#### 1 Постановка дифференциальной задачи

Система уравнений, описывающая нестационарное движение баротропного газа в области  $\Omega$ , выглядит следующим образом

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho u_2}{\partial x_2} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho u_2 u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial p}{\partial x_1} = \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} \right) + \rho f_1,$$

$$\frac{\partial \rho u_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_1 u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho u_2^2}{\partial x_2} + \frac{\partial p}{\partial x_2} = \mu \left( \frac{1}{3} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{4}{3} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} \right) + \rho f_2,$$
(1.1)

Неизвестные функции: плотность  $\rho$  и вектор скорости  ${\bf u}$  являются функциями переменных Эйлера

$$(t, \mathbf{x}) \in Q = [0, T] \times \bar{\Omega}.$$

Обозначим через  $\Omega_{nm}$  квадрат, координаты точек которого удовлетворяют неравенствам n < x < (n+1) и m < y < (m+1). Множества точек, составляющие стороны квадрата  $\Omega_{nm}$  обозначим  $\Gamma_{nm}^{x-}$ ,  $\Gamma_{nm}^{x+}$ ,  $\Gamma_{nm}^{y-}$  и  $\Gamma_{nm}^{y+}$ , где индекс x или y означает какая из координат на стороне является постоянной, а + или - означает максимальное или минимальное значение принимает эта координата.

Заданная область: 9.  $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_{01} \cup \bar{\Omega}_{02} \cup \bar{\Omega}_{11} \cup \bar{\Omega}_{12} \cup \bar{\Omega}_{20} \cup \bar{\Omega}_{21} \cup \bar{\Omega}_{22}$ ,

Граничные условия для неизвестного решения:  $u_1|_{\Gamma_{01}^{x-} \cup \Gamma_{02}^{x-}} = w$ ,  $\frac{\partial u_2}{\partial y}|_{\Gamma_{20}^{y-}} = 0$ . На остальных участках границы функция плотности считается неизвестной и подлежит определению, а компоненты функции скорости равны нулю.

#### 2 Схема А.Г.Соколова ПЛОТНОСТЬ-СКОРОСТЬ

Сеточная функция  ${\bf V}$ , приближающая функцию вектора скорости  ${\bf u}$ , определяется в узлах сетки  $\bar{Q}_{\tau \bar{h}}$ , а значения функции H, приближающей функцию плотности  $\rho$ , ищутся в узлах сетки  $Q_{\tau \bar{h}}^{1/2}$  по следующей схеме, аппроксимирующей систему (1.1)

$$\begin{split} H_t + & (\sigma_1\{\hat{H}, V_{1s_2}\}V_{1s_2})_{x_1} + (\sigma_2\{\hat{H}, V_{2s_1}\}V_{2s_1})_{x_2} = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega_{\bar{h}}^{1/2}; \\ \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2}V_{1t} + \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2}\delta_1\{\hat{V}_1, V_1\} + \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2}\delta_2\{\hat{V}_1, V_2\} + p(\hat{H}_{\bar{s}_2})_{\bar{x}_1} = \\ & = \mu\left(\frac{4}{3}(\hat{V}_1)_{x_1\bar{x}_1} + (\hat{V}_1)_{x_2\bar{x}_2}\right) + \frac{\mu}{3}(V_2)_{\substack{0 \ 0 \ x_1\bar{x}_2}} + f_1\hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2}, \quad \text{при } \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2} \neq 0, \\ \hat{V}_1 = 0, \quad \text{при } \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2} = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega_{\bar{h}}; \\ \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2}V_{2t} + \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2}\delta_1\{\hat{V}_2, V_1\} + \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2}\delta_2\{\hat{V}_2, V_2\} + p(\hat{H}_{\bar{s}_1})_{\bar{x}_2} = \\ & = \mu\left((\hat{V}_2)_{x_1\bar{x}_1} + \frac{4}{3}(\hat{V}_2)_{x_2\bar{x}_2}\right) + \frac{\mu}{3}(V_1)_{\substack{0 \ 0 \ x_1\bar{x}_2}} + f_2\hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2}, \quad \text{при } \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2} \neq 0, \\ \hat{V}_2 = 0, \quad \text{при } \hat{H}_{\bar{s}_1\bar{s}_2} = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega_{\bar{h}}. \end{split}$$

В граничных узлах  $\gamma_{\bar{h}}$  значения функции **V** считаются известными из граничных условий. В граничных узлах, где газ втекает в область, задаются значения плотности газа, которые также берутся из граничных условий.

