

Задачи по Эконометрике-1

Н.В. Артамонов (МГИМО МИД России)

Содержание

1	Метод наименьших квадратов (теория)	1
1.1	Задача (прямая с константой)	1
1.2	Задача (прямая без константы)	1
1.3	Задача	1
1.4	Задача	2
1.5	Задача (квадратичный многочлен)	2
2	Метод наименьших квадратов: Практика (Python)	2
2.1	Задача (sleep equation)	2
2.2	Задача (labour equation)	3

1 Метод наименьших квадратов (теория)

1.1 Задача (прямая с константой)

Пусть задано n наблюдений (точек на плоскости) $\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$. Линейная функция $y = \beta_0 + \beta_1 x$ ‘подгоняется’ под наблюдения методом наименьших квадратов (OLS)

- выведите систему уравнений для нахождения параметров (оптимальной, ‘подогнанной’) прямой, наименее уклоняющейся от заданных наблюдений
- выведите формулы для оценок $\widehat{\beta}_0$ и $\widehat{\beta}_1$ коэффициентов оптимальной прямой
- покажите, что для оценок коэффициентов верно:

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{s.cov(x, y)}{s.Var(x)} \qquad \widehat{\beta}_0 = \bar{y} - \widehat{\beta}_1 \cdot \bar{x}$$

(Здесь $s.cov(x, y)$ - выборочная ковариация, $s.Var()$ - выборочная дисперсия)

1.2 Задача (прямая без константы)

Пусть задано n наблюдений (точек на плоскости) $\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$. Линейная функция $y = \beta x$ ‘подгоняется’ под наблюдения методом наименьших квадратов (OLS)

- выведите уравнение для нахождения параметра (оптимальной) прямой, наименее уклоняющейся от заданных наблюдений (точек на плоскости);
- выведите формулы для оценки $\widehat{\beta}$ коэффициента оптимальной прямой.

1.3 Задача

Пусть $\widehat{\beta}$ есть OLS-оценка коэффициента наклона линейной функции y на x без константы, а $\widehat{\gamma}$ – OLS-оценка коэффициента наклона в линейной функции x на y без константы. Верно ли для этих оценок равенство

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{\hat{\beta}}?$$

1.4 Задача

Пусть $\hat{\beta}_1$ есть OLS-оценка коэффициента наклона линейной функции y на x с константой, а $\hat{\gamma}_1$ - OLS-оценка коэффициента наклона линейной функции x на y с константой. Верно ли равенство

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{1}{\hat{\beta}_1}?$$

Ответ поясните.

1.5 Задача (квадратичный многочлен)

Пусть задано n наблюдений (точек на плоскости) $\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$. Парабола $y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$ ‘подгоняется’ под наблюдения методом наименьших квадратов (OLS). Выведите систему уравнения для нахождения параметрой ‘оптимальной’ параболы

2 Метод наименьших квадратов: Практика (Python)

Важно

- Во всех задачах логарифм натуральный!
- Во всех задачах численные ответы округлите до 2-х десятичных знаков
- Описание датасетов см. папке с ними
- По умолчанию константа включается

2.1 Задача (sleep equation)

Загрузите набор данных `sleep75`.

2.1.1 Пример 1

- постройте диаграмму рассеянием **sleep vs totwrk** с ‘подогнанной’ прямой
- найти параметры оптимальной прямой **sleep на totwrk**

Ответ:

```
(Intercept)      totwrk
      3586.38      -0.15
```

- найти параметры оптимальной прямой **sleep на totwrk** без константы

Ответ:

```
totwrk
      1.26
```

2.1.2 Пример 2

- постройте диаграмму рассеянием **sleep vs age** с ‘подогнанной’ прямой
- найти параметры оптимальной прямой **sleep на age**

Ответ:

```
(Intercept)      age
      3128.91      3.54
```

- найти параметры оптимальной прямой **sleep на age** без константы

Ответ:

```
age
77.82
```

2.1.3 Пример 3

- постройте диаграмму рассеянием **sleep vs totwrk** с ‘подогнанной’ параболой
- найти параметры оптимальной параболы **sleep на totwrk, totwrk²**

Ответ:

```
(Intercept)      totwrk  I(totwrk^2)
      3523.59      -0.07         0.00
```

2.1.4 Пример 4

- постройте диаграмму рассеянием **sleep vs age** с ‘подогнанной’ параболой
- найти параметры оптимальной параболы **sleep на age, age²**

Ответ:

```
(Intercept)      age      I(age^2)
      3608.03     -21.49         0.30
```

2.1.5 Пример 5

Найдите параметры оптимальной плоскости **sleep на totwrk, age**

Ответ:

```
(Intercept)      totwrk      age
      3469.20      -0.15       2.92
```

2.2 Задача (labour equation)

Загрузите набор данных **Labour**. Постройте гистограммы для переменных **output, log(output), capital, log(capital), labour, log(labour)**

2.2.1 Пример 1

- постройте диаграмму рассеянием **output vs capital** с ‘подогнанной’ прямой
- найти параметры оптимальной прямой **output на capital**

Ответ:

```
(Intercept)      capital
        6.19         0.74
```

- найти параметры оптимальной прямой **output на capital** без константы

Ответ:

```
capital
      0.75
```

- постройте диаграмму рассеянием **log(output) vs log(capital)** с ‘подогнанной’ прямой
- найти параметры оптимальной прямой **log(output) на log(capital)**

Ответ:

```
(Intercept) log(capital)
          1.19          0.56
```

- найти параметры оптимальной прямой **log(output) на log(capital)** без константы

Ответ:

```
log(capital)
          0.88
```

2.2.2 Пример 2

- постройте диаграмму рассеянием **output vs labour** с ‘подогнанной’ прямой
- найти параметры оптимальной прямой **output на labour**

Ответ:

```
(Intercept) labour
          -4.72          0.10
```

- найти параметры оптимальной прямой **output на labour** без константы

Ответ:

```
labour
          0.09
```

- постройте диаграмму рассеянием **log(output) vs log(labour)** с ‘подогнанной’ прямой
- найти параметры оптимальной прямой **log(output) на log(labour)**

Ответ:

```
(Intercept) log(labour)
          -2.38          0.90
```

- найти параметры оптимальной прямой **log(output) на log(labour)** без константы

Ответ:

```
log(labour)
          0.41
```

2.2.3 Пример 3

- постройте диаграмму рассеянием **log(output) vs log(capital)** с ‘подогнанной’ параболой
- найти параметры оптимальной параболы **log(output) vs log(capital), log²(capital)**

Ответ:

```
(Intercept) log(capital) I(log(capital)^2)
          1.09          0.50          0.05
```

2.2.4 Пример 4

- постройте диаграмму рассеянием **log(output) vs log(labour)** с ‘подогнанной’ параболой
- найти параметры оптимальной параболы **log(output) vs log(labour), log²(labour)**

Ответ:

```
(Intercept) log(labour) I(log(labour)^2)
          -1.28          0.37          0.06
```