

# Задачи по Эконометрике: Гетероскедастичность

Н.В. Артамонов (МГИМО МИД России)

## Содержание

<b>1</b>	<b>Диагностика модели: тесты на гетероскедастичность</b>	<b>1</b>
1.1	sleep equation . . . . .	1
1.2	wage equation . . . . .	1
1.3	output equation . . . . .	2
1.4	cost equation #1 . . . . .	2
1.5	cost equation #2 . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Робастный t-тест (HC s.e.)</b>	<b>3</b>
2.1	output equation . . . . .	3
2.2	cost equation . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Робастный F-тест</b>	<b>5</b>
3.1	output equation . . . . .	5
3.2	cost equation . . . . .	5

## 1 Диагностика модели: тесты на гетероскедастичность

### 1.1 sleep equation

Для набора данных `sleep75` рассмотрим линейную регрессию  $\text{sleep} \sim 1 + \text{totwrk} + \text{age} + \text{I}(\text{age}^2) + \text{male} + \text{smsa} + \text{south}$ .

Проведите ВР-тест на зависимость дисперсии от регрессора модели

Результаты тестирования

```
studentized Breusch-Pagan test
```

```
data: mod
```

```
BP = 8.31, df = 6, p-value = 0.2163
```

Уровень значимости 5%.

Вычислите необходимое критическое значение. Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.

```
[1] 12.59
```

Какой можно сделать вывод?

```
[1] "Тест указывает на гомоскедастичность"
```

### 1.2 wage equation

Для набора данных `wage1` рассмотрим линейную регрессию  $\log(\text{wage}) \sim 1 + \text{exper} + \text{I}(\text{exper}^2) + \text{female} + \text{married} + \text{smsa}$ .

Проведите ВР-тест на зависимость дисперсии от регрессора модели

Результат ВР-теста

```
studentized Breusch-Pagan test

data:  mod
BP = 8.9399, df = 5, p-value = 0.1115
```

Уровень значимости 5%.

Вычислите необходимое критическое значение. **Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.**

```
[1] 11.07
```

Какой можно сделать вывод?

```
[1] "Тест указывает на гомоскедастичность"
```

### 1.3 output equation

Для набора данных `Labour` рассмотрим линейную регрессию  $\log(\text{output}) \sim 1 + \log(\text{capital}) + \log(\text{labour}) + I(\log(\text{capital})^2) + I(\log(\text{labour})^2)$ .

Проведите ВР-тест на зависимость дисперсии от регрессора модели

Результат ВР-теста

```
studentized Breusch-Pagan test

data:  mod
BP = 44.534, df = 4, p-value = 4.97e-09
```

Уровень значимости 5%.

Вычислите необходимое критическое значение. **Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.**

```
[1] 9.49
```

Какой можно сделать вывод?

```
[1] "Тест указывает на гетероскедастичность"
```

### 1.4 cost equation #1

Для набора данных `Electricity` рассмотрим линейную регрессию  $\log(\text{cost}) \sim 1 + \log(q) + I(\log(q)^2) + \log(pf) + \log(pl) + \log(pk)$ .

Проведите ВР-тест на зависимость дисперсии от регрессора модели

Результат ВР-теста

```
studentized Breusch-Pagan test

data:  mod
BP = 45.076, df = 5, p-value = 1.4e-08
```

Уровень значимости 5%.

Вычислите необходимое критическое значение. **Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.**

```
[1] 11.07
```

Какой можно сделать вывод?

```
[1] "Тест укзывает на петероскедастичность"
```

## 1.5 cost equation #2

Для набора данных Electricity рассмотрим линейную регрессию  $\log(\text{cost}) \sim 1 + \log(q) + I(\log(q)^2) + \log(pf) + \log(pl) + \log(pk) + , \log(pk) + I(\log(pf)^2) + I(\log(pl)^2) + I(\log(pk)^2)$ .

Проведите ВР-тест на зависимость дисперсии от регрессоро модели Результат ВР-теста

```
studentized Breusch-Pagan test
```

```
data: mod  
BP = 49.299, df = 8, p-value = 5.57e-08
```

Уровень значимости 5%.

