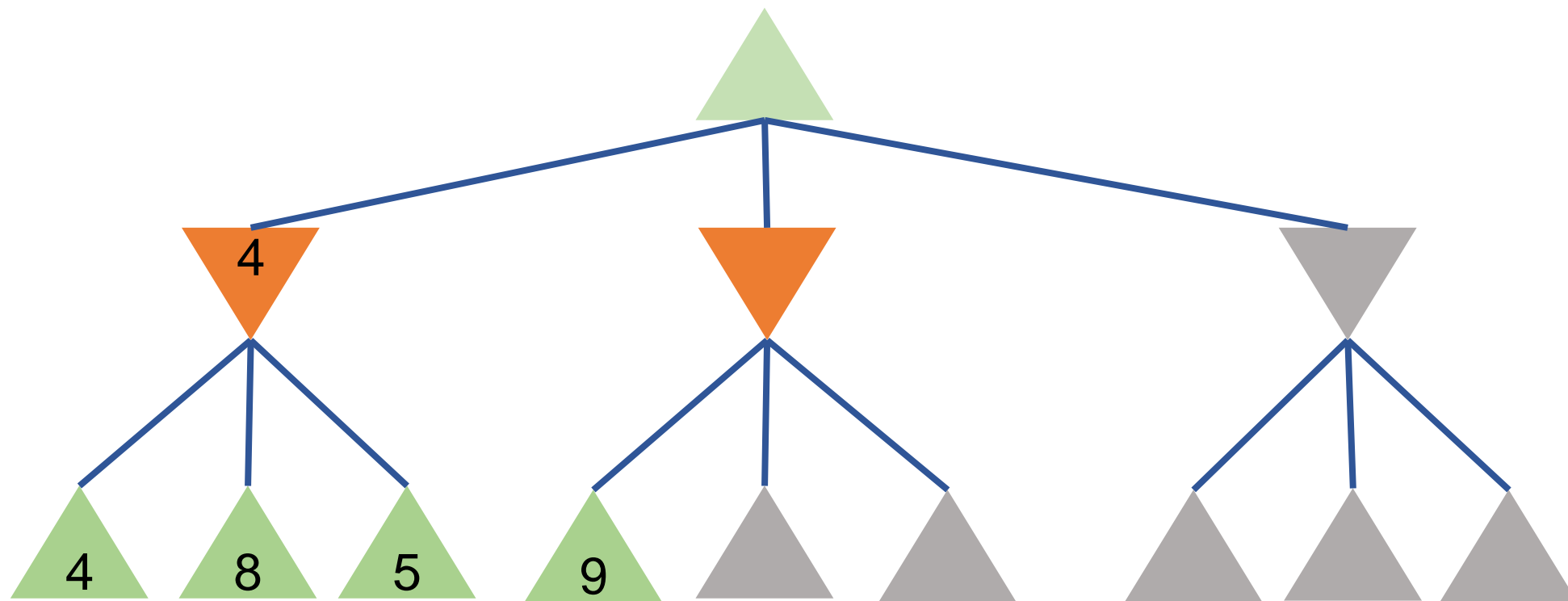
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



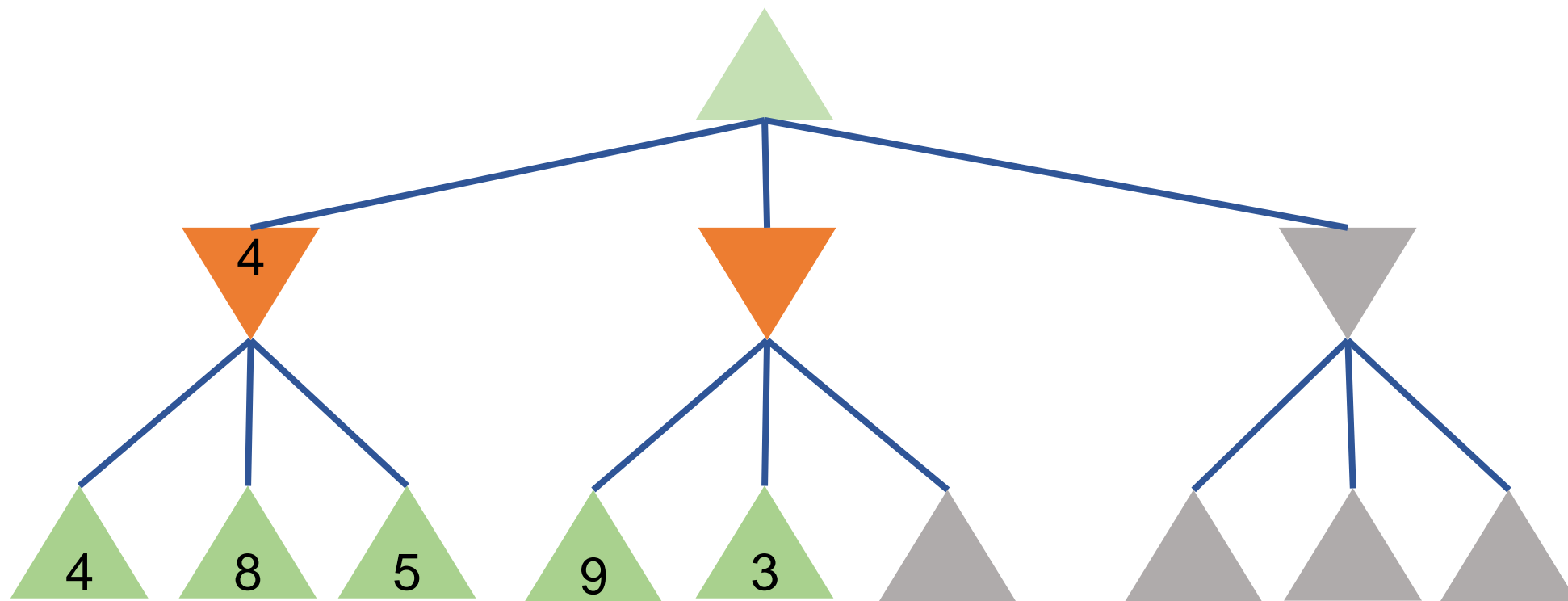
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



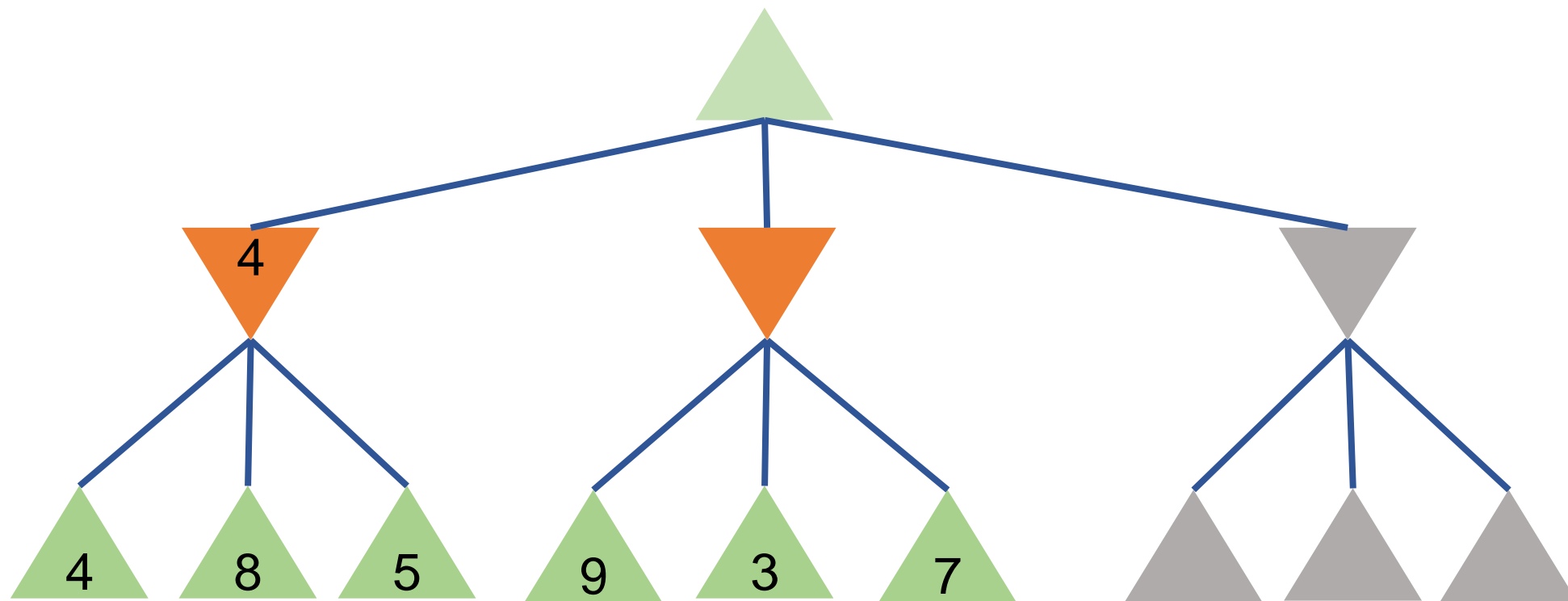
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



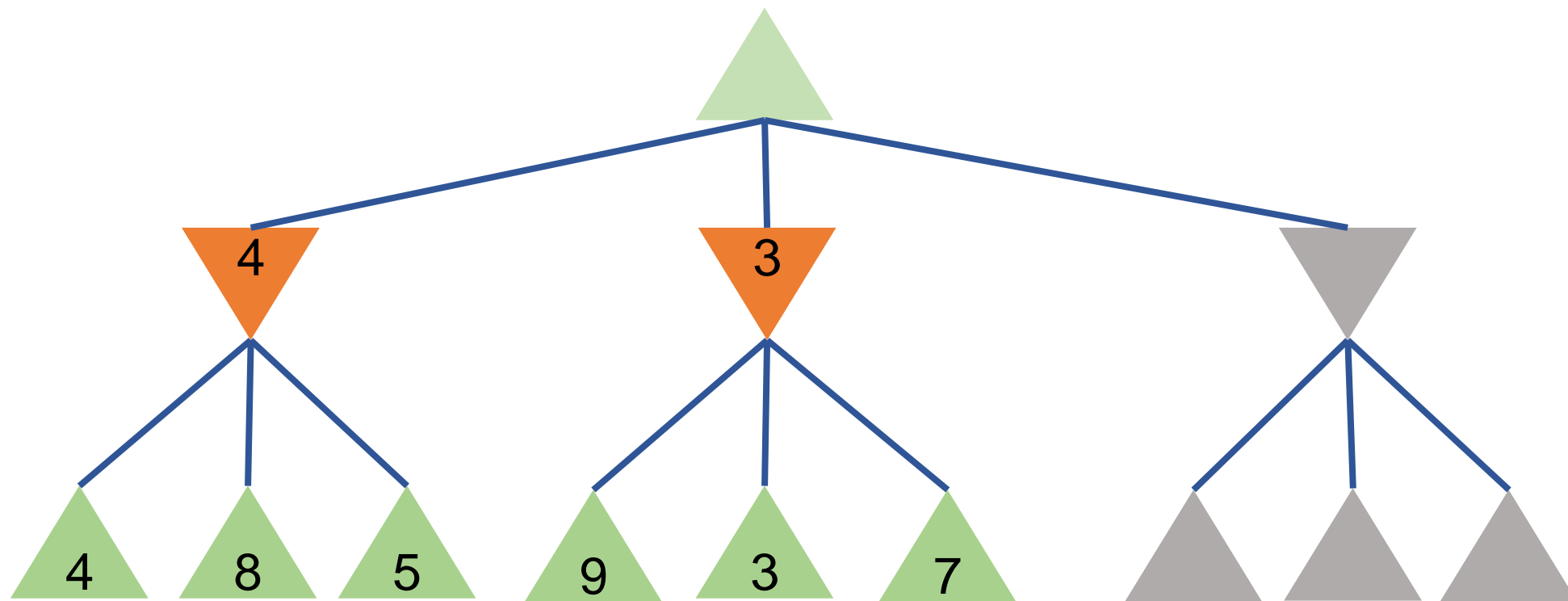
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