Разностные уравнения в индексах имеют вид:

$$\frac{H_{m_{1},m_{2}}^{n+1} - H_{m_{1},m_{2}}^{n}}{\tau} + \frac{((\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}+1}^{n} - |(\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}+1}^{n}|)H_{m_{1},m_{2}+1}^{n+1}}{\tau} + \frac{((\tilde{V}_{1})_{m_{1}+1,m_{2}}^{n} - |(\tilde{V}_{1})_{m_{1}+1,m_{2}}^{n}|)H_{m_{1}+1,m_{2}}^{n+1}}{2h_{1}} + \frac{1}{2h_{1}} + \frac{1}{2h_{1}} ((\tilde{V}_{1})_{m_{1}+1,m_{2}}^{n} + |(\tilde{V}_{1})_{m_{1}+1,m_{2}}^{n}| - (\tilde{V}_{1})_{m_{1},m_{2}}^{n} + |(\tilde{V}_{1})_{m_{1},m_{2}}^{n}|) + \frac{1}{2h_{2}} ((\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}+1}^{n} + |(\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}+1}^{n}| - (\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}}^{n} + |(\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}}^{n}|) H_{m_{1},m_{2}-1}^{n+1} - \frac{((\tilde{V}_{1})_{m_{1},m_{2}}^{n} + |(\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}}^{n}|)H_{m_{1},m_{2}-1}^{n+1}}{2h_{1}} - \frac{((\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}}^{n} + |(\tilde{V}_{2})_{m_{1},m_{2}}^{n}|)H_{m_{1},m_{2}-1}^{n+1}}{2h_{2}} = 0,$$

$$0 \le m_{1} < M_{1}, \ 0 \le m_{2} < M_{2}, \ n \ge 0.$$

$$(2.2)$$

$$\begin{split} &(\tilde{H})_{m_{1},m_{2}}^{n+1} \left( \frac{(V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} - V_{1m_{1},m_{2}}^{n}}{\tau} - \frac{|V_{2m_{1},m_{2}}^{n}| + V_{2m_{1},m_{2}}^{n}}{2h_{2}} V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} - \frac{-\frac{|V_{1m_{1},m_{2}}^{n}| + V_{1m_{1},m_{2}}^{n}}{2h_{1}}}{2h_{1}} V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} + \frac{-\frac{|V_{1m_{1},m_{2}}^{n}| + |V_{1m_{1},m_{2}}^{n}|}{h_{1}}}{\frac{V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} - |V_{2m_{1},m_{2}}^{n}|}{h_{1}} V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1}} + \frac{+\frac{|V_{1m_{1},m_{2}}^{n}|}{h_{2}} V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1}}{2h_{1}} V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} + \frac{V_{1m_{1},m_{2}}^{n} - |V_{2m_{1},m_{2}}^{n}|}{h_{1}} V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} + V_{1m_{1},m_{2}+1}^{n+1}} \right) + \\ &+ \frac{p(H_{1m_{1},m_{2}}^{n+1}) - p(H_{1m_{1}}^{n+1},m_{2})}{h_{1}} = \\ &= \mu \left( \frac{4}{3} \frac{V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} - 2V_{1m_{1},m_{2}}^{n} + V_{1m_{1}+1,m_{2}}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} - 2V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1}}{h_{2}} V_{2m_{1}-1,m_{2}+1}^{n+1} + V_{1m_{1},m_{2}+1}^{n+1} \right) + \\ &+ \frac{\mu}{3} \frac{V_{2m_{1}-1,m_{2}-1}^{n} - V_{2m_{1}-1,m_{2}+1}^{n} - V_{2m_{1}+1,m_{2}-1}^{n} + V_{2m_{1}+1,m_{2}+1}^{n}}{h_{1}} + \frac{f_{1m_{1},m_{2}}^{n+1}}{h_{1}^{n+1}} (\tilde{H})_{m_{1},m_{2}}^{n+1} + V_{1m_{1},m_{2}}^{n} + V_{1m_{1},m_{2}}^{n}) + V_{1m_{1},m_{2}}^{n+1} + V_{1m_{1},m_{2}}^{n} + V_{1m_{1},m_{2}}^{n} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n}} V_{2m_{1},m_{2}}^{n+1} - V_{2m_{1},m_{2}}^{n} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n+1} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n+1} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n} + V_{2m_{1},m_{2}}^{n+1} + V_{2m_{1}$$

По этой схеме на каждом временном слое решается СЛАУ, решением которой является сеточная функция плотности  $H^{n+1}$ , а затем в любом порядке решаются СЛАУ, которые задают функции  $V_1^{n+1}$  и  $V_2^{n+1}$ . Последние две системы можно решать независимо.

