

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALBERSON DA SILVA MIRANDA

ENSAIOS SOBRE ESCOLARIDADE E REPRODUÇÃO SOCIAL

Vitória

2024

ALBERSON DA SILVA MIRANDA

ENSAIOS SOBRE ESCOLARIDADE E REPRODUÇÃO SOCIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Cláudio Broetto

Coorientador: Prof. Me. Diogo Oliveira

Vitória

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

M672 Miranda, Alberson da Silva.
e

Ensaio sobre escolaridade e reprodução social / Alberson da Silva Miranda – 2024.

61 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Geraldo Cláudio Broetto.

Coorientador: Diogo Oliveira.

Monografia (graduação) – Instituto Federal do Espírito Santo, Coordenadoria do
Curso Superior de Licenciatura em Matemática. Vitória, 2024.

1. Educação – Aspectos econômicos. 2. Renda – Distribuição. 3. Capitalismo –
Trabalho. 4. Mercado de trabalho. 5. Professores de matemática – Formação. I. Broetto,
Geraldo Cláudio. II. Oliveira, Diogo. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título.

CDD 21 – 511.8

Elaborada por Ronald Aguiar Nascimento – CRB-6/MG – 3.116



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
COORDENADORIA DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALBERSON DA SILVA MIRANDA

ENSAIOS SOBRE ESCOLARIDADE E REPRODUÇÃO SOCIAL

Trabalho de conclusão de Curso apresentado à
Coordenadoria do Curso de Licenciatura em
Matemática, como requisito obrigatório para a obtenção
de título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 12 de dezembro de 2024.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Geraldo Claudio Broetto
Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. Me. Diogo Oliveira
Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. José Carlos Thompson da Silva
Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Rodolfo Chaves
Instituto Federal do Espírito Santo

RESUMO

Este estudo analisa os efeitos da escolaridade na determinação da renda dos trabalhadores formais no estado do Espírito Santo, considerando variáveis como gênero, raça e experiência. Utilizando dados da Relação Anual de Informações Sociais (Rais) de 2006 e 2022, aplica-se uma regressão linear múltipla para identificar padrões e tendências ao longo do tempo. Os resultados indicam uma redução no impacto da escolaridade sobre a renda, além de evidenciar desigualdades raciais e de gênero persistentes no mercado de trabalho formal. No segundo capítulo, argumenta-se que o sistema educacional, enquanto inserido na superestrutura capitalista, atua como um instrumento de reprodução das relações sociais de poder. A análise histórica e teórica mostra que a educação serviu à normalização moral e à perpetuação das estruturas de poder vigentes. A educação matemática crítica, embora busque romper com essas estruturas, enfrenta limitações significativas devido à sua inserção em instituições panópticas que exercem micro-poderes sobre os indivíduos.

Palavras-chave: Escolaridade. Renda. Desigualdade Social. Educação Matemática. Capitalismo.

ABSTRACT

This study examines the effects of education on the determination of income among formal workers in the state of Espírito Santo, considering variables such as gender, race, and experience. Utilizing data from the Annual Social Information Relationship (Rais) of 2006 and 2022, a multiple linear regression is applied to identify patterns and trends over time. The results indicate a reduction in the impact of education on income, alongside persistent racial and gender inequalities in the formal labor market. In the second chapter, it is argued that the educational system, while embedded in the capitalist superstructure, acts as an instrument for reproducing social power relations. The historical and theoretical analysis shows that education has served the moral normalization and perpetuation of existing power structures. Critical mathematics education, although seeking to break with these structures, faces significant limitations due to its insertion in panoptic institutions that exercise micro-powers over individuals.

Keywords: Education. Income. Social Inequality. Mathematics Education. Capitalism.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Paradoxo do progresso no Brasil.	14
Figura 2 – Entradas por ano.	17
Figura 3 – Comparativo 2006-2022 por sexo	18
Figura 4 – Comparativo 2006-2022 por sexo/raça/cor	19
Figura 5 – Taxa de desocupação por sexo/raça.	19
Figura 6 – Taxa de informalidade por sexo/raça.	20
Figura 7 – Entradas por sexo/escolaridade	21
Figura 8 – Entradas por sexo/escolaridade/raça/cor	22
Figura 9 – Boxplot renda por sexo	23
Figura 10 – Boxplot renda por sexo/raça/cor	24
Figura 11 – Boxplot renda por sexo/escolaridade/raça/cor (2022)	25
Figura 12 – Heteroscedasticidade decorrente de omissão de variável importante. . .	26
Figura 13 – Gráfico de dispersão dos resíduos.	28
Figura 14 – Gráfico Quantil-Quantil dos resíduos.	28
Figura 15 – Histograma dos resíduos.	29
Figura 16 – Efeito da escolaridade na renda por substrato social.	34
Figura 17 – Esquema de reprodução capitalista via educação.	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Possíveis valores para as variáveis selecionadas da Rais	16
Tabela 2 – Entradas por ano	17
Tabela 3 – Comparativo 2006-2022 por sexo/raça/cor	18
Tabela 4 – Comparativo 2006-2022 por sexo/escolaridade	20
Tabela 5 – Comparativo 2006-2022 por sexo/raca/escolaridade	21
Tabela 6 – Comparativo 2006-2022 proporção de pretos e pardos por nível de es- colaridade	22
Tabela 7 – Teste Breusch-Pagan para heteroscedasticidade	29
Tabela 8 – Estimação	30

LISTA DE SIGLAS

IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
IPEA	Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Rais	Relação Anual de Informações Sociais
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
K-8	Jardim de infância (do inglês, <i>kindergarten</i>) até o 8º ano do ensino fundamental

LISTA DE SÍMBOLOS

R^2	Coeficiente de determinação
β	Coeficiente de regressão
μ	Erro estocástico
exp	Experiência
$Vr_{i:j}$	Valor real deflacionado no período i na data-base j
I_i	Índice de preços fixado na data-base j
V_i	Valor nominal no período i

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA	10
2	EFEITOS DA ESCOLARIDADE EM DIFERENTES SUBS- TRATOS SOCIAIS NO ESPÍRITO SANTO	12
2.1	INTRODUÇÃO	12
2.2	BREVE REVISÃO DE LITERATURA	13
2.3	METODOLOGIA	15
2.3.1	Análise exploratória dos dados	17
2.3.2	Notas sobre a estimação	23
2.4	ESTIMAÇÃO	25
2.5	RESULTADOS	29
2.6	CONCLUSÃO	33
3	O PAPEL DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SOB A HEGE- MONIA DO CAPITAL	36
3.1	INTRODUÇÃO	36
3.2	EDUCAÇÃO PRÉ-CAPITALISTA	36
3.3	EDUCAÇÃO SOBRE A SUPERESTRUTURA CAPITALISTA	41
3.4	OMNILATERALIDADE E O NÍVEL PEDAGÓGICO	47
3.5	CONCLUSÃO	51
4	CONCLUSÕES	52
4.1	CONCLUSÕES DA MONOGRAFIA	52
4.2	PESQUISA FUTURA	53
	REFERÊNCIAS	54
	APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÕES	59

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

Em seu texto acerca dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o professor Romulo Lins abre da seguinte forma:

Provavelmente o maior problema da educação matemática dos brasileiros não esteja nas atuais deficiências apontadas diversas vezes, tais como, por exemplo, formação inadequada de professores e abordagens inadequadas sendo levadas para as salas de aula. Parece-me que o maior problema é a resistência do sistema em mudar ([LINS, 2021](#)).

Para ele, a pesquisa relacionada às técnicas e abordagens em sala de aula, o que ele chamou de nível *micro*, não é suficiente para colocar o sistema educacional em rota de mudança. Paralelamente, deve ser realizado um trabalho estrutural na esfera *macro* — aqui, principalmente, o Ministério da Educação (MEC) — que possibilite uma mudança do educar *para* matemática para o educar *pela* a matemática. Aqui, educar *pela* matemática significa, através da matemática, desenvolver no educando outras competências mais amplas, como raciocínio lógico, capacidade de resolução de problemas, de abstração, pensamento crítico, além de outras competências compartilhadas com as demais disciplinas, como colaboração, comunicação, criatividade e cidadania.

Essa diferença é ilustrada por Lins da seguinte forma:

A diferença fica bastante mais clara se pensamos no caso da Educação Física. Será que alguém concebe que o papel das aulas de Educação Física é preparar todas as crianças (todas, eu disse) para o esporte competitivo? Claro que não. Se assim fosse as aulas de Educação Física não representariam, na formação das crianças, a educação para a saúde, para o desenvolvimento motor, para a socialização e o respeito a regras, para a colaboração. E os que quiserem ser atletas e jogadores vão buscar esta formação específica em outros espaços (possivelmente dentro dos times competitivos de suas escolas ou em clubes). Podemos dizer que a Educação Física escolar se concentra em modos de ser, promovendo aquela educação *por meio* de esportes e exercícios físicos, enquanto o Treinamento Esportivo se concentra em potencializar habilidades, fazendo isso por meio da aquisição de técnicas específicas ([LINS, 2021](#)).

A mudança, então, deixa de ter como meio apenas o nível pedagógico, a sala de aula; aqui

ele se alia a outras correntes que procuram afastar o diagnóstico do problema central da educação matemática de questões curriculares, como, por exemplo, se o aluno deve ou não estudar geometrias não euclidianas no ensino médio, e se expande para questionar o próprio objetivo do ensino da matemática, ou melhor, *através* da matemática.

Quando o autor propõe uma educação “formativa e com o objetivo de permitir que todos que passem por ela participem de forma plena em suas sociedades”, podemos nos perguntar: o que é essa participação plena? Ou ainda, por que é tão difícil realizar mudanças estruturais na educação ou, como Lins questiona, fazer com que o sistema se coloque em rota de mudança?

Para compreender essas questões, é necessário ir além do nível macro proposto por Lins. Isso implica analisar as relações e mecanismos que moldam a expressão cultural das formas e relações de produção, ou seja, a estrutura jurídico-política e a estrutura ideológica da sociedade — o que [Marx \(2022\)](#) define como *superestrutura*. A superestrutura surge como resposta às contradições do modo de produção e das relações sociais de produção, a infraestrutura, que, ao mesmo tempo em que molda e condiciona a superestrutura, também é influenciada por ela. Nesse contexto, as ações pedagógicas nas escolas e seu caráter instrumental voltado para o mundo do trabalho não são neutras, mas sofrem influência das dinâmicas e valores impostos pela superestrutura.

Neste trabalho, argumento que a resistência do sistema em mudar, como aponta Lins, é um sintoma de uma sociedade que historicamente reproduz, por meio do processo educativo, as relações sociais de poder que a constituem. Paralelamente, defendendo que a violência simbólica presente na educação — entendida, no sentido de Bourdieu, como os processos supostamente neutros que legitimam e naturalizam a seleção de indivíduos para ocupar determinados postos na sociedade — está se deteriorando ao longo do século 21. Essa deterioração refere-se à diminuição consistente dos efeitos da escolaridade na definição das posições sociais, indicando que o sistema educativo vem perdendo, progressivamente, sua capacidade de dissimular a reprodução das hierarquias sociais de forma eficaz.

Este trabalho está dividido em duas partes. Na primeira, evidencio os sintomas: a partir de uma análise estatística com dados de escolaridade, sexo, raça e rendimentos de diferentes substratos sociais do estado do Espírito Santo, demonstro que 1) a escolaridade é

um preditor significativo para a determinação da renda do trabalhador capixaba; 2) substratos marginalizados da sociedade têm retornos menores mesmo com maior escolaridade que os mais favorecidos; 3) esse poder explicativo está se deteriorando consistentemente nos últimos 60 anos, e; 4) políticas educacionais e ações afirmativas nos últimos 20 anos estão corroendo a violência simbólica (no sentido de Bourdieu) e, portanto, escancarando os mecanismos de reprodução das relações sociais de poder.

Na segunda parte, procuro explicar esses sintomas apresentando uma sistematização dos mecanismos causais de transmissão dos efeitos da superestrutura capitalista, a partir de elementos de Marx e Bourdieu, passando pelo nível institucional, com a visão de Foucault sobre a escola como instituição panóptica, e chegando ao nível pedagógico, discutindo interdisciplinaridade, omnilateralidade e os limites da educação matemática crítica como instrumento emancipador.

2 EFEITOS DA ESCOLARIDADE EM DIFERENTES SUBSTRATOS SOCIAIS NO ESPÍRITO SANTO

2.1 INTRODUÇÃO

A relação entre escolaridade e renda é um tema amplamente estudado na literatura econômica e sociológica. A teoria do capital humano sugere que a educação aumenta a produtividade dos indivíduos, resultando em maiores rendimentos. No entanto, essa relação pode ser influenciada por diversos fatores, como gênero, raça e contexto socioeconômico.

Este capítulo tem como objetivo analisar os efeitos da escolaridade na determinação da renda dos trabalhadores formais no estado do Espírito Santo, com foco nas desigualdades de gênero e raça. Utilizando dados da Relação Anual de Informações Sociais (Rais) de 2006 e 2022, buscamos entender como a escolaridade impacta a renda em diferentes substratos sociais e como essas relações têm evoluído ao longo do tempo.

A análise estatística permitirá identificar padrões e tendências, bem como discutir as implicações das políticas educacionais e ações afirmativas na redução das desigualdades sociais. Além disso, exploraremos a hipótese de que a escolaridade, embora importante, não é suficiente para superar as barreiras estruturais que perpetuam a desigualdade social.

2.2 BREVE REVISÃO DE LITERATURA

A primeira abordagem quantitativa, baseada em modelagem estatística, para evidenciar o poder de explicação da escolaridade sobre a renda do trabalhador foi realizada no trabalho seminal de [Mincer \(1974\)](#). O autor propôs um modelo de capital humano, onde a escolaridade é um dos principais determinantes da renda – especificamente, do logaritmo da renda. A especificação que ficou conhecida como *equação de Mincer* é a seguinte:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 E + \beta_3 S^2 + \beta_4 E^2 + \varepsilon \quad (1)$$

em que Y é a renda, S é a escolaridade (medida em anos), E é o tempo de experiência (estimada como a idade subtraída dos anos de escolaridade e da constante 6, considerada a idade para início da formação) e ε é o erro aleatório. O modelo de Mincer foi amplamente utilizado e adaptado em diversos estudos subsequentes, tornando-se uma referência na literatura sobre capital humano.

A partir de dados do censo norte-americano, ele estimou diversas especificações de modelos estatísticos, concluindo que aqueles que utilizaram a escolaridade e tempo de experiência como variáveis dependentes foram capazes de explicar até 33% da variação da renda do trabalhador¹, com o coeficiente de retorno médio de escolaridade (β_1 na Equação 1) de até 0.16, o que significa um incremento médio de 17,4% na renda por ano de escolaridade².

Desde então, diversos estudos têm sido realizados para estimar os efeitos da escolaridade sobre a renda do trabalhador, cada um estendendo ou aplicando o modelo de Mincer em diferentes contextos. [Psacharopoulos e Patrinos * \(2004\)](#) estimam, em média, cerca de 10% de incremento de renda para cada ano de estudo. [Colclough, Kingdon e Patrinos \(2010\)](#) mostram, a partir de dados de 34 países, que até a década de 1990 os retornos a cada nível de escolaridade eram decrescentes, mas que, a partir de então, o retorno a cada ano extra de estudo aumenta a cada incremento no nível de escolaridade. Neste mesmo trabalho, os autores demonstram que os retornos em todos os níveis de escolaridade

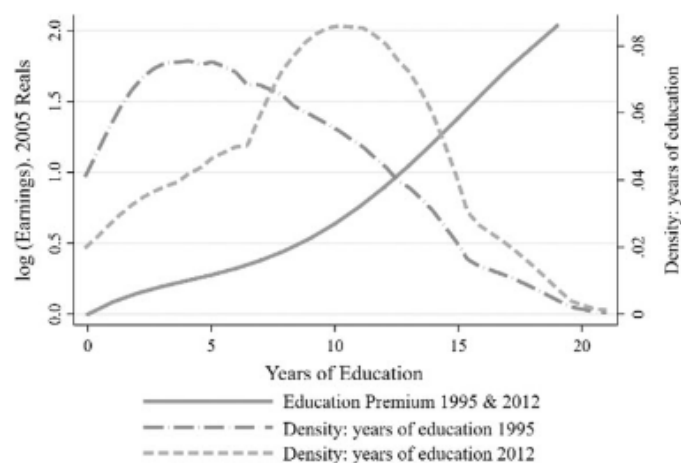
¹ Medidos pelo coeficiente de determinação R^2 .