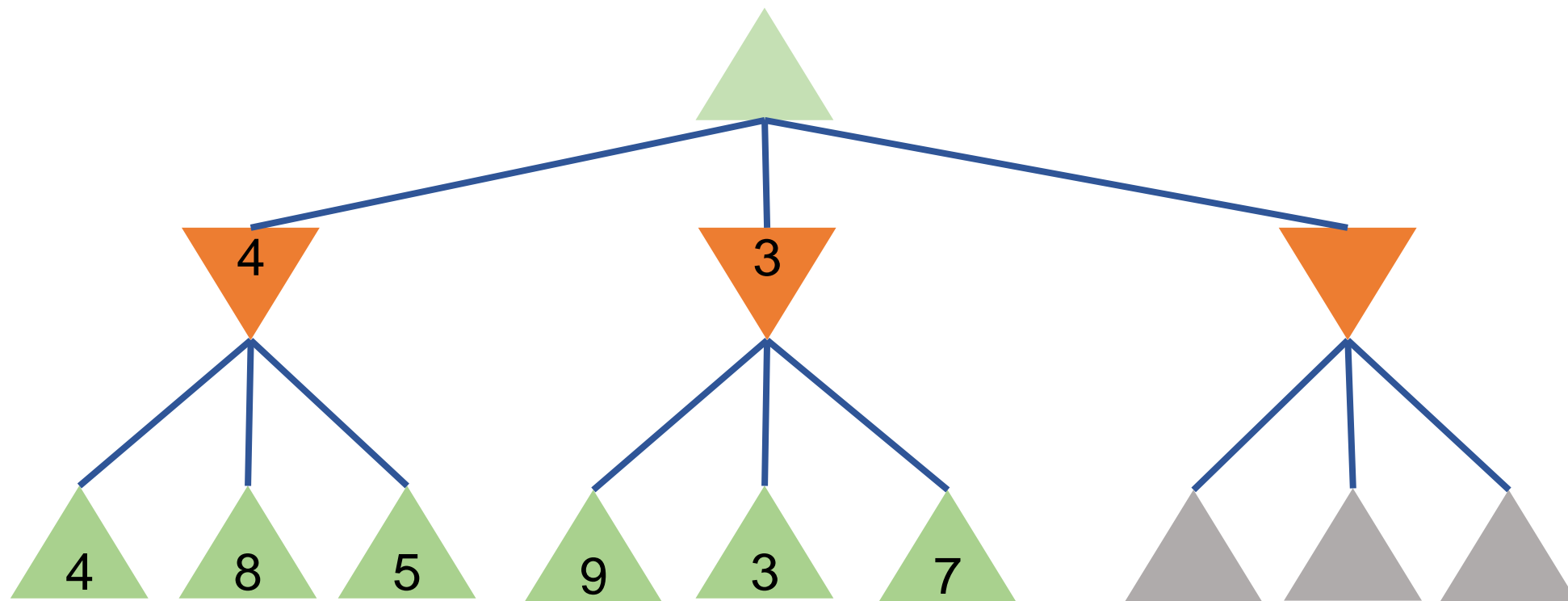
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



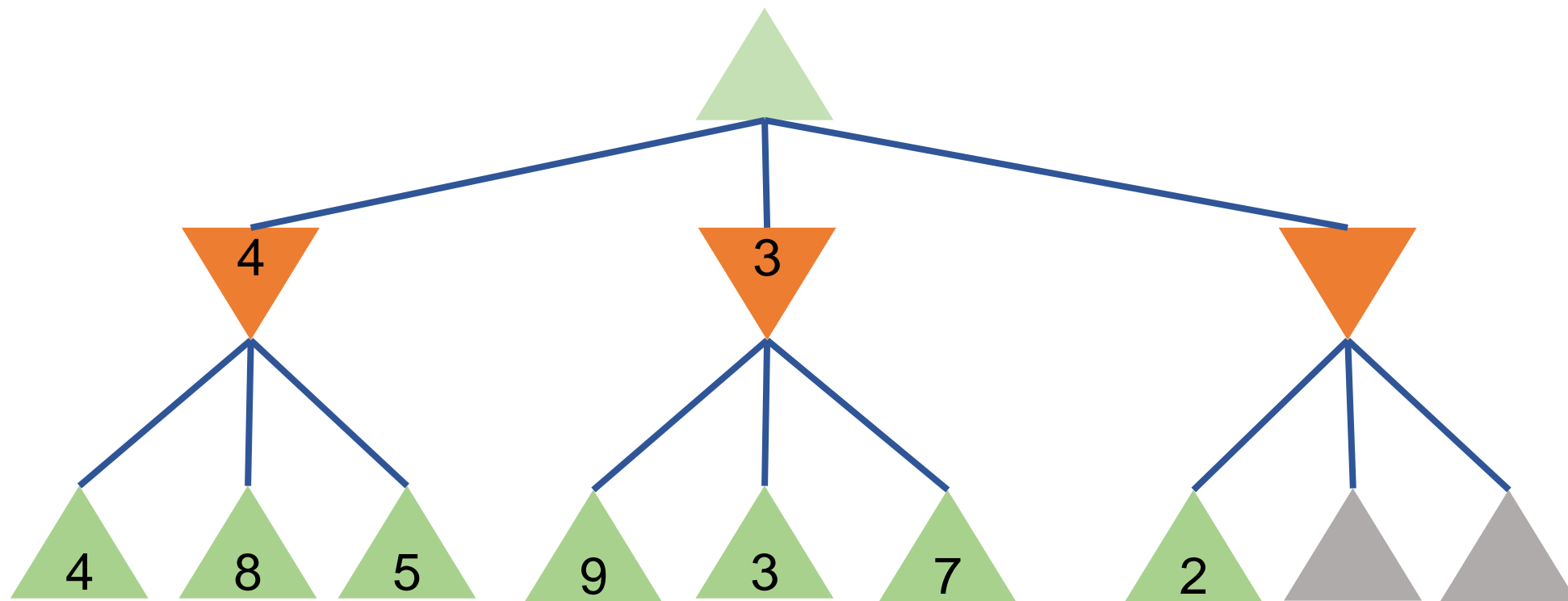
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



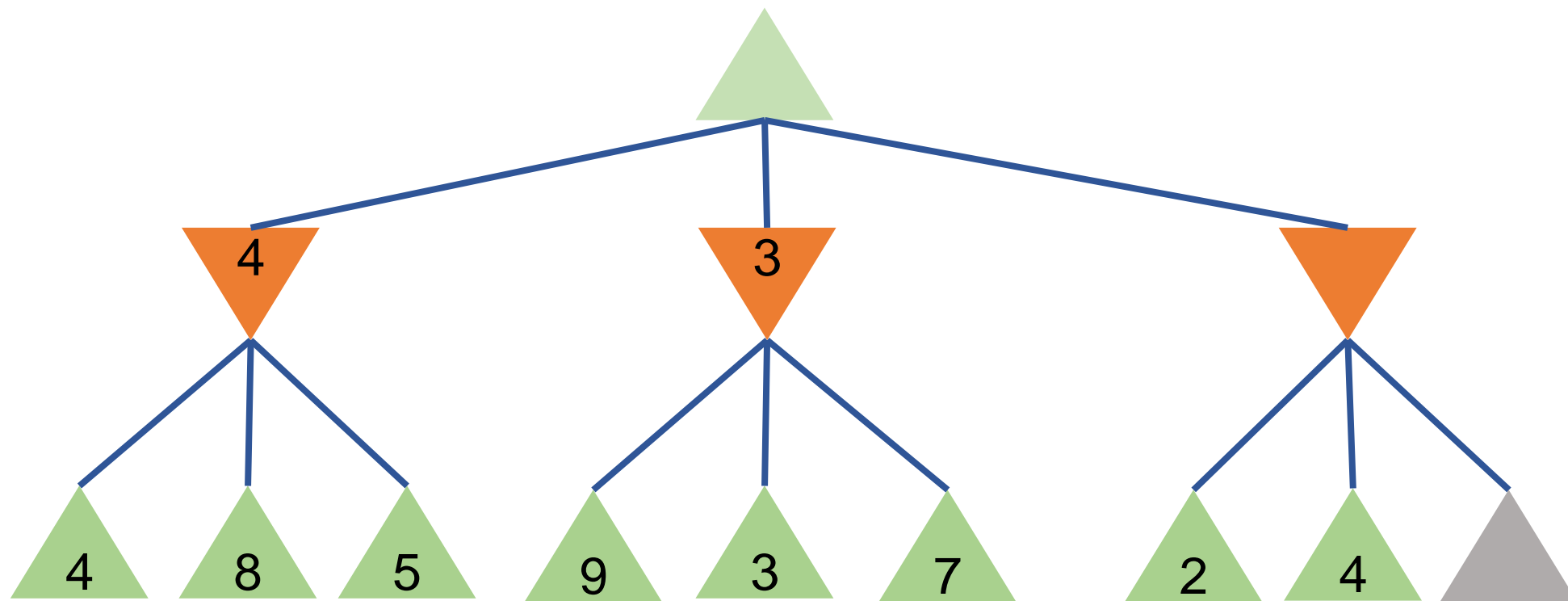
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



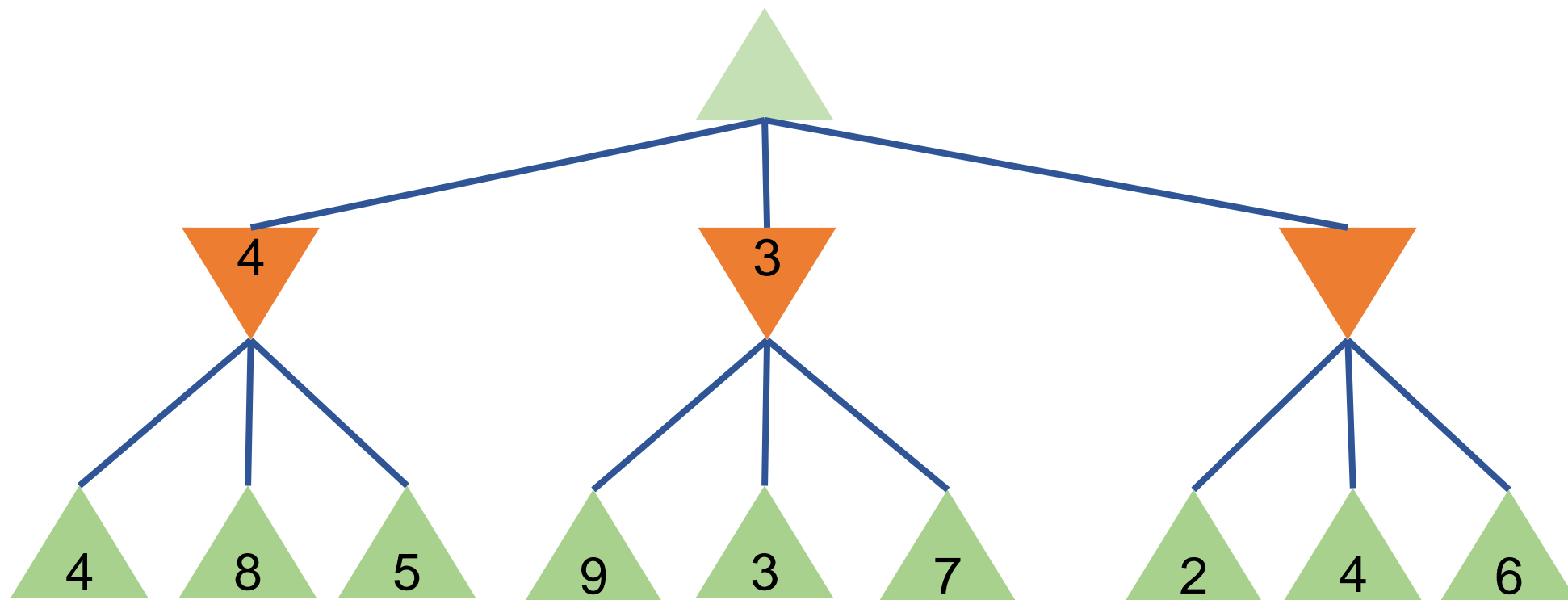
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