#### 3 Заполнение матрицы первой системы

```
void fill_first (int k, std::map<unsigned int, double> &A,
std::vector<double> &B, trio &essential)
  discrete_function &H = essential.m_tdfH.get_cut (k);
  discrete_function &V1 = essential.m_tdfV1.get_cut (k);
  discrete_function &V2 = essential.m_tdfV2.get_cut (k);
  double t = essential.m_tdfH.get_scale ()->get_time (k + 1);
  double tau = essential.m_tdfH.get_scale ()->get_parameters ().m_t_step;
  double h1 = essential.m_tdfH.get_grid ()->get_parameters ().m_x_step;
  double h2 = essential.m_tdfH.get_grid ()->get_parameters ().m_y_step;
  MatrixSetter A_at (A, H);
  VectorSetter B_at (B, H);
  H.do_for_each ([&] (index ij, point xy, discrete_function &)
    int m1 = ij.first, m2 = ij.second;
    double x = xy.first, y = xy.second;
    if (process_H_edge (m1, m2, A_at, B_at))
     return;
    A_at(m1,m2,0,0)=1.
                  +tau*(xpabs(V1.tilda(m1+1,m2))-xmabs(V1.tilda(m1,m2)))/2./h1
                  +tau*(xpabs(V2.tilda(m1,m2+1))-xmabs(V2.tilda(m1,m2)))/2./h2;
    A_at(m1,m2,+1,0)=tau*xmabs(V1.tilda(m1+1,m2))/2./h1;
    A_at(m1,m2,0,+1)=tau*xmabs(V2.tilda(m1,m2+1))/2./h2;
    A_at(m1,m2,-1,0)=-tau*xpabs(V1.tilda(m1,m2))/2./h1;
    A_at(m1,m2,0,-1)=-tau*xpabs(V2.tilda(m1,m2))/2./h2;
    B_at(m1,m2)=H.val(m1,m2)+tau*f_1(t,x,y);
  });
}
```

#### 4 Заполнение матрицы второй системы

```
void fill_second (int k, std::map<unsigned int, double> &A,
std::vector<double> &B, trio &essential)
  discrete_function &H = essential.m_tdfH.get_cut (k + 1);
  discrete_function &V1 = essential.m_tdfV1.get_cut (k);
  discrete_function &V2 = essential.m_tdfV2.get_cut (k);
  double t = essential.m_tdfV1.get_scale ()->get_time (k + 1);
  double tau = essential.m_tdfV1.get_scale ()->get_parameters ().m_t_step;
  double h1 = essential.m_tdfV1.get_grid ()->get_parameters ().m_x_step;
  double h2 = essential.m_tdfV1.get_grid ()->get_parameters ().m_y_step;
  MatrixSetter A_at (A, V1);
  VectorSetter B_at (B, V1);
  V1.do_for_each ([&] (index ij, point xy, discrete_function &)
    int m1 = ij.first, m2 = ij.second;
    double x = xy.first, y = xy.second;
    double check = (H.val(m1,m2)+H.val(m1,m2-1)+H.val(m1-1,m2)+H.val(m1-1,m2-1))/4.0;
    if (process_V_edge (m1, m2, check, A_at, B_at))
      return;
    A_at(m1,m2,0,0) = check*(1.+tau/h1*fabs(V1.val(m1,m2))+tau/h2*fabs(V2.val(m1,m2)))
                     +tau*MIU*(8./3./h1/h1+2./h2/h2);
    A_at(m1, m2, -1, 0) = -tau/2./h1*xpabs(V1.val(m1, m2))*check
                     -4./3.*tau*MIU/h1/h1;
    A_{at}(\texttt{m1},\texttt{m2},+1,0) = \texttt{tau}/2./\texttt{h1} * \texttt{xmabs}(\texttt{V1}.\texttt{val}(\texttt{m1},\texttt{m2})) * \texttt{check}
                      -4./3.*tau*MIU/h1/h1;
    A_at(m1,m2,0,-1)=-tau/2./h2*xpabs(V2.val(m1,m2))*check
                      -tau*MIU/h2/h2;
    A_at(m1, m2, 0, +1) = tau/2./h2*xmabs(V2.val(m1, m2))*check
                     -tau*MIU/h2/h2;
    B_at(m1,m2) = check*V1.val(m1,m2) - tau/h1*(p(H.left(m1,m2)) - p(H.left(m1-1,m2)))
               +tau*MIU/12./h1/h2*(V2.val(m1+1,m2+1)-V2.val(m1+1,m2-1)-V2.val(m1-1,m2+1)+V2.
               +tau*f_2(t,x,y)*check;
  });
}
```

