

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS JURÍDICAS E ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

ALBERSON DA SILVA MIRANDA

**RECONCILIAÇÃO ÓTIMA PROBABILÍSTICA EM SÉRIES
TEMPORAIS HIERÁRQUICAS**

Vitória

2022

ALBERSON DA SILVA MIRANDA

**RECONCILIAÇÃO ÓTIMA PROBABILÍSTICA EM SÉRIES
TEMPORAIS HIERÁRQUICAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-
-Graduação em Economia da Universidade Federal
do Espírito Santo, como requisito para a obtenção
do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme A. A. Pereira

Vitória

2022

ALBERSON DA SILVA MIRANDA

RECONCILIAÇÃO ÓTIMA PROBABILÍSTICA EM SÉRIES TEMPORAIS HIERÁRQUICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-
-Graduação em Economia da Universidade Federal
do Espírito Santo como requisito para a obtenção
do título de Mestre em Economia.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Guilherme A. A. Pereira
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Componente Banca
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Componente Banca
Universidade Federal do Espírito Santo

Vitória, xx de setembro de 2022.

MIRANDA, Alberson da Silva. **Reconciliação Ótima Probabilística em Séries Temporais Hierárquicas**. 2022. xx folhas. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Economia) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022.

RESUMO

No máximo 500 palavras em espaço simples e sem parágrafos. Deve apresentar de forma concisa os objetivos, metodologia e os resultados alcançados, utilizar o verbo na voz ativa. Espaçamento simples, sem recuo de parágrafos.

Palavras-chave: Palavra 1. Palavra 2. Palavra 3. Palavra 4. Palavra 5.

MIRANDA, Alberson da Silva. **Probabilistic Optimal Conciliation of Hierarquic Time Series**. 2022. xx folhas. Thesis (MSc. in Economics) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022.

ABSTRACT

Tradução do resumo.

Keywords: Tradução das palavras chave.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
SÉRIES HIERÁRQUICAS X SÉRIES AGRUPADAS	9
ABORDAGENS TOP-DOWN E BOTTOM-UP	12
1 REVISÃO DA LITERATURA	13
REFERÊNCIAS	14

LISTA DE FIGURAS

1	Séries Hierárquicas	9
2	Séries Agrupadas	10
3	Séries Hierárquicas Agrupadas (a)	11
4	Séries Hierárquicas Agrupadas (b)	11

LISTA DE TABELAS

INTRODUÇÃO

Neste trabalho,

SÉRIES HIERÁRQUICAS X SÉRIES AGRUPADAS

Séries temporais hierárquicas são aquelas que podem ser agregadas ou desagregadas naturalmente em uma estrutura aninhada (Hyndman and Athanasopoulos, 2021). Para ilustrar, tome a série do Pib brasileiro. Ela pode ser desagregada por estado que, por sua vez, pode ser desagregada por município.

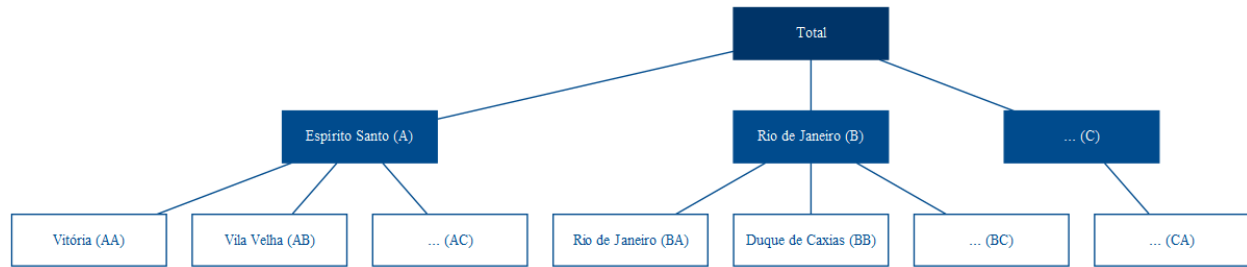


Figura 1 – Séries Hierárquicas

Essa estrutura pode ser representada por equações para qualquer nível de agregação. Assim, o agregado nacional pode ser representado apenas pelos agregados dos estados, através de (1), ou como o agregado dos municípios (2). Já o agregado para o estado do Espírito Santo é representado por (3).