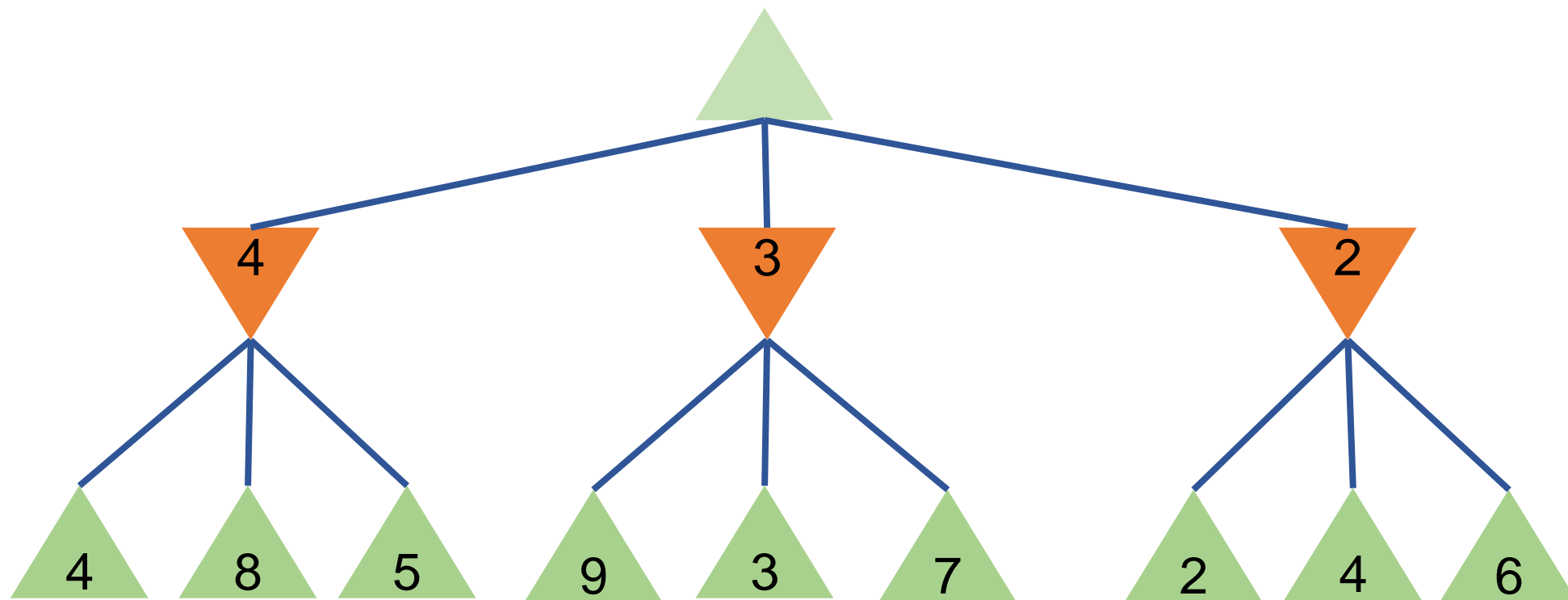
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



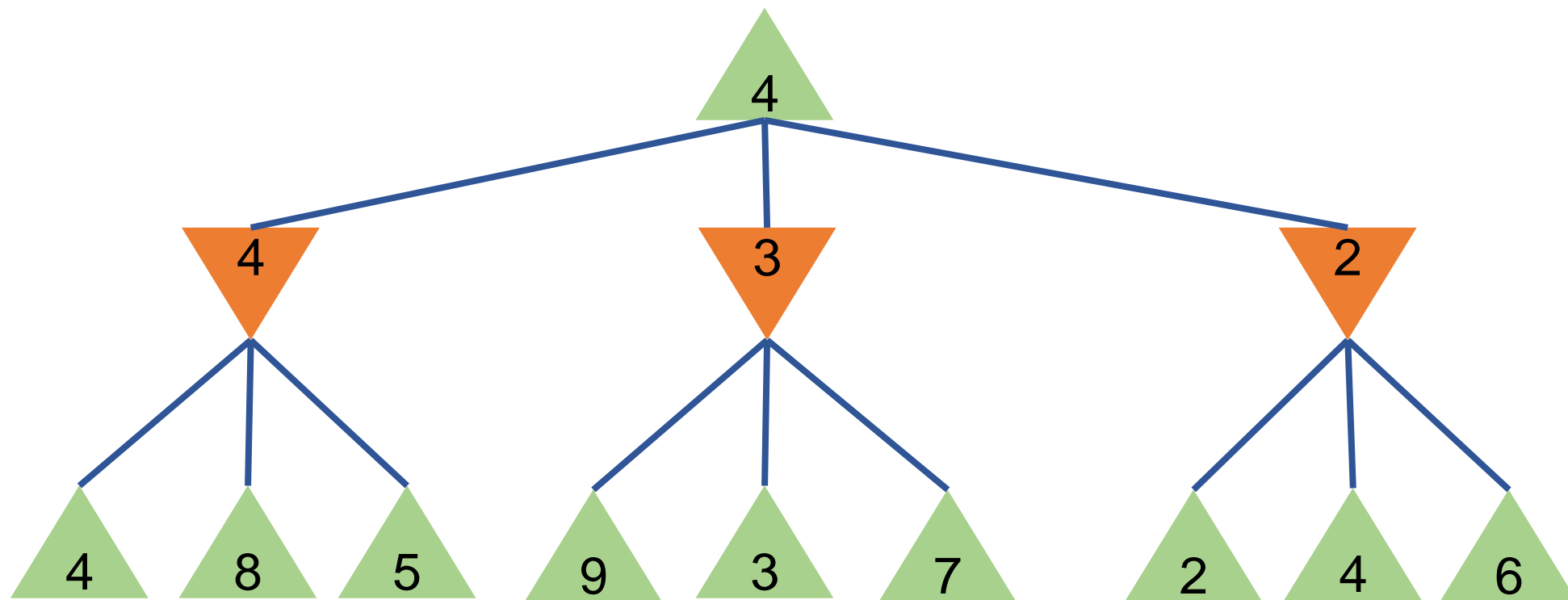
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



