DMA

Ugeopgave 1

Beate Berendt Søegaard
Mathias Larsen
Simon Rotendahl

Datalogi

26. september 2016

Del 1

I den første sektion ser vi på størrelsesorden af de følgende følger ved brug af formelsamliingen, $O1 - O8$ og $S1 - S8$, for DMA.

$n + log_2 n$:

$$(1 : S2) : log_2 n \in O(n)$$
$$(2) : n \in \Theta(n) \Rightarrow n \in \mathcal{O}(n)$$
$$(3 : 1, 2, O8) : n + log_2 n \in \mathcal{O}(n)$$
$$(4 : S3) : n \in o(n^2)$$
$$(5 : 4, 3) : n + log_2 n \notin \Theta(n^2)$$

$n^2 + 2^n$:

$$(1 : S5) : n^2 \in o(2^n)$$
$$(2 : S8) : n^2 + 2^n \in \Theta(2^n)$$
$$(3 : 2) : n^2 + 2^n \notin \Theta(n^2)$$

$n^2 + nlog_{10} n$:

$$(1 : S2) : log_{10} n \in \mathcal{O}(n)$$
$$(2 : S7, 1) : nlog_{10} n \in o(n * n) = o(n^2)$$
$$(3) : n^2 \in \Theta(n^2)$$
$$(4 : S8, 2, 3) : n^2 + nlog_{10} n \in \Theta(n^2)$$

$(n + \sqrt{n})^2 = n^2 + n + 2n\sqrt{n}$:

$$(1 : S6) : 2n\sqrt{n} \in \Theta(n\sqrt{n})$$
$$(2 : S7, S8) : n + 2n\sqrt{n} \in \Theta(n\sqrt{n})$$
$$(3 : S7, S8, 2) : n^2 + n + 2n\sqrt{n} \in \Theta(n^2)$$

$n^2(3 + sqrtn) = 3n^2 + n^2 n^{\frac{1}{2}}$:

$$(1 : S6) : 3n^2 \in \Theta(n^2)$$
$$(2 : S8, 1) : 3n^2 + n^2 n^{\frac{1}{2}} \in \Theta(n^2 n^{\frac{1}{2}}$$
$$(3 : 2) : n^2(3 + \sqrt{n}) \notin \Theta(n^2)$$

Del 2

a

Vi vil beregne de tre første værdier af følgerne.

a_n

- $a_1 = 10$
- $a_2 = 10$
- $a_3 = 10$

b_n

- $b_1 = 1$
- $b_2 = 5$
- $b_3 = 14$

c_n

- $c_1 = \frac{1}{10}$
- $c_2 = \frac{4}{10}$
- $c_3 = \frac{9}{10}$

d_n

- $d_1 = \frac{3}{2}$
- $d_2 = \frac{9}{4}$
- $d_3 = \frac{27}{8}$

b

Følgerne sorteret hhv. til størrelseorden.
Vi fra forrige delopgave at

$$\begin{aligned}
a_n &= 10 \\
b_n &= \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} \\
c_n &= \frac{n^2}{10} \\
d_n &= \left(\frac{3}{2}\right)^n
\end{aligned}$$

Jf. regnereglerne $S6$ og $S3$ kan vi fjerne konstanterne og forkorte vores følger således,

$$\begin{aligned}
a_n &= \mathcal{O}(1) \\
b_n &= \mathcal{O}(2n^3 + 3n^2 + n^1) = \mathcal{O}(2n^3) \\
c_n &= \mathcal{O}(n^2) \\
d_n &= \mathcal{O}\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n\right)
\end{aligned}$$

Det ses let at, følgen a_n er den mindste blandt følgerne, da den er lig nul. Jf. regl $S5$ er $b_n = \mathcal{O}(b_n)$. Jf. regl $S3$ ser vi at $c_n = \mathcal{O}(b_n)$ og slutvis, jf. regl $O1$, har vi at $c_n = \mathcal{O}(d_n)$. Altså er rækkefølgen

$$\begin{gathered} a_n \\ c_n \\ b_n \\ d_n \end{gathered}$$

Del 3

Vi får givet den følgende sumfølge

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)$$

Vi kan splitte vores sumfølge op og får

$$2\sum_{k=0}^{n} k + \sum_{k=0}^{n} 1 =$$

Jf. formelsamlingen for DMA har vi, at

$$= 2\frac{n(n+1)}{2} + n$$

Men da vi starter fra $k = 0$ omskrives formlen til

$$\begin{aligned} &= 2\frac{n(n+1)}{2} + n + 1 \\ &= (n+1)n + n + 1 \\ &= (n+1)^2 \end{aligned}$$

Således har vi det følgende eksplicit udtryk for sumfølgen

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1) = (n+1)^2$$