Вычислите необходимое критическое значение. Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.

```
[1] 15.51
```

Какой можно сделать вывод?

```
[1] "Тест укзывает на петероскедастичность"
```

## 2 Робастный t-тест (HC s.e.)

### 2.1 output equation

Для набора данных Labour рассмотрим линейную регрессию  $\log(\text{output}) \sim 1 + \log(\text{capital}) + \log(\text{labour}) + I(\log(\text{capital})^2) + , I(\log(\text{labour})^2)$ .

Результаты t-теста (неробастный, OLS-s.e.)

```
t test of coefficients:
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-1.3039430	0.1885929	-6.9141	1.279e-11 ***
log(capital)	0.1831076	0.0165635	11.0549	< 2.2e-16 ***
log(labour)	0.5152974	0.0833632	6.1814	1.220e-09 ***
I(log(capital)^2)	0.0227484	0.0050350	4.5181	7.606e-06 ***
I(log(labour)^2)	0.0202628	0.0095958	2.1116	0.03516 *

---

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Результаты t-теста (робастный, HC-s.e.)

```
t test of coefficients:
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-1.3039430	0.4932710	-2.6435	0.008435 **
log(capital)	0.1831076	0.0294634	6.2148	9.999e-10 ***
log(labour)	0.5152974	0.2064002	2.4966	0.012823 *
I(log(capital)^2)	0.0227484	0.0083099	2.7375	0.006386 **
I(log(labour)^2)	0.0202628	0.0209889	0.9654	0.334755

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Уровень значимости 5%.

Какие коэффициенты значимы?

	regressors	sign.regressors
1	(Intercept)	Значим
2	log(capital)	Значим
3	log(labour)	Значим
4	I(log(capital)^2)	Значим
5	I(log(labour)^2)	Незначим

## 2.2 cost equation

Для набора данных Electricity рассмотрим линейную регрессию  $\log(\text{cost}) \sim 1 + \log(q) + I(\log(q)^2) + \log(pf) + \log(pl) + \log(pk)$ .

Результаты t-теста (неробастный, OLS-s.e.)

t test of coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-6.7386606	0.7062673	-9.5412	< 2.2e-16 ***
log(q)	0.4029811	0.0316454	12.7343	< 2.2e-16 ***
I(log(q)^2)	0.0304398	0.0021706	14.0236	< 2.2e-16 ***
log(pf)	0.6847054	0.0426794	16.0430	< 2.2e-16 ***
log(pl)	0.1460853	0.0704738	2.0729	0.039870 *
log(pk)	0.1570790	0.0577194	2.7214	0.007259 **

---  
Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Результаты t-теста (робастный, HC-s.e.)

t test of coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-6.7386606	0.8472223	-7.9538	3.838e-13 ***
log(q)	0.4029811	0.0662199	6.0855	9.048e-09 ***
I(log(q)^2)	0.0304398	0.0041028	7.4194	7.752e-12 ***
log(pf)	0.6847054	0.0519179	13.1882	< 2.2e-16 ***
log(pl)	0.1460853	0.0853617	1.7114	0.08905 .
log(pk)	0.1570790	0.0622924	2.5216	0.01271 *

---  
Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Уровень значимости 5%.

Какие коэффициенты значимы?

	regressors	sign.regressors
1	(Intercept)	Значим
2	log(q)	Значим
3	I(log(q)^2)	Значим
4	log(pf)	Значим
5	log(pl)	Незначим
6	log(pk)	Значим

### 3 Робастный F-тест

#### 3.1 output equation

Для набора данных `Labour` рассмотрим линейную регрессию  $\log(\text{output})$  на  $\log(\text{capital})$ ,  $\log(\text{labour})$ ,  $\log(\text{wage})$ ,  $\log(\text{capital})^2$ ,  $\log(\text{labour})^2$ ,  $\log(\text{wage})^2$ .

Результаты t-теста (робастный, HC-s.e.)

t test of coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	-3.5683184	1.6513289	-2.1609	0.03113	*
$\log(\text{capital})$	0.1403975	0.0297480	4.7196	2.987e-06	***
$\log(\text{labour})$	0.4715615	0.1975373	2.3872	0.01731	*
$\log(\text{wage})$	0.4762297	0.8951744	0.5320	0.59494	
$I(\log(\text{capital})^2)$	0.0070992	0.0085390	0.8314	0.40611	
$I(\log(\text{labour})^2)$	0.0275443	0.0200107	1.3765	0.16922	
$I(\log(\text{wage})^2)$	0.0515629	0.1256752	0.4103	0.68175	

---  
Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Уровень значимости 5%. Число наблюдений 569

Потестируем значимость влияния квадратов переменных, т.е.  $H_0 : \beta_{\log^2(\text{capital})} = \beta_{\log^2(\text{labour})} = \beta_{\log^2(\text{wage})} = 0$

Результаты F-теста (неробастный):

```
=====
F          Pr(> F)
-----
13.297 0.00000
-----
```

Результаты F-теста (робастный):

```
=====
F          Pr(> F)
-----
2.064 0.104
-----
```

Какое критическое значение? Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.