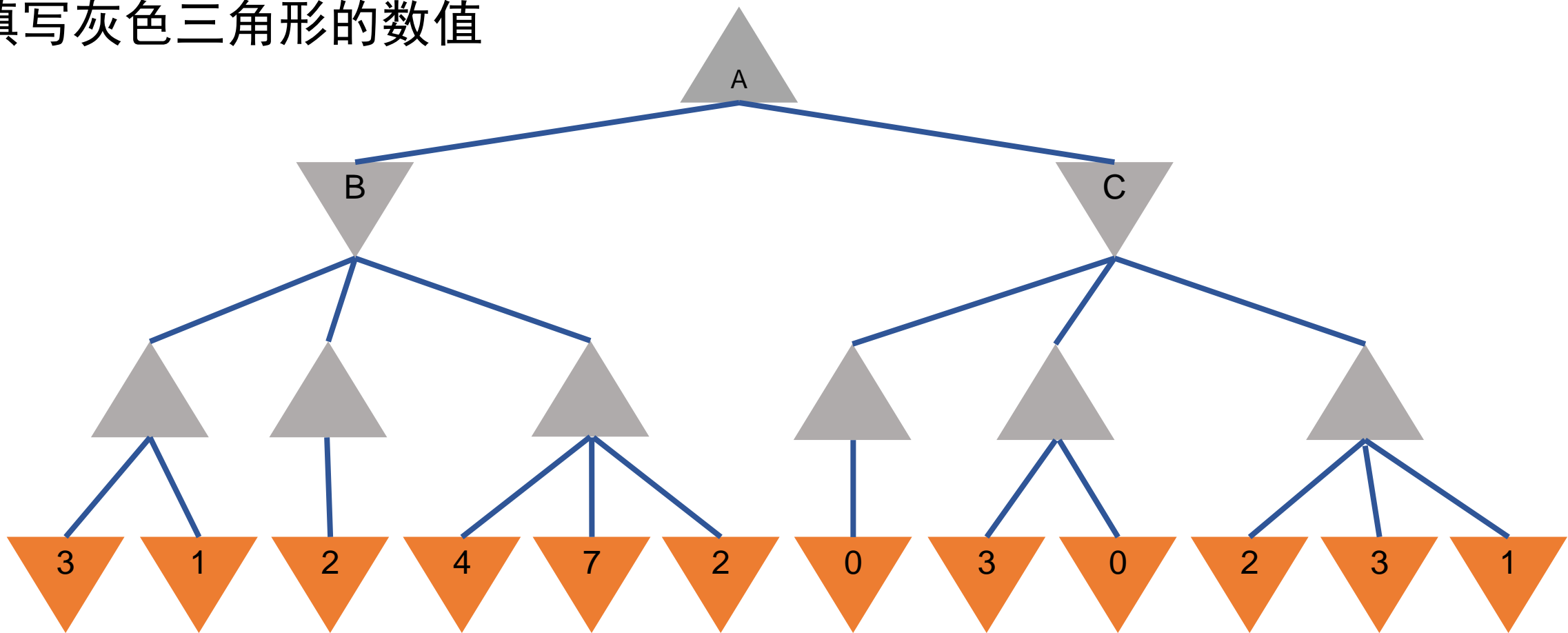
极小极大算法 Minimax

- 两个选手
- 两次行动



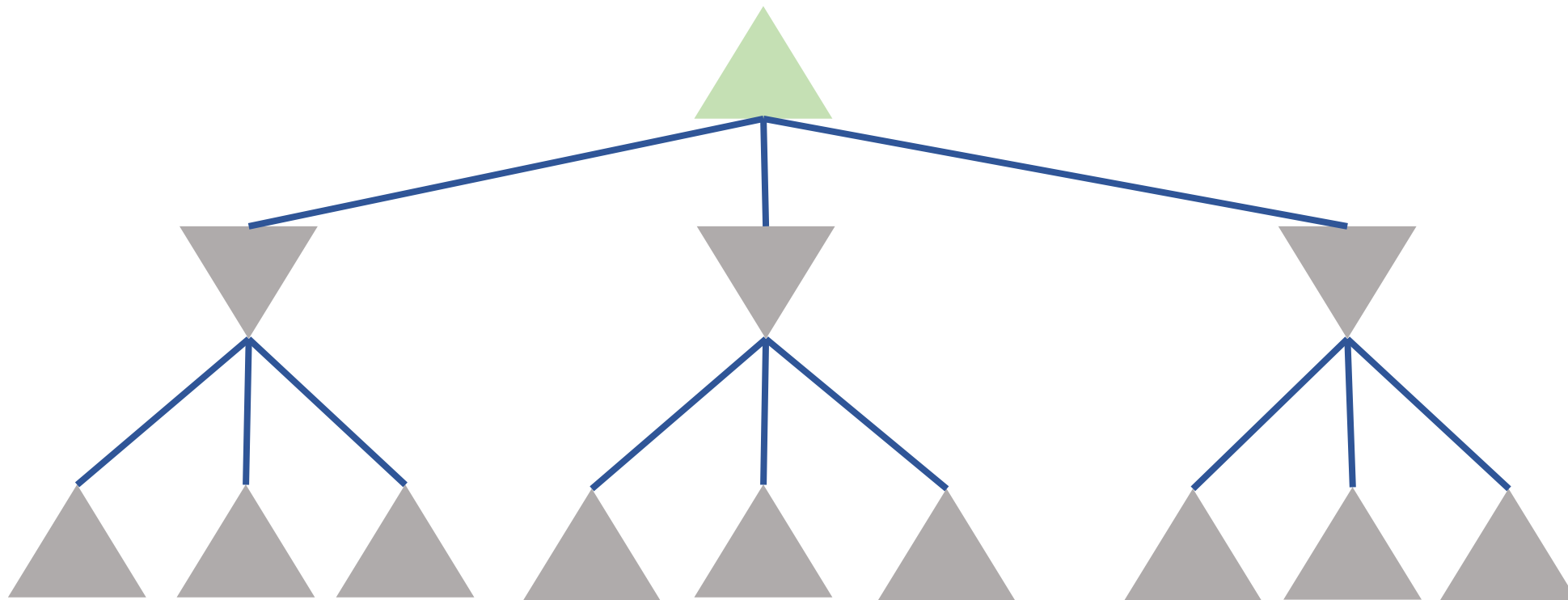
练习 #1

- 填写灰色三角形的数值



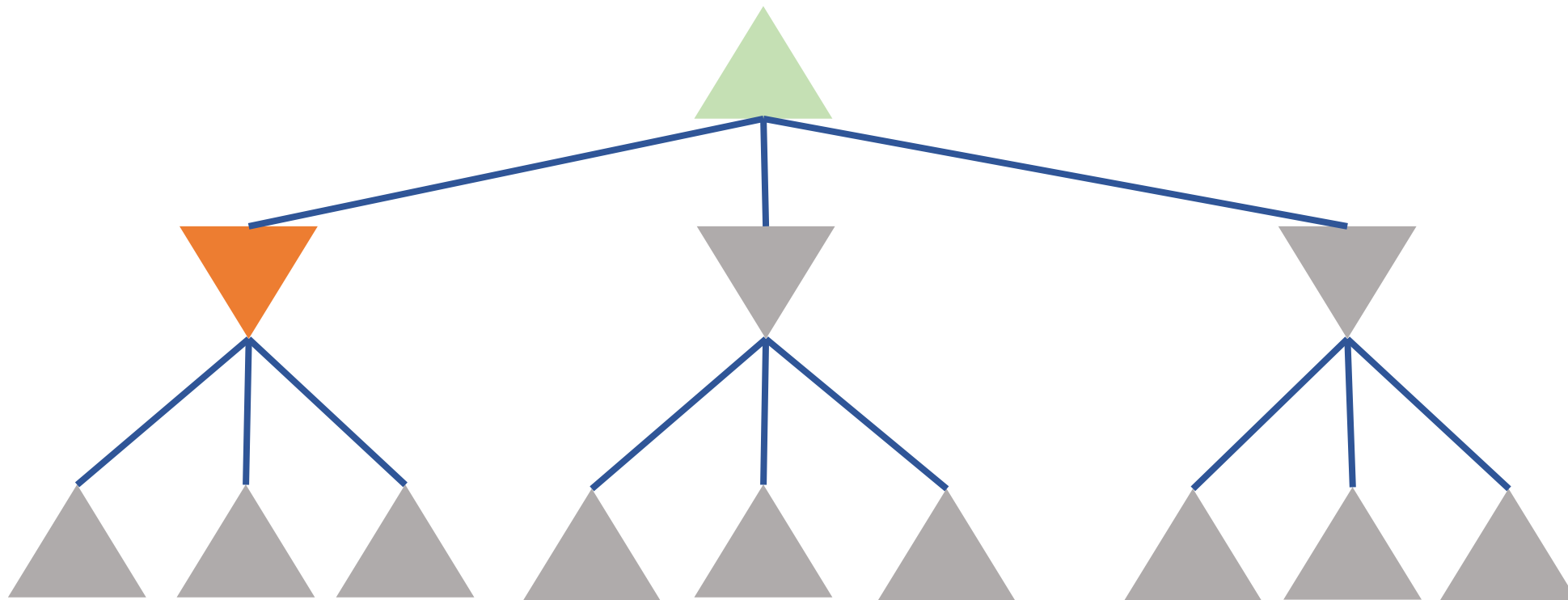
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



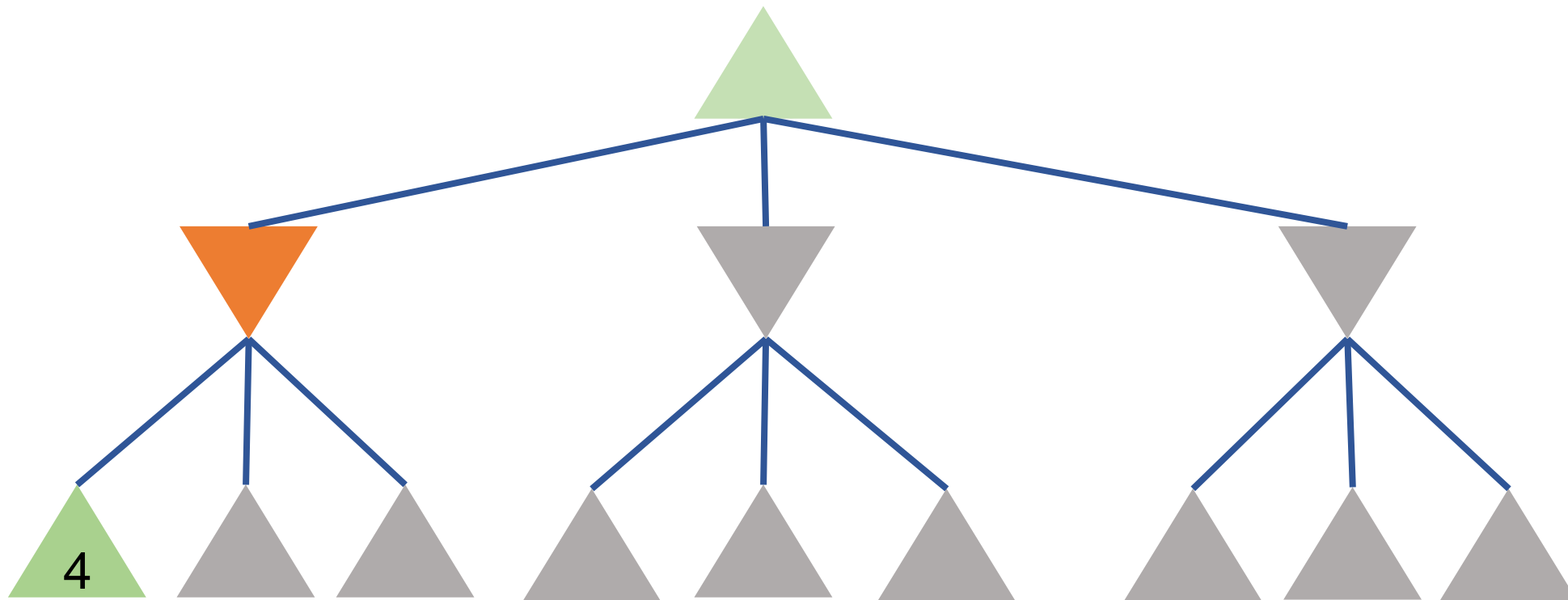
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



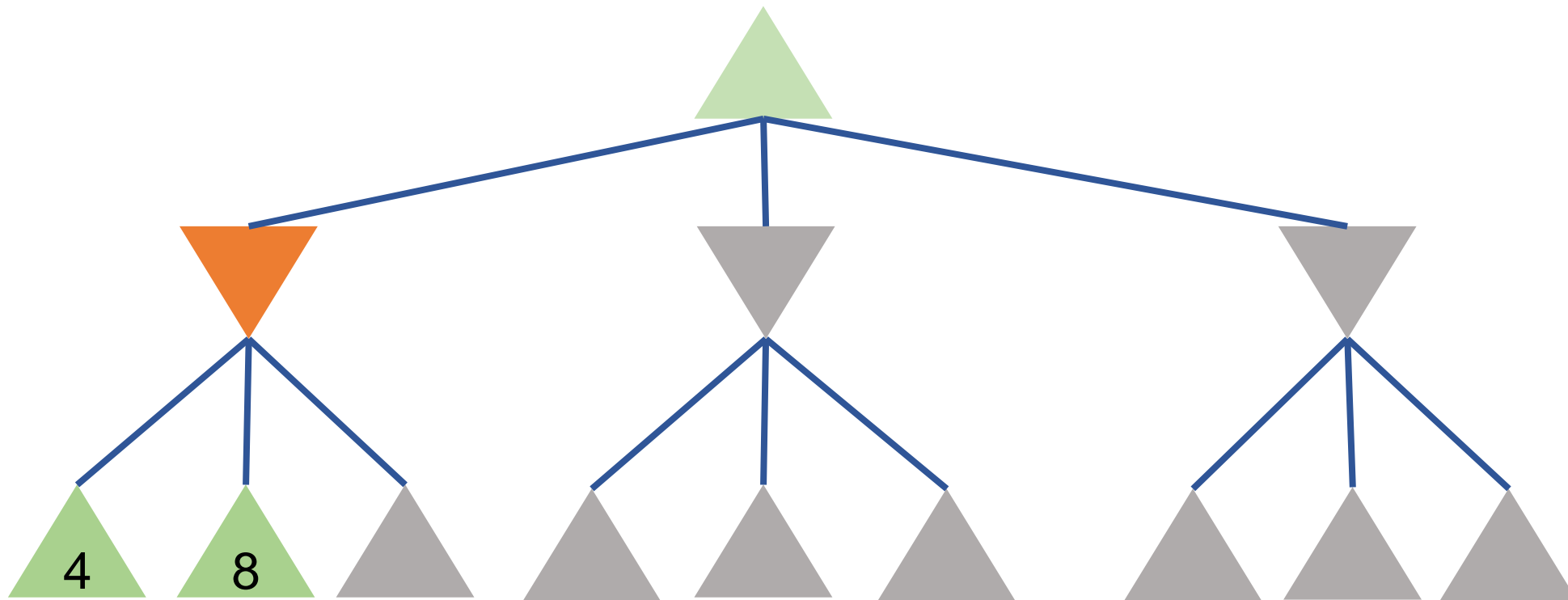
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



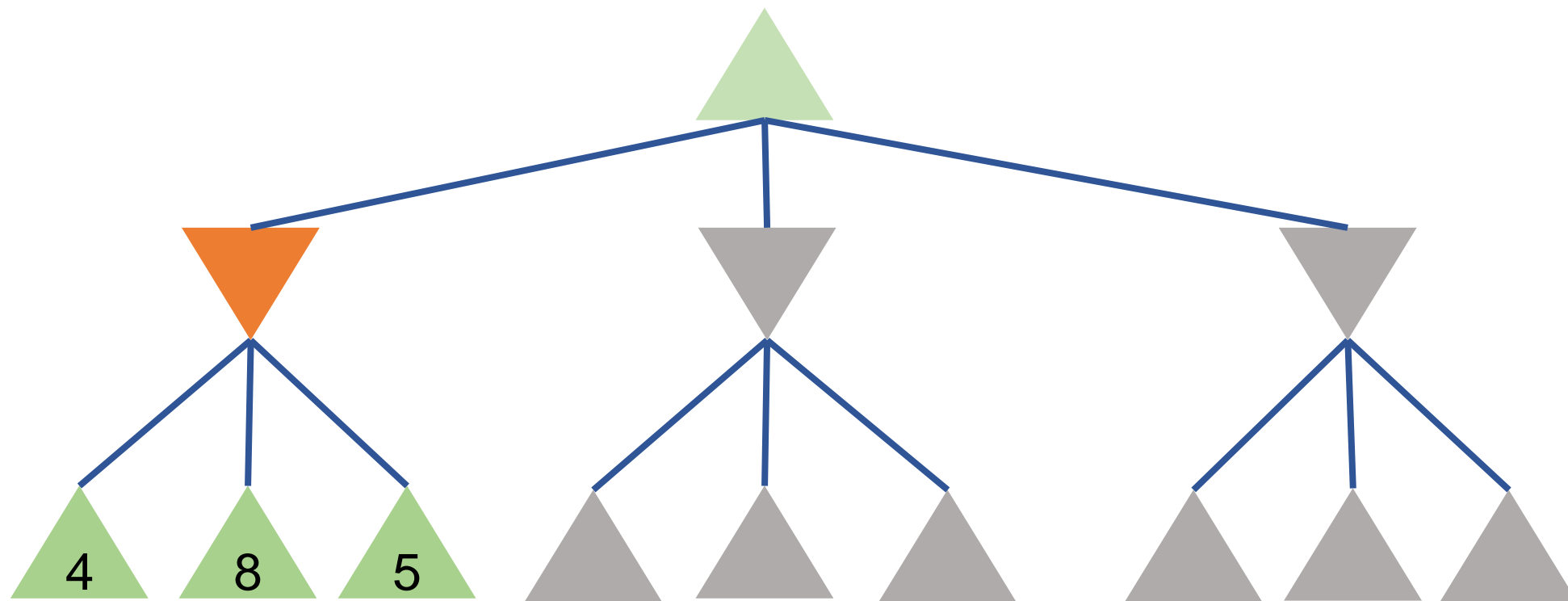
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



