

# **Insumo-Produto\***

## **1ª Lista de Exercícios**

Alberson da Silva Miranda

16 de abril de 2024

\*Código disponível em [https://github.com/albersonmiranda/insumo\\_produto](https://github.com/albersonmiranda/insumo_produto).

# Índice

<b>1</b>	<b>PRIMEIRA QUESTÃO</b>	<b>4</b>
1.1	Quais são os dois elementos no vetor de demanda final? . . . . .	4
1.2	Suponha que $f_1$ aumente em 50 e $f_2$ diminua em 20. Quais novas produções seriam necessárias para satisfazer as novas demandas finais? . . . . .	5
<b>2</b>	<b>SEGUNDA QUESTÃO</b>	<b>6</b>
2.1	Encontre a matriz de coeficientes técnicos e a matriz inversa de Leontief . . . . .	6
2.2	Suponha que, devido a mudanças na política tributária do governo, as demandas finais dos produtos dos setores 1, 2 e 3 sejam projetadas para o próximo ano (ano $t + 1$ ) em 1300, 100 e 200, respectivamente (também medidos em milhares de reais). Encontre os produtos totais que seriam necessários dos três setores para atender a essa demanda projetada, assumindo que não há mudança na estrutura tecnológica da economia (isto é, assumindo que a matriz $A$ não muda do ano $t$ para o ano $t + 1$ ) . . . . .	7
<b>3</b>	<b>TERCEIRA QUESTÃO</b>	<b>8</b>
3.1	Construa a matriz de insumo-produto para esta economia com base nessas estimativas dos dados do ano passado. Encontre a matriz correspondente de coeficientes técnicos e mostre que as condições de Hawkins-Simon são satisfeitas. . . . .	8
3.2	Encontre a inversa de Leontief para esta economia . . . . .	10
3.3	A recessão da economia neste ano se reflete na queda da demanda final, conforme tabela a seguir. Qual seria a produção total de todas as indústrias necessárias para suprir a demanda final reduzida deste ano? Calcule os vetores de valor agregado e produção intermediária para a nova tabela de transações . . . . .	10
<b>4</b>	<b>QUARTA QUESTÃO</b>	<b>12</b>
4.1	Construa a tabela de transações de insumo-produto descrevendo a atividade econômica nesta economia . . . . .	12
4.2	Encontre a matriz correspondente de coeficientes técnicos e mostre que as condições de Hawkins-Simon são satisfeitas . . . . .	13
4.3	Se no ano seguinte àquele em que foram compilados os dados desse modelo não fossem esperadas mudanças nos padrões de consumo da indústria, e se fosse apresentada uma demanda final de 15 milhões do bem A e 18 milhões do bem B na economia, qual seria a produção total de todas as indústrias necessárias para suprir essa demanda final, bem como a atividade interindústria envolvida no suporte às entregas dessa demanda final? .	13

<b>5</b>	<b>QUINTA QUESTÃO</b>	<b>15</b>
5.1	Calcule A e B . . . . .	16
5.2	Se as demandas finais nos setores 1 e 2 aumentam em 30%, enquanto as do setor 5 diminuem em 20% (enquanto todas as outras demandas finais permanecem inalteradas), que novos produtos totais serão necessários de cada um dos oito setores dessa economia?	17

# 1 PRIMEIRA QUESTÃO

Os valores em reais das transações interindustriais e os resultados totais para uma economia de dois setores (agricultura e manufatura) são mostrados abaixo:

$$Z = \begin{bmatrix} 500 & 350 \\ 320 & 360 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$x = \begin{bmatrix} 1000 \\ 800 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

## 1.1 Quais são os dois elementos no vetor de demanda final?

```
1 # dados
2 data = list(
3   Z = matrix(c(500, 350, 320, 360), nrow = 2, byrow = TRUE),
4   x = c(1000, 800)
5 )
6
7 # o vetor f da demanda final é a diferença entre Z e x
8 f = with(data, x - rowSums(Z)) |>
9   as.matrix(nrow = 2)
10 dimnames(f) = list(c("setor A", "setor B"), c("demanda final"))
11 print(f)
```

	demanda final
setor A	150
setor B	120

**1.2 Suponha que  $f_1$  aumente em 50 e  $f_2$  diminua em 20. Quais novas produções seriam necessárias para satisfazer as novas demandas finais?**

```
1 # novos valores de f
2 f_new = f + c(50, -20)
3
4 # matriz de coeficientes técnicos
5 A = with(data, sweep(Z, 2, x, FUN = "/"))
6
7 # matriz de Leontief
8 L = diag(2) - A
9
10 # inversa de Leontief
11 B = solve(L)
12
13 # nova produção final
14 x_new = B %*% f_new
15
16 # resposta
17 dimnames(x_new) = list(c("setor A", "setor B"), "produção total")
18 print(x_new)
```

