

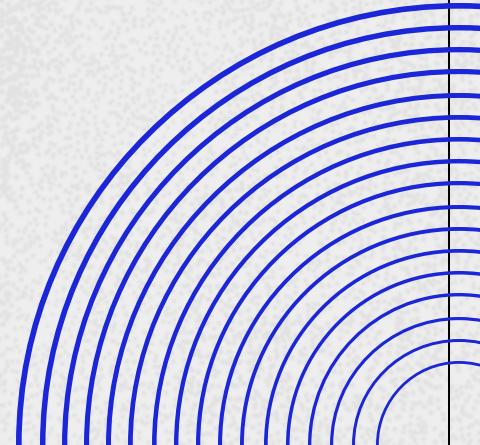
# Rregulli i Laplasit për pasardhje

Prof. Dr. Blerim Rexha

Anisa Shabani

Alban Eminazeri

FIEK 2025



# Përbajtja:

1. \_\_\_\_\_ **Problemi**
2. \_\_\_\_\_ **Pse përqindja e thjeshtë nuk mjafton?**
- 2.1 \_\_\_\_\_ **Si lidhet forma e shpërndarjes me sigurinë e vlerësimeve?**
3. \_\_\_\_\_ **Rregulli i Laplasit**
4. \_\_\_\_\_ **Aplikimi i Rregullit të Laplasit në zgjidhjen e problemit**
5. \_\_\_\_\_ **Kodi në Python**

# 01 Problemi

Produktet	Numri i vlerësimeve	% pozitive
Produkti I	10 vlerësime	100% pozitive
Produkti II	50 vlerësime	96% pozitive
Produkti III	200 vlerësime	93% pozitive

- Amazon na ofron **3 produkte të ngjashme**, me çmime pothuajse të njëjtë.
- Për secilin produkt kemi vetëm dy lloje vlerësimesh: **pozitive** ose **negative**.
- Qëllimi: Të gjejmë produktin më të mirë, në bazë të këtyre të dhënave.
- Në shikim të parë, duket sikur Produkti I është më i miri, sepse ka 100% vlerësime pozitive. Por, sa është i besueshëm ky përfundim nga ana statistikore?*

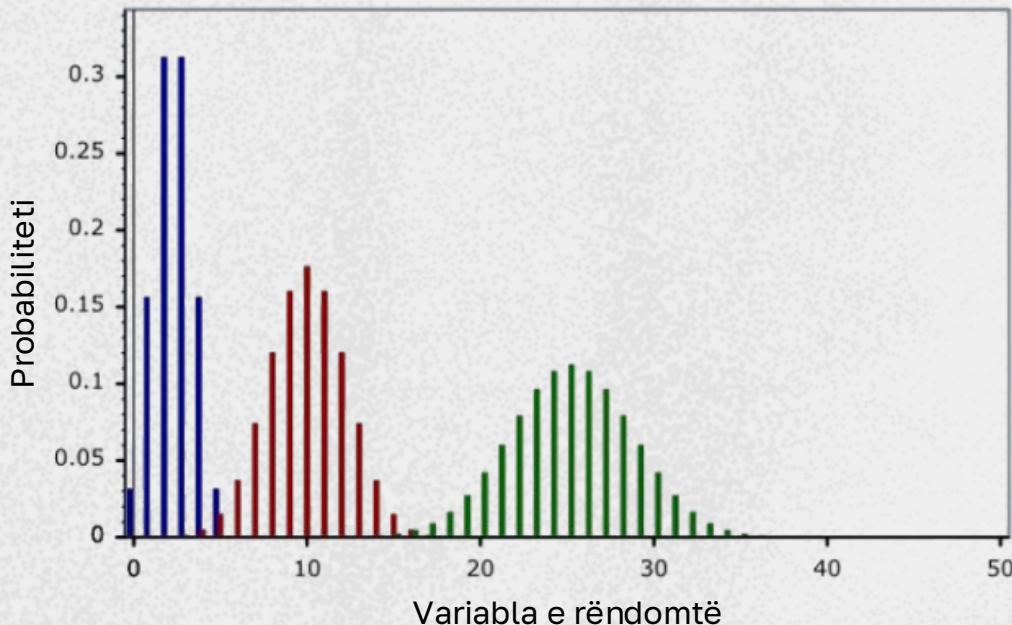
## 02 Pse përqindja e thjeshtë nuk mjafton?