² Como o modelo utiliza o log da renda, para se computar o efeito em moeda deve-se realizar a operação inversa, resultando em $e^{0.16} = 1.1735$.

(primário, secundário e terciário) estão reduzindo ao longo das décadas, mas que a redução é mais acentuada no nível primário.

Ferreira, Firpo e Messina (2022) analisam a desigualdade salarial no Brasil no período entre 1995-2012 e mostram que os dois principais fatores que aumentam a desigualdade são 1) a maior disparidade de salários entre diferentes setores da economia, e; 2) o chamado “paradoxo do progresso”, o efeito intensificador da desigualdade quando há aumento da educação da população em uma sociedade em que os retornos à educação são convexos, ou seja, aumentam exponencialmente a cada aumento do nível educacional (Figura 1). Esse fenômeno é paradoxal no sentido de que se espera que a educação reduza a desigualdade, mas, em sociedades em que os retornos associados aos níveis superiores de educação são muito altos em relação aos menores, a escolaridade tem efeito contrário, de intensificação das desigualdades.

Figura 1 – Paradoxo do progresso no Brasil.



Fonte: Ferreira et al. (2022).

Nesse sentido, Altonji, Blom e Meghir (2012) aponta que a escolha do curso superior é de grande impacto na determinação da renda, destacando que a diferença no retorno médio entre alguns cursos superiores, como engenharia elétrica e pedagogia, é quase tão grande quanto a diferença média entre indivíduos com ensino médio e ensino superior. Ophem e Mazza (2024) reforçam essa ideia, mostrando que a escolha do curso superior é um dos principais elementos não apenas na renda inicial quanto também na progressão salarial ao longo da carreira.

2.3 METODOLOGIA

Neste trabalho, de ordem quantitativa, utilizo os dados da Relação Anual de Informações Sociais (Rais) de 2006 e 2022 para estimar os efeitos da escolaridade sobre a renda dos trabalhadores do estado do Espírito Santo. Para tanto, utilizo o *data lake* tratado e disponibilizado gratuitamente pelo projeto Base dos Dados (CAVALCANTE, 2022). O acesso, manipulação dos dados e a análise foram realizados com o *software* R (R CORE TEAM, 2024) e o repositório com todo o código realizado aqui está disponível publicamente e pode ser reproduzido em sua totalidade³.

As variáveis de interesse extraídas da Rais foram:

1. renda média nominal naquele ano
2. ciclo de escolaridade
3. idade
4. raça/cor
5. sexo

Após selecionadas, apliquei condições às variáveis para obter amostra completa, ou seja, sem valores faltantes, e coerente. Essas condições estão resumidas na tabela a seguir. Elas implicam na restrição às entradas com renda média positiva não nula; na exclusão de entradas sem quaisquer dos campos escolaridade, raça/cor ou sexo preenchidos.

Além das condições de interesse do pesquisador, é necessário atentar que a Rais trata do mercado de trabalho formal, o que exclui trabalhadores informais e profissionais autônomos. Portanto, o presente trabalho mira estimar as relações escolaridade-renda no mercado de trabalho formal do Espírito Santo, destacando o impacto de substratos marginalizados da sociedade na determinação da renda do trabalhador.

Seguindo Mincer (1974), mas adaptando à nossa Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), faremos uma aproximação para o tempo de experiência de cada indivíduo a partir da seguinte fórmula:

³ <https://github.com/albersonmiranda/monografia>.

Tabela 1 – Possíveis valores para as variáveis selecionadas da Rais

Variável	Valores
Sigla UF	ES
Renda Média Nominal	Númericos, não negativos
Ciclo de Escolaridade	Analfabeto, Ensino Fundamental (I/II, completo/incompleto), Ensino Médio (completo/incompleto), Ensino Superior (completo/incompleto), Mestrado ou Doutorado
Idade	Sem restrições
Raça/Cor	Branco, Preto, Pardo, Indígena ou Amarelo
Sexo	Masculino ou Feminino

Fonte: Elaborado pelo Autor (2024)

$$\text{exp} = \text{idade} - \text{anos de formação} - 6 \quad (2)$$

Em que supõe-se:

- Idade de 6 anos para ingresso no ensino fundamental
- 5 anos para o fundamental I
- 4 anos para o fundamental II
- 3 anos para o ensino médio
- 4 anos para o superior
- 2 anos para o mestrado
- 4 anos par ao doutorado

Assim, por exemplo, para um indivíduo de 30 anos com mestrado, temos $30 - 18 - 6 = 6$ anos de experiência.

Por fim, para permitir comparação direta da renda no tempo, é realizada a deflação pelo IPCA dos valores de 2022 para os valores de 2006 (Equação 3).

$$Vr_{i:j} = \frac{I_j}{I_i} \times V_i \quad (3)$$

Tabela 2 – Entradas por ano

2006	2022
850.132	1.060.134

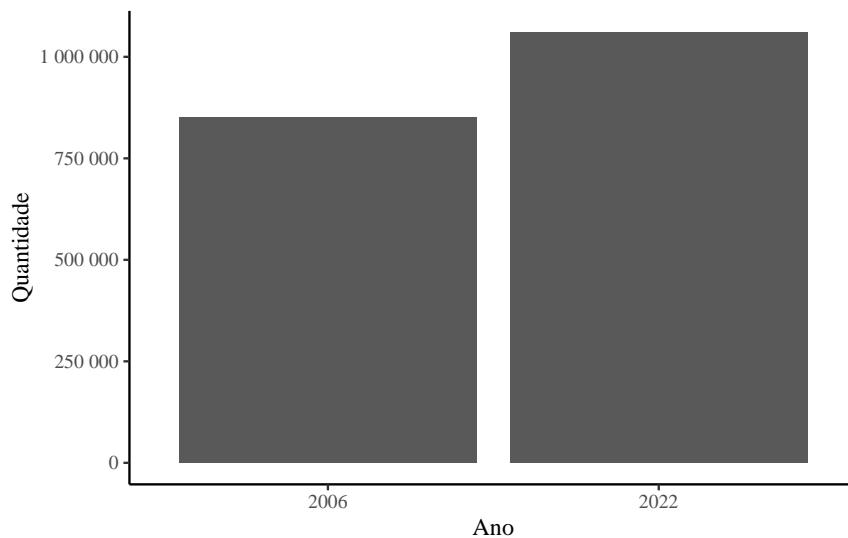
Fonte: Elaborado pelo Autor (2024)

em que $Vr_{i:j}$ é o valor real deflacionado no período i na data-base j , I_i é o índice de preços fixado na data-base j , que neste caso é 2.615 (dezembro/2006), I_j é o índice de preços no período i (dezembro/2022), 6.474 e V_i é o valor nominal no período i .

2.3.1 Análise exploratória dos dados

A primeira camada de entendimento em uma pesquisa deste tipo é a exploratória. Após a aplicação das condições mencionadas, a base de dados conta com expressivos 1.910.266 observações, dos anos de 2006 e 2022, e cobre todos os 78 municípios do Espírito Santo.

Figura 2 – Entradas por ano.

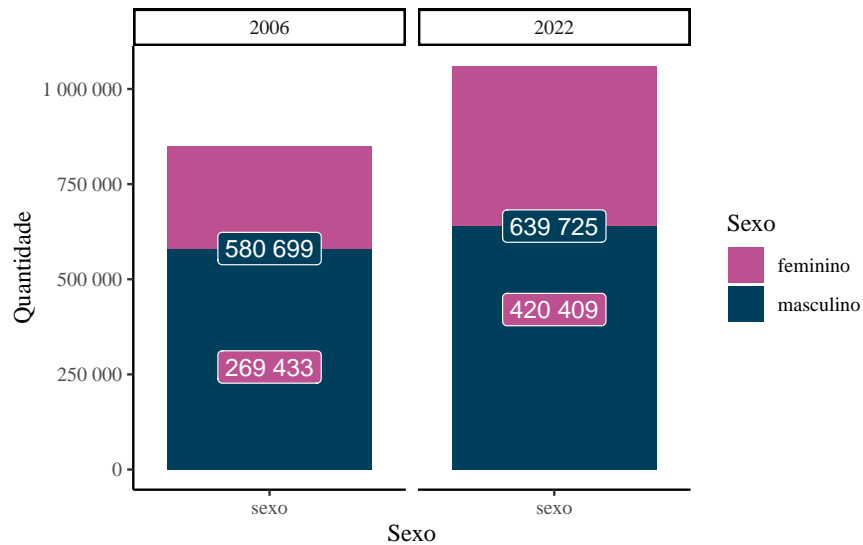


Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

Em termos de gênero no mercado de trabalho formal capixaba, a proporção se manteve praticamente a mesma, com as mulheres ocupando 31.7% das vagas em 2006 e 39.7% em 2022.

Adicionando a dimensão da raça/cor (Tabela 3), vemos uma alta disparidade entre a população empregada, com indicações de que a mulher preta seja o substrato social mais empurrado à informalidade ou desemprego. Isso porque a proporção populacional entre

Figura 3 – Comparativo 2006-2022 por sexo



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

Tabela 3 – Comparativo 2006-2022 por sexo/raça/cor

ano	sexo	preta	amarela	branca	indigena	parda
2006	feminino	14.891	2.032	141.766	1.277	109.467
2022	feminino	33.153	2.685	154.403	1.038	229.130
2006	masculino	49.352	4.917	258.278	2.308	265.844
2022	masculino	62.665	3.984	204.242	1.321	367.513

Fonte: Elaborado pelo Autor (2024)

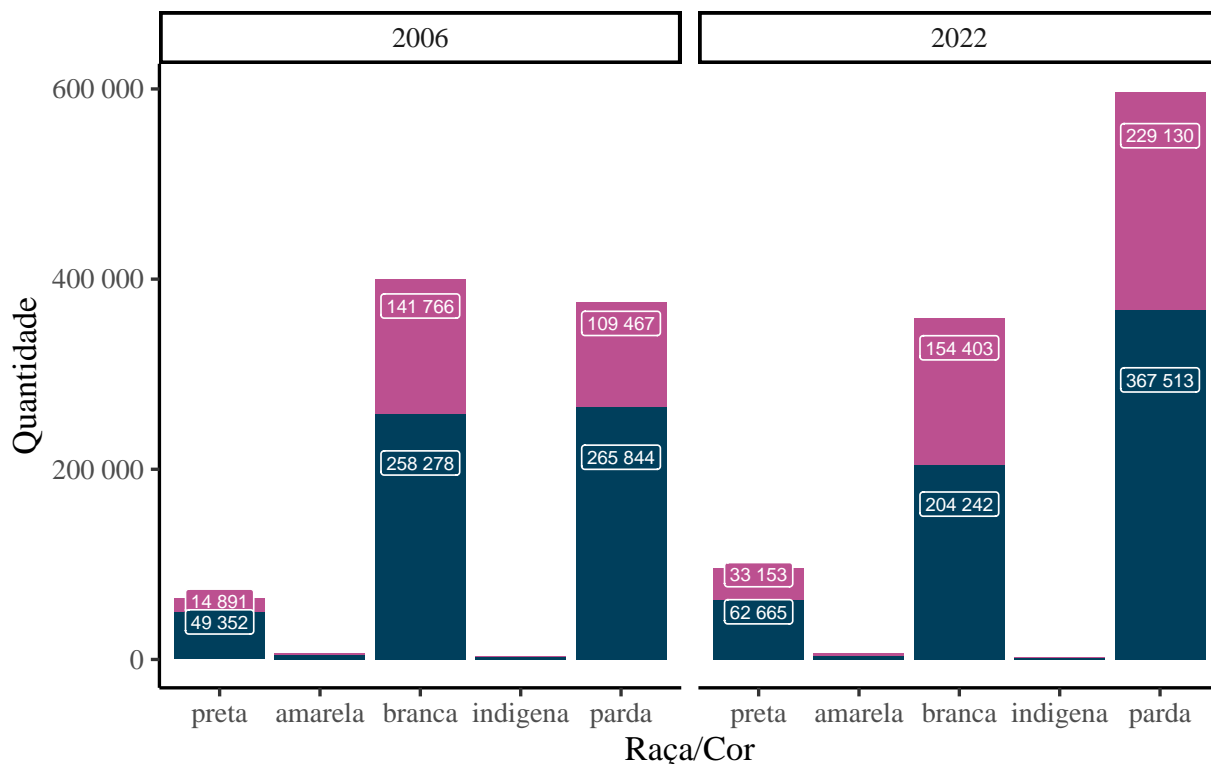
homens e mulheres é 50% mas, dentre os declarados pretos, apenas 34,6% são mulheres. Dentre os brancos, as mulheres ocupam 43,1%.

Essa hipótese é confirmada por dados do IPEA, que mostram, em 2022, 13,9% das mulheres negras estavam desocupadas (Figura 5), e 47,5% na informalidade (Figura 6). Homens negros têm a mesma taxa de informalidade, porém menor taxa de desemprego (8,9%).

Dada a baixa representatividade de indígenas e amarelos, optou-se por excluí-los da análise. A partir deste ponto, a análise contará apenas com brancos, pretos e pardos.

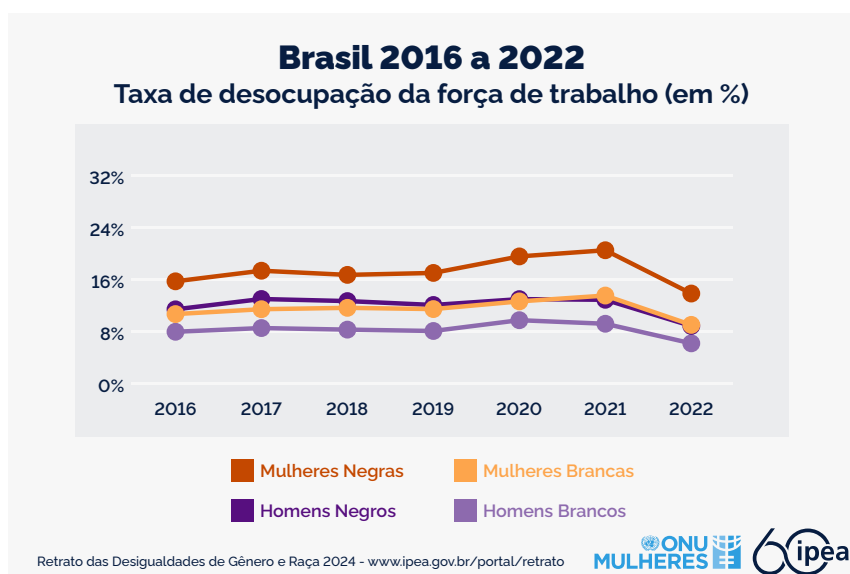
Em relação à escolaridade, seja por uma mudança do perfil da população ou por requerimentos do mercado de trabalho, o fato é que a maior parte das vagas eram ocupadas por trabalhadores com até o ensino fundamental. Agora, a maior parte das vagas são ocupa-

Figura 4 – Comparativo 2006-2022 por sexo/raça/cor



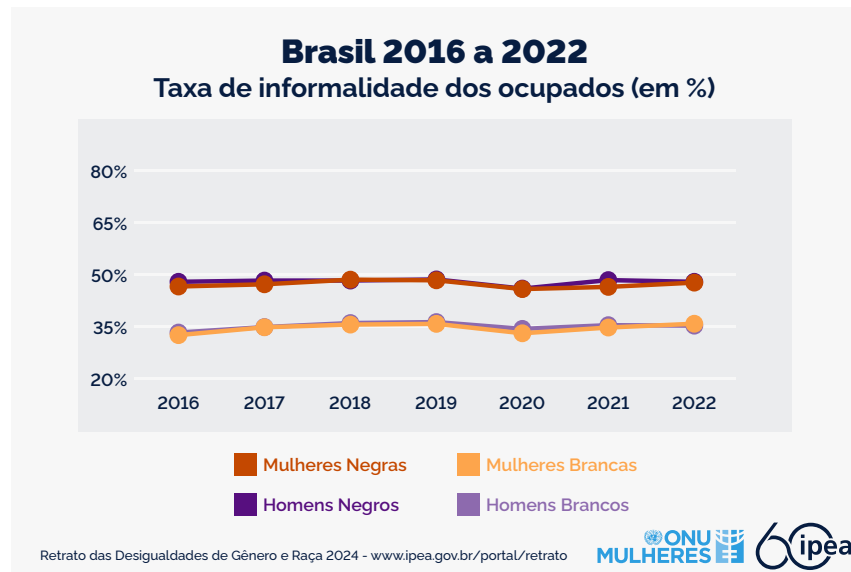
Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

Figura 5 – Taxa de desocupação por sexo/raça.



Fonte: IPEA.

Figura 6 – Taxa de informalidade por sexo/raça.



Fonte: IPEA.

