

El Teorema de Representabilidad de Brown

Luis Alberto Macías Barrales

Instituto de Matemáticas, UNAM

Semestre 2020-2

Indice

Funtores representables

Funtores representables

Definición

Sea $F: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{Set}$ un funtor contravariante, decimos que F es representable si existe un objeto C en \mathbf{C} y una equivalencia natural $\varphi: F \rightarrow \text{Mor}_{\mathbf{C}}(-, C)$. Al objeto C lo llamamos objeto clasificante de F .

Notemos que por el lema de Yoneda, el objeto clasificante es único salvo isomorfismo.

Nota histórica

(Agregar una nota histórica sobre los funtores representables)

¿Qué información nos proporcionan los funtores?

Ejemplo

Sea $H^n: \mathbf{hW} \rightarrow \mathbf{Ab}$ el n -ésimo funtor de cohomología singular (con coeficientes en \mathbb{Z}). H^n nos clasifica en cierto modo los agujeros n -dimensionales de un espacio X . Tenemos la siguiente sucesión exacta:

$$0 \rightarrow \operatorname{Ext}_{\mathbb{Z}}(H_{n-1}(X), \mathbb{Z}) \rightarrow H^n(X) \rightarrow \operatorname{Hom}_{\mathbb{Z}}(H_n(X), \mathbb{Z}) \rightarrow 0$$

Y si X es $n-1$ conexo, utilizando el teorema general de Hurewicz, tenemos que $H_{n-1}(X) \cong 0$ y que $H_n(x) \cong \pi_n(X)$. Por lo que obtenemos un isomorfismo

$$H^n(X) \cong \operatorname{Hom}_{\mathbb{Z}}(\pi_n(X), \mathbb{Z})$$

El Teorema de Representabilidad de Brown

└ Funtores representables