	produção total
setor A	1138.8889
setor B	844.4444

## 2 SEGUNDA QUESTÃO

As vendas interindústrias e a produção total em uma pequena economia de três setores para o ano  $t$  são dadas na tabela a seguir, com valores apresentados em milhares de reais.

```
1 data = list(  
2   Z = matrix(  
3     c(  
4       350, 0, 0,  
5       50, 250, 150,  
6       200, 150, 550  
7     ),  
8     nrow = 3,  
9     byrow = TRUE  
10  ),  
11  x = c(1000, 500, 1000)  
12 )
```

### 2.1 Encontre a matriz de coeficientes técnicos e a matriz inversa de Leontief

```
1 # matriz de coeficientes técnicos  
2 A = with(data, sweep(Z, 2, x, FUN = "/"))  
3  
4 # matriz de Leontief  
5 L = diag(3) - A  
6  
7 # inversa de Leontief  
8 B = solve(L)  
9  
10 # resposta  
11 print(A)
```

```

      [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.35  0.0 0.00
[2,] 0.05  0.5 0.15
[3,] 0.20  0.3 0.55

```

```
1 print(B)
```

```

      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 1.5384615 0.000000 0.0000000
[2,] 0.4487179 2.500000 0.8333333
[3,] 0.9829060 1.666667 2.7777778

```

**2.2** Suponha que, devido a mudanças na política tributária do governo, as demandas finais dos produtos dos setores 1, 2 e 3 sejam projetadas para o próximo ano (ano  $t + 1$ ) em 1300, 100 e 200, respectivamente (também medidos em milhares de reais). Encontre os produtos totais que seriam necessários dos três setores para atender a essa demanda projetada, assumindo que não há mudança na estrutura tecnológica da economia (isto é, assumindo que a matriz  $A$  não muda do ano  $t$  para o ano  $t + 1$ )

```

1 # novos valores de f
2 f_new = c(1300, 100, 200)
3
4 # nova produção final
5 x_new = B %*% f_new
6
7 # resposta
8 dimnames(x_new) = list(c("setor A", "setor B", "setor C"), c("produção total"))
9 print(x_new)

```

```

      produção total
setor A           2000
setor B           1000
setor C           2000

```

### 3 TERCEIRA QUESTÃO

Considere uma economia organizada em três setores: madeira e produtos de madeira, papel e produtos afins e maquinário e equipamentos de transporte. Uma empresa de consultoria estima que no ano passado a indústria madeireira teve uma produção avaliada em 50 (suponha que todos os valores monetários estejam em milhões de reais), 5% dos quais ela mesma consumiu; 70% foram consumidos pela demanda final; 20% pela indústria de papel e produtos afins; 5% pela indústria de equipamentos. A indústria de equipamentos consumia 15% de seus próprios produtos, de um total de 100; 25% foram para a demanda final; 30% para a indústria madeireira; 30 por cento para a indústria de papel e produtos afins. Finalmente, a indústria de papel e produtos afins produzia 50, dos quais consumia 10%; 80% foram para a demanda final; 5% foram para a indústria madeireira; e 5% para a indústria de equipamentos.

**3.1 Construa a matriz de insumo-produto para esta economia com base nessas estimativas dos dados do ano passado. Encontre a matriz correspondente de coeficientes técnicos e mostre que as condições de Hawkins-Simon são satisfeitas.**

```
1 # vetor de produção
2 x = c(50, 50, 100)
3
4 # proporções
5 props = list(
6   Z = matrix(
7     c(
8       0.05, 0.2, 0.05,
9       0.05, 0.10, 0.05,
10      0.3, 0.3, 0.15
11     ),
12     nrow = 3,
13     byrow = TRUE
14   ),
15   f = matrix(
16     c(0.7, 0.8, 0.25),
```



```

17     nrow = 3,
18     byrow = TRUE
19   )
20 )
21
22 # matriz insumo-produto
23 M = lapply(props, function(matriz) {
24   x * matriz
25 })
26
27 IO = do.call(cbind, M) |>
28 cbind(x)
29 dimnames(IO) = list(
30   c("setor A", "setor B", "setor C"),
31   c("setor A", "setor B", "setor C", "demanda final", "produção total")
32 )
33 print(IO)

```

	setor A	setor B	setor C	demanda final	produção total
setor A	2.5	10	2.5	35	50
setor B	2.5	5	2.5	40	50
setor C	30.0	30	15.0	25	100

```

1 # matriz de coeficientes técnicos
2 A = with(M, sweep(Z, 2, x, FUN = "/"))
3 print(A)