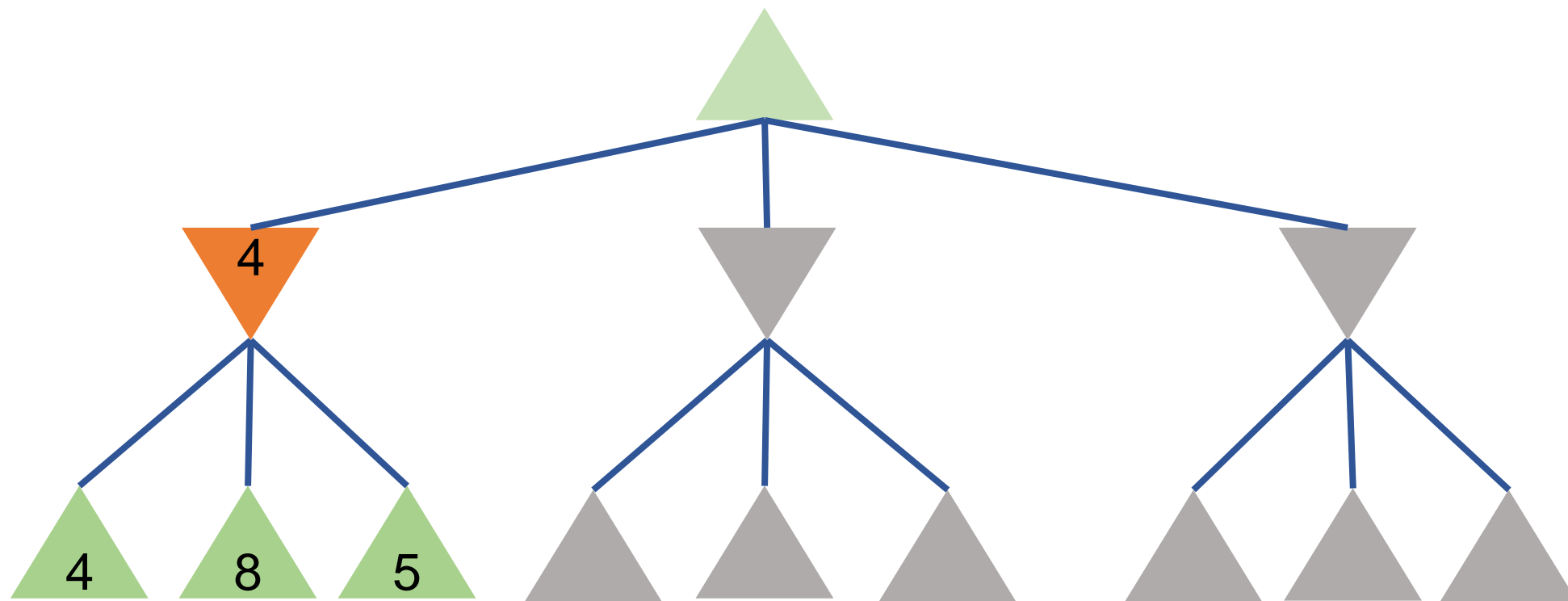
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



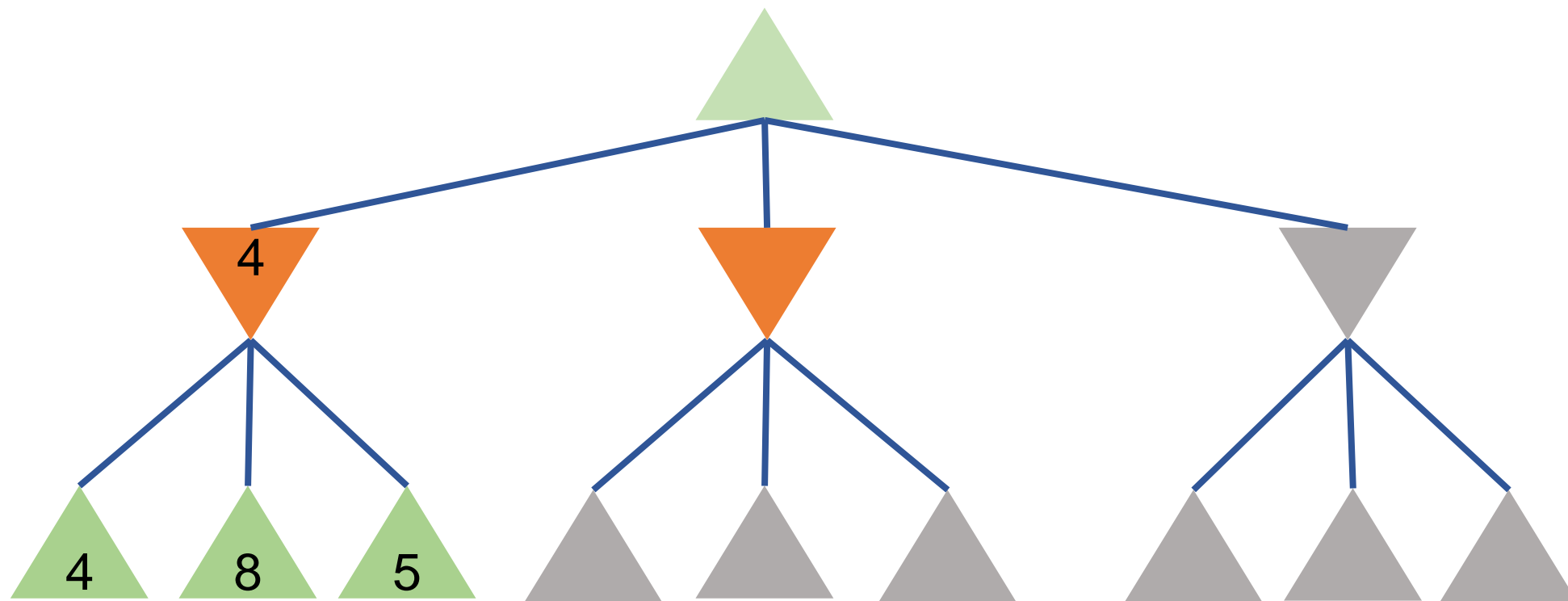
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



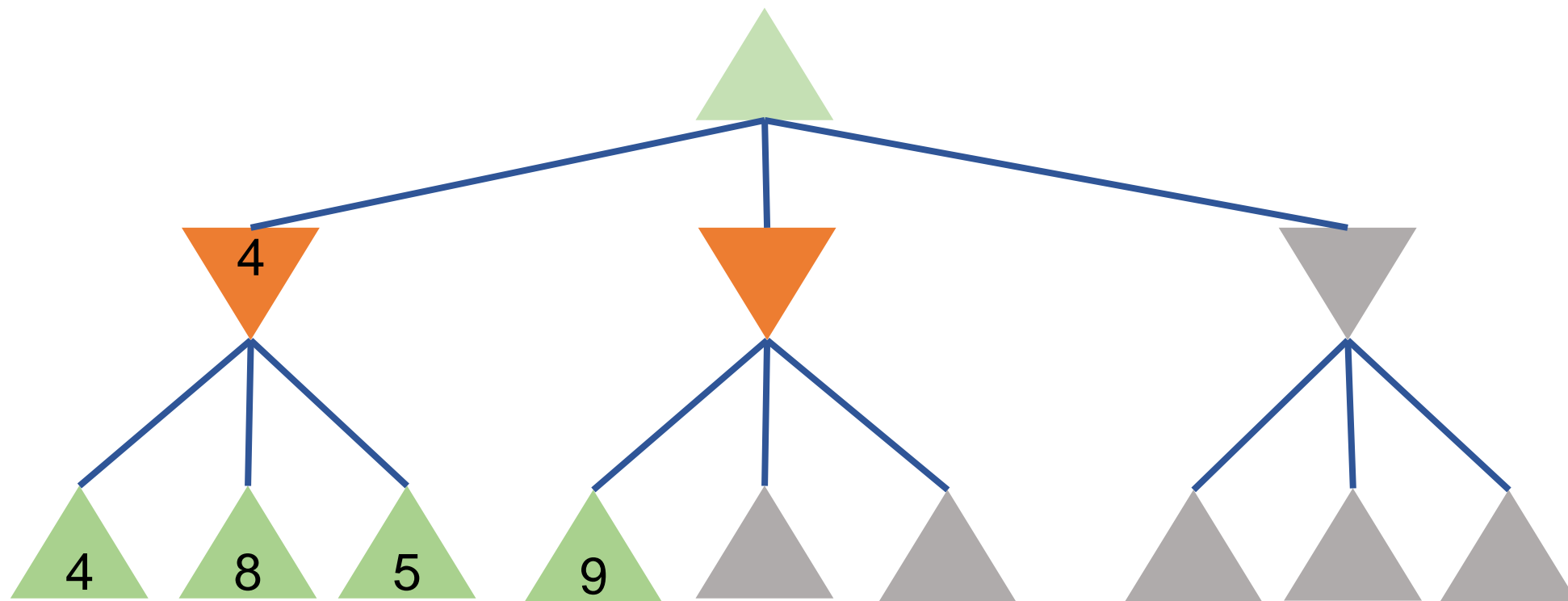
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



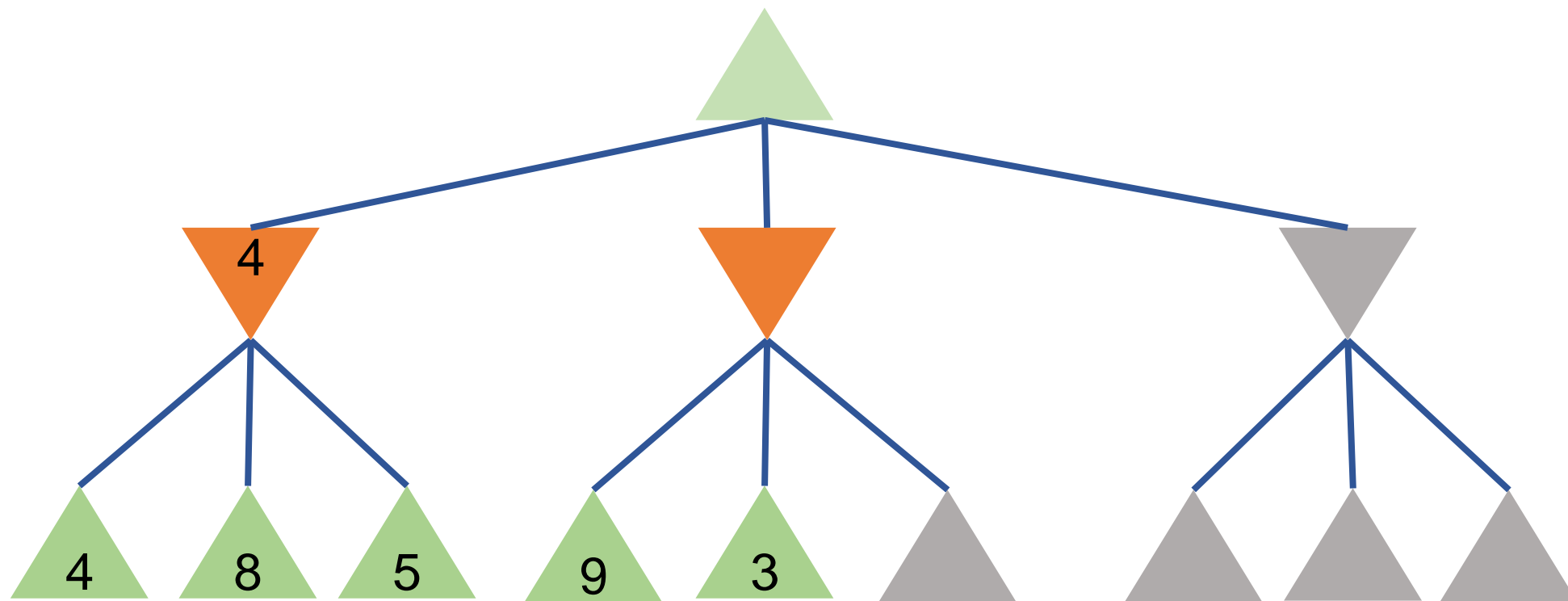
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