Tabela 4 – Comparativo 2006-2022 por sexo/escolaridade

ano	sexo	nenhum	doutorado	fund_I	fund_II	medio	mestrado	superior
2006	feminino	7.945	82	32.814	64.858	132.232	523	27.670
2022	feminino	5.074	467	18.044	54.703	261.265	1.779	75.354
2006	masculino	40.612	106	129.605	188.726	186.839	552	27.034
2022	masculino	20.644	576	57.396	120.518	379.238	1.744	54.304

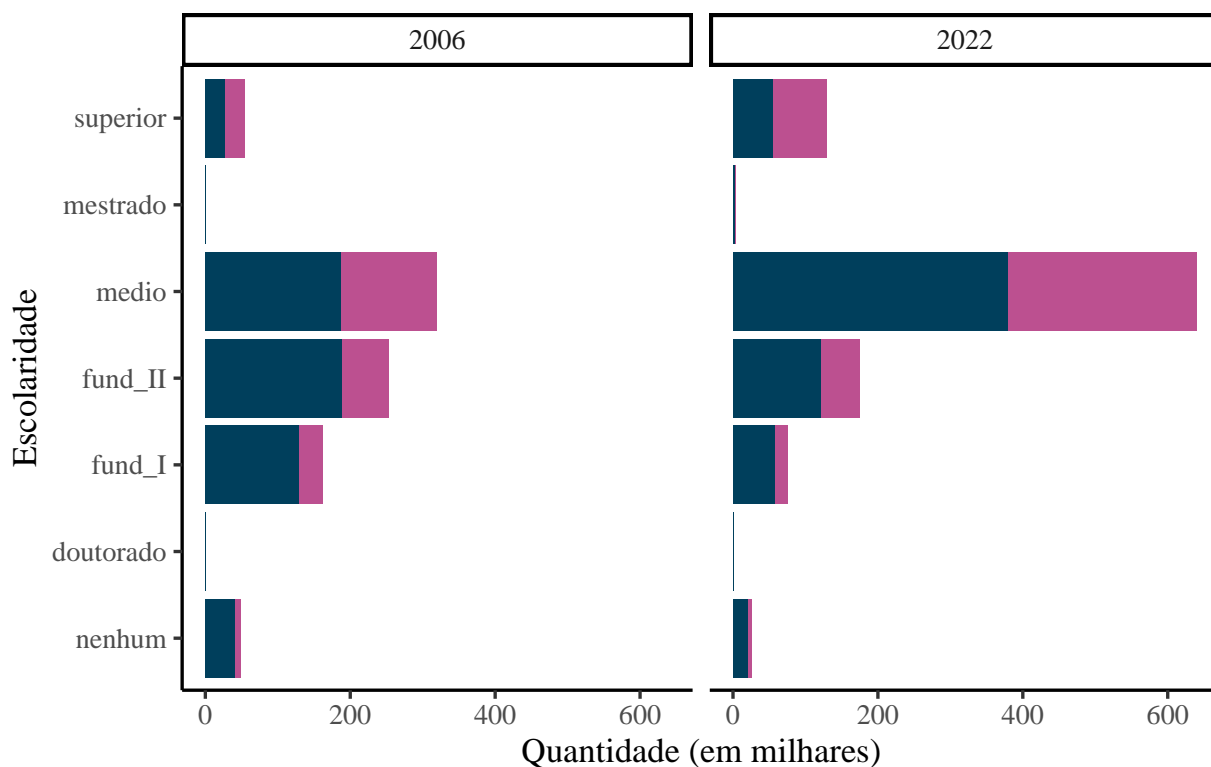
Fonte: Elaborado pelo Autor (2024)

das por trabalhadores com ensino médio. Destaca-se também que a maior fatia das vagas ocupadas por trabalhadores de escolaridade até o ensino fundamental são preenchidas por homens, implicando que as trabalhadoras da mesma escolaridade estão na informalidade.

Adicionando a dimensão da raça/cor, percebemos que a ocupação de postos de trabalho de nível superior deixa de ser quase exclusividade de brancos. Entretanto, pardos e pretos ainda ocupam majoritariamente as vagas de trabalho de nível inferiores de escolaridade, além de, tanto proporcionalmente quanto absolutamente, ainda ocuparem menos vagas de ensino superior.

A Tabela 6 a seguir evidencia mais explicitamente um ponto alarmante: quanto menor o nível de escolaridade da vaga, maior é a proporção de pretos e pardos que a ocupa.

Figura 7 – Entradas por sexo/escolaridade



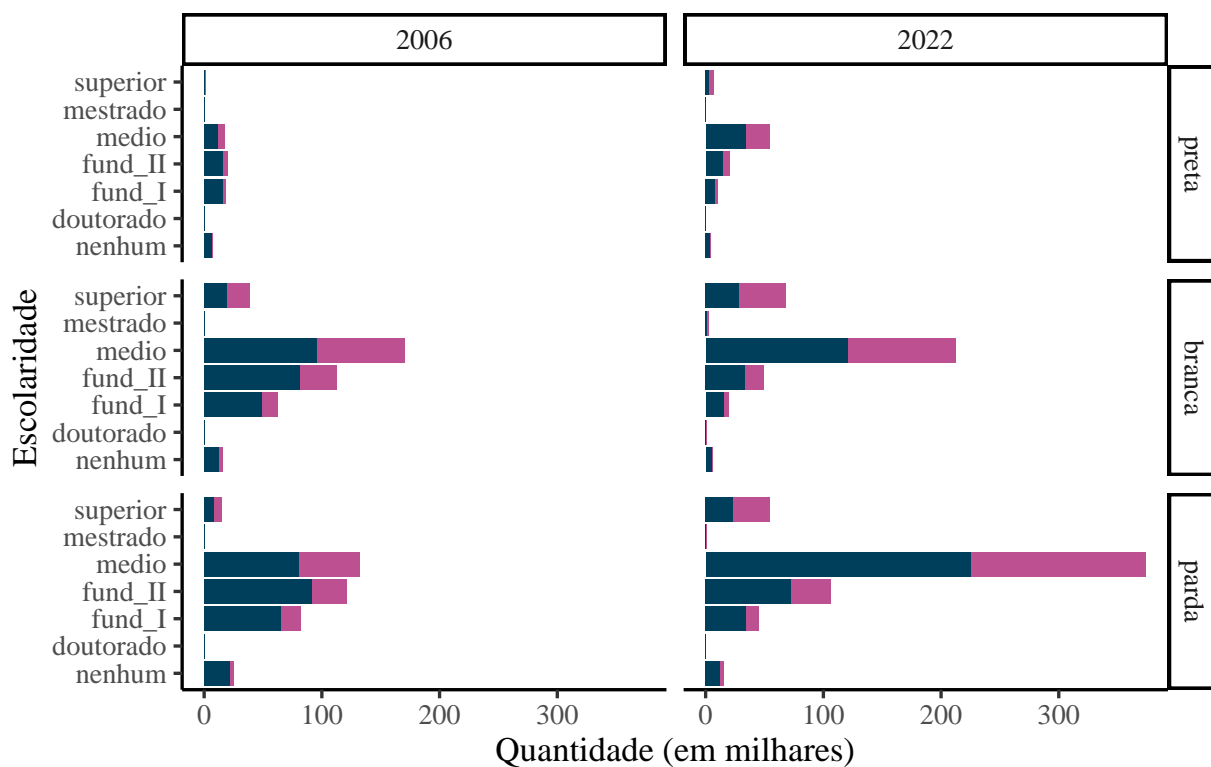
Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

Tabela 5 – Comparativo 2006-2022 por sexo/raca/escolaridade

ano	sexo	raca_cor	nenhum	doutorado	fund_I	fund_II	medio	mestrado	superior
2006	feminino	preta	1.253	2	2.928	4.167	5.982	19	540
2022	feminino	preta	712	21	2.284	5.728	20.402	82	3.924
2006	masculino	preta	6.231	2	15.402	16.081	11.128	26	482
2022	masculino	preta	3.488	21	7.807	14.440	33.834	72	3.003
2006	feminino	branca	2.810	68	13.087	31.227	74.111	384	20.079
2022	feminino	branca	1.432	321	4.725	15.375	91.778	1.222	39.550
2006	masculino	branca	12.690	92	49.076	81.259	95.857	410	18.894
2022	masculino	branca	5.037	377	15.187	33.738	120.433	1.138	28.332
2006	feminino	parda	3.882	12	16.799	29.464	52.139	120	7.051
2022	feminino	parda	2.930	125	11.035	33.600	149.085	475	31.880
2006	masculino	parda	21.691	12	65.127	91.386	79.854	116	7.658
2022	masculino	parda	12.119	178	34.402	72.340	224.971	534	22.969

Fonte: Elaborado pelo Autor (2024)

Figura 8 – Entradas por sexo/escolaridade/raça/cor



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

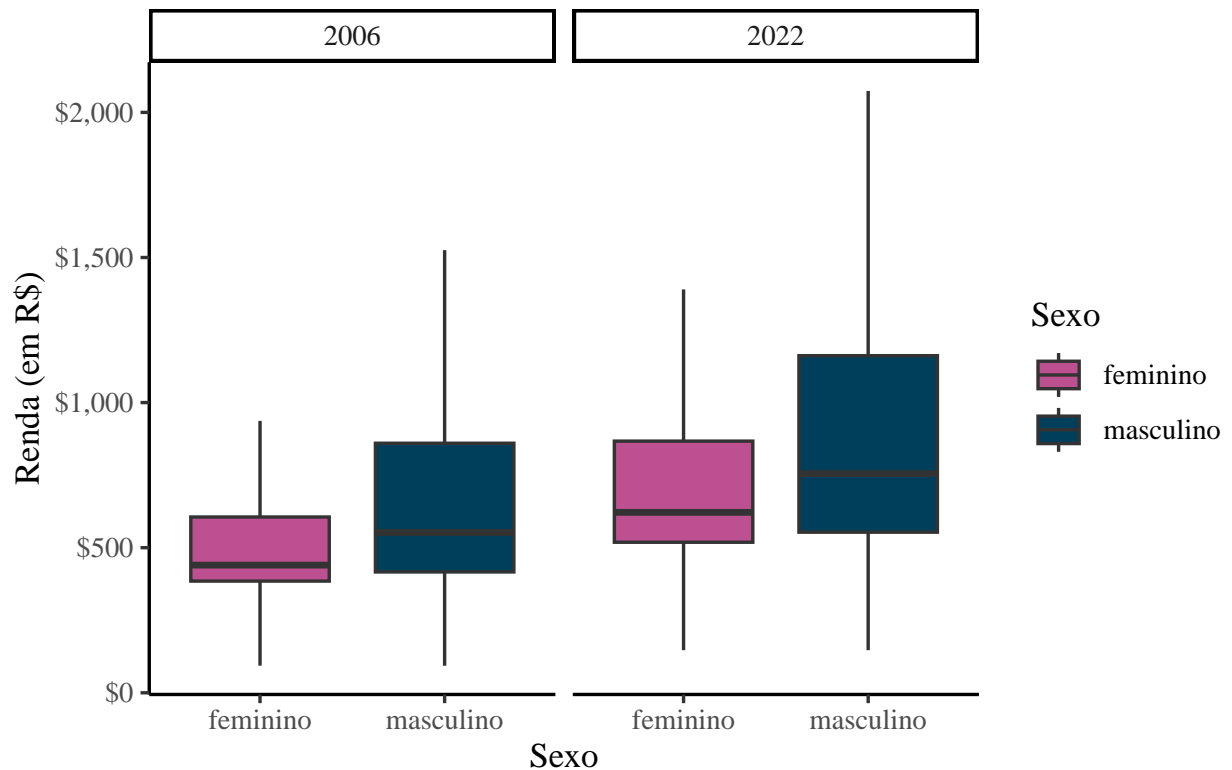
Tabela 6 – Comparativo 2006-2022 proporção de pretos e pardos por nível de escolaridade

grau	ano	prop
nenhum	2006	0.6807875
fund_I	2006	0.6172677
fund_II	2006	0.5564152
medio	2006	0.4673035
superior	2006	0.2875658
mestrado	2006	0.2613953
doutorado	2006	0.1489362
nenhum	2022	0.7484641
fund_I	2022	0.7360551
fund_II	2022	0.7197083
medio	2022	0.6686807
superior	2022	0.4764534
mestrado	2022	0.3301164
doutorado	2022	0.3307766

Fonte: Elaborado pelo Autor (2024)

Finalmente, em relação à renda, tanto a mediana quanto o quartil superior da renda dos homens é superior à das mulheres em quase todos os casos. Além disso, fica evidente a progressão de renda com a escolaridade, principalmente em relação à pós-graduação. Nos gráficos a seguir, os valores de 2022 foram deflacionados para permitir a comparação dos salários reais com os de 2006.

Figura 9 – Boxplot renda por sexo



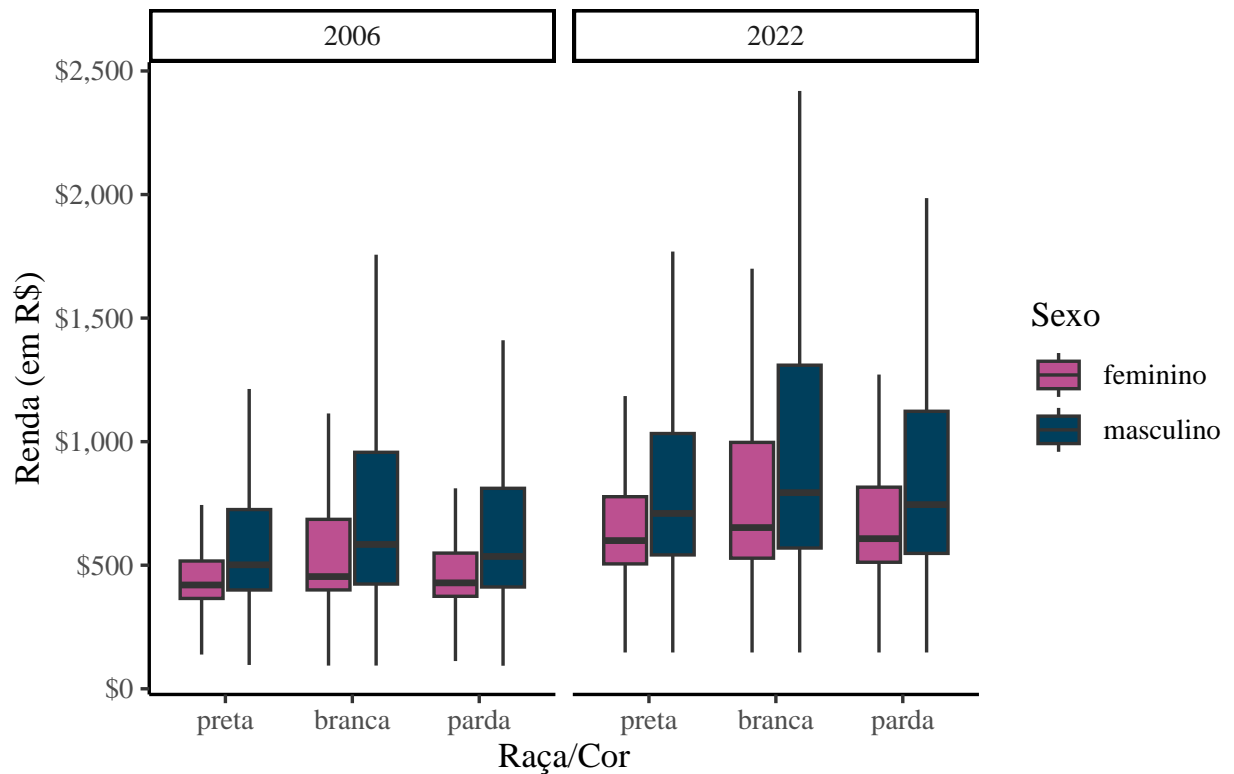
Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

2.3.2 Notas sobre a estimação

Realizada a análise exploratória dos dados, fica evidente quais são os substratos menos favorecidos da sociedade capixaba. A partir daqui, é possível estabelecer as variáveis de linha de base, são elas:

1. Grau de instrução: nenhum (analfabeto).
2. Raça/cor: preta.
3. Sexo: feminino.

Figura 10 – Boxplot renda por sexo/raça/cor

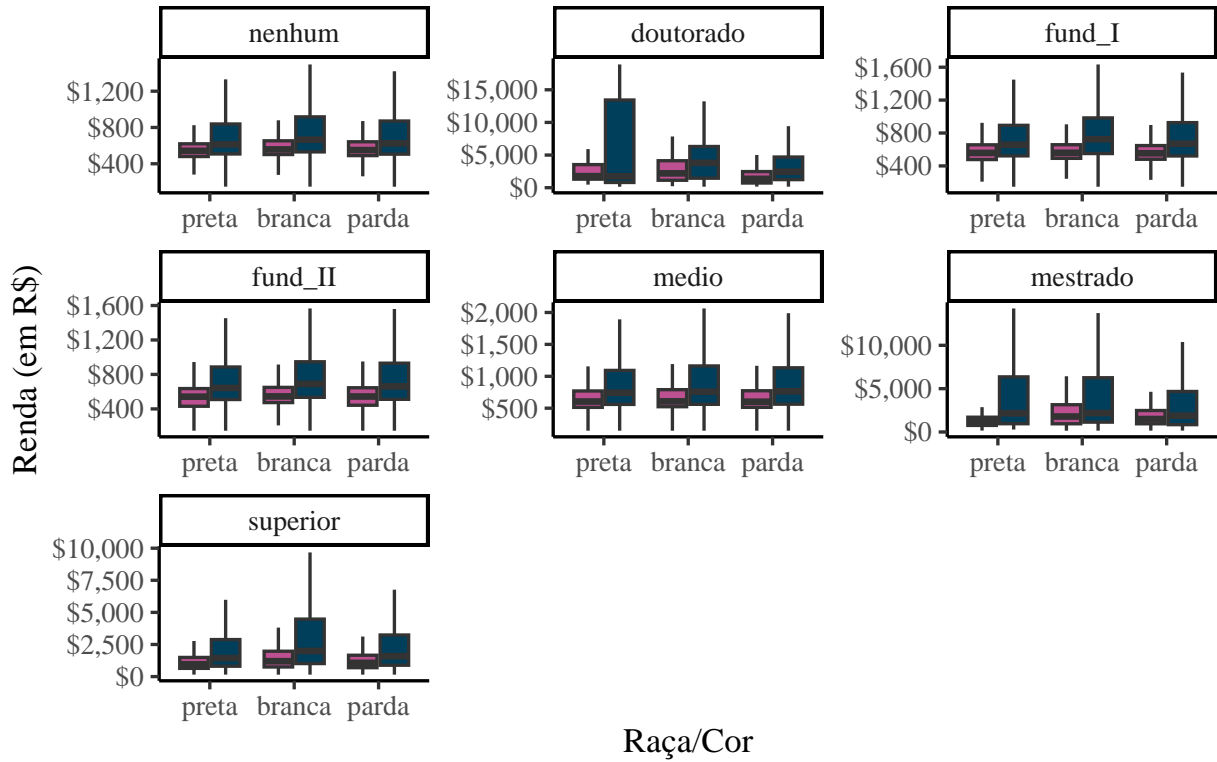


Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

Isso quer dizer que todos os coeficientes a serem estimados serão em relação a essas variáveis de linha de base. Assim, espera-se que a direção dos coeficientes seja no sentido de aumentar a renda do trabalhador, ou seja, que a escolaridade, a experiência e o sexo masculino adquiram coeficientes positivos.

Antes de iniciar a estimação do modelo de regressão linear, é importante justificar algumas escolhas. Embora fatores como a profissão, a indústria na qual o trabalhador esteja inserido, se é setor público ou não, sejam preditores importantes para determinar sua renda (FERREIRA; FIRPO; MESSINA, 2022), assim como a escolha do curso superior pelo aluno influencie em sua renda (ALTONJI; BLOM; MEGHIR, 2012; OPHEM; MAZZA, 2024), essas variáveis não devem ser incluídas no modelo exatamente porque um dos objetivos da escolaridade é permitir aos trabalhadores moverem-se para indústrias de melhor remuneração. Incluí-las significaria estimar os efeitos da escolaridade na mesma indústria/ocupação (eg., o quanto que um engenheiro com mestrado recebe em média a mais que um apenas graduado). Fosse o objetivo do trabalho prever com a maior precisão

Figura 11 – Boxplot renda por sexo/escolaridade/raça/cor (2022)



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

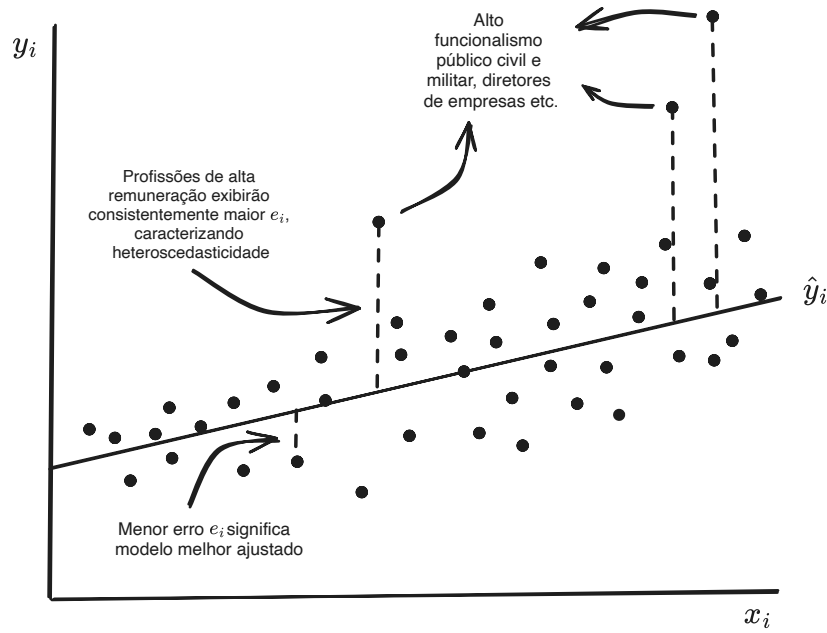
o possível a renda de um determinado indivíduo dadas suas características, essas variáveis deveriam ser inseridas. Entretanto, espera-se estimar isoladamente os efeitos da educação em cada substrato da população capixaba.

Devido à omissão dessa variável, espera-se a inclusão de viés de variável omitida e, consequentemente, a violação da hipótese de homoscedasticidade (variância constante do resíduo) do modelo clássico de regressão linear. A intuição é que profissões de alta remuneração, como juízes, médicos e engenheiros, se dão em menor frequência e são de maior remuneração, gerando resíduo e_i positivo consistentemente, de forma que a variância dos resíduos não seja constante.

2.4 ESTIMAÇÃO

Para estimar os efeitos da escolaridade na determinação da renda do trabalhador formal no Espírito Santo, utilizo um modelo de regressão linear múltipla log-linear. A variável dependente é a renda média nominal do trabalhador, e as variáveis independentes são o ciclo

Figura 12 – Heteroscedasticidade decorrente de omissão de variável importante.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

de escolaridade, estimativa de experiência (incluindo um termo quadrático para avaliar possíveis efeitos não lineares), a raça/cor e o sexo do trabalhador. A escolha do modelo de regressão linear múltipla se dá por sua capacidade de interpretação e pela possibilidade de estimar os efeitos marginais de cada variável independente na variável dependente, bem como a possibilidade de incluir interações entre as variáveis independentes.

A especificação do modelo é dada por:

$$\log(\mathbf{Y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\mu} \quad (4)$$

Onde \mathbf{Y} é o vetor da renda nominal, \mathbf{X} é o vetor de preditores, $\boldsymbol{\beta}$ é o vetor de coeficientes a serem estimados e $\boldsymbol{\mu}$ é o vetor do erro estocástico. Como a escolaridade, raça/cor e sexo são variáveis qualitativas, cada estado recebe uma variável binária — que pode assumir os valores 0 ou 1 —, e coeficiente, exceto os estados definidos como linha de base. Dessa forma, temos:

- X_1 : escolaridade (grau) = fundamental I

- X_2 : escolaridade (grau) = fundamental II
- X_3 : escolaridade (grau) = médio
- X_4 : escolaridade (grau) = superior
- X_5 : escolaridade (grau) = mestrado
- X_6 : escolaridade (grau) = doutorado
- X_7 : sexo = masculino
- X_8 : raça/cor (raca_cor) = amarela
- X_9 : raça/cor (raca_cor) = branca
- X_{10} : raça/cor (raca_cor) = parda
- X_{11} : experiência (exp)
- X_{12} : experiência ao quadrado (exp^2)

E também serão estimados coeficientes para interação, que estimam o efeito em pares de estados possíveis para as variáveis de escolaridade, sexo e raça/cor (e.g., o efeito de ser do sexo masculino e da cor branca é representado pela interação $X_7 \times X_9$).

Então, temos o vetor de covariantes:

$$\mathbf{X} = [1 \quad X_1 \quad X_2 \quad \dots \quad X_1 * X_7 \quad X_1 * X_8 \quad \dots] \quad (5)$$

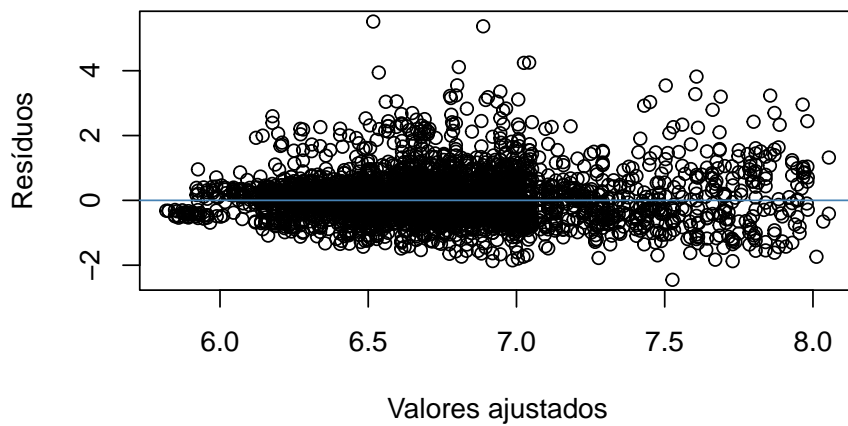
E o vetor de coeficientes:

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (6)$$

Os gráficos de diagnóstico dos resíduos para o modelo de 2022 são apresentados a seguir. Usando uma amostra aleatória de 5 mil resíduos para plotar os gráficos, é possível notar na Figura 14 que a distribuição apresenta assimetria positiva, com cauda mais pesada à

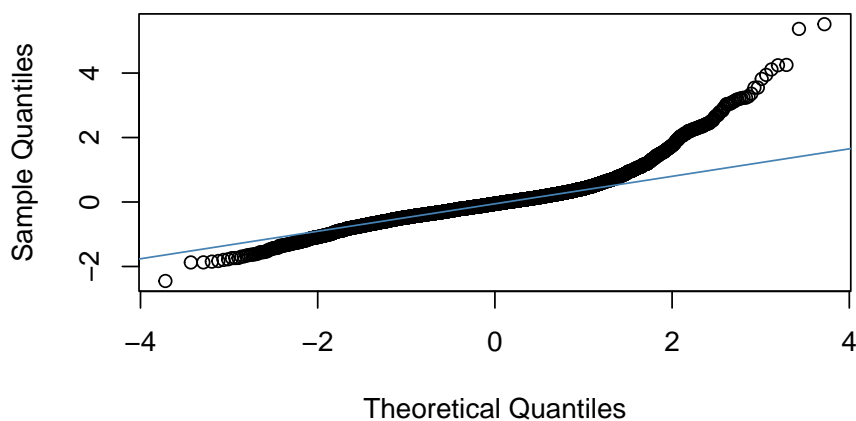
direita, o que podemos confirmar com o histograma completo dos resíduos (Figura 15). Isso significa que o modelo consegue explicar bem a parte inferior e central da distribuição da renda, mas **falha mais em explicar os quantis superiores, onde estão os maiores salários**. Considerando que o desvio-padrão da renda é R\$5.787,57, a assimetria positiva dos resíduos, que assume desvios extremos a partir de 3 desvios-padrão, indica que o modelo subestima a renda dos trabalhadores com salários a partir de R\$17.362,72. Ou seja, outros fatores além da escolaridade, raça/cor, sexo e experiência, são necessários para explicar remunerações nesse nível.

Figura 13 – Gráfico de dispersão dos resíduos.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

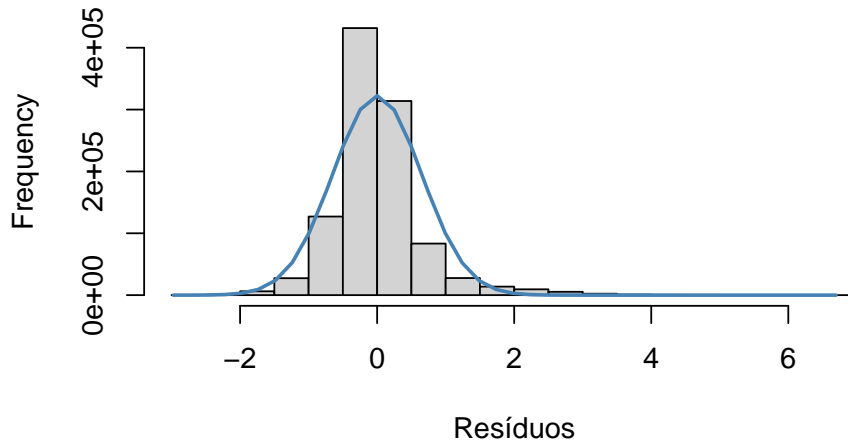
Figura 14 – Gráfico Quantil-Quantil dos resíduos.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

Formalmente, a heteroscedasticidade pode ser verificada através do teste de Breusch-Pagan, que avalia se os resíduos da regressão μ são independentes dos preditores \mathbf{X} . O

Figura 15 – Histograma dos resíduos.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

Tabela 7 – Teste Breusch-Pagan para heteroscedasticidade

statistic	p.value	parameter	method
38140.24	0	31	studentized Breusch-Pagan test

Fonte: Elaborado pelo Autor (2024)

resultado do teste é exibido na Tabela 7. Com p-valor quase nulo, rejeitamos a hipótese nula de homoscedasticidade, como esperado.

H_0 : Homoscedasticidade

H_1 : Heteroscedasticidade

Para corrigir a heteroscedasticidade e obter testes de hipóteses válidos para significância individual dos coeficientes β , utilizo a correção de White para erros padrões robustos. Os resultados da estimação na Tabela 8 já incluem os erros padrões robustos.

2.5 RESULTADOS

Os resultados da estimação dos modelos de regressão linear múltipla para os anos de 2022 e 2006 são apresentados na Tabela 8 a seguir. Como a variável dependente é o logaritmo da renda, deve-se interpretar os coeficientes de acordo com o tipo de variável independente (ver Apêndice A).

Na comparação dos anos de 2006 e 2022, o primeiro fato a se notar é que o coeficiente de

Tabela 8 – Estimação

	<i>Dependent variable:</i>	
	log(remuneração)	
	2022	2006
graudoutorado	1.433*** (0.211)	1.957*** (0.496)
graufund_I	−0.006 (0.013)	0.094*** (0.007)
graufund_II	0.101*** (0.013)	0.289*** (0.007)
graumedio	0.398*** (0.012)	0.598*** (0.007)
graumestrado	1.239*** (0.098)	1.764*** (0.148)
grausuperior	0.892*** (0.016)	1.286*** (0.025)
sexomasculino	0.274*** (0.008)	0.267*** (0.005)
raca_corbranca	−0.002 (0.014)	0.055*** (0.007)
raca_corparda	−0.015 (0.013)	0.063*** (0.007)
exp	0.035*** (0.0002)	0.040*** (0.0002)
I(exp^2)	−0.0004*** (0.00000)	−0.001*** (0.00000)
sexomasculino:raca_corbranca	0.039*** (0.005)	0.012*** (0.004)
sexomasculino:raca_corparda	0.010** (0.004)	0.013*** (0.004)
graudoutorado:sexomasculino	0.154** (0.065)	−0.405*** (0.123)
graufund_I:sexomasculino	0.029*** (0.008)	0.092*** (0.005)
graufund_II:sexomasculino	0.009 (0.008)	0.048*** (0.005)
graumedio:sexomasculino	−0.056*** (0.008)	0.0002 (0.005)
graumestrado:sexomasculino	0.046 (0.039)	−0.188*** (0.054)
grausuperior:sexomasculino	0.166*** (0.009)	0.118*** (0.008)
graudoutorado:raca_corbranca	0.085 (0.216)	0.330 (0.504)
graufund_I:raca_corbranca	0.029* (0.016)	−0.030*** (0.007)
graufund_II:raca_corbranca	−0.005 (0.015)	−0.038*** (0.007)
graumedio:raca_corbranca	0.002 (0.014)	0.022*** (0.008)
graumestrado:raca_corbranca	0.137 (0.100)	0.200 (0.150)
grausuperior:raca_corbranca	0.222*** (0.018)	0.142*** (0.025)
graudoutorado:raca_corparda	−0.160 (0.222)	0.075 (0.536)
graufund_I:raca_corparda	0.019 (0.014)	−0.056*** (0.007)
graufund_II:raca_corparda	0.020 (0.014)	−0.069*** (0.007)
graumedio:raca_corparda	0.006 (0.013)	−0.026*** (0.007)
graumestrado:raca_corparda	0.029 (0.104)	−0.106 (0.157)
grausuperior:raca_corparda	0.083*** (0.017)	0.067*** (0.026)
Constant	5.686*** (0.012)	5.263*** (0.007)
Observations	1,051,106	839,598
R ²	0.233	0.317
Adjusted R ²	0.233	0.317
Residual Std. Error	0.650 (df = 1051074)	0.527 (df = 839566)
F Statistic	10,277.470*** (df = 31; 1051074)	12,545.780*** (df = 31; 839566)

*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

determinação R^2 reduziu de 31,7% para 23,3%. Isso significa que a qualidade do ajuste foi reduzida, ou seja, em 2022, o mesmo conjunto de variáveis explica menos a variação da renda do trabalhador formal no Espírito Santo do que em 2006.