- Përqindja e një produkti varet shumë nga **numri i vlerësimeve**.
- Kur kemi **pak vlerësime**, rezultatet janë më të paqëndrueshme dhe mund të duken më ekstreme sesa janë në realitet.
- **100% me vetëm 10 persona** mund të ndodhë rastësisht, prandaj nuk është shumë i besueshëm.
- Në anën tjetër, **96% me 50 persona** është shumë më e qëndrueshme statistikisht, sepse ka më shumë “prova”.
- Kjo sjellje shpjegohet nga **shpërndarja binomiale**:

$$P(k | n, p) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

*Formula binomiale tregon sa të mundshme janë rezultatet për një numër të caktuar vlerësimesh. Me pak vlerësime, çdo rezultat ekstrem është i mundshëm.*

## 02.1 Si lidhet forma e shpërndarjes me sigurinë e vlerësimeve?



**Bluja – e ngushtë → shumë e sigurt**

Variacion i vogël

Rezultati është stabil

Shumë të dhëna

**E kuqja – mesatare → siguri mesatare**

Pak variacion

Disa lëkundje

Të dhëna mesatare

**E gjelbra – e gjerë → pasiguri e lartë**

Variacion i madh

Rezultati lëkundet shumë

Pak të dhëna

# 03 Rregulli i Laplasit

- Rregulli i Laplasit është një metodë që përdoret për të vlerësuar probabilitetin e një ngjarjeje të ardhshme duke u bazuar në rezultatet e vëzhguara.
- Ky rregull merret me situatat ku vlerësimi i probabilitetit vetëm nga përqindja e vëzhgimeve mund të jetë i *pasaktë* ose *ekstrem*, sidomos kur numri i të dhënave është i vogël. Në vend të formulës klasike, përdoret formula më e balancuar:

$$p = \frac{s}{n} \qquad \longrightarrow \qquad \textit{Formula klasike}$$

$$p = \frac{s+1}{n+2} \qquad \longrightarrow \qquad \textit{Formula e balancuar}$$

- **s** - numri i vlerësimeve pozitive
- **n** - numri total i vlerësimeve

# 03 Rregulli i Laplasit

$$p = \frac{s+1}{n+2} \longrightarrow \text{Formula e balancuar}$$

- **s** - numri i vlerësimeve pozitive
- **n** - numri total i vlerësimeve
- Kjo formulë shton një “**sukses**” dhe një “**dështim**” imagjinar, duke shmangur përfundimet ekstreme dhe duke dhënë një vlerësim më realist dhe të besueshëm. P.sh. për 7 vlerësime pozitive prej 7 vlerësimeve totale:



$$p = \frac{7}{7} = \mathbf{100\%}$$

$$p = \frac{(7+1)}{(7+2)} = \frac{8}{9} \approx \mathbf{88.9\%}$$

04

## Aplikimi i Rregullit të Laplasit në zgjidhjen e problemit

- **Produkti 1: 10 vlerësime, 10 pozitive (100%)**

- $p = \frac{(10+1)}{(10+2)} = \frac{11}{12} \approx 91.7\%$

- **Produkti 2: 50 vlerësime, 48 pozitive (96%)**

- $p = \frac{(48+1)}{(50+2)} = \frac{49}{52} \approx 94.2\%$

- **Produkti 3: 200 vlerësime, 186 pozitive (93%)**

- $p = \frac{(186+1)}{(200+2)} = \frac{187}{202} \approx 92.6\%$

*Sipas Rregullit të Laplasit, zgjedhja më e mirë do të jetë opsioni 2.*

# 05 Kodi në Python

```
1  def probabiliteti_laplace(s_pozitive, n_total):
2      return (s_pozitive + 1) / (n_total + 2)
3
4
5  produktet = {
6      "Produkt 1": {"pozitive": 10, "total": 10},
7      "Produkt 2": {"pozitive": 48, "total": 50},
8      "Produkt 3": {"pozitive": 186, "total": 200},
9  }
10
11 print("\n--- Rezultatet duke përdorur Rregullin e Laplace-it ---\n")
12
13 for emri, data in produktet.items():
14     laplace = probabiliteti_laplace(data["pozitive"], data["total"])
15     print(f"{emri}: probabiliteti ≈ {laplace:.4f} ({laplace * 100:.2f}%)")
16
17 me_i_miri = max(
18     produktet,
19     key=lambda p: probabiliteti_laplace(
20         produktet[p]["pozitive"], produktet[p]["total"]
21     ),
22 )
23
24 print(f"\nSipas Laplace-it, produksi më i besueshëm është: {me_i_miri}\n")
25
```

**Faleminderit për  
vëmendjen tuaj!**

**Pyetje dhe komente?**