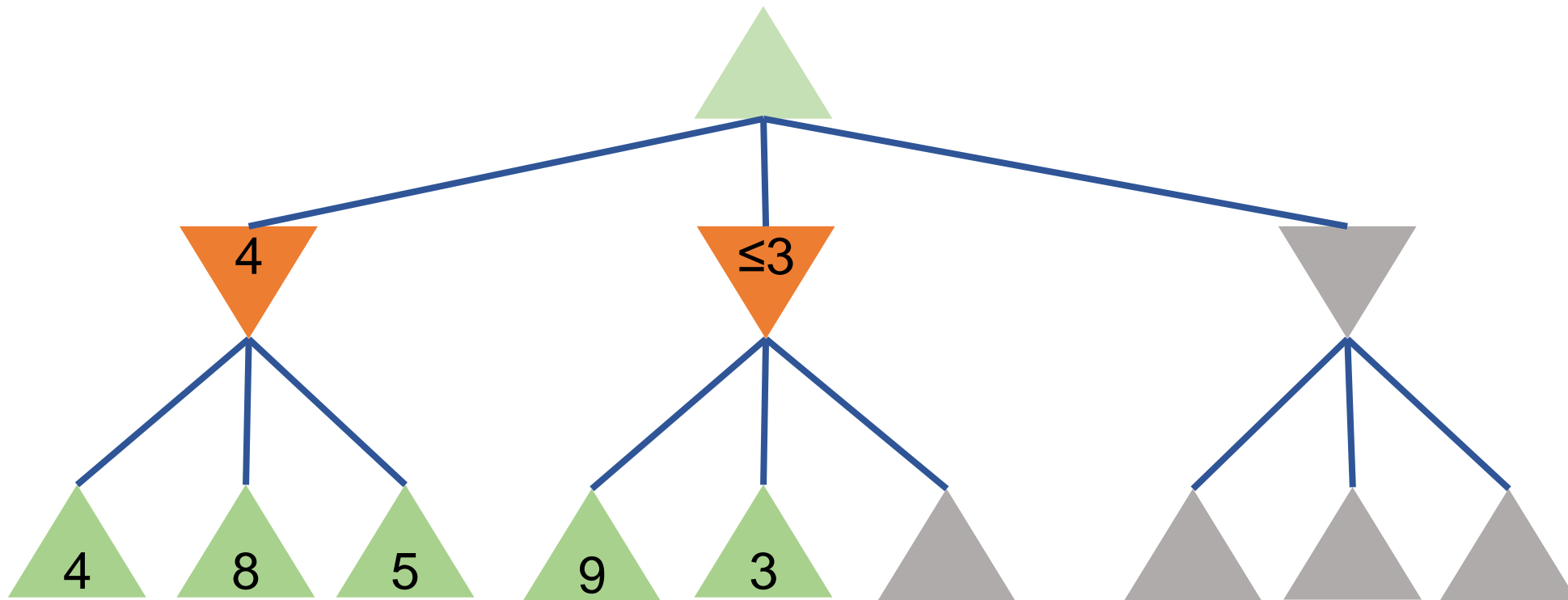
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



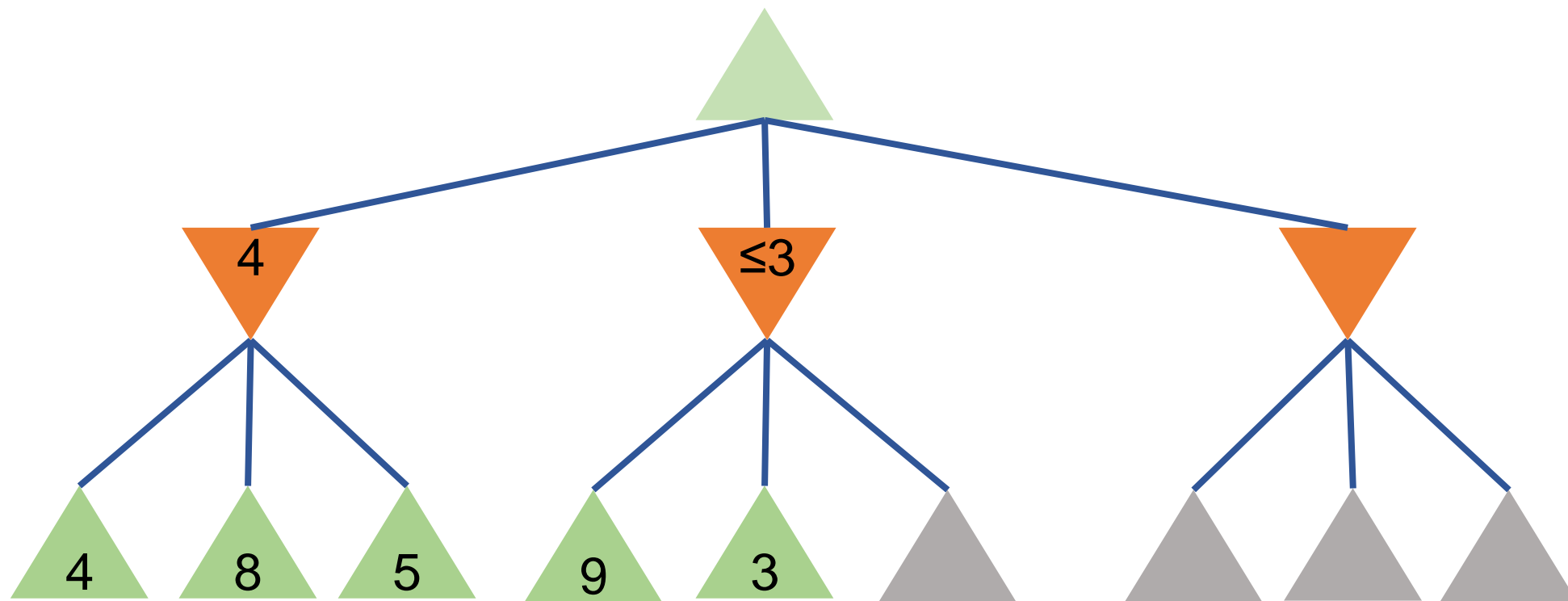
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



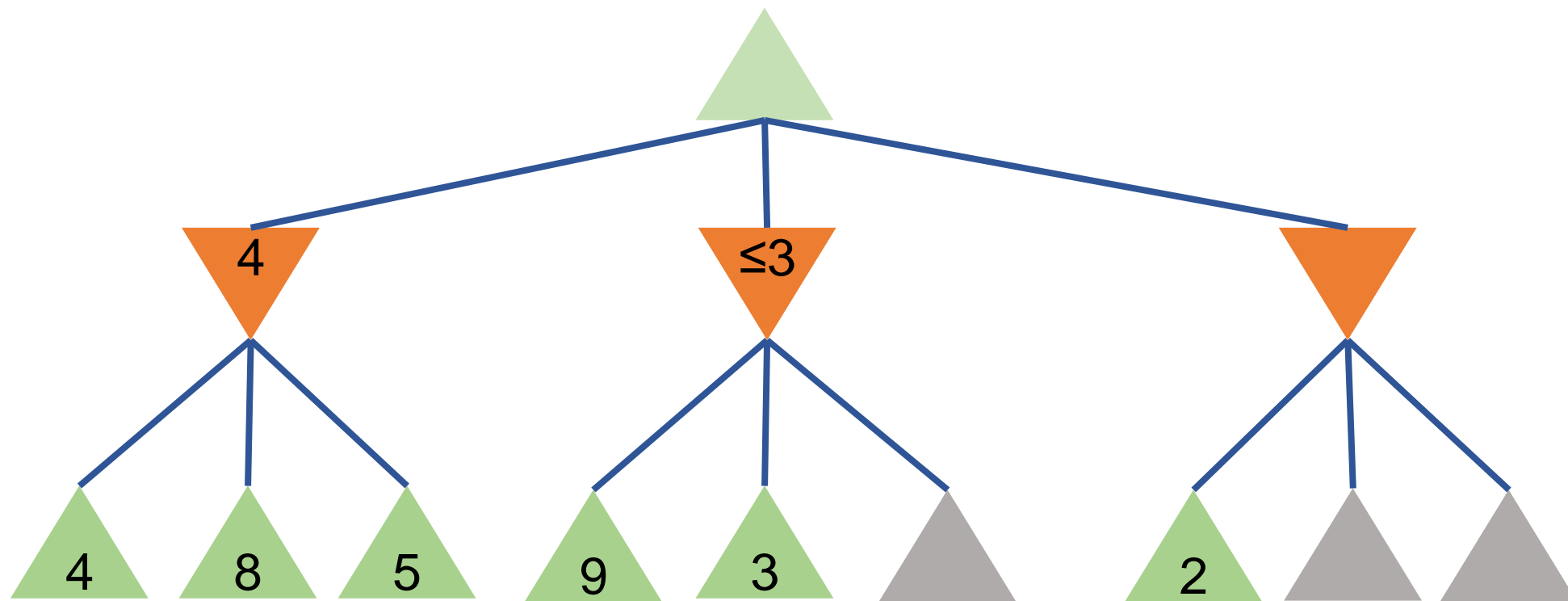
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



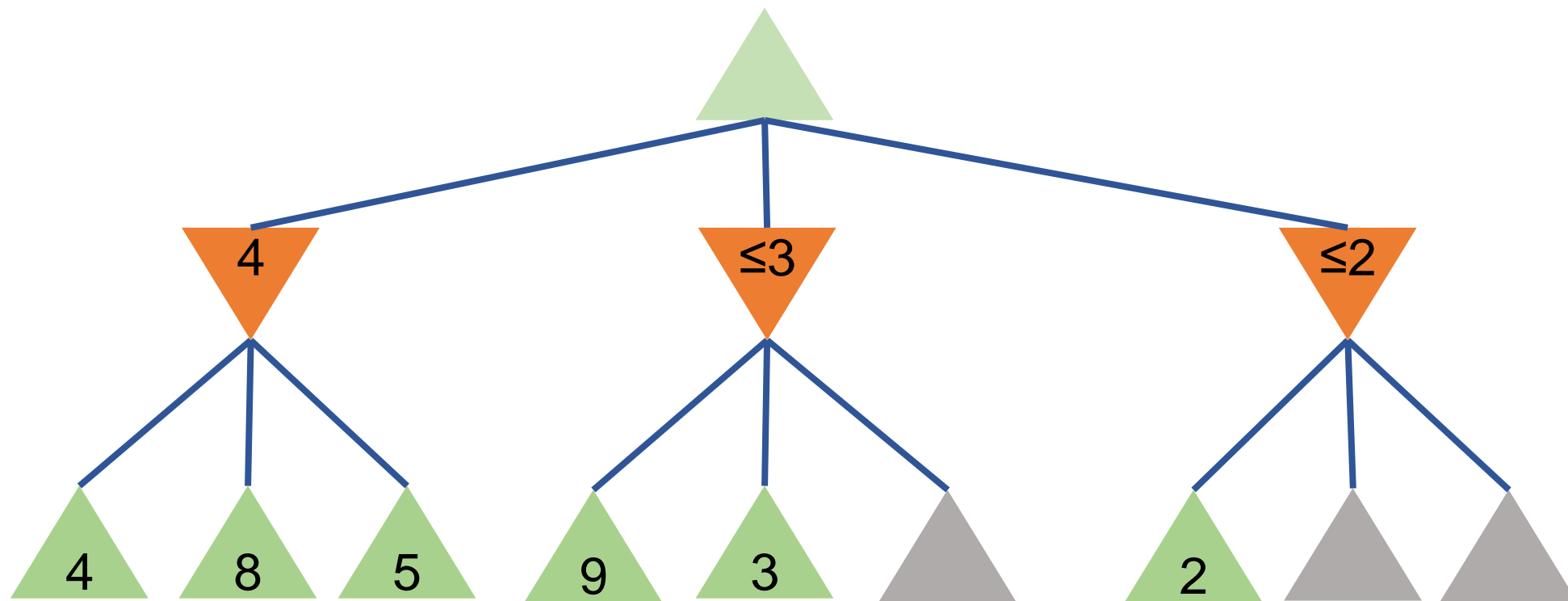
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