O segundo resultado imediato é a redução dos coeficientes relacionados à escolaridade na linha de base. Todos os efeitos marginais, apesar de significativos e positivos, são menores que em 2006. Isso significa que, embora a escolaridade continue sendo um fator determinante na renda do trabalhador formal, seus efeitos estão se reduzindo ao longo do tempo. Por exemplo, o efeito marginal de ter o ensino superior completo em relação ao médio em 2006 — lembrando que as características de linha de base é sexo feminino e cor preta —, era $\frac{e^{1.286}}{e^{0.598}} = 1.99$, ou seja, duas vezes maior. Em 2022, esse efeito caiu para $\frac{e^{0.892}}{e^{0.398}} = 1.64$, uma redução de 17,7%.

Esse fenômeno não é exclusivo do Espírito Santo, sendo também observado por [Colclough, Kingdon e Patrinos \(2010\)](#), que atribuem como causa mudanças estruturais na escolaridade da população:

A expansão educacional no nível primário procedeu a uma taxa que excedeu a da criação de empregos em muitos dos países mais pobres. Em consequência, tornou-se cada vez mais difícil, na maioria dos continentes do Sul, encontrar empregos no setor formal sem ter algum nível de educação pós-primária. De forma mais geral, à medida que os sistemas educacionais se expandem para incluir maiores proporções do grupo em idade escolar, a qualificação exigida para a elegibilidade a determinados empregos aumenta. Nessas circunstâncias, é de se esperar que o acesso reduzido a empregos proporcionado pela escolaridade primária esteja associado a uma pressão descendente sobre suas recompensas salariais ([COLCLOUGH; KINGDON; PATRINOS, 2010](#)).

Segundo os autores, conforme maior parte da população alcança determinado nível educacional, as vagas de trabalho nos níveis inferiores desaparecem. A evidência é a escassez, ou quase extinção, das vagas de trabalho que exigem apenas o ensino fundamental completo. Com isso, à medida que o nível educacional médio da população aumenta, a escolaridade tende a deixar de ser um fator de diferenciação e passar a ser um requisito mínimo para a entrada no mercado de trabalho formal.

O terceiro resultado aparece quando analisamos os substratos da população. Em primeiro lugar, em relação aos coeficientes, enquanto praticamente todos foram significativos para o

ano de 2006, aqueles associados à cor parda são, em quase sua totalidade, não significativos em 2022. Isso pode indicar que ser considerado pardo de fato deixa de ser um preditor para a renda, com pardos ocupando posições diversas no mercado de trabalho indistintamente.

Ainda em relação à variável `raca_cor`, ser branco não escolarizado está associado a um efeito negativo da renda em 2022. Uma hipótese é de que a escolaridade média da população branca tenha avançado mais rapidamente, de forma que sua parcela não escolarizada esteja presente em maior parte no setor agrícola no interior do estado, cuja remuneração é inferior e, embora tenha avançado nos últimos anos, ainda corresponde a 71% da renda média brasileira (POSSAMAI; SERIGATI; DIZ, 2023).

Já quando olhamos para a população escolarizada, o cenário é invertido. O coeficiente do ensino superior sobre a linha de base, ou seja, mulheres pretas com ensino superior, é 0.892, o que corresponde a um efeito de $e^{0.892} = 2.44$ na renda. Já para a interação ensino superior e cor branca, o coeficiente estimado é de 0.222, o que corresponde a um efeito de $e^{0.892-0.002+0.222} = 3.04$. Isso significa que uma mulher branca com ensino superior tem remuneração, em média, 25% superior a uma mulher preta no Espírito Santo.

Em relação ao sexo, os efeitos marginais associados ao sexo masculino escancaram as diferenças de gênero no mercado de trabalho formal capixaba. Sob a linha de base, o efeito de ser homem é de $e^{0.274} = 1.315$. Quando associado à cor branca com ensino superior, esse efeito aumenta para $e^{0.892+0.274-0.002+0.039+0.166+0.222} = 4.91$, ou seja, dentre a população branca detentora de educação superior, ser homem concede uma vantagem média de 62% em relação à remuneração da mulher. Em relação à mulher preta graduada, essa vantagem é de 101%.

As dimensões raciais e de gênero são tão importantes que o efeito marginal de ser homem branco com ensino superior ($e^{0.892+0.274-0.002+0.039+0.166+0.222} = 4.9086$) é maior do que o efeito de ser uma mulher preta com doutorado ($e^{4.191}$). Ou seja, mesmo com doutorado, a remuneração média de mulheres pretas é 17% menor que a de homens brancos com apenas graduação.

Em relação à experiência, por conta da presença do termo quadrático para captar possíveis

efeitos não lineares, a interpretação dos coeficientes é um pouco mais complexa⁴. Sob a hipótese de que até certo ponto a idade se relaciona positivamente e, ao final da carreira, negativamente com a renda, espera-se que o coeficiente quadrático seja negativo, o que é confirmado pelo sinal do coeficiente do termo quadrático. Com isso, por exemplo, 15 anos de experiência contribuem, em média, com $e^{0.035*15-0.0004*15^2} = 1.545$ na renda, ou um acréscimo de 54,5% na renda em relação a um indivíduo sem experiência.

O ponto de inflexão, onde a idade/experiência começa a contribuir negativamente para a renda, pode ser determinado utilizando o teste da derivada primeira. Para isso, igualamos a derivada primeira da equação de renda em relação à experiência a zero e resolvemos para a experiência. Definindo $f(exp) = \beta_{11} * exp + \beta_{12} * exp^2$, temos:

$$\begin{aligned} f'(exp) &= \beta_{11} + 2(\beta_{12})(exp) = 0 \\ exp &= -\frac{\beta_{11}}{2(\beta_{12})} \end{aligned} \tag{7}$$

Substituindo os coeficientes estimados, encontramos que o ponto de inflexão é $-\frac{0.035}{2*-0.0004} = 43.75$. Portanto, em média, após 44 anos de experiência, cada ano adicional passa a impactar negativamente a renda do trabalhador formal no Espírito Santo.

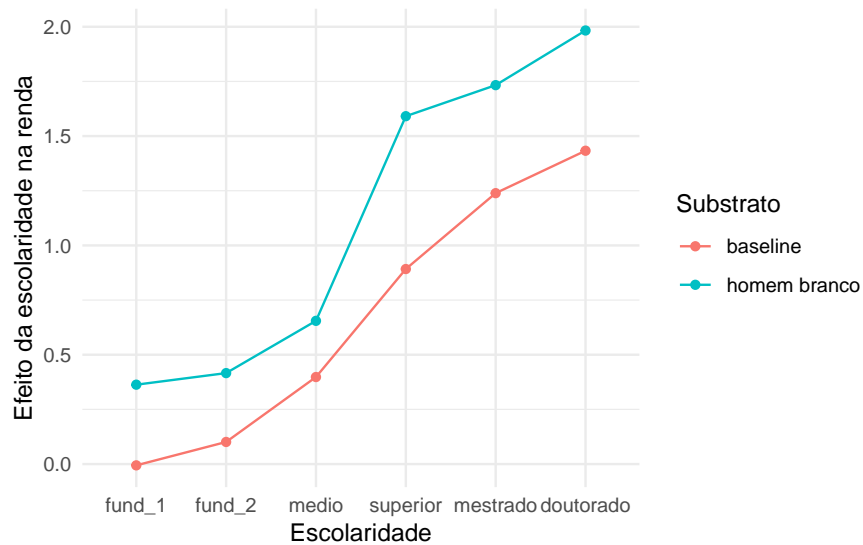
Por fim, comparo os resultados obtidos com a análise de [Ferreira, Firpo e Messina \(2022\)](#) em relação ao paradoxo do progresso. [Ferreira, Firpo e Messina \(2022\)](#) chegaram à conclusão da convexidade dos efeitos da escolaridade na renda a partir da análise da amostra completa. Entretanto, ao analisar a amostra por substratos, ao menos para o corte amostral deste trabalho, observamos que os retornos à escolaridade não são convexos para o substrato da linha de base (mulheres pretas). Já para o substrato de homens brancos, os retornos não são apenas convexos, mas também apresentam descontinuidade no ensino superior, intensificando as desigualdades (Figura 16).

2.6 CONCLUSÃO

Neste estudo, demonstro que a escolaridade é um fator determinante na renda do trabalhador formal no Espírito Santo, com efeitos positivos e significativos em todos os níveis

⁴ Ver proposição A.3.

Figura 16 – Efeito da escolaridade na renda por substrato social.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

de escolaridade. Entretanto, seus efeitos estão se reduzindo ao longo dos anos.

Destacam-se os seguintes resultados:

1. O coeficiente de determinação reduziu de 31,7% para 23,3% entre 2006 e 2022, indicando a redução da capacidade do modelo de explicar a variação da renda do trabalhador formal no Espírito Santo. Isso pode ser um indicativo de que outros fatores não observados estão se tornando mais importantes na determinação da renda do trabalhador formal.
2. Os maiores resíduos de regressão estão nos quantis superiores da distribuição da renda, indicando que o modelo falha em explicar os maiores salários, os subestimando. Isso significa que fatores não observados são importantes na determinação das maiores rendas. Escolaridade não explica altos salários. Outros tipos de privilégios devem ser considerados.
3. Todos os coeficientes associados à escolaridade diminuíram na linha de base (mulheres pretas) entre 2006 e 2022, indicando que a escolaridade está deixando de ser um fator de diferenciação e passando a ser um requisito mínimo para a entrada no mercado de trabalho formal.
4. Fora da linha de base, os efeitos para nível superior aumentariam quando associados

à cor branca ou sexo masculino, indicando que a desigualdade racial e de gênero no mercado de trabalho formal capixaba, apesar de ter reduzido em relação ao acesso, não reduziu em relação à remuneração.

5. O paradoxo do progresso, observado por [Ferreira, Firpo e Messina \(2022\)](#), não se aplica ao substrato da linha de base (mulheres pretas), cujos retornos à escolaridade não são convexos. Já para o substrato de homens brancos, os retornos não são apenas convexos, mas também apresentam descontinuidade no ensino superior, intensificando as desigualdades.

Acerca desses resultados, além da explicação da mudança estrutural da oferta de trabalhadores qualificados explorada em [Colclough, Kingdon e Patrinos \(2010\)](#), podemos oferecer uma interpretação alternativa, ou complementar, seguindo a literatura da sociologia da educação. Segundo Bourdieu, podemos argumentar que

[...] a instituição escolar dissimula por trás de sua aparente neutralidade, ou seja, justamente a reprodução das relações sociais e de poder vigentes. Encobertos sob as aparências de critérios puramente escolares, estão critérios sociais de triagem e de seleção dos indivíduos para ocupar determinados postos na vida ([RODRIGUES, 2018](#)).

Essa afirmação nos convida a indagar se, de fato, é a escolaridade que determina a renda do trabalhador, ou se, contrariamente, é sua posição social que determina a escolaridade. No Espírito Santo, como um recorte do Brasil, até a década passada, os cursos superiores, principalmente os de maior retorno, eram praticamente exclusivos para parcela privilegiada da sociedade. Entretanto, com o advento de políticas afirmativas e consequente aumento da democratização do ensino superior, a camada mais pobre da população ganhou acesso à essa educação. Entretanto, conforme o resultado da estimação demonstrou, mesmo quando com a mesma qualificação, substratos não privilegiados da população permanecem com renda inferior. Essa linha de raciocínio será explorada no capítulo seguinte.

3 O PAPEL DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SOB A HEGEMONIA DO CAPITAL

3.1 INTRODUÇÃO

Em uma sociedade capitalista, não se pode compreender a educação desassociada das relações de trabalho. Pois além das técnicas aplicadas à educação – aí compreendidas a pedagogia em suas dimensões filosófica e sociológica –, as normas vigentes e valores compartilhados de uma determinada sociedade também são refletidas e moldam as ações educacionais.

Neste capítulo, procuro sistematizar os mecanismos de reprodução do capitalismo na educação, mostrando evidenciar como a educação matemática, enquanto não rompe com seu papel na reprodução das relações sociais de poder, é ineficaz na promoção de mudanças estruturais na sociedade.

3.2 EDUCAÇÃO PRÉ-CAPITALISTA

Considere o seguinte exercício mental: Suponha uma sociedade em um futuro muito distante onde não exista trabalho como relação social. Robôs realizam toda a atividade laboral. Como seria a escola nessa sociedade? O que sobra de *puro* na educação? Qual seria seu propósito? Antes de tentar inferir qualquer coisa acerca de tais perguntas, podemos nos munir de uma breve visão geral do propósito da educação na história da educação.

De acordo com [Cubberley \(1920\)](#), na Atenas do século V a.C., antes do tempo dos sofistas, o currículo básico consistia de leitura, escrita, música e ginástica, e era requerido para a obtenção do *status* de cidadão. Somente detentores desse grau eram autorizados a participar das *ekklesia*, a principal assembléia da democracia ateniense. A educação, a qual era exclusiva para homens, era privada e as taxas dependiam da capacidade de pagamento dos pais. Apenas professores de grandes escolas tinham algum prestígio, com os demais ocupando posições baixas na hierarquia social ateniense. Gramática, aritmética, ciências ou línguas estrangeiras não faziam parte do currículo – mas apenas aquilo que era necessário para a *normalização moral* do indivíduo ateniense: Música, literatura, sua própria religião, treinamento físico e instruções acerca das tarefas e obrigações de um

cidadão.

Segundo o autor, as fábulas de Homero recheadas de heroísmo, *Ilíada* e *Odisséia*, eram as primeiras e maiores leituras dos gregos, de forma que “*To appeal to the emotions and to stir the will along moral and civic lines was a fundamental purpose of the instruction*”. Nessas obras, estavam incluídas lições de ética, política, vida social e, é claro, o que se espera de um soldado. Todos os elementos desejáveis para integração moral do futuro cidadão: severo mas simples e honesto, trabalhador, obediente às leis, que renega o conforto e o vício. O próprio retrato de Perseus refletido em cada menino grego.

Atravessando o Mar Jônico até Roma, suas primeiras escolas, cerca de 300 a.C., eram mais restritas que as atenienses, e tinham o propósito de intruir os jovens para a carreira política, sendo compostas por uma pequena e seleta parcela que tinha acesso à educação. Com a ascensão do império e a queda da grécia no século 2 a.C., o grande fluxo de gregos escolarizados para Roma causou o processo de helenização da cidade, de forma que as escolas romanas eram, de fato, escolas gregas ligeiramente modificadas para se adaptar a Roma. Em adição a gramática, composição, ética, história, mitologia e geografia, as escolas de retórica foram desenvolvidas para preparar os profissionais da lei e da vida pública em Roma. Homero continuava a ser o autor favorito em grego, mas agora as escolas contavam também com autores latino-romanos, como Virgílio e Horácio. Nas ciências, um pouco de geometria e astronomia foram adicionadas por sua utilidade prática. Com isso, as sete artes liberais da idade média – gramática, retórica, dialética, aritmética, geometria, música e astronomia – já estavam presentes (CUBBERLEY, 1920).

Assim como na sociedade ateniense, a educação era privada e reservada àqueles que pudessem pagar por ela. Os professores eram, ou pagãos, ou indiferentes a religião; e, por conta disso, as escolas eram cada vez menos frequentadas pelos cristãos, que cresciam rapidamente na população do império. Ao século V, as escolas romanas entraram em declínio, desaparecendo no século seguinte (WILLIAMS, 2016).

