Contrôle exemple d'algorithmique (Correction à la fin)

Ce sujet est donné à but d'entrainement, le contrôle comportera plus de questions et d'exercices.

Pour toute question ou remarque relative aux cours : pierre.bertin-johannet@orange.fr

Exercice 0: QCM

Plusieurs réponses possibles, pas de points négatifs.

1. Une liste doublement chainée est:

a) Un type particulier de table de hashage
b) Une liste de charactères
c) Une structure contenant deux listes
d) Une liste dans laquelle chaque élément contient deux liens vers le suivant

2. Un arbre binaire de recherche est :

a) Un arbre dans lequel la valeur des noeuds est inférieure à celle du noeud parent
b) Un arbre dans lequel la valeur du noeud parent est comprise entre celle du noeud gauche et celle du noeud droit
c) Un arbre dans lequel chaque nœud a deux fils
d) Un arbre complet

3. Si on insère les élément 3, 2 puis 1 dans une file f :

a) défiler(f) renverra l'élément 3
b) Enfiler un élément ne changera pas le résultat du prochain appel à la fonction défiler
c) Je peux défiler trois fois sans causer d'erreurs dans mon programme

4. Le nombre d'opérations requises pour accéder à l'élément en position k d'une liste simplement chainée :

a) Varie selon la taille de la liste
b) Est constant
c) Varie selon **k**

5. Le nombre d'opérations requises pour retirer l'élément en position k d'une liste chainée de taille n :

a) Varie selon la taille de la liste
b) Est constant
c) Varie selon **k**

6. Le nombre d'opérations requises pour accéder au dernier élément d'un tableau de taille n :

a) Varie selon la taille du tableau
b) Est constant
c) Varie selon **n**

7. Le nombre d'opérations requises pour insérer un élément dans un tableau de taille n :

a) Varie selon le nombre d'éléments
b) Est constant
c) Varie selon **n**

8. Le nombre d'opérations requises pour rechercher un élément dans un arbre binaire de recherche contenant n noeuds :

a) Est constant en moyenne
b) Augmente proportionellement au logarithme du nombre d'éléments ajoutés
c) Augmente proportionellement au nombre d'éléments ajoutés
d) Augmente proportionellement au carré du nombre d'éléments ajoutés

9. Un arbre binaire complet contenant 57 noeuds sera de hauteur :

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8

Exercice 1:

Le code suivant utilise une pile p dans laquelle ont été empilés les nombres 1, 2, 2, 6, 6, 3, 1 dans cet ordre (en commençant par empiler le nombre 1 et en terminant par empiler le nombre 4).

```
int a = 0;
 while(a != 6){
    a = depiler(f);
    if (a == 6){
      empiler(f, 2);
    }
     printf("%d\n", a);
 }
```

a) Qu'affichera le programme dans la console à l'execution ?
b) Que reste-t'il dans la pile après execution du programme ?

Exercice 2:

Soit le code suivant :

```
arbre* g = creer_arbre('+');
g->fils_gauche = creer_arbre('4');
g->fils_droit = creer_arbre('6');
arbre* d = creer_arbre('-');
d->fils_gauche = creer_arbre('7');
d->fils_droit = creer_arbre('1');
arbre* a = creer_arbre('*');
a->fils_gauche = g;
a->fils_droit = d;
```

a) Dessinez un schéma de l'arbre produit par ce code.
b) Qu'afficherait dans la console un programme qui effectuerait un parcours en profondeur infixé de l'arbre pour afficher la valeur des noeuds ?
c) Ecrivez le code d'un parcours en largeur qui affichera les noeuds de cet arbre.