$$y_t = y_{A,t} + y_{B,t} + y_{C,t} \quad (1)$$

$$y_t = y_{AA,t} + y_{AB,t} + y_{AC,t} + y_{BA,t} + y_{BC,t} + y_{CA,t} \quad (2)$$

$$y_{A,t} = y_{AA,t} + y_{AB,t} + y_{AC,t} \quad (3)$$

Alternativamente, podemos descrever a estrutura completa de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ y_{A,t} \\ y_{B,t} \\ y_{C,t} \\ y_{AA,t} \\ y_{AB,t} \\ y_{AC,t} \\ y_{BA,t} \\ y_{BB,t} \\ y_{BC,t} \\ y_{CA,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{AA,t} \\ y_{AB,t} \\ y_{AC,t} \\ y_{BA,t} \\ y_{BB,t} \\ y_{BC,t} \\ y_{CA,t} \end{bmatrix}$$

Por outro lado, o Pib pode ser também desagregado de forma cruzada de acordo com a atividade econômica — lavoura, rebanho, indústria de transformação, extrativa, bens de capital, bens intermediários, comércio de vestuário, automotivos, serviços etc. Essa estrutura não pode ser desagregada naturalmente de uma única forma, como é a hierarquia de estados e municípios. Não pode ser aninhada por um atributo como a própria geografia. A esse tipo de estrutura dá-se o nome de séries agrupadas.

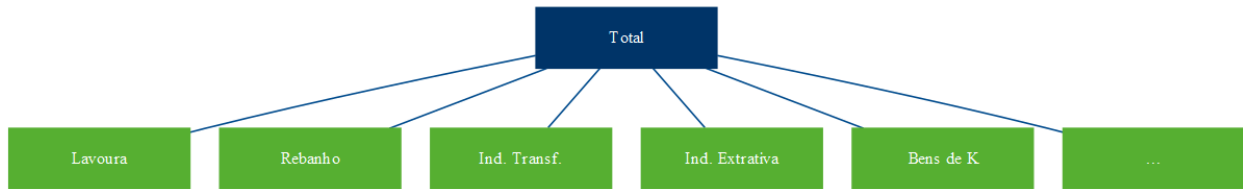


Figura 2 – Séries Agrupadas

Combinando as duas, temos a estrutura de séries hierárquicas agrupadas. Ao contrário da estrutura hierárquica, que só pode ser agregada de uma forma — como com os municípios abaixo dos estados —, a adição da estrutura agrupada pode ocorrer tanto acima (figura 3) quanto abaixo (figura 4) da hierárquica.

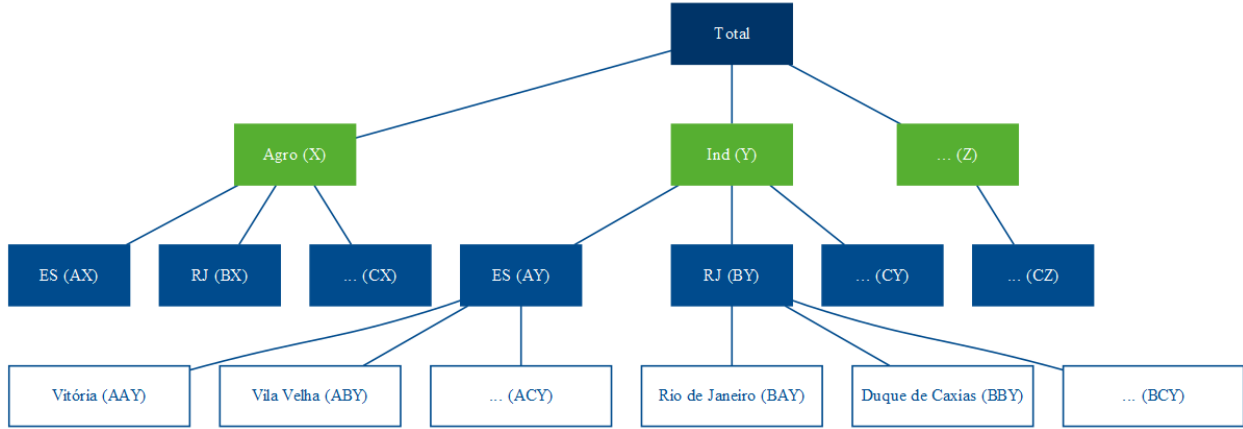


Figura 3 – Séries Hierárquicas Agrupadas (a)