Segundo Williams (2016), a intensa instabilidade da europa após a queda de Roma, somada à disseminação do cristianismo, tiveram grande impacto na educação, caracterizando o período da alta idade média como de densa ignorância, não apenas entre a população geral, mas também entre os nobres e apenas “levemente mitigada” entre a maior

parte do clero. Ele lista como causas para a prevalência da ignorância: 1) a rejeição dos primeiros cristãos em relação a seus opressores pagãos, aí incluindo sua literatura, por conta não apenas de sua origem, como também pela mitologia que carrega; 2) Fora a bíblia, os livros eram caros e raros em relação ao império, uma vez que eles eram manuscritos e copiados à mão por escravos; 3) Esses poucos e caros livros eram escritos em latim, sendo ininteligíveis para a vasta maioria da população, uma vez que os diversos dialetos que eclodiram na região a partir das invasões bárbaras não eram desenvolvidos ou predominantes o suficiente durante a alta idade média; 4) A própria ideia e tradição de educação formal foi perdida culturalmente, perdendo seu valor como algo necessário; 5) Por fim, a partir do século IX, com a expansão do sistema feudal, o isolamento e os perigos associados às viagens durante o período potencializaram o custo de se obter educação e realizar as interações sociais necessárias para o desenvolvimento intelectual.

A educação formal no início da igreja cristã era apenas catecumenal, e sua principal preocupação era a *regeneração moral da sociedade através da regeneração moral dos convertidos* (WILLIAMS, 2016). Além disso, o esforço educacional da igreja estava fechada nela mesma, com o objetivo de criar sua base teológica, e não voltada para formação intelectual da sociedade a qual servia:

Almost everything that we today mean by civilization in that age was found within the protecting walls of monastery or church, and these institutions were at first too busy building up the foundations upon which a future culture might rest to spend much time in preserving learning, much less in advancing it (CUBBERLEY, 1920).

Contrariamente às escolas clássicas, a educação cristã primitiva não possuía vocação intelectual, mas seu apelo era moral e emocional. De fato, os modelos grego e romano eram inteiramente rejeitados – afinal, a educação intelectual pagã era a única disponível e os pais não desejavam que seus filhos tivessem contato e acabassem admirando as deidades do Olímpo. É apenas em meados do século II, com a fundação da escola catequética de Alexandria, que os membros do clero começam a receber treinamento a partir da educação e filosofia grega, formalizando sistematicamente a fé e doutrina cristã, que passa a receber cada vez mais influência do pensamento e filosofia grega. Entretanto, tal movimento seria revertido gradativamente até o início do século V, quando o concílio de Cartago, sob in-

fluência de Santo Agostinho, proíbe definitivamente a leitura de autores pagãos pelo clero (CUBBERLEY, 1920).

No século VI, a partir da fundação do monastério de Montecassino por São Benedito em 529 e a promulgação da regra Beneditina no ano 529, os monastérios se tornam os centros de educação, abertos não apenas para os meninos dispostos a assumir seus votos, como também, posteriormente (séc. IX), para alunos externos sem intenção de tomar votos. As escolas monásticas ofereciam instrução em leitura e escrita (em latim), música, *doutrina cristã e regras de conduta*. A cópia de manuscritos e preservação de livros antigos era uma das principais atividades dos monges, e, dentre os cristãos, a preservação da literatura clássica foi em grande parte devido a seus esforços (WILLIAMS, 2016).

Fora do mundo católico romano, a conservação da literatura clássica na Europa em parte se deu por conta dos esforços da Espanha sarracena, no oeste, e dos bizantinos, no leste. Dentre os maometanos – aqui expandindo a visão para califados como Bagdá, Bucara e Damasco –, a educação iniciava pela alfabetização e estudo do Quran, *com professores custeados pelo califado*. Para as famílias ricas, a educação continuava com o ensino de lógica, filosofia, teologia, astronomia e medicina. Diferente dos povos europeus da alta idade média, dependentes do latim, os sarracenos contavam com traduções em sírio da ciência grega e da filosofia aristotélica, aí incluindo a matemática de Euclides e a álgebra de Diophantus. Eles também foram responsáveis pela criação da química como ciência, além de grandes avanços na álgebra (WILLIAMS, 2016).

Nos séculos seguintes, ao longo da Baixa Idade Média, o sistema educacional medieval desenvolvido pela igreja se torna mais organizado, fundamentados no *Trivium* e *Quadrivium*. Entretanto, a educação continuava voltada para dentro da igreja, com a teologia como a única profissão e carreira a ser obtida através dela.

All these schools, too, were completely under the control of the Church. There were no private schools or teachers before about 1200. Only the chivalric education was under the control of princes or kings, and even this the Church kept under its supervision. The Church was still the State, to a large degree, and the Church, unlike Greece or Rome, took the education of the young upon itself as one of its most important functions. The schools taught what the Church approved, and the instruction was for religious and church ends (CUBBERLEY, 1920).

Nesse sentido, a educação cristã medieval era, em sua essência, um instrumento de reprodução e perpetuação da própria estrutura de poder da igreja. De manutenção da ordem e da hierarquia social, e não de formação intelectual e crítica dos indivíduos.

Em 1450, o movimento de resgatar a literatura clássica e a filosofia grega e romana, conhecido como Renascimento, começa a se espalhar pela Europa a partir da Itália, trazendo consigo a redescoberta da matemática grega e árabe, além de agregar o estudo das humanidades ao lado da educação moral e física. Esse período marca a ruptura com o pensamento e educação clériga, e lança as bases para a educação moderna. Entretanto, de forma e conteúdo, pouco se tem de diferente da educação clássica grega e romana. Com o apoio das classes dominantes, a ascensão das escolas secundárias e universidades renascentistas restauraram a educação do tempo de Cícero, que trazia uma educação aristocrática, em preparação para serviços na Igreja, no Estado e nos grandes negócios.

History was introduced in these schools for the first time and as a new subject of study, though the history was the history of Greece and Rome and was drawn from the authors studied. Livy and Plutarch were the chief historical writers used. Nothing that happened after the fall of Rome was deemed as of importance. Much emphasis was placed on manners, morality, and reverence, with Livy and Plutarch again as the great guides to conduct.

[...] The result was an all-round physical, mental, and moral training, vastly superior to anything previously offered by the cathedral and other church schools (CUBBERLEY, 1920).

Há vários outros eventos na história que podem ser analisados sob a ótica do seu impacto na educação: a reforma protestante⁵, que, dentre vários outros desdobramentos, gera um novo nível de tolerância religiosa ao conhecimento que acaba por abrir caminho para o surgimento do método científico moderno (CUBBERLEY, 1920); o sucesso da contra-reforma e da educação jesuíta nos processos colonizadores, que “promoveram o **controle da fé e da moral** dos habitantes” (ROSÁRIO; MELO, 2015); o puritanismo na América do Norte, que estabelece as bases do sistema educacional americano. Entretanto, o propósito deste trabalho não é de forma alguma ser exaustivo, mas sim de argumentar um ponto.

⁵ Calvino escreve para o Príncipe de Genebra, em 1541, que “as artes liberais e a boa educação são bons auxiliares no pleno conhecimento da Palavra”.

Voltando à pergunta inicial: o que sobra de puro na educação ao se retirar as relações sociais de exploração e poder? Este estudante, ao iniciar a leitura para este capítulo, tinha como hipótese e espera encontrar evidências de que a educação pré-capitalista tinha em seu cerne a curiosidade e o espírito humano, com foco nas artes. Entretanto, a história nos mostra que o elemento em comum que aparecem em todas as sociedades é a normalização moral do indivíduo e de reprodução das relações sociais vigentes, através da transmissão de valores e normas sociais e da formação dos filhos das classes dominantes para ocupar determinados postos na sociedade.

3.3 EDUCAÇÃO SOBRE A SUPERESTRUTURA CAPITALISTA

Então, qual a mudança profunda que ocorre na educação a partir da segunda metade do século XVIII, com a revolução francesa e revolução industrial, e advento do capitalismo?

Nas sociedades pré-capitalistas, a educação “resumia-se a ajudar a criança a ajustar-se à ordem social tradicionalmente estabelecida”, de forma que se tratava de um processo inconsciente de assimilação, por parte das crianças, do modelo da ordem vigente (MAN-[NHEIM, 2013](#) apud [RODRIGUES, 2018](#)). E essa ordem era justificada por um poder divino ou natural. Quando o indivíduo não se ajustava a essa ordem, era excluído: na Grécia antiga, mulheres, estrangeiros e aqueles que não tinham propriedade eram excluídos da educação; em Roma, os plebeus; na educação monástica, os não cristãos. As instituições pré-capitalistas eram moldadas para a exclusão. Foucault ilustra esse processo de exclusão com o exemplo do hospital psiquiátrico:

Quando alguém era internado, tratava-se sempre de um indivíduo marginalizado em relação à família, ao grupo social, à comunidade local a que pertencia; alguém que não estava dentro da regra e que se tornara marginal por sua conduta, sua desordem, a irregularidade da sua vida. O internamento respondia a essa marginalização de fato, com uma espécie de marginalização de segundo grau, de punição. Era como se se dissesse ao indivíduo: “Já que você se separou do seu grupo, vamos separá-lo definitiva e provisoriamente da sociedade”(FOUCAULT, 2013, p. 113).

Quando a classe burguesa assume o poder, a partir da revolução francesa, a existência de uma classe dominante deixa de ser explicada por um poder divino ou natural, mas econômico e político, e se faz necessário construir um mecanismo para perpetuação desse

poder. Este toma forma de uma superestrutura ideológica que tem na educação, ao lado das dimensões moral e jurídica da sociedade, um de seus pilares. Segundo Gramsci (2012), é preciso conquistar a consciência da população, “ganhar a batalha das ideias”, para vencer a disputa pelo o que ele chamou de hegemonia.

Com isso, temos diferentes formas de educação, em que cada uma delas contém o germe da luta de classes. Nas palavras de Frigotto e Ciavatta (2012):

Sob as necessidades do capital de formação da mão de obra para as empresas, o trabalho educa para a disciplina, para a adaptação às suas formas de exploração ou, simplesmente, para o adestramento nas funções úteis à produção. Sob a contingência das necessidades dos trabalhadores, o trabalho deve não somente preparar para o exercício das atividades laborais para a educação profissional nos termos da lei em vigor –, mas também para a compreensão dos processos técnicos, científicos e histórico-sociais que lhe são subjacentes e que sustentam a introdução das tecnologias e da organização do trabalho.

Assim, não sobra espaço para, como diz Gramsci (2012), uma escola formativa para a população geral. Para esta, o discurso hegemônico é de “*difundir cada vez mais as escolas profissionais especializadas, nas quais o destino do aluno e sua futura atividade são predeterminados*”. Para a elite, reserva-se um reduzido exemplar do modelo de educação da cultura humanista, que lhe permite a formação de seus próprios intelectuais orgânicos, que trabalharão para manter a disputa pela batalha das ideias pendendo para o lado do mais forte.

E é exatamente essa hegemonia intelectual que dá força à classe dominante para a manutenção do *status quo*. Acerca da questão colocada na introdução deste trabalho, motivada pelo professor Romulo Lins, *por que é tão difícil fazer com que o sistema se coloque em rota de mudança?*, Florestan Fernandes descreve bem as consequências da hegemonia intelectual pela elite:

Tanto os “interesses univocamente econômicos” quanto o “conflito de classe” só podem manifestar-se como fatores de integração e de mudanças da ordem social quando eles encontram suporte em formas de consenso e de solidariedade (de alcance grupal ou nacional). Uma fraca integração da solidariedade moral em nível nacional, por exemplo, aumenta o teor egoístico de comportamentos econômicos individualistas (podendo inclusive polarizá-los em direções anti-sociais) e concorre para manter estados

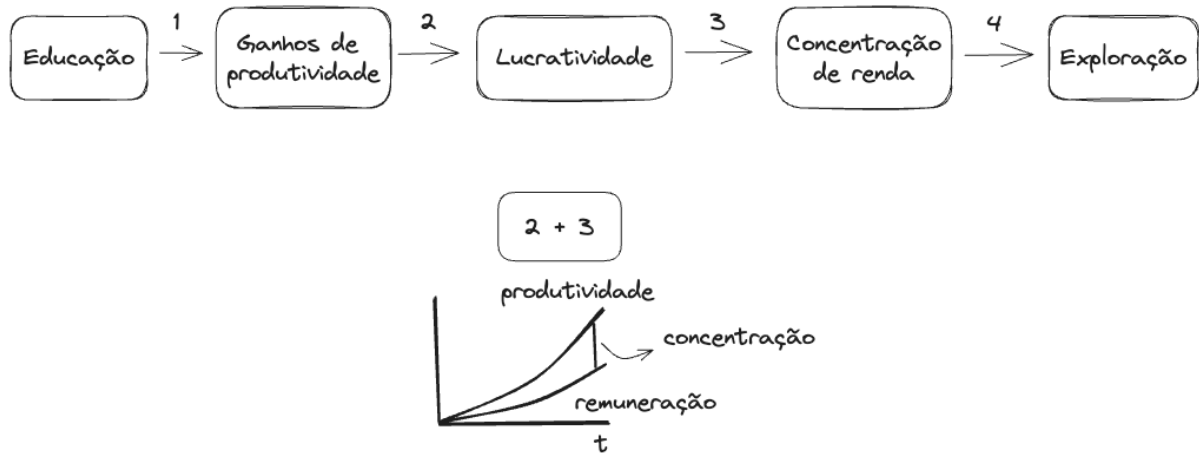
de apatia ou de conformismo diante da perpetuação de formas iníquas de exploração econômica, de privilégios sociais aberrantes e perigosos ou da monopolização do poder por elites mais ou menos indiferentes ao destino da coletividade. Além disso, a persistência, em bloco, de estruturas arcaicas e a intensidade sociopática da resistência à mudança são, em si mesmas, sintomáticas (FERNANDES, 2021).

Em outras palavras, sob uma disfarce de expurgo da integração moral em benefício de uma suposta neutralidade, adota-se um sistema educacional que acaba por gerar uma fraca integração moral em nível nacional, mantendo a apatia e conformismo diante da perpetuação da exploração econômica, de privilégios sociais e manutenção da ordem política vigente. Essa suposta neutralidade também se faz presente no discurso hegemônico, que defendem uma escola puramente técnica, igualitária, neutra, “para todos”. Bourdieu, entretanto, evidencia que por trás dessa aparente neutralidade, a escola dissimula justamente a reprodução das relações sociais de poder vigentes: “Encobertos sob as aparências de critérios puramente escolares, estão critérios sociais de triagem e de seleção dos indivíduos para ocupar determinados postos na vida” (RODRIGUES, 2018). Isso é um tipo de manifestação do fenômeno ao qual Bourdieu chamou de violência simbólica, que se manifesta numa imposição arbitrária mas que é apresentada àquele que sofre a violência de um modo dissimulado, como se fosse natural e legítima.

A educação, antes um instrumento de reprodução da ordem social e moral, passa a ser *também* um instrumento de reprodução da ordem econômica e política. A cadeia causal desse fenômeno está resumido na Figura 17. Quanto maior a educação, maior é a produtividade (passo 1). O que o discurso hegemônico internalizou na sociedade é que produtores (trabalhadores) e donos dos meios de produção (capitalistas) estão em pé de igualdade, com o salário real pago a cada trabalhador igual à produtividade marginal do trabalho, e o rendimento real pago aos proprietários do capital a produtividade marginal do capital (MANKIW, 2013). Entretanto, a remuneração do trabalho não cresce na mesma proporção que o lucro (STANSBURY; SUMMERS, 2017), gerando maiores ganhos para o capitalista (passo 2) e, conseqüentemente, concentração de renda na classe dominante (passo 3).

Agora, como a educação, sendo uma educação para o trabalho, pode ser emancipadora se, a nível da superestrutura, ela é um instrumento de reprodução da ordem econômica e polí-

Figura 17 – Esquema de reprodução capitalista via educação.