Exercice 3:

Soit le programme suivant qui crée une liste de taille variable et y ajoute six éléments.

```
// Crée une nouvelle liste chainée
// Fonction identique a l'implémentation faite en TP
LinkedList* linked_list_new(){
    LinkedList* l = (LinkedList*)malloc(sizeof(LinkedList));
    l->sentinel_start.next = &(l->sentinel_end);
    l->sentinel_end.next = &(l->sentinel_end); // la sentinelle de fin pointe vers elle même
    l->sentinel_start.prev = &(l->sentinel_start);
    l->sentinel_end.prev = &(l->sentinel_start); // la sentinelle de fin pointe vers elle même
    return l;
}

// insère un element contenant valeur après prev
// Fonction identique a l'implémentation faite en TP
```

```c
void insere_apres_elem(ListElem* prev, int valeur){
    ListElem* new_elem = malloc(sizeof(ListElem));
    new_elem->valeur = valeur;
    new_elem->next = prev->next;
    new_elem->next->prev = new_elem;
    prev->next = new_elem;
    new_elem->prev = prev;
}

// On insère un élément dans une liste déjà triée
// Pour cela on cherche d'abord un nombre plus petit que le nombre à ajouter
// Ensuite on s'insère juste avant ce nombre
void insere_dans_liste_triee(LinkedList* list, int nombre){
    list->sentinel_end.valeur = nombre - 1;

    ListElem* elem = list->sentinel_start.next;
    while (elem->next != elem && elem->valeur < nombre){
        elem = elem->next;
    }
    insere_apres_elem(elem->prev, nombre);
}


int main(){
    LinkedList* list = linked_list_new();

    insere_dans_liste_triee(list, 1);
    insere_dans_liste_triee(list, 2);
    insere_dans_liste_triee(list, 3);
}
```

Lisez attentivement le code avant de répondre aux questions

Partie I: Comptage

a) Combien de fois la fonction malloc sera-t-elle appelée par ce programme ?
b) Combien de fois la ligne “elem = elem->next;” sera-t-elle éxécutée par ce programme ?
c) Que deviennent les réponses aux deux questions précédentes si l’on ajoute les lignes suivantes à la fin de la fonction main ?

```c
insere_dans_liste_triee(list, 4);
insere_dans_liste_triee(list, 5);
insere_dans_liste_triee(list, 6);
```

Partie II: Complexité

a) Comment évolue le nombre d’appels à la fonction malloc effectués par le programme donné ? Choisissez la réponse ci-dessous qui vous semble la plus proche.
    - Il est constant
    - Il augmente proportionellement au nombre d’éléments ajoutés
    - Il augmente proportionellement au carré du nombre d’éléments ajoutés
b) Même question pour le nombre de fois que la ligne “elem = elem->next;” sera executée par le programme.

Partie III: Arbre binaire de recherche

a) Si on utilise un arbre binaire de recherche à la place de la liste chainée, comment évoluera le nombre d’opérations ?

Correction

Exercice 0: QCM

Plusieurs réponses possibles, pas de points négatifs.

1. Une liste doublement chainée est:

a) Un type particulier de table de hashage
b) Une liste de charactères
c) Une structure contenant deux listes
d) Une liste dans laquelle chaque élément contient deux liens vers le suivant

2. Un arbre binaire de recherche est :

a) un arbre dans lequel la valeur des noeuds est inférieure à celle du noeud parent
b) **un arbre dans lequel la valeur du noeud parent est comprise entre celle du noeud gauche et celle du noeud droit**
c) un arbre dans lequel chaque nœud a deux fils
d) **un arbre complet**

3. Si on insère les élément 3, 2 puis 1 dans une file f :

a) a) **Défiler(p) renverra l'élément 3**
b) b) **Enfiler un élément ne changera pas le résultat du prochain appel à la fonction défiler**
c) c) **Je peux défiler trois fois sans causer d'erreurs dans mon programme.**

