Программа “Алгоритмы” 2 семестр. 2018-2019.

[Тема 1. Обходы графа.](#_nyn1zrft9w7h)

[Тема 2. Кратчайшие пути во взвешенном графе.](#_6pgk6dmb45ef)

[Тема 3. Остовные деревья.](#_x1zwu1u9o3ks)

[Тема 4. Потоки в сетях.](#_hv24ps141zo)

[Тема 5. RMQ. Sparse-table, дерево отрезков. LCA. Декартово дерево по неявному ключу.](#_geovoceipv1b)

# Тема 1. Обходы графа.

3 лекции.

* Ориентированный граф, псевдограф. Неориентированный граф, псевдограф.
* Связность в неор. графе, компоненты связности.  
  Слабая и сильная связность в ор. графе. Компоненты слабой, сильной связности.
* Обход в глубину. Цвета вершин. Времена входа и выхода. Лемма о белых путях.
* Проверка связности неориентированного графа.
* Поиск цикла в неориентированном и ориентированном графе.
* Топологическая сортировка.
* Нахождение компонент сильной связности. Алгоритм Косарайю с доказательством корректности. Алгоритм Тарьяна с доказательством корректности.
* Компоненты реберной двусвязности. Мосты. Поиск мостов.
* Компоненты вершинной двусвязности. Точки сочленения. Поиск точек сочленения.
* Волновой алгоритм. Обход в ширину (применение очереди в волновом алгоритме).
* Критерий существования Эйлерова пути и цикла в ориентированном и неориентированном графе. Поиск эйлерова пути и цикла.

# Тема 2. Кратчайшие пути во взвешенном графе.

3 лекции.

* Алгоритм Дейкстры. Доказательство корректности. Оценка времени работы. Дерево кратчайших путей.
* Потенциалы. Условие применимости алгоритма Дейкстры для измененных длин ребер. Потенциал π(v) = ρ(v, t).
* Алгоритм A\*. Условие монотонности на эвристику. Допустимость эвристики. Примеры эвристик.
* Двусторонний алгоритм Дейкстры.
* Алгоритм Форда-Беллмана.
* Хранение в матрице: Dvk равно длине кратчайшего пути до вершины v за ровно k ребер (не более k ребер). Доказательство корректности. Оценка времени работы.
* Восстановление пути.
* Детектирование цикла отрицательного веса. Поиск самого цикла.
* Нахождение кратчайших путей с учетом циклов отрицательного веса.
* Алгоритм Флойда. Доказательство. Восстановление пути.
* Нахождение цикла отрицательного веса.
* Алгоритм Джонсона. Добавление фиктивного корня и фиктивных ребер для запуска алгоритма Форда-Беллмана.

# Тема 3. Остовные деревья.

2 лекции.

* Остовное дерево. Построение с помощью обхода в глубину и в ширину.
* Определение минимального остовного дерева.
* Теорема о разрезе. Доказательство.
* Алгоритм Прима. Аналогия с алгоритмом Дейкстры.
* Доказательство с помощью теоремы о разрезе. Оценка времени работы для различных реализаций очереди с приоритетом: бинарная куча, Фибоначчиева куча (последнее без доказательства).
* Алгоритм Крускала. Доказательство. Оценка времени работы.
* Система непересекающихся множеств. Эвристика ранга с доказательством оценки времени работы.
* Эвристика сжатия пути без доказательства.
* Алгоритм Борувки. Доказательство. Оценка времени работы.
* Приближение решения задачи коммивояжера с помощью минимального остовного дерева.

# Тема 4. Потоки в сетях.

2 лекции.

* Определение сети. Определение потока.
* Физический смысл. Аналогия с законами Кирхгофа.
* Определение разреза. Понятия потока через разрез.
* Доказательство факта, что поток через любой разрез одинаковый.
* Понятие остаточной сети. Понятие дополняющего пути.
* Необходимость отсутствия дополняющего пути для максимальности потока.
* Теорема Форда-Фалкерсона.
* Алгоритм Форда-Фалкерсона. Поиск минимального разреза.
* Пример целочисленной сети, в котором алгоритм работает долго.
* Алгоритм Эдмондса-Карпа.
* Доказательство, что кратчайшее расстояние в остаточной сети не уменьшается.
* Общая оценка времени работы алгоритма Эдмондса-Карпа.
* Слоистая сеть. Алгоритм Диница. Оценка времени работы.
* Паросочетания. Паросочетание в двудольном графе. Максимальное паросочетание.
* Чередующие пути. Увеличивающие пути. Теорема Бержа.
* Сведение поиска максимального паросочетания к поиску максимального потока.
* Алгоритм Куна.

# Тема 5. RMQ. Sparse-table, дерево отрезков. LCA. Декартово дерево по неявному ключу.

4 лекции.

* RSQ и RMQ.
* Sparse-table.
* Дерево отрезков.
* Обработка запросов от листьев.
* Обработка запросов от корня.
* Изменение значения в массиве, обновление дерева отрезков.
* Множественные операции.
* LCA. Метод двоичного подъема.
* Сведение LCA к задаче RMQ.
* Сведение RMQ к задаче LCA.
* Декартово дерево по неявному ключу.
* Интерфейс быстрого массива: Доступ к элементу в позиции i, Вставка элемента в позицию i, Удаление элемента из позиции i, Конкатенация двух массивов, разделение массива на два.