Fonte: Elaborado pelo Autor (2024).

tica vigente? Numa sociedade capitalista, o trabalhador, como classe, deve se incorporar-se continuamente ao capital e isso acaba por expandi-lo; não pode livrar-se dele (MARX, 1998). E essa expansão do capital, sua reprodução, está intrinsecamente associada à intensificação da exploração da classe trabalhadora (passo 4), em um esquema identificado desde os primeiros passos do capitalismo, ainda no séc. XVIII:

Nos países onde a propriedade está bem protegida, é mais fácil viver sem dinheiro do que sem os pobres, pois quem faria o trabalho? (...) Se não se deve deixar os pobres morrerem de fome, não se lhes deve dar coisa alguma que lhes permita economizarem. Se esporadicamente um indivíduo, à custa de trabalho e de privações, se eleva acima das condições em que nasceu, ninguém lhe deve criar obstáculos: é inegável que, para todo indivíduo, para toda família, o mais sábio é praticar a frugalidade; mas é interesse de todas as nações ticas que a maior parte dos pobres nunca fique desocupada e que, ao mesmo tempo, gaste sempre tudo o que ganha. (...) Os que ganham sua vida com o trabalho quotidiano só têm um estímulo, para prestar seus serviços, suas necessidades. Por isso, é prudente mitigá-las, mas seria loucura curá-las. A única coisa que pode tornar ativo o trabalhador é um salário moderado. Um salário demasiadamente pequeno, segundo o temperamento do trabalhador, deprime-o ou desespera-o; um demasiadamente grande torna-o insolente e preguiçoso. (...) Numa nação livre onde se proíbe a escravatura, a riqueza mais segura é constituída por um grande número de pobres laboriosos. Constituem fonte inesgotável para o recrutamento da marinha e do exército; sem eles, nada se poderia fruir nem poderiam ser explorados os produtos de um país. Para tornar feliz a sociedade — isto é, os que não trabalham —, e para que o povo viva contente, mesmo em condições miseráveis, é necessário que a maioria permaneça ignorante e pobres. O saber aumenta e multiplica nossos desejos, e, quanto menos um homem deseje, mais fácil é satisfazer suas necessidades (MANDEVILLE, 1989 apud MARX, 1998).

Uma vez nesse estado de apatia, atado moral, econômica e politicamente, a classe trabalhadora, em sua ação, apenas reproduz as orientações determinadas pela estrutura social vigente. O sujeito, então, está “simplesmente submetido aos desígnios da sociedade, faz o que suas estruturas determinam, não sabe disso e ainda é iludido pelos discursos dominantes, que o fazem pensar que sua ação é resultante de vontade própria” (RODRIGUES, 2018).

E qual o papel da escola nesse processo? Bourdieu (2011) coloca o sistema educacional como um dos instrumentos mais eficazes de integração moral e lógica da sociedade, que tem como produto o indivíduo “programado” — homogêneo em percepção, pensamento e ação:

Caso se admita que a cultura e, neste caso particular, a cultura erudita em sua qualidade de código comum é o que permite a todos os detentores deste código associar o mesmo sentido às mesmas obras e, de maneira recíproca, de exprimir a mesma intenção significativa por intermédio das mesmas palavras, dos mesmos comportamentos e das mesmas obras, pode-se compreender por que a Escola, incumbida de transmitir esta cultura, constitui o fator fundamental do consenso cultural nos termos de uma participação de um senso comum entendido como condição da comunicação (BOURDIEU, 2011).

A nível institucional, Foucault (2013) trabalha esse aspecto de normalização cultural e moral. Ele coloca a escola como um exemplo de instituição panóptica (ou de sequestro). Esse tipo de instituição exerce poder sobre os indivíduos em uma sociedade de três formas características: *vigilância* individual e contínua; *controle* através de punição e recompensa e; formação e transformação dos indivíduos em função de certas normas, o que Foucault chamou de *correção*. Podemos associar esse consenso cultural que Bourdieu trata ao tríplice aspecto das instituições panópticas na definição de Foucault, especificamente a *correção*.

Na época atual, todas essas instituições — fábrica, escola, hospital psiquiátrico, hospital, prisão — têm por finalidade não excluir, mas, ao contrário, fixar os indivíduos. A fábrica não exclui os indivíduos; liga-os a um aparelho de produção. A escola não exclui os indivíduos; mesmo fechando-os; ela os fixa a um aparelho de transmissão do saber. O hospital psiquiátrico não exclui os indivíduos; liga-os a um aparelho de correção, a um aparelho de normalização dos indivíduos. O mesmo acontece com a casa de correção ou com a prisão. Mesmo se os efeitos dessas

instituições são a exclusão do indivíduo, elas têm como finalidade primeira fixar os indivíduos em um aparelho de normalização dos homens. A fábrica, a escola, a prisão ou os hospitais têm por objetivo ligar o indivíduo a um processo de produção, de formação ou de correção dos produtores. Trata-se de garantir a produção ou os produtores em função de uma determinada norma (FOUCAULT, 2013, p. 114).

A primeira função da instituição panóptica é a extração da totalidade do tempo do indivíduo. É preciso que todo o tempo da existência humana esteja disponível ao trabalho, suas exigências ou sua preparação — aí incluindo a educação, que os economistas chamam frequentemente de capital humano. Ao sequestrar o tempo do homem, ela transforma seu tempo de vida em tempo de trabalho. A segunda função é controlar seus corpos, fazendo com que o corpo do indivíduo se torne força de trabalho. Aqui o corpo humano deve ser formado, reformado, corrigido. Deve “adquirir aptidões, receber um certo número de qualidades, qualificar-se como um corpo capaz de trabalhar”.

A terceira função é a criação de um micro-poder político, econômico e judiciário. A instituição panóptica se outorga o direito de decidir, comandar, punir, recompensar e julgar. E a escola não passa despercebida:

O sistema escolar também é inteiramente baseado em uma espécie de poder judiciário. A todo poder se pune e recompensa, se avalia, se classifica, se diz quem é o melhor, quem é o pior. [...] Por que, para ensinar alguma coisa a alguém, se deve punir e recompensar? Esse sistema parece evidente, mas, se refletirmos, vemos que a evidência se dissolve (FOUCAULT, 2013, p. 120).

Por fim, a quarta função é a extração do saber, tanto a partir da apropriação do conhecimento técnico e tecnológico produzido durante o labor, quanto da observação do comportamento dos indivíduos vigiados e controlados. Da mesma forma que as anteriores, essa função não é restrita às relações sociais do capitalismo moderno:

A pedagogia se formou a partir das próprias adaptações da criança às tarefas escolares, adaptações observadas e extraídas do seu comportamento para tornarem-se em seguidas leis de funcionamento das instituições e forma de poder exercido sobre a criança (FOUCAULT, 2013, p. 122).

Esse conjunto de características tem como objetivo principal a *transformação dos homens em força produtiva*. É através desse micro-poder entranhado nas relações sociais de uma sociedade panóptica que o indivíduo é fixado ao aparelho de produção, e a escola é um instrumento essencial para a formação desse micro-poder.

Em total consonância, Bourdieu conclui que “todo sistema de ensino institucionalizado visa em alguma medida realizar de modo organizado e sistemático a inculcação dos valores dominantes e reproduzir as condições de dominação social que estão por trás de sua ação pedagógica” (RODRIGUES, 2018).

3.4 OMNILATERALIDADE E O NÍVEL PEDAGÓGICO

Lançando luz agora sobre a esfera micro, para o sucesso desse abritário cultural e moral, é necessário uma autoridade pedagógica, como Bourdieu chamou, por parte das instituições de ensino — dotado do micro-poder político, econômico e judiciário que Foucault descreve. E uma vez que o aluno interioriza esses valores culturais e morais que lhe são impostos pelo sistema de ensino, de forma que mesmo depois de sair da escola, ele continua a agir de acordo com esses valores, tendo-os incorporado junto de seus próprios a ponto de não conseguir distinguí-los, ele adquire o que Bourdieu chamou de *habitus* (RODRIGUES, 2018).

Adquirido esse *habitus*, Bourdieu nega qualquer possibilidade de rompimento com as estruturas de reprodução, sendo as teorias pedagógicas nada mais que uma cortina de fumaça que oculta o micro-poder do sistema de ensino:

Simplesmente não há saída: o sistema de ensino filtra os alunos sem que eles se deem conta e, com isso, reproduz as relações vigentes. Não há possibilidade de mudança. A própria revolta estudantil, para eles (Bourdieu e Passeron), não faz mais que reforçar o sistema. Pois ela é absorvida e serve como aprendizado para as estruturas melhor se comportarem no sentido de reproduzir as relações. A revolta contra as normas vigentes é apresentada por eles como um reforço da interiorização da própria norma (RODRIGUES, 2018).

Nesse sentido, tendências pedagógicas como a pedagogia crítica tem o objetivo de agir no processo formativo para impedir a interiorização desse *habitus* por parte dos alunos. De um lado, temos a sociologia da educação, munida de visões de Marx, Bourdieu e Foucault;

de outro, temos, no nosso caso, todo um corpo de produção acadêmica categorizado nas chamadas tendências em educação matemática. Essas categorizações buscam identificar e descrever as diferentes abordagens e perspectivas que norteiam a pesquisa e o ensino da matemática (MELLO, 2007). De acordo com a primeira, a segunda não é capaz de romper com as estruturas de reprodução, apenas reforçando-as.

Este trabalho não tem como objetivo criticar as tendências pedagógicas em educação matemática. Pelo contrário, essas linhas de pesquisa foram construídas *em torno* dessas questões. Freire (2021) tem uma sessão inteira (“Ensinar exige reconhecer que a educação é ideológica”) dedicada a discutir os riscos que a ideologia neoliberal traz para o educador, os tornando míopes e suscetíveis ao discurso hegemônico que visa “robustecer a riqueza de uns poucos e verticalizando a pobreza e a miséria de milhões”. Na mesma linha, Skovsmose (2001) coloca que:

Poderia ser razoável assumir que esses alunos destituídos de poder seriam capazes de se tornar atores mais críticos na sociedade se tivessem acesso à matemática. Mas, por outro lado, obter acesso à educação matemática sem ser crítico da ideologia da certeza⁶ pode reforçar o *status quo*.

Entretanto, é essencial entender os limites dessas abordagens enquanto seu poder para reformar ou emancipar de fato. No caso da educação matemática, tratar as questões da ideologia passam, necessariamente, pela interdisciplinaridade. Esta é uma abordagem que visa a integração de diferentes áreas do conhecimento, com o objetivo de promover uma aprendizagem mais significativa e contextualizada. Esse conceito envolve ao mesmo tempo teoria e ação, uma vez que exige mais a atuação do professor em sala de aula do que a simples união de duas ou mais disciplinas ou áreas do saber em atividades (MELLO, 2007).

Essa interdisciplinaridade é alcançada a partir do rompimento com o isolamento e a fragmentação dos conteúdos, possibilitando a transferência de aprendizagem de uma situação para a outra e a construção de significado em cima desse aprendizado transferido (SOUTO,

⁶ Ele define a *ideologia da certeza* como uma “estrutura geral e fundamental de interpretação para um número crescente de questões que transformam a matemática em uma ‘linguagem de poder’. Essa visão da matemática — como um sistema perfeito, como pura, como uma ferramenta infalível se bem usada — contribui para o controle político”. (SKOVSMOSE, 2001)

2010). Para que isso seja possível, Souto (2010) lista algumas condições que a atividade matemática interdisciplinar deve atender, como:

1. O tema deve ser algo conhecido dos alunos;
2. Ser de discussão possível;
3. Ter valor em si mesmo;
4. Ser capaz de criar conceitos matemáticos;
5. desenvolver habilidades matemáticas;
6. e privilegiar a concretude social.

Essa integração pode se dar em vários níveis. Especificamente em um contexto de interdisciplinaridade voltada para integração com artes, mas que vamos generalizar para o contexto geral, Robinson (2013) enumera três características que devem ser consideradas para que seja alcançada uma interdisciplinaridade de alta qualidade, são elas:

1. Aprendizado *através e com* artes;
2. Artes como processo de conexão curricular;
3. Artes como engajamento colaborativo.

Bresler (1995) realizou um estudo etnográfico em três escolas K-8 nos Estados Unidos⁷, incluindo observações de aulas; entrevistas com professores, diretores e artistas residentes; e revisão de materiais curriculares. A partir desse estudo, a autora definiu quatro abordagens de integração com a arte, sintetizadas por Robinson (2013), são elas:

1. **Integração subserviente:** a arte é apenas um extra, usada para ilustrar ou reforçar conceitos de outras disciplinas;
2. **Integração afetiva:** a integração se dá por meio da imersão e da consequente reação dos alunos à arte, como música e peças artísticas, complementando o currículo de outras disciplinas;

⁷ K-8 é uma abreviação para *kindergarten* (pré-escola) até o 8º ano do ensino fundamental.

3. **Integração social:** baseada em atividades, utilizando a arte para promover a interação entre os alunos e aumentar a participação parental, como em peças de teatro ou música em grupo;
4. **Integração co-igual cognitiva:** a arte é integrada com outros aspectos do currículo e os alunos são exigidos a usar habilidades de pensamento de ordem superior e qualidades estéticas⁸ para obter um entendimento mais aprofundado de um conceito acadêmico específico;

As três primeiras abordagens utilizam a arte como uma ferramenta. Já a quarta abordagem, a integração co-igual cognitiva, é a mais exigente, demandando do professor não apenas o conhecimento, habilidade e confiança no seu conteúdo, mas também na forma de arte escolhida. Além disso, requer tempo para planejar e efetivamente preparar aulas que integrem a arte com o conteúdo acadêmico (LOVEMORE; ROBERTSON; GRAVEN, 2021).

Se substituirmos “artes” por “sociologia”, temos um bom guia para a integração da sociologia com a matemática. Na maior parte do tempo, o que se vê é a integração subserviente. A realidade do professor brasileiro é de uma carga horária exaustiva, sala cheia, salários baixos e condições de trabalho precárias. Em uma pesquisa quantitativa com professores dos estados do Ceará e Paraná, apesar de 95% dos educadores já terem ouvido falar em metodologias ativas, 52% nunca fizeram uma única capacitação sobre, e somente 7% consideraram fácil trabalhar com elas (SILVA; BRASIL; FERNANDES, 2023). Somados esses fatores, manter um projeto pedagógico no nível necessário para alcançar uma integração co-igual cognitiva se torna uma tarefa hercúlea.

Além disso, deve-se levar em consideração o risco que o professor assume ao tentar implementar uma abordagem crítica em sala de aula. Primeiramente, porque ao abandonar a suposta neutralidade que o discurso hegemônico defende, o professor se coloca numa posição de insubordinação que não o traz benefício individual. Pelo contrário, uma vez que nos encontramos no cenário descrito por Fernandes (2021) de “polarização em direções anti-sociais”, tal projeto pedagógico pode ser o gatilho para que pais descontentes

⁸ Na filosofia, a estética é uma área de conhecimento associada às artes e sensações. É a forma de conhecer o mundo através dos cinco sentidos.

acabem por contribuir com a insalubridade do ambiente de trabalho do professor.

A educação matemática crítica é contraditória em sua essência, porque o professor, mesmo que consciente de sua posição, não pode ser um agente de transformação enquanto inserido em uma instituição panóptica. Para que o seja, deve partir de uma posição de insubordinação, de rebeldia, e, muito provavelmente, de ineficiência para a escola panóptica. Qual conteúdo matemático avaliado em um teste padronizado internacional o professor de matemática ousaria dar menor atenção ou dispendar menos tempo para que sobre espaço no ano letivo para discussão de um problema mais relevante para a realidade brasileira, como propõe a etnomatemática, ou para introduzir o processo de acumulação primitiva de Marx? Aliás, como fazê-lo com alguma profundidade que não seja meramente subserviente? O professor de matemática não é, em geral, treinado em filosofia e sociologia, sendo, portanto, mal equipado para tratar com precisão e alguma profundidade as questões que são requeridas pela educação integral⁹. Isso dificulta a tradução de abordagens como a matemática crítica e etnomatemática em ações relevantes em sala de aula.

Assim, podemos argumentar que a educação matemática no seu sentido estrito, como disciplina, mesmo utilizando diversas abordagens como interdisciplinaridade, educação matemática crítica e etnomatemática, não é capaz de alcançar seu objetivo sem uma mudança profunda na superestrutura. Para tanto, deve-se estabelecer um sistema educacional voltado para a educação omnilateral, visando a formação integral do ser humano, que envolve o desenvolvimento de todas as suas potencialidades, incluindo a intelectual, a física, a artística, a moral e a ética. Esse objetivo é alcançado apenas a partir da ruptura do mecanismo de reprodução da hegemonia intelectual, através do desenvolvimento de “processos pedagógicos que garantam, ao final do processo educativo, o acesso efetivamente democrático ao conhecimento na sua mais elevada universalidade”, que se dão em oposição ao tipo de educação presente no seio das sociedades capitalistas (MACIEL, 2015; apud FRIGOTTO; CIAVATTA, 2012).

3.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo, argumentei que a educação matemática, enquanto inserida na superestrutura capitalista, atua como um instrumento de reprodução das relações sociais de poder. A

⁹ “Integral” no sentido de omnilateralidade.

análise histórica e teórica demonstrou que a educação, desde suas formas pré-capitalistas, sempre serviu à normalização moral e à perpetuação das estruturas de poder vigentes. No contexto capitalista, essa função se expande para incluir a reprodução da ordem econômica e política.

