Càlcul n

dilluns, 17 d'octubre de 2022 8:37

Intersecció:

Si tenim F = Nul(A), G = Nul(B), per calcular la intersecció s'ajunta F i G en un sol sistema d'equacions, es fa servir Gauss, i en reduir es troba les solucions dels dos sistemes junts.

$$F \cap G = \mathrm{Nul}\left(\frac{A_G}{F_G}\right); \quad \text{Ex: } \overset{\text{(dos plans)}}{\left.\begin{array}{l} F: ax + by + cz = 0 \\ G: a'x + b'y + c'z = 0 \end{array}\right\}} \text{ Si } F, G \text{ són el mateix pla, rang} = 1,\ F \cap G = F = G$$

En qualsevol altre cas en que no vinguin donats dos espais Nuls, la opció més simple es passar qualsevol combinació a dos Nuls.

Una altra opció és:

$$V = \mathrm{Nul}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$$

$$U = \mathrm{Col}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Busquem un vector que sigui combinació lineal de U i solució de V, és adir, la intersecció entre els dos sistemes.

$$u \in U \cap V \iff w = \alpha(1,-1,1,1) + \beta(2,0,1,0) + \gamma(1,2,1,2) \text{ i } \vec{u} \text{ és solució del nul.}$$

$$= (\alpha + 2\beta + \gamma, -\alpha + 2\gamma, \alpha + \beta + \gamma, \alpha + 2\gamma) \quad " \quad "$$

$$\iff \left.\begin{cases} (\alpha + 2\beta + \gamma) + (-\alpha + 2\gamma) + (\alpha + \beta + \gamma) = 0 \\ (-\alpha + 2\gamma) + (\alpha + 2\gamma) = 0 \Rightarrow \gamma = 0 \end{cases}\right\} \iff \left.\begin{array}{l} \alpha + 3\beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \alpha = -3\beta \\ \beta = \beta \\ \gamma = 0 \end{array}$$

$$u \in U \cap V \iff u = -3\beta(1,-1,1,1) + \beta(2,0,1,0) = \beta(-1,3,-2,-3)$$

Es possible que la intersecció quedi en un punt (recta perpendicular a pla).
Si la intersecció és el vector 0, llavors direm que F i G formen suma directa.
Enlloc de escriure $F+G$, escrivim $F \oplus G$