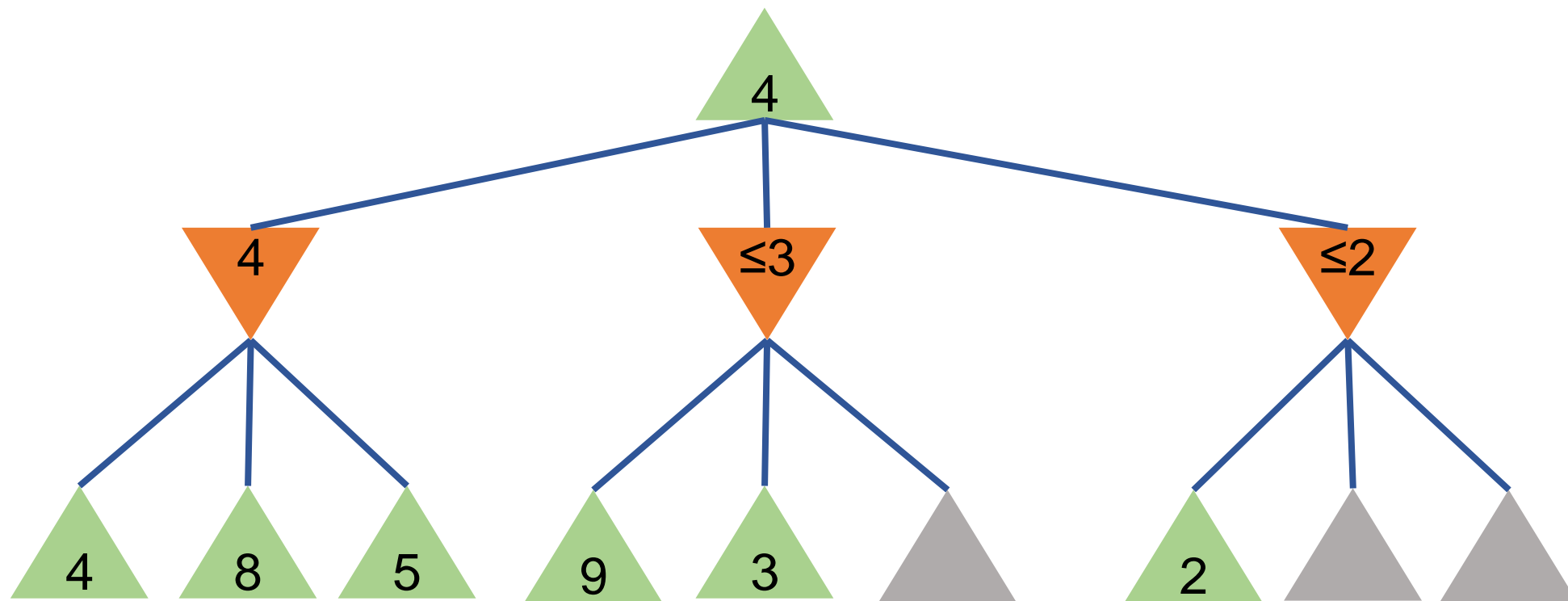
如何改进极小极大算法 Minimax?

- 两个选手
- 两次行动



如何改进极小极大算法 Minimax?

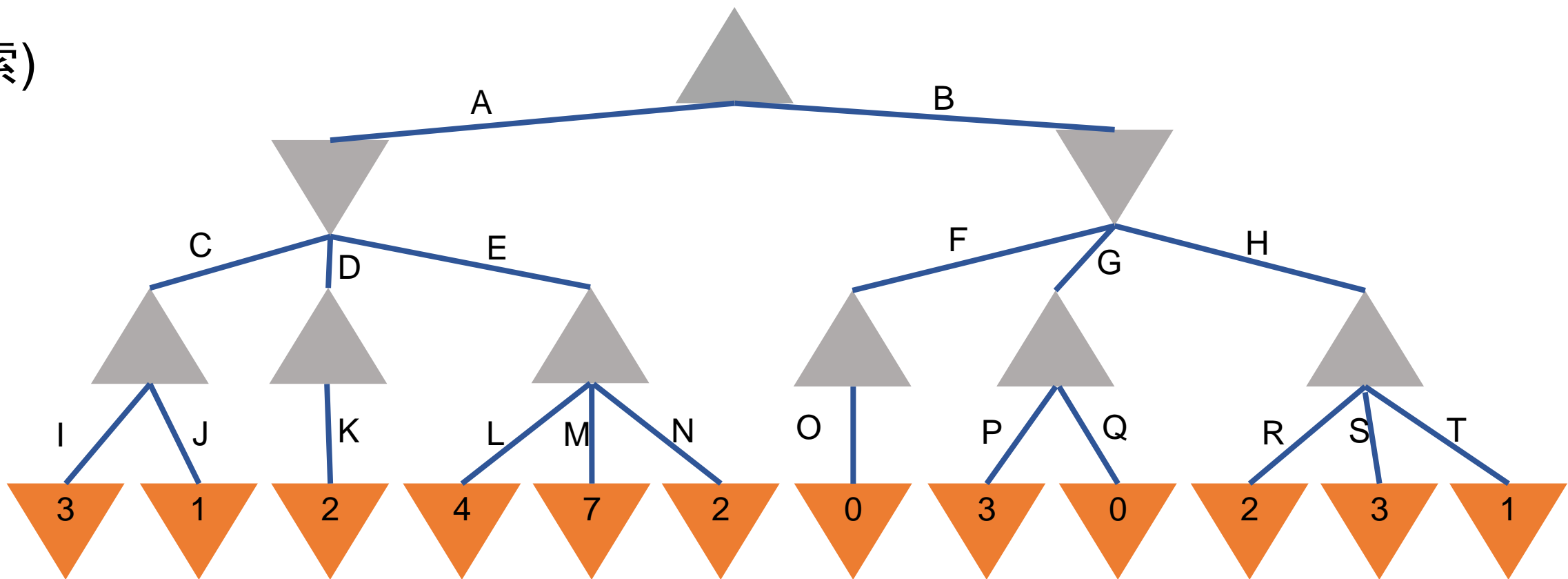
- 两个选手
- 两次行动



- **Alpha-Beta剪枝 Alpha-Beta Pruning**

练习 #2

- 填写灰色三角形的数值并注明哪些分支会被剪枝剪掉(从左至右探索)



行动次数

X	O	X
O	O	
X	X	X

255,168



10^{29000}

深度限制极小极大算法 Depth-limited Minimax

- Minimax 是深度不受限的:从初始状态到结束状态
- 深度限制极小极大算法 Depth-limited minimax:
 - 改编自Minimax 算法，但是在仅考虑**提前设定好**的行动次数（例，10 次行动），而不会到达结束状态
 - 评估函数 Evaluation function
 - 估计某个状态的**预期效用(expected utility)**
 - -1：白子获胜
 - 1: 黑子获胜
 - 0.8: 黑子大概率获胜
 - **决定极大极小算法的表现的好坏**

深度限制算法的计算量



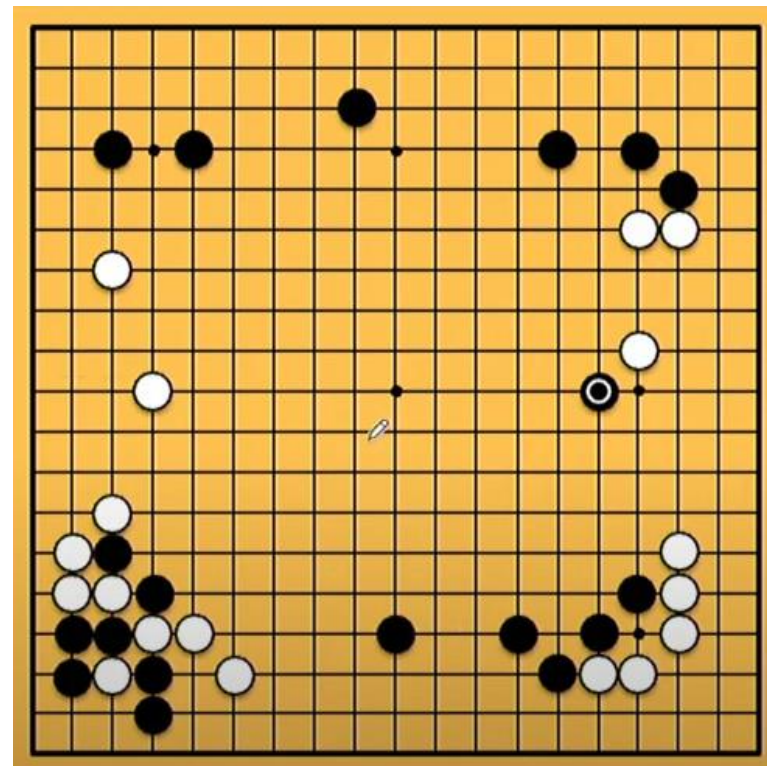
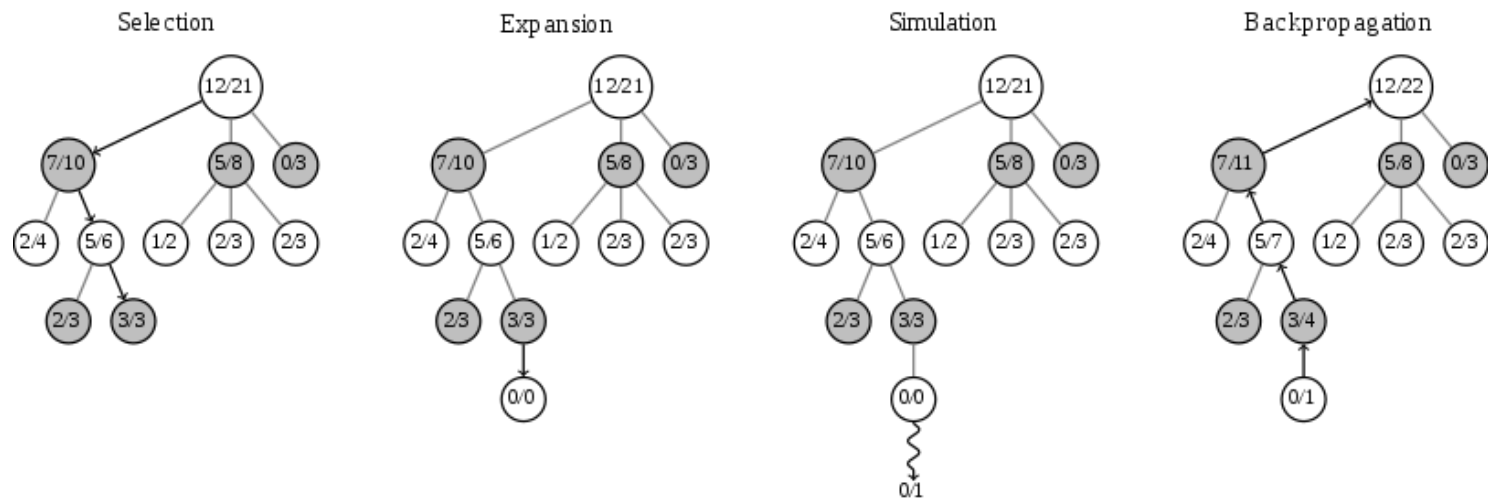
如果深度限制为8
每一步需要考虑1,000,000次



如果深度限制为8
每一步需要考虑8,000,000,000次

蒙特卡洛树搜索 Monte Carlo Tree Search

- 评估函数 Evaluation function → 蒙特卡洛方法
 - playout/rollout: 双方在某个状态下**随机(或基于特定选择)**行动，走到结束状态为止，随机很多次(比如一万盘)
 - 计算胜率，胜率代表这个状态的预期效用。