#### 5 Заполнение матрицы третьей системы

```
void fill_third (int k, std::map<unsigned int, double> &A,
std::vector<double> &B, trio &essential)
    discrete_function &H = essential.m_tdfH.get_cut (k + 1);
    discrete_function &V1 = essential.m_tdfV1.get_cut (k);
    discrete_function &V2 = essential.m_tdfV2.get_cut (k);
    double t = essential.m_tdfV2.get_scale ()->get_time (k + 1);
    double tau = essential.m_tdfV2.get_scale ()->get_parameters ().m_t_step;
    double h1 = essential.m_tdfV2.get_grid ()->get_parameters ().m_x_step;
    double h2 = essential.m_tdfV2.get_grid ()->get_parameters ().m_y_step;
    MatrixSetter A_at (A, V2);
    VectorSetter B_at (B, V2);
    V2.do_for_each ([&] (index ij, point xy, discrete_function &)
         int m1 = ij.first, m2 = ij.second;
         double x = xy.first, y = xy.second;
         double check = (H.val(m1,m2)+H.val(m1,m2-1)+H.val(m1-1,m2)+H.val(m1-1,m2-1))/4.0;
         if (process_V_condition (m1, m2, A_at, B_at))
             return;
         if (process_V_edge (m1, m2, check, A_at, B_at))
             return;
         A_{at}(m1,m2,0,0) = \text{check} * (1.+tau/h1 * fabs(V1.val(m1,m2)) + tau/h2 * fabs(V2.val(m1,m2)))
                                               +tau*MIU*(2./h1/h1+8./3./h2/h2);
         A_at(m1, m2, -1, 0) = -tau/2./h1*xpabs(V1.val(m1, m2))*check
                                                 -tau*MIU/h1/h1;
         A_at(m1,m2,+1,0)=tau/2./h1*xmabs(V1.val(m1,m2))*check
                                                 -tau*MIU/h1/h1;
         A_at(m1, m2, 0, -1) = -tau/2./h2*xpabs(V2.val(m1, m2))*check
                                                 -4./3.*tau*MIU/h2/h2;
         A_at(m1,m2,0,+1)=tau/2./h2*xmabs(V2.val(m1,m2))*check
                                               -4./3.*tau*MIU/h2/h2;
         B_{at}(m1,m2) = check*V2.val(m1,m2) - tau/h2*(p(H.right(m1,m2)) - p(H.right(m1,m2-1)))
                                 + tau*MIU/12./h1/h2*(V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2-1)-V1.val(m1-1,m2+1)+V1.val(m1-1,m2+1)+V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)+V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(m1+1,m2+1)-V1.val(
                                 +tau*f_3(t,x,y)*check;
    });
```

## 6 Таблицы невязок в непрерывном случае:

#### $6.1 \quad MIU = 0.100$

Таблица 1: Функция: Н Тип невязки: С

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	1e+00	7e-01	4e-01	1e+01
42	1e+00	7e-01	4e-01	2e-01
84	1e+00	6e-01	4e-01	2e-01
168	1e+00	6e-01	4e-01	2e-01

Таблица 2: Функция: V1 Тип невязки: С

M/N	21	42	84	168
21	6e-01	3e-01	2e-01	1e+00
42	7e-01	4e-01	2e-01	8e-02
84	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01
168	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01

Таблица 3: Функция: V2 Тип невязки: C

M/N	21	42	84	168
21	2e-01	1e-01	1e-01	1e+00
42	2e-01	1e-01	8e-02	5e-02
84	2e-01	1e-01	8e-02	4e-02
168	2e-01	1e-01	8e-02	4e-02