4. Le nombre d'opérations requises pour accéder à l'élément en position k d'une liste simplement chainée :

a) Varie selon la taille de la liste
b) Est constant
c) **Varie selon k**

5. Le nombre d'opérations requises pour retirer l'élément en position k d'une liste chainée de taille n :

a) Varie selon la taille de la liste
b) Est constant
c) **Varie selon k**

6. Le nombre d'opérations requises pour accéder au dernier élément d'un tableau de taille n :

a) Varie selon la taille du tableau
b) **Est constant**
c) Varie selon **n**

7. Le nombre d'opérations requises pour insérer dans un tableau de taille n :

a) Varie selon le nombre d'éléments
b) Est constant
c) **Varie selon n**

8. Le nombre d'opérations requises pour rechercher un élément dans un arbre binaire de recherche contenant n noeuds :

a) Est constant en moyenne
b) **augmente proportionellement au logarithme du nombre d'éléments ajoutés**
c) augmente proportionellement au nombre d'éléments ajoutés
d) augmente proportionellement au carré du nombre d'éléments ajoutés

9. Un arbre binaire complet contenant 57 noeuds sera de hauteur :

a) **5**
b) 6
c) 7

d) 8

Exercice 1:

```
int a = 0;
 while(a != 6){
    a = depiler(p);
    if (a == 6){
      empiler(p, 2);
    }
     printf("%d\n", a);
}
```

a) Le programme affichera :

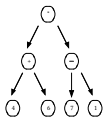
1

3

6

a) Il reste dans la file: 1, 2, 2, 6, 2

Exercice 2:

a) 

b) Un parcours infixé en profondeur affichera : 4+6*7-1

c)
```
void parcours_largeur(Noeud* n){
  File* f;
  enfiler(f, n);
  while(taille(f)){
    Noeud* suivant = defiler(f);
    if (suivant != 0){
      enfiler(suivant->noeud_gauche);
      enfiler(suivant->noeud_droit);
      printf("%c\n", suivant->valeur);
    }
  }
}
```

.

Exercice 3:

Partie I Comptage

a) La fonction malloc est appelée trois fois par ce programme

b) La ligne “elem = elem->next;” est appelée :

- Zero fois pour insérer le premier élément car on l’insère au début
- Une fois pour insérer le second élément car on l’insére en deuxième position
- Deux fois pour insérer le troisième élément car on l’insère en troisième position

Elle est don appelée 3 fois.

c) Si on insère 4, 5 et 6 on appelera la fonction malloc trois fois de plus Quand à la ligne “elem = elem->next” elle sera appelée :

- Trois fois pour insérer le 4
- Quatre fois pour insérer le 5
- Cinq fois pour insérer le 6

Elle aura donc au total été appelée : 1+2+3+4+5 = **15** fois.

Partie II Complexité

a) On ne fait qu'un seul malloc pour chaque élément ajouté donc :
   - Il est constant
   - **Il augmente proportionellement au nombre d'éléments ajoutés**
   - Il augmente proportionellement au carré du nombre d'éléments ajoutés

b) On calcule le nombre de fois que sera appellée la ligne "elem = elem->next;" pour insérer **n** éléments.

   Pour chaque élément il faut executer la ligne assez de fois pour trouver dans la liste un élément plus petit que celui qu'on cherche à insérer.

   Dans le pire des cas on parcours toute la liste pour s'insérer à la fin.

   Le parcours de la liste demande **0** opérations pour le premier élément et **n - 1** opérations pour le dernier, il est donc en moyenne **(n-1)/2**

   Étant donné qu'il faut effecture cette opération **n** fois, le nombre d'opérations pour insérer **n** éléments sera **n*((n-1)/2)** soit $\frac{n^2-n}{2}$

   Donc :
   - Il est constant
   - Il augmente proportionellement au nombre d'éléments ajoutés
   - **Il augmente proportionellement au carré du nombre d'éléments ajoutés**

Partie III Arbre binaire de recherche

a) L'insertion d'un élément dans un arbre binaire de recherche contenant **n** noeuds est proportionnelle au logarithme du nombre de noeuds.

   Étant donné qu'il faut effectuer cette opération **n** fois, le nombre d'opérations est proportionnel à $n * \log_2(n)$