[1] 2.62

Значимо ли влияние квадратов переменных?

[1] "Незначимо"

#### 3.2 cost equation

Для набора данных `Electricity` рассмотрим линейную регрессию  $\log(\text{cost})$  на  $\log(q)$ ,  $\log(q)^2$ ,  $\log(pl)$ ,  $\log(pk)$ ,  $\log(pf)$ .

Результаты t-теста (неробастный, OLS-s.e.)

t test of coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-44.4034734	23.4317310	-1.8950	0.06003 .
log(q)	0.3963198	0.0321353	12.3329	< 2e-16 ***
I(log(q)^2)	0.0308516	0.0022005	14.0201	< 2e-16 ***
log(pf)	0.8988395	0.6161444	1.4588	0.14672
log(pl)	8.3334364	5.3295773	1.5636	0.12003
log(pk)	0.4362352	1.5223858	0.2865	0.77486
I(log(pf)^2)	-0.0305097	0.0927325	-0.3290	0.74261
I(log(pl)^2)	-0.4554265	0.2966865	-1.5350	0.12689
I(log(pk)^2)	-0.0360438	0.1874665	-0.1923	0.84779

---  
 Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Результаты t-теста (робастный, HC-s.e.)

t test of coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	-44.4034734	32.7822805	-1.3545	0.1776
log(q)	0.3963198	0.0664186	5.9670	1.690e-08 ***
I(log(q)^2)	0.0308516	0.0041096	7.5071	5.111e-12 ***
log(pf)	0.8988395	1.8426423	0.4878	0.6264
log(pl)	8.3334364	7.5068929	1.1101	0.2687
log(pk)	0.4362352	1.6217309	0.2690	0.7883
I(log(pf)^2)	-0.0305097	0.2694516	-0.1132	0.9100
I(log(pl)^2)	-0.4554265	0.4172544	-1.0915	0.2768
I(log(pk)^2)	-0.0360438	0.2003201	-0.1799	0.8575

---  
 Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Уровень значимости 5%. Число налюдений 158

### 3.2.1 Гипотеза 1

Потестируем значимость влияния **pl**, т.е.  $H_0 : \beta_{\log(pl)} = \beta_{\log^2(pl)} = 0$

Результаты F-теста (неробастный):

```
=====
F      Pr(> F)
-----
3.480  0.033
-----
```

Результаты F-теста (робастный):

```
=====
F      Pr(> F)
-----
1.978  0.142
-----
```

Какое критическое значение? Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.

[1] 3.06

Значимо ли влияние?

[1] "Незначимо"

### 3.2.2 Гипотеза 2

Потестируем значимость влияния  $\mathbf{pk}$ , т.е.  $H_0 : \beta_{\log(pk)} = \beta_{\log^2(pk)} = 0$

Результаты F-теста (неробастный):

```
=====
F          Pr(> F)
-----
2.982      0.054
-----
```

Результаты F-теста (робастный):

```
=====
F          Pr(> F)
-----
2.209      0.113
-----
```

Какое критическое значение? Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.

[1] 3.06

Значимо ли влияние?

[1] "Незначимо"

### 3.2.3 Гипотеза 3

Потестируем значимость влияния  $\mathbf{pf}$ , т.е.  $H_0 : \beta_{\log(pf)} = \beta_{\log^2(pf)} = 0$

Результаты F-теста (неробастный):

```
=====
F          Pr(> F)
-----
129.374     0
-----
```

Результаты F-теста (робастный):

```
=====
F          Pr(> F)
-----
79.131      0
-----
```

Какое критическое значение? Ответ округлите до 2-х десятичных знаков.

[1] 3.06

Значимо ли влияние?

[1] "Значимо"