Таблица 4: Функция: Н Тип невязки: L2

M/N	21	42	84	168
21	3e+00	2e+00	$1\mathrm{e}{+00}$	9e+00
42	3e+00	1e+00	9e-01	7e-01
84	3e+00	1e+00	7e-01	5e-01
168	2e+00	1e+00	7e-01	4e-01

Таблица 5: Функция: V1 Тип невязки: L2

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	2e+00	8e-01	3e-01	9e-01
42	2e+00	1e+00	5e-01	2e-01
84	2e+00	1e+00	5e-01	2e-01
168	2e+00	1e+00	6e-01	3e-01

Таблица 6: Функция: V2 Тип невязки: L2

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	7e-01	4e-01	3e-01	1e+00
42	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01
84	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01
168	6e-01	4e-01	2e-01	1e-01

#### $6.2 \quad MIU = 0.010$

Таблица 7: Функция: Н Тип невязки: С

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	1e+00	7e-01	4e-01	7e + 01
42	1e+00	7e-01	4e-01	2e-01
84	1e+00	7e-01	4e-01	2e-01
168	1e+00	7e-01	4e-01	2e-01

Таблица 8: Функция: V1 Тип невязки: С

M/N	21	42	84	168
21	7e-01	3e-01	2e-01	4e+00
42	7e-01	4e-01	2e-01	9e-02
84	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01
168	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01

Таблица 9: Функция: V2 Тип невязки: С

M/N	21	42	84	168
21	3e-01	2e-01	1e-01	6e+00
42	3e-01	2e-01	9e-02	6e-02
84	3e-01	2e-01	9e-02	5e-02
168	3e-01	2e-01	9e-02	5e-02

Таблица 10: Функция: Н Тип невязки: L2

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	3e+00	2e+00	1e+00	3e+01
42	3e+00	1e+00	9e-01	7e-01
84	3e+00	1e+00	8e-01	5e-01
168	3e+00	1e+00	7e-01	4e-01

Таблица 11: Функция: V1 Тип невязки: L2

M/N	21	42	84	168
21	2e+00	9e-01	4e-01	3e+00
42	2e+00	1e+00	5e-01	2e-01
84	2e+00	1e+00	5e-01	2e-01
168	2e+00	1e+00	6e-01	3e-01

Таблица 12: Функция: V2 Тип невязки: L2

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	7e-01	4e-01	3e-01	8e+00
42	7e-01	4e-01	2e-01	2e-01
84	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01
168	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01

#### $6.3 \quad MIU = 0.001$

Таблица 13: Функция: Н Тип невязки: С

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	1e+00	7e-01	4e-01	1e+02
42	1e+00	7e-01	4e-01	2e-01
84	1e+00	7e-01	4e-01	2e-01
168	1e+00	7e-01	4e-01	2e-01

Таблица 14: Функция: V1 Тип невязки: С

M/N	21	42	84	168
21	7e-01	3e-01	2e-01	4e + 00
42	7e-01	4e-01	2e-01	9e-02
84	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01
168	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01

Таблица 15: Функция: V2 Тип невязки: С

M/N	21	42	84	168
21	3e-01	2e-01	1e-01	5e+00
42	3e-01	2e-01	9e-02	6e-02
84	3e-01	2e-01	9e-02	5e-02
168	3e-01	2e-01	9e-02	5e-02

Таблица 16: Функция: Н Тип невязки: L2

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	3e+00	2e+00	1e+00	3e+01
42	3e+00	1e+00	9e-01	7e-01
84	3e+00	1e+00	8e-01	5e-01
168	3e+00	1e+00	7e-01	4e-01

Таблица 17: Функция: V1 Тип невязки: L2

M/N	21	42	84	168
21	2e+00	9e-01	4e-01	4e + 00
42	2e+00	1e+00	5e-01	2e-01
84	2e+00	1e+00	6e-01	3e-01
168	2e+00	1e+00	6e-01	3e-01

Таблица 18: Функция: V2 Тип невязки: L2

$\overline{\mathrm{M/N}}$	21	42	84	168
21	7e-01	5e-01	3e-01	9e+00
42	7e-01	4e-01	2e-01	2e-01
84	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01
168	7e-01	4e-01	2e-01	1e-01