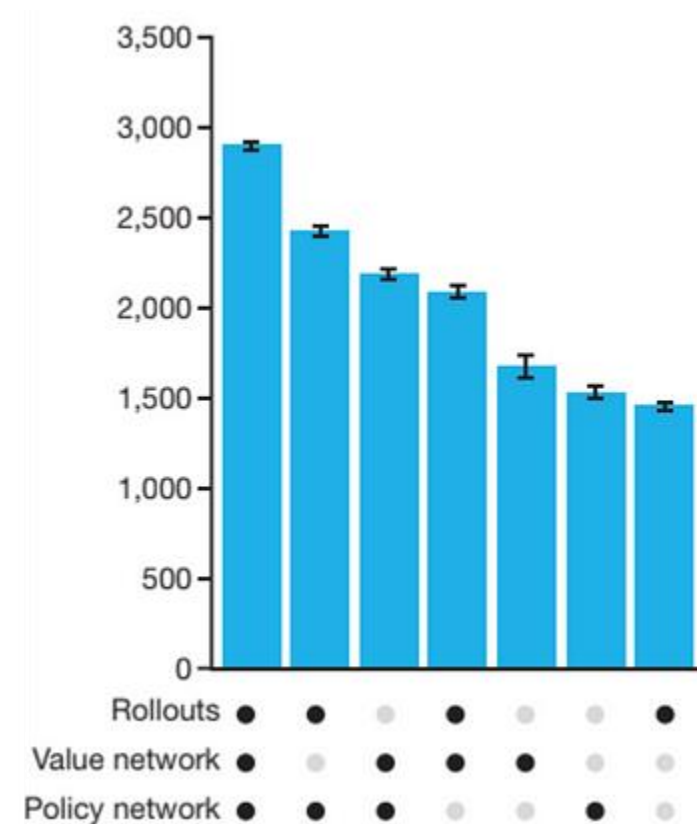
AlphaGo

- MCTS: Rollout
 - ELO rating: 衡量零和游戏其中一方的强度

Extended Data Table 7 | Results of a tournament between different variants of AlphaGo

Short name	Policy network	Value network	Rollouts	Mixing constant	Policy GPUs	Value GPUs	Elo rating
α_{rvp}	p_σ	v_θ	p_π	$\lambda = 0.5$	2	6	2890
α_{vp}	p_σ	v_θ	—	$\lambda = 0$	2	6	2177
α_{rp}	p_σ	—	p_π	$\lambda = 1$	8	0	2416
α_{rv}	$[p_\tau]$	v_θ	p_π	$\lambda = 0.5$	0	8	2077
α_v	$[p_\tau]$	v_θ	—	$\lambda = 0$	0	8	1655
α_r	$[p_\tau]$	—	p_π	$\lambda = 1$	0	0	1457
α_p	p_σ	—	—	—	0	0	1517

Evaluating positions using rollouts only (α_{rp} , α_r), value nets only (α_{vp} , α_v), or mixing both (α_{rvp} , α_{rv}); either using the policy network $p_\sigma(\alpha_{rp}$, α_{vp} , $\alpha_{rp})$, or no policy network (α_{rp} , α_{vp} , α_{rp}), that is, instead using the placeholder probabilities from the tree policy p_τ throughout. Each program used 5 s per move on a single machine with 48 CPUs and 8 GPUs. Elo ratings were computed by BayesElo.



有问题吗？

- 请随时举手提问。



BUSS 3620.人工智能导论

#2. 代码示例：井字游戏

刘佳璐

安泰经济与管理学院

上海交通大学

代码框架

迷宫

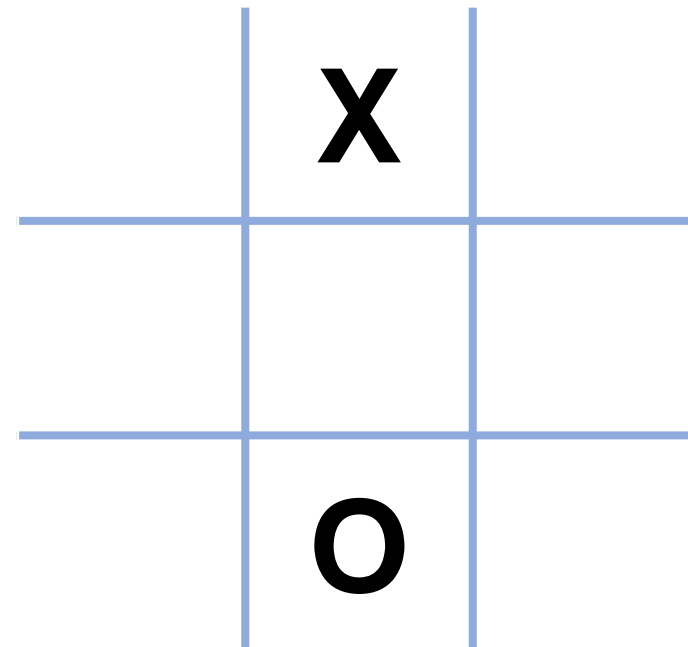
- 将问题抽象
 - 如何让计算机明白迷宫？
- 按照解搜索问题的步骤解迷宫
- 输出成果

井字游戏

- 将问题抽象
 - 如何让计算机明白井字游戏？
- 按照解对抗搜索问题的步骤制作游戏AI
- 输出成果

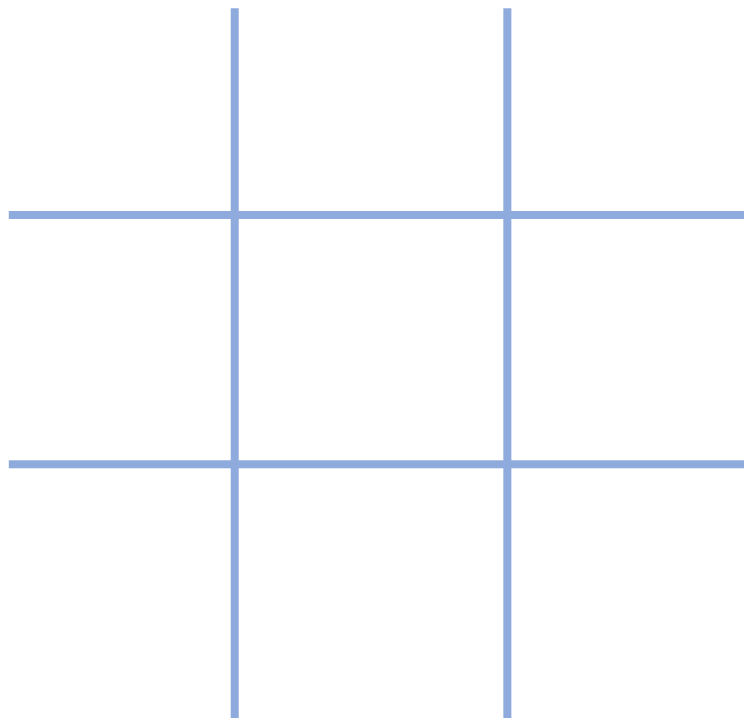
如何让计算机明白井字游戏？

- 游戏棋盘/状态s
 - 三个变量: X, O, Empty
 - 列表: [[row1], [row2], [row3]]
- 选手: X, O
- 行动a
 - 元组: (i, j)



练习 #3

- 定义函数 `initial_state()`:
 - 返回游戏的初始状态 S_0



练习 #4

- 定义函数player(s):
 - 功能：返回状态s下可以行动的玩家
 - 假设X是先手玩家
 - 输入：一个状态
 - 输出：X or O
 - 提示：观察游戏中现有的O和X的数量

player(

	O	
	X	

) = X

player(

	O	
	X	X

) = O

练习 #5

- 定义函数 $\text{actions}(s)$:
 - 功能：返回状态 s 下所有的合法行动集合
 - 输入：一个状态
 - 输出：一个行动集合

$$\text{actions}\left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline & \text{X} & \text{O} \\ \hline \text{O} & \text{X} & \text{X} \\ \hline \text{X} & & \text{O} \\ \hline \end{array} \right) = \left\{ \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{O} & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & \text{O} & \\ \hline \end{array} \right\}$$

练习 #6

- 定义函数 `results(s, a)`:

- 功能：返回在状态 s 下执行行动 a 后到达的新状态

- 如果行动 a 不是合法行动，报错并退出程序

- 不能改变原本的游戏棋盘

- 提示：用包 `copy` 中的 `deepcopy`

- 输入：一个状态，一个行动

- 输出：一个状态

```
>>> s=[1,2,3]
>>> s1=s
>>> s1[0]='a'
>>> s
['a', 2, 3]
```

`result(`

	X	O
O	X	X
X		O

 ,

O		

`) =`

O	X	O
O	X	X
X		O

练习 #7

- 定义函数winner(s):

- 功能：返回状态s下的获胜方（如果存在）

- 获胜条件：任意三个标记形成一条直线（横，竖，对角线）

- 输入：一个状态

- 输出：X or O or None

winner(

X	X	O
O	O	O
X	X	

) = O

winner(

	X	O
O	X	
X	X	O

) = X

winner(

X	X	O
O	O	X
O	X	

) = O

练习 #8

- 定义函数terminal(s):

- 功能：确认状态s是否是结束状态(terminal state)

- 结束状态

- 有一方已经获胜，或
- 棋盘上已经没有空格子

- 输入：一个状态

- 输出：True or False

terminal(

O		
O	X	
X	O	X

) = False

terminal(

O		X
O	X	
X	O	X

) = True

练习 #8

- 定义函数 $utility(s)$:

- 功能：返回结束状态 (terminal state) s 的最终数值表示

- 如果 X 选手胜利，为 1

- 如果 O 选手胜利，为 -1

- 其他为 0

- 输入：一个结束状态

- 输出：1 or 0 or -1

$$utility\left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline O & & X \\ \hline O & X & \\ \hline X & O & X \\ \hline \end{array}\right) = 1$$

$$utility\left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline O & X & X \\ \hline X & O & \\ \hline O & X & O \\ \hline \end{array}\right) = -1$$

极小极大算法 Minimax

function Max-Value(*state*):

 if Terminal(*state*) is true:

 return Utility(*state*)

$v = -\infty$

 for *action* in Actions(*state*):

$v = \max(v, \text{Min-Value}(\text{Result}(\textit{state}, \textit{action})))$

 return *v*

```
114 def Max_Value(board):
115
116     if terminal(board):
117         return utility(board)
118
119     v=-np.inf
120     action=actions(board)
121     for a in action:
122         v = max(v,Min_Value(result(board, a)))
123
124     return v
```

极小极大算法 Minimax

function Min-Value(*state*):

 if Terminal(*state*) is true:

 return Utility(*state*)

$v = \infty$

 for *action* in Actions(*state*):

$v = \min(v, \text{Max-Value}(\text{Result}(\textit{state}, \textit{action})))$

 return *v*

```
126 def Min_Value(board):
127     if terminal(board):
128         return utility(board)
129
130     action=actions(board)
131     v=np.inf
132
133     for a in action:
134         v = min(v, Max_Value(result(board, a)))
135
136     return v
```

极小极大算法 Minimax

- Minimax(s)函数：
 - 功能：返回状态 s 下的最优的行动 a
 - Max Player选择actions(s)中 **Min-Value**(result(s, a))最大的一个行动 a
 - Min Player选择actions(s)中 **Max-Value**(result(s, a))最小的一个行动 a
 - 输入：一个状态
 - 输出：一个行动

```
139 def minimax(board):
140     """
141     Returns the optimal action for the current player on the board.
142     """
143
144     if terminal(board):
145         return None
146
147     action=actions(board)
148
149     if player(board)==X:
150         v=-np.inf
151         for a in action:
152             temp=Min_Value(result(board, a))
153             if temp>v:
154                 v=temp
155                 solution=a
156         return solution
157
158     if player(board)==0:
159         v=np.inf
160         for a in action:
161             temp=Max_Value(result(board, a))
162             if temp<v:
163                 v=temp
164                 solution=a
165         return solution
```

有问题吗？

- 请随时举手提问。