```

```

      [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.05 0.2 0.025
[2,] 0.05 0.1 0.025
[3,] 0.60 0.6 0.150

```

```

1 # matriz de Leontief
2 L = diag(3) - A
3
4 # condições de Hawkins-Simon
5 all(L %*% x > 0)

```

```
[1] TRUE
```

### 3.2 Encontre a inversa de Leontief para esta economia

```
1 # inversa de Leontief
2 B = solve(L)
3 print(B)
```

```
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 1.0921005 0.2693848 0.04004368
[2,] 0.0837277 1.1539862 0.03640335
[3,] 0.8299964 1.0047324 1.23043320
```

### 3.3 A recessão da economia neste ano se reflete na queda da demanda final, conforme tabela a seguir. Qual seria a produção total de todas as indústrias necessárias para suprir a demanda final reduzida deste ano? Calcule os vetores de valor agregado e produção intermediária para a nova tabela de transações

```
1 # nova demanda final
2 f_new = c(0.75, 0.90, 0.95) * M$f
3 print(f_new)
```

```
      [,1]
[1,] 26.25
[2,] 36.00
[3,] 23.75
```

```
1 # novo nível de produção
2 x_new = B %*% f_new
3 print(x_new)
```

```
      [,1]
[1,] 39.31653
[2,] 44.60593
[3,] 87.18056
```

```
1 # nova matriz de consumo intermediário
2 Z_new = as.vector(x_new) * A
3 print(Z_new)
```

```
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 1.965826 7.863305 0.9829132
[2,] 2.230297 4.460593 1.1151483
[3,] 52.308336 52.308336 13.0770841
```

## 4 QUARTA QUESTÃO

Considere uma economia simples de dois setores contendo as indústrias A e B. A indústria A requer 2 milhões de seu próprio produto e 6 milhões da produção da indústria B no processo de fornecimento de 20 milhões de seu próprio produto aos consumidores finais. Da mesma forma, a indústria B requer 4 milhões de seu próprio produto e 8 milhões de produção da indústria A no processo de fornecimento de 20 milhões de seu próprio produto aos consumidores finais.

### 4.1 Construa a tabela de transações de insumo-produto descrevendo a atividade econômica nesta economia

```
1 # dados
2 data = list(
3   Z = matrix(
4     c(
5       2, 6,
6       8, 4
7     ),
8     nrow = 2,
9     byrow = TRUE
10  ),
11  f = c(20, 20)
12 )
13
14 # matrizes
15 data = within(data, {
16   x = rowSums(Z) + f
17   A = sweep(Z, 2, x, FUN = "/")
18   L = diag(2) - A
19   B = solve(L)
20 })
21
22 # matriz insumo-produto
23 IO = with(data, cbind(Z, f, x))
```

```

24 dimnames(IO) = list(
25   c("setor A", "setor B"),
26   c("setor A", "setor B", "demanda final", "produção total")
27 )
28 print(IO)

```

	setor A	setor B	demanda final	produção total
setor A	2	6	20	28
setor B	8	4	20	32

## 4.2 Encontre a matriz correspondente de coeficientes técnicos e mostre que as condições de Hawkins-Simon são satisfeitas

```

1 # matriz de coeficientes técnicos
2 print(data$A)

```

```

      [,1] [,2]
[1,] 0.07142857 0.1875
[2,] 0.28571429 0.1250

```

```

1 # condições de Hawkins-Simon
2 all(data$L %*% data$x > 0)

```

```
[1] TRUE
```

**4.3 Se no ano seguinte àquele em que foram compilados os dados desse modelo não fossem esperadas mudanças nos padrões de consumo da indústria, e se fosse apresentada uma demanda final de 15 milhões do bem A e 18 milhões do bem B na economia, qual seria a produção total de todas as indústrias necessárias para suprir essa demanda final, bem como a atividade interindústria envolvida no suporte às entregas dessa demanda final?**

```

1 # nova demanda final
2 f_new = c(15, 18)
3
4 # nova produção total
5 x_new = data$B %*% f_new
6 print(x_new)

```

```

      [,1]
[1,] 21.74118
[2,] 27.67059

```

```

1 # nova matriz de consumo intermediário
2 Z_new = as.vector(x_new) * data$A
3 print(Z_new)

```

```

      [,1]      [,2]
[1,] 1.552941 4.076471
[2,] 7.905882 3.458824

```

## 5 QUINTA QUESTÃO

Considere as seguintes transações e dados de produção total para uma economia de oito setores:

```
1 data = list(  
2   Z = readxl::read_excel("data-raw/l1_q5.xlsx", sheet = "z"),  
3   x = readxl::read_excel("data-raw/l1_q5.xlsx", sheet = "x")  
4 )  
5  
6 print(data)
```