# 6.4 Стабилизация течения в разрывном случае:

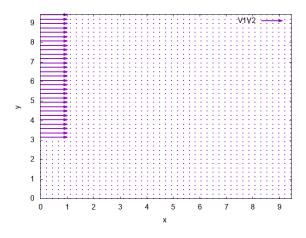


Рис. 1: t = 0

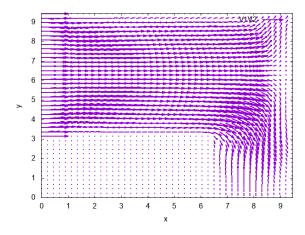


Рис. 2: t = 13

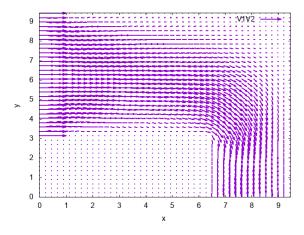


Рис. 3: t = 25

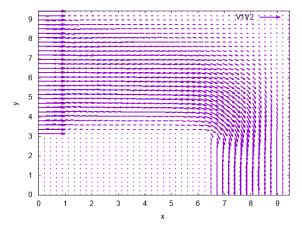


Рис. 4: t = 38

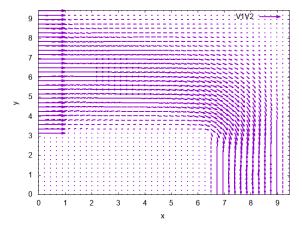


Рис. 5: t = 50

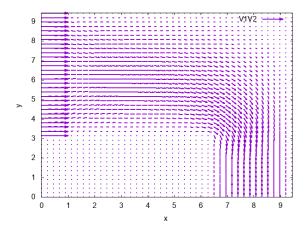


Рис. 6: t = 63

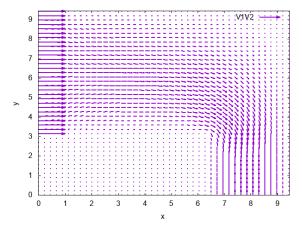


Рис. 7: t = 75

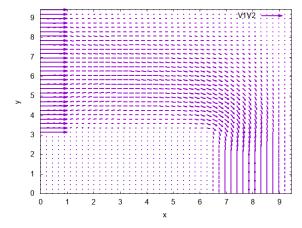


Рис. 8: t = 88

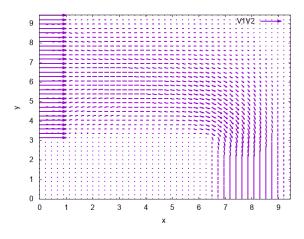


Рис. 9: t = 100

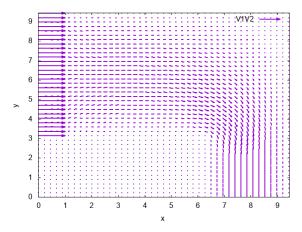


Рис. 10: t = 113

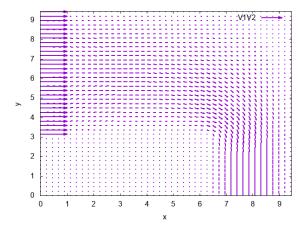


Рис. 11: t = 125

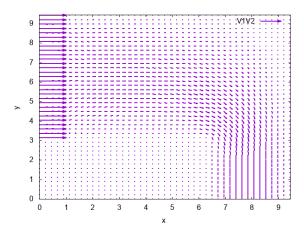


Рис. 12: t = 138

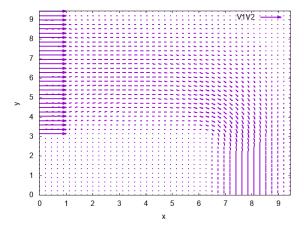


Рис. 13: t = 150

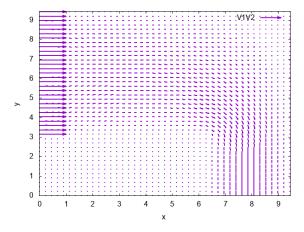


Рис. 14: t = 163

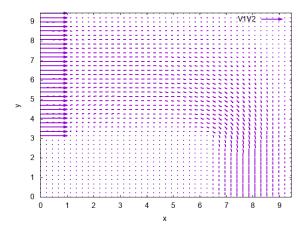


Рис. 15: t = 175

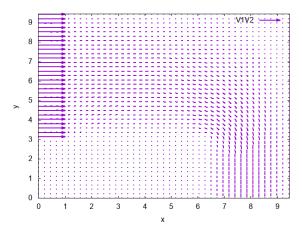


Рис. 16: t = 187

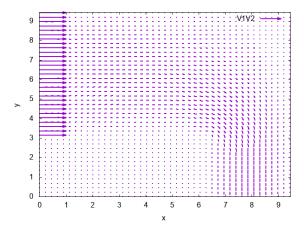


Рис. 17: t = 200