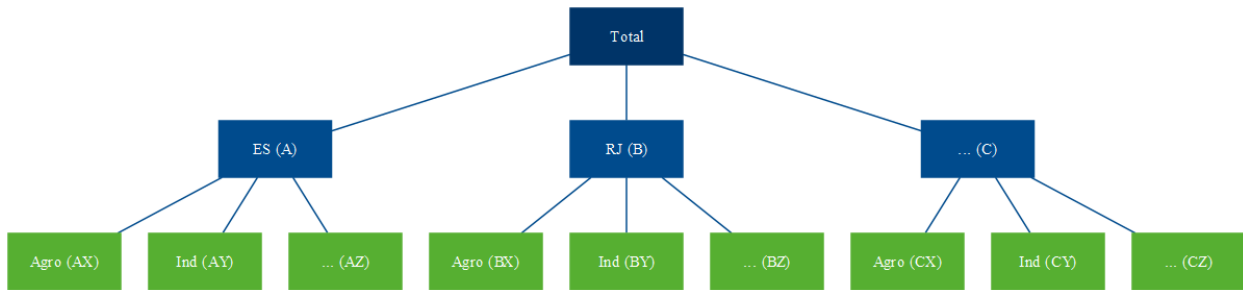


Figura 4 – Séries Hierárquicas Agrupadas (b)

Na notação matricial, a estrutura da figura 4 é representada como abaixo. Formalmente, o primeiro membro da igualdade é composto pelo vetor y_t n -dimensional com todas as observações no tempo t para todos os níveis da hierarquia. O segundo membro é composto pela matriz de soma S de dimensão $n \times m$ que define as equações para todo nível de agregação, e pela matriz b_t composta pelas séries no nível mais desagregado.

$$y_t = Sb_t$$

$$\begin{bmatrix} y_t \\ y_{A,t} \\ y_{B,t} \\ y_{C,t} \\ y_{X,t} \\ y_{Y,t} \\ y_{Z,t} \\ y_{AX,t} \\ y_{AY,t} \\ y_{AZ,t} \\ y_{BX,t} \\ y_{BY,t} \\ y_{BZ,t} \\ y_{CX,t} \\ y_{CY,t} \\ y_{CZ,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{AX,t} \\ y_{AY,t} \\ y_{AZ,t} \\ y_{BX,t} \\ y_{BY,t} \\ y_{BZ,t} \\ y_{CX,t} \\ y_{CY,t} \\ y_{CZ,t} \end{bmatrix}$$

ABORDAGENS TOP-DOWN E BOTTOM-UP

Talvez as formas mais intuitivas de se pensar em previsões para esses tipos de estrutura sejam as abordagens top-down e bottom-up. Tome a estrutura descrita na figura 1, por exemplo. Podemos realizar a previsão para o horizonte de tempo h do agregado do Pib brasileiro, representado no topo da hierarquia por *Total* (4), e então distribuir os valores previstos proporcionalmente entre os estados e municípios.

$$\hat{y}_{T+h|T} = E[y_{T+h}|\Omega_T] \quad (4)$$

Dessa forma, a previsão para os níveis inferiores da hierarquia são determinadas por uma proporção p_i do nível agregado. Por exemplo, as previsões para Vitória são dadas pela equação 5.

$$\hat{y}_{AA,T+h|T} = p_1 \hat{y}_{T+h|T} \quad (5)$$

Generalizando, temos a equação a seguir,

1 REVISÃO DA LITERATURA

REFERÊNCIAS

Hyndman, R. and Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: principles and practice*. Melbourne, Australia, 3 edition. Acessado em 14/09/20.