A educação matemática crítica, embora busque romper com essas estruturas, enfrenta limitações significativas devido à sua inserção em instituições panópticas que exercem micro-poderes sobre os indivíduos. A interdisciplinaridade e outras abordagens pedagógicas, apesar de seus méritos, não são suficientes para alcançar uma verdadeira emancipação sem uma mudança profunda na superestrutura.

Portanto, para que a educação matemática possa realmente contribuir para a transformação social, é necessário um sistema educacional voltado para a educação omnilateral, que promova o desenvolvimento integral do ser humano e rompa com os mecanismos de reprodução da hegemonia intelectual presentes nas sociedades capitalistas.

4 CONCLUSÕES

4.1 CONCLUSÕES DA MONOGRAFIA

Esta monografia investigou a relação entre escolaridade e renda no estado do Espírito Santo, destacando as desigualdades de gênero e raça, e analisou o papel do sistema educacional na reprodução das relações sociais de poder sob a hegemonia capitalista.

No primeiro ensaio, a análise estatística demonstrou que a escolaridade é um fator determinante na renda do trabalhador formal, mas seus efeitos estão se reduzindo ao longo do tempo. A desigualdade racial e de gênero persiste, com mulheres e indivíduos de cor preta recebendo remunerações inferiores, mesmo com níveis de escolaridade equivalentes ou superiores aos de homens brancos. Esses resultados sugerem que a escolaridade, embora importante, não é suficiente para superar as barreiras estruturais que perpetuam a desigualdade social.

No segundo ensaio, argumentou-se que o sistema educacional, enquanto inserido na superestrutura capitalista, atua como um instrumento de reprodução das relações sociais

de poder. A análise histórica e teórica mostrou que a educação serviu à normalização moral e à perpetuação das estruturas de poder vigentes. A educação matemática crítica, embora busque romper com essas estruturas, enfrenta limitações significativas devido à sua inserção em instituições panópticas que exercem micro-poderes sobre os indivíduos.

Portanto, para que a educação matemática possa realmente contribuir para a transformação social, é necessário um sistema educacional voltado para a educação omnilateral, que promova o desenvolvimento integral do ser humano e rompa com os mecanismos de reprodução da hegemonia intelectual presentes nas sociedades capitalistas.

4.2 PESQUISA FUTURA

O conteúdo deste trabalho é apenas introdutório e pode ser expandido em diversas direções. Algumas sugestões para pesquisas futuras incluem:

1. **Estudos Longitudinais:** Realizar estudos longitudinais que acompanhem indivíduos ao longo do tempo para entender melhor como a escolaridade e outros fatores influenciam a trajetória de renda e mobilidade social.
2. **Análise de Políticas Públicas:** Investigar o impacto de políticas públicas específicas, como ações afirmativas e programas de inclusão educacional, na redução das desigualdades de gênero e raça.
3. **Educação Omnilateral:** Explorar modelos de educação omnilateral em diferentes contextos e avaliar sua eficácia na promoção de uma formação integral e na redução das desigualdades sociais.

Esses caminhos visam aprofundar a compreensão das relações entre educação, desigualdade e poder, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias mais eficazes para a promoção da justiça social através da educação.

REFERÊNCIAS

- ALTONJI, J. G.; BLOM, E.; MEGHIR, C. Heterogeneity in Human Capital Investments: High School Curriculum, College Major, and Careers. **Annual Review of Economics**, v. 4, n. 1, p. 185–223, 1 set. 2012. ISSN 1941-1383, 1941-1391. DOI: [10.1146/annurev-economics-080511-110908](https://doi.org/10.1146/annurev-economics-080511-110908). Acesso em: 1 mai. 2024. Citado nas pp. 14, 24.
- BOURDIEU, P. **A economia das trocas simbólicas**. 7ª edição. [S.l.]: Perspectiva, 1 jan. 2011. ISBN 978-85-273-0140-4. Citado na p. 45.
- BRESLER, L. The Subservient, Co-Equal, Affective, and Social Integration Styles and their Implications for the Arts. **Arts Education Policy Review**, v. 96, n. 5, p. 31–37, 1 jun. 1995. ISSN 1063-2913. DOI: [10.1080/10632913.1995.9934564](https://doi.org/10.1080/10632913.1995.9934564). Acesso em: 21 abr. 2024. Citado na p. 49.
- CAVALCANTE, P. **basedosdados: 'Base Dos Dados' R Client**. [S.l.: s.n.], 2022. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=basedosdados>>. Citado na p. 15.
- COLCLOUGH, C.; KINGDON, G.; PATRINOS, H. The Changing Pattern of Wage Returns to Education and its Implications. **Development Policy Review**, v. 28, n. 6, p. 733–747, 2010. ISSN 1467-7679. DOI: [10.1111/j.1467-7679.2010.00507.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-7679.2010.00507.x). Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1467-7679.2010.00507.x>>. Acesso em: 27 abr. 2024. Citado nas pp. 13, 31, 35.
- CUBBERLEY, E. **The History of Education: Educational Practice and Progress Considered as a Phase of the Development and Spread of Western Civilization**. 2. ed. Boston: Houghton Mifflin, 1920. 848 p. Citado nas pp. 36–40.
- FERNANDES, F. **Sociedade De Classes E Subdesenvolvimento**. [S.l.]: Global Editora, 20 ago. 2021. ISBN 978-85-260-1270-7. Citado nas pp. 43, 50.
- FERREIRA, F. H. G.; FIRPO, S. P.; MESSINA, J. Labor Market Experience and Falling Earnings Inequality in Brazil: 1995–2012. **The World Bank Economic Review**, v. 36, n. 1, p. 37–67, 2 fev. 2022. ISSN 0258-6770. DOI: [10.1093/wber/lhab005](https://doi.org/10.1093/wber/lhab005).

Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/wber/lhab005>>. Acesso em: 27 abr. 2024.

Citado nas pp. 14, 24, 33, 35.

FOUCAULT, M. **A verdade e as formas jurídicas**. [S.l.]: Nau Editora, 18 mar. 2013.

ISBN 978-85-8128-016-5. Citado nas pp. 41, 45, 46.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**. 73. ed. rio de janeiro, RJ: Editora Paz e Terra, 6 dez. 2021. 144 p. ISBN 978-85-7753-409-8. Citado na p. 48.

FRIGOTTO, G.; CIAVATTA, M. Trabalho como Princípio Educativo. In:

DICIONÁRIO da Educação do Campo. [S.l.]: Epsjv - Fiocruz, 30 jan. 2012. P. 750–757.

ISBN 978-85-98768-64-9. Citado nas pp. 42, 51.

GRAMSCI, A. **Selections from the prison notebooks of Antonio Gramsci**. Repr.

London: Lawrence & Wishart, 2012. 483 p. ISBN 978-0-7178-0397-2. Citado na p. 42.

LINS, R. C. Os PCN e a Educação Matemática no Brasil. In: OLIVEIRA, V. C. A. d.

et al. **O modelo dos campos semânticos na educação básica**. 1ª edição. Curitiba, PR: Appris Editora, 4 mar. 2021. ISBN 9786558204947. Citado na p. 10.

LOVEMORE, T.; ROBERTSON, S.-A.; GRAVEN, M. Enriching the teaching of

fractions through integrating mathematics and music. **South African Journal of**

Childhood Education, v. 11, 21 jan. 2021. DOI: [10.4102/sajce.v11i1.899](https://doi.org/10.4102/sajce.v11i1.899). Citado na p. 50.

MACIEL, C. L. A. Educação integral: limites e possibilidades sob a hegemonia do

capital. **Revista Contemporânea de Educação**, v. 10, n. 20, 405 a 426–405 a 426, 17

dez. 2015. Number: 20. ISSN 1809-5747. DOI: [10.20500/rce.v10i20.2220](https://doi.org/10.20500/rce.v10i20.2220). Disponível em:

<<https://revistas.ufrj.br/index.php/rce/article/view/2220>>. Acesso em: 22 abr. 2024.

Citado na p. 51.

MANDEVILLE, B. d. **The fable of the bees**. Edição: Phillip Harth. Reprinted.

London: Penguin Books, 1989. 416 p. (Penguin classics). ISBN 978-0-14-044541-1.

Citado na p. 44.

MANKIW, N. G. **Macroeconomics**. 8th ed. New York, NY: Worth, 2013. 625 p. ISBN 978-1-4292-4002-4. Citado na p. 43.

MANNHEIM, K. **Essays Sociology Knowledge V 5**. 0. ed. [S.l.]: Routledge, 4 jul. 2013. ISBN 978-1-136-18740-7. DOI: [10.4324/9781315005058](https://doi.org/10.4324/9781315005058). Disponível em: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781136187407>. Acesso em: 19 nov. 2024. Citado na p. 41.

MARX, K. **Contribuição À Crítica Da Economia Política**. 2. ed. São Paulo: Expressão Popular, 6 jan. 2022. 288 p. ISBN 978-85-7743-048-2. Citado na p. 11.

_____. **O Capital - Livro I; V.2**. [S.l.]: Civilização Brasileira, 10 nov. 1998. ISBN 978-85-200-0468-5. Citado na p. 44.

MELLO, A. C. C. D. **Tendências Em Educação Matemática**. Em colaboração com Diva Marília Flemming e Elisa Flemming Luz. [S.l.]: Unisulvirtual, 23 nov. 2007. ISBN 978-85-7817-064-6. Citado na p. 48.

MINCER, J. **Schooling, experience, and earnings**. New York: Columbia University Press, 1974. 152 p. (Human behavior and social institutions, 2). ISBN 978-0-87014-265-9. Citado nas pp. 13, 15.

OPHEM, H. van; MAZZA, J. Educational choice, initial wage and wage growth.

Empirical Economics, 21 mar. 2024. ISSN 1435-8921. DOI:

[10.1007/s00181-024-02580-5](https://doi.org/10.1007/s00181-024-02580-5). Disponível em:

<https://doi.org/10.1007/s00181-024-02580-5>. Acesso em: 27 abr. 2024. Citado nas pp. 14, 24.

POSSAMAI, R.; SERIGATI, F.; DIZ, A. Mercado de trabalho da agropecuária mais intensivo em capital. **Agroanalysis**, v. 43, p. 2, dez. 2023. Disponível em:

https://agro.fgv.br/sites/default/files/2023-12/2023_12.pdf. Acesso em: 7 nov. 2024. Citado na p. 32.

PSACHAROPOULOS, G.; PATRINOS *, H. A. Returns to investment in education: a further update. **Education Economics**, v. 12, n. 2, p. 111–134, 1 ago. 2004. ISSN 0964-5292, 1469-5782. DOI: [10.1080/0964529042000239140](https://doi.org/10.1080/0964529042000239140). Disponível em:

<<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/0964529042000239140>>. Acesso em: 17 out. 2024. Citado na p. 13.

R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2024. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. Citado na p. 15.

ROBINSON, A. H. Arts Integration and the Success of Disadvantaged Students: A Research Evaluation. **Arts Education Policy Review**, v. 114, n. 4, p. 191–204, 1 out. 2013. Publisher: Routledge _eprint: <https://doi.org/10.1080/10632913.2013.826050>. ISSN 1063-2913. DOI: [10.1080/10632913.2013.826050](https://doi.org/10.1080/10632913.2013.826050). Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/10632913.2013.826050>>. Acesso em: 21 abr. 2024. Citado na p. 49.

RODRIGUES, A. T. **Sociologia da educação**. 7^a edição. [S.l.]: Lamparina, 4 fev. 2018. ISBN 978-85-8316-054-0. Citado nas pp. 35, 41, 43, 45, 47.

ROSÁRIO, M. J. A. D.; MELO, C. N. D. A educação jesuítica no Brasil colônia. **Revista HISTEDBR On-line**, v. 15, n. 61, p. 379, 21 jul. 2015. ISSN 1676-2584. DOI: [10.20396/rho.v15i61.8640534](https://doi.org/10.20396/rho.v15i61.8640534). Disponível em: <<http://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/histedbr/article/view/8640534>>. Acesso em: 17 nov. 2024. Citado na p. 40.

SILVA, L. V. P. d.; BRASIL, S. d. S.; FERNANDES, M. d. M. METODOLOGIAS ATIVAS:: UMA VISÃO A PARTIR DA PRÁTICA DOCENTE. **Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro**, v. 6, n. 1, 25 jul. 2023. Number: 1. ISSN 2178-6925. Disponível em: <<https://revista.unipacto.com.br/index.php/multidisciplinar/article/view/1344>>. Acesso em: 25 nov. 2024. Citado na p. 50.

SKOVSMOSE, O. **Educacao Matematica Critica: A Questao Da Democracia**. [S.l.]: Papirus Editora, 22 mai. 2001. ISBN 978-85-308-0641-5. Citado na p. 48.

SOUTO, D. L. P. Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula, de Vanessa Sena Tomaz e Maria Manuela Martins Soares David.(Coleção Tendências em Educação Matemática)–Belo Horizonte: Autêntica, 2008. **Bolema-Boletim de**

Educação Matemática, v. 23, n. 36, p. 801–808, 2010. ISBN: 1980-4415. Citado nas pp. 48, 49.

STANSBURY, A.; SUMMERS, L. **Productivity and Pay: Is the link broken?**

Cambridge, MA, dez. 2017. w24165. DOI: [10.3386/w24165](https://doi.org/10.3386/w24165). Disponível em:

<<http://www.nber.org/papers/w24165.pdf>>. Acesso em: 23 nov. 2024. Citado na p. 43.

WILLIAMS, S. G. **The History of Mediaeval Education: An Account of the Course of Educational Opinion and Practice from the Sixth to the Fifteenth Centuries, Inclusive**. [S.l.]: Palala Press, 2016. 195 p. Citado nas pp. 37–39.

APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÕES

Proposição A.1. *Sendo Y a variável independente de um modelo log-linear do tipo*

$$\log(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p \quad (\text{A.1})$$

o coeficiente β_i relacionado a um preditor contínuo representa a variação relativa em Y dada a variação unitária em X_i .

Demonstração. Considere a seguinte equação de regressão log-linear simples:

$$\log(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 \quad (\text{A.2})$$

Derivando ambos lados de (A.2) em relação a X_1 , temos

$$\frac{\partial \log(Y)}{\partial X_1} = \beta_1 \quad (\text{A.3})$$

Pela regra da cadeia, temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{Y} Y' &= \beta_1 \\ \frac{Y'}{Y} &= \beta_1 \end{aligned}$$

Logo, β_1 representa a variação relativa em Y dada a variação unitária em X_1 . Analogamente, β_p representa a variação relativa em Y dada a variação unitária em X_p .

□

Proposição A.2. *Sendo Y a variável dependente de um modelo log-linear do tipo*

$$\log(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p \quad (\text{A.4})$$

e^{β_i} , com β_i relacionado a um preditor categórico, representa a variação relativa em Y dada a presença do nível i de X_i .

Demonstração. Mantém-se a coerência ao exponenciar ambos os lados de (A.2):

$$e^{\ln(Y)} = e^{\beta_0 + \beta_1 X_1}$$

$$Y = e^{\beta_0} e^{\beta_1 X_1}$$

Então,

$$Y = \begin{cases} e^{\beta_0} & \text{se } X_1 = 0 \\ e^{\beta_0} e^{\beta_1} & \text{se } X_1 = 1 \end{cases}$$

Logo, e^{β_1} representa a variação relativa em Y dada a presença do nível i de X_i . Analogamente, e^{β_p} representa a variação relativa em Y dada a variação unitária em X_p . \square

Proposição A.3. *Sendo Y a variável dependente de um modelo log-linear do tipo*

$$\log(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_1^2 + \dots + \beta_p X_p \quad (\text{A.5})$$

$\beta_1 + 2\beta_2 X_1$, com β_1 e β_2 relacionados a um preditor contínuo, representa a variação relativa em Y em relação a X_1 , no ponto $X_2 = x_2$.

Demonstração. Derivando ambos lados de (A.3) em relação a X_1 , temos

$$\frac{\partial \log(Y)}{\partial X_1} = \beta_1 + 2\beta_2 X_1 \quad (\text{A.6})$$

Pela regra da cadeia, temos

$$\frac{1}{Y}Y' = \beta_1 + 2\beta_2 X_1$$
$$\frac{Y'}{Y} = \beta_1 + 2\beta_2 X_1$$

Portanto, $\beta_1 + 2\beta_2 X_1$ representa a variação relativa em Y dada variação unitária em X_1 no ponto $X_2 = x_2$. □