## 6.5 Примеры графиков, непрерывный случай:

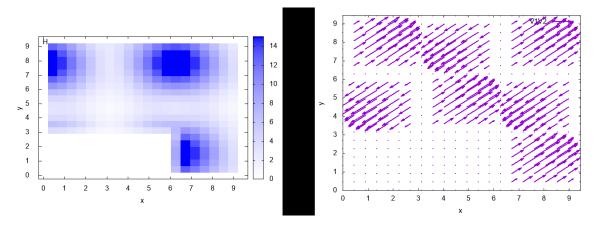


Рис. 18: N = M = 21

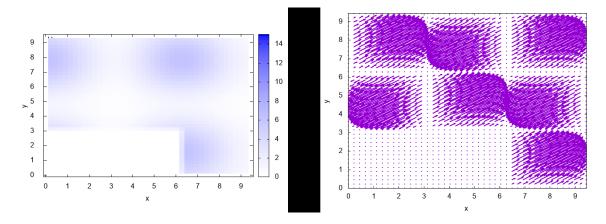


Рис. 19: N = M = 42

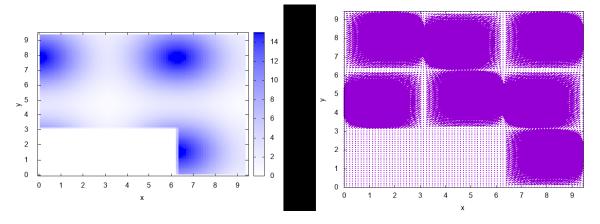


Рис. 20: N = M = 84

## 6.6 Примеры графиков, разрывный случай

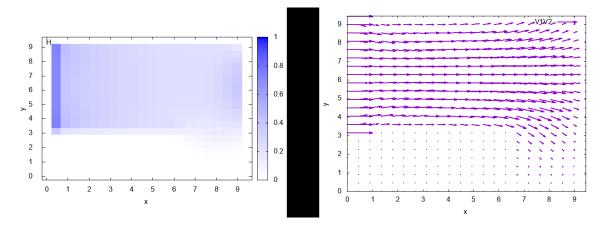


Рис. 21: N = M = 21

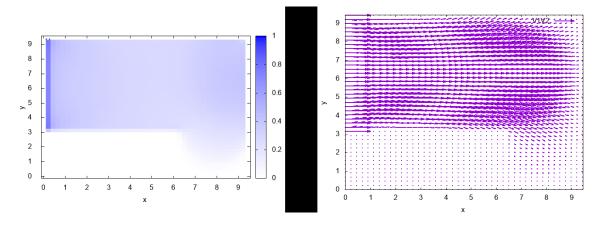


Рис. 22: N = M = 42

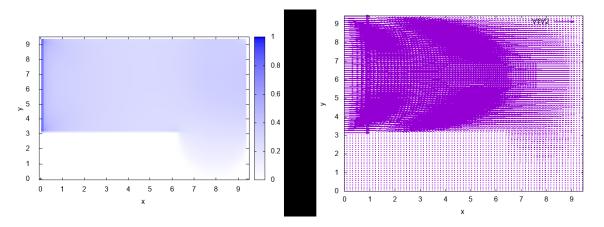


Рис. 23: N = M = 84

### 7 Выводы

Невязка в непрерывном случае, пусть сначала и является сравнительно большой, уменьшается с ожидаемой асимптотикой. Особенно большая невязка имеется для функции плотности. Возможно, это объясняется работой с самой плотностью, а не с ее логарифмом, поэтому ее значения оказываются достаточно большими, и по сравнению с ними невязка как раз неплохая.

В разрывном случае течение и плотность ведут себя интуитивно ожидаемым образом, поток и плотность корректно стабилизируются.

Все это позволяет думать, что схема приближения реализована корректно и работает ожидаемым образом.