\$Z

# A tibble: 8 x 8

	`setor 1`	`setor 2`	`setor 3`	`setor 4`	`setor 5`	`setor 6`	`setor 7`
	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
1	8565	8069	8843	3045	1124	276	230
2	1505	6996	6895	3530	3383	365	219
3	98	39	5	429	5694	7	376
4	999	1048	120	9143	4460	228	210
5	4373	4488	8325	2729	29671	1733	5757
6	2150	36	640	1234	165	821	90
7	506	7	180	0	2352	0	18091
8	5315	1895	2993	1071	13941	434	6096

# i 1 more variable: `setor 8` <dbl>

\$x

# A tibble: 1 x 8

	`setor 1`	`setor 2`	`setor 3`	`setor 4`	`setor 5`	`setor 6`	`setor 7`
	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
1	37610	45108	46323	41059	209403	11200	55992

# i 1 more variable: `setor 8` <dbl>

## 5.1 Calcule A e B

```
1 # matriz de coeficientes técnicos
2 A = with(data, sweep(as.matrix(Z), 2, as.matrix(x), FUN = "/"))
3 print(A)
```

	setor 1	setor 2	setor 3	setor 4	setor 5	setor 6
[1,]	0.22773199	0.1788817948	0.1908986896	0.07416157	0.0053676404	0.02464286
[2,]	0.04001595	0.1550944400	0.1488461455	0.08597384	0.0161554515	0.03258929
[3,]	0.00260569	0.0008645916	0.0001079377	0.01044838	0.0271915875	0.00062500
[4,]	0.02656208	0.0232331294	0.0025905058	0.22267956	0.0212986442	0.02035714
[5,]	0.11627227	0.0994945464	0.1797163396	0.06646533	0.1416932900	0.15473214
[6,]	0.05716565	0.0007980846	0.0138160309	0.03005431	0.0007879543	0.07330357
[7,]	0.01345387	0.0001551831	0.0038857587	0.00000000	0.0112319308	0.00000000
[8,]	0.14131880	0.0420102864	0.0646115321	0.02608442	0.0665749774	0.03875000

  

	setor 7	setor 8
[1,]	0.004107730	0.02150498
[2,]	0.003911273	0.01828916
[3,]	0.006715245	0.00203006
[4,]	0.003750536	0.01381931
[5,]	0.102818260	0.09160722
[6,]	0.001607372	0.04170004
[7,]	0.323099729	0.16469558
[8,]	0.108872696	0.28767251

```
1 # matriz de Leontief
2 L = diag(8) - A
3
4 # inversa de Leontief
5 B = solve(L)
6 print(B)
```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]
setor 1	1.33936754	0.295979543	0.31152758	0.17209767	0.03372393	0.058445918
setor 2	0.08865389	1.213854389	0.20908242	0.15271793	0.03817409	0.057062514
setor 3	0.01289215	0.008946835	1.01106350	0.01945268	0.03398902	0.007975561
setor 4	0.06457251	0.056209000	0.03427157	1.30553565	0.03842939	0.040524907
setor 5	0.26481212	0.215471327	0.31957910	0.17353833	1.20702097	0.230202254
setor 6	0.09986091	0.028837417	0.04541811	0.05887405	0.01106340	1.089050242
setor 7	0.10930070	0.049306100	0.06841558	0.03503482	0.05376392	0.029981515



```

setor 8 0.32136740 0.162420557 0.20989383 0.11749705 0.13506083 0.102508575
      [,7]      [,8]
setor 1 0.02990929 0.06693474
setor 2 0.02466602 0.05135377
setor 3 0.01750249 0.01276242
setor 4 0.02080916 0.04094366
setor 5 0.22940051 0.23954578
setor 6 0.01776820 0.07431130
setor 7 1.54718657 0.37183110
setor 8 0.26861781 1.50607508

```

**5.2 Se as demandas finais nos setores 1 e 2 aumentam em 30%, enquanto as do setor 5 diminuem em 20% (enquanto todas as outras demandas finais permanecem inalteradas), que novos produtos totais serão necessários de cada um dos oito setores dessa economia?**

```

1 # demandas finais atuais
2 f = with(data, x - rowSums(Z))
3
4 # novas demandas finais
5 f_new = f * c(1.3, 1.3, 1, 1, 0.8, 1, 1, 1)
6
7 # novos produtos totais
8 x_new = B * f_new
9 print(x_new)

```

```

      setor 1  setor 2  setor 3  setor 4  setor 5  setor 6  setor 7  setor 8
1 6954.264 2220.753 507.2802 1460.953 29144.37 -65.20917 910.1469 26672.21

```