Introducción a la Resolución de Problemas en IA

Javier Béjar, Javier Vázquez

Algoritmos Básicos de la Inteligencia Artificial - 2022/2023 1Q

CS - GIA

Resolución de problemas

- La resolución de problemas es una capacidad que consideramos inteligente
- Somos capaces de resolver problemas muy diferentes
  - Encontrar el camino en un laberinto
  - Resolver un crucigrama
  - Jugar a un juego
  - Diagnosticar una enfermedad
  - Decidir si invertir en bolsa
  - ...
- El objetivo es que un programa también sea capaz de resolverlos

- General Problem Solver (GPS)
  - Creado en 1957 por Herbert Simon, J.C. Shaw, y Allen Newell
  - Objetivo: construir una máquina capaz de resolver problemas de carácter general
  - Primer programa informático donde se separa el conocimiento de los problemas de su estrategia sobre cómo resolverlos
    - Idea: No tiene sentido que para cada problema se tenga que escribir un programa nuevo, desde cero.
    - La estrategia de resolución está en el código del GPS, que es único y se reutiliza para todos los problemas
    - El GPS recibe no solo datos básicos del problema a resolver, también conocimiento específico del problema expresado de forma simbólica (modelo del problema)
- Puede resolver problemas (sencillos) que tengan una representación simbólica:
  - resolución de teoremas y problemas geométricos (ej: Torres de Hanoi),
  - razonamiento con lógica proposicional
  - decidir movimientos en juegos (ej: ajedrez)

Resolución de Problemas

- Deseamos definir cualquier tipo de problema de manera que se pueda resolver automáticamente
- Necesitamos:
  - Una representación común para todos los problemas
  - Algoritmos que usen alguna estrategia para resolver problemas definidos en esa representación común

Definición de un Problema

- Si abstraemos los elementos de un problema podemos identificar:
  - Un punto de partida
  - Un objetivo a alcanzar
  - Acciones a nuestra disposición para resolver el problema
  - Restricciones sobre el objetivo
  - Elementos que son relevantes en el problema definidos por el tipo de dominio

Representación de problemas

- Existen diferentes formas de representar problemas para resolverlos de manera automática
- Representaciones generales
  - **Espacio de estados:** un problema se divide en un conjunto de pasos de resolución desde el inicio hasta el objetivo
  - **Reducción a subproblemas:** un problema se puede descomponer en una jerarquía de subproblemas
- Representaciones para problemas específicos
  - **Resolución de juegos**
  - **Satisfacción de restricciones**

Representación de problemas: Estados

- Podemos definir un problema por los elementos que intervienen y sus relaciones
- En cada instante de la resolución de un problema esos elementos tendrán unas características y relaciones específicas
- Denominaremos **Estado** a la representación de los elementos que describen el problema en un momento
- Distinguiremos dos estado especiales el **Estado Inicial** (punto de partida) y el **Estado Final** (objetivo del problema)
- ¿Que incluir en el estado?

Modificación del estado: Operadores

- Para poder movernos entre los diferentes estados necesitamos operadores de transformación
- **Operador:** Función de transformación sobre la representación de un estado que lo convierte en otro estado
- Los operadores definen una relación de accesibilidad entre estados
- Representación de un operador:
  - Condiciones de aplicabilidad
  - Función de transformación
- ¿Que operadores? ¿Cuantos? ¿Que granularidad?

Espacio de estados

- Los estados y su relación de accesibilidad conforman lo que se denomina el **espacio de estados**
- Representa todos los caminos que hay entre todos los estados posibles de un problema
- Podría asimilarse con un mapa de carreteras de un problema
- La solución de nuestro problema esta dentro de ese mapa

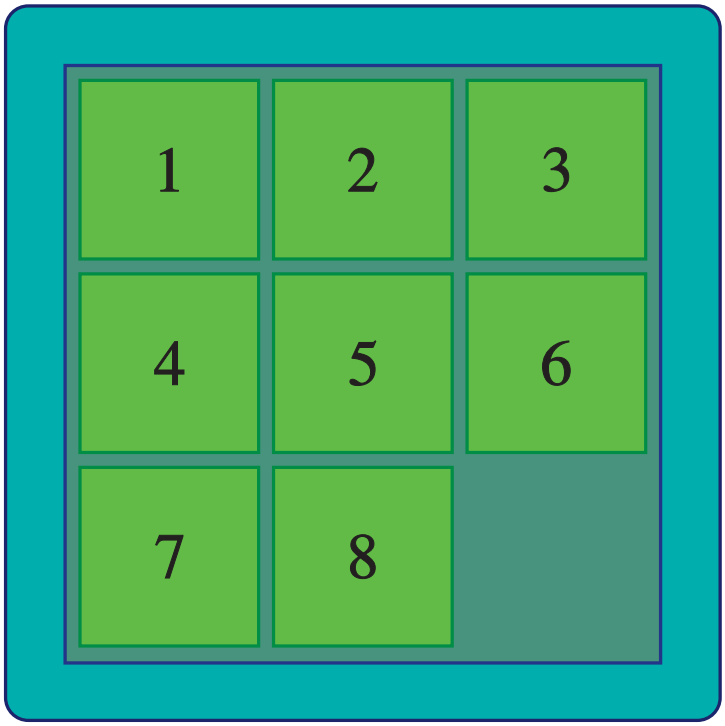
Solución de un problema en Espacio de Estados

- **Solución:** Secuencia de pasos que llevan del estado inicial al final (secuencia de operadores) o también el estado final
- **Tipos de solución:** una cualquiera, la mejor, todas
- **Coste de una solución:** Gasto en recursos de la aplicación de los operadores a los estados. Puede ser importante o no según el problema y que tipo de solución busquemos

Descripción de un problema en Espacio de Estados

- Definir el conjunto de estados del problema (explícita o implícitamente)
- Especificar el estado inicial
- Especificar el estado final o las condiciones que cumple
- Especificar los operadores de cambio de estado (condiciones de aplicabilidad y función de transformación)
- Especificar el tipo de solución:
  - La secuencia de operadores o el estado final
  - Una solución cualquiera, la mejor (definición de coste), ...

Ejemplo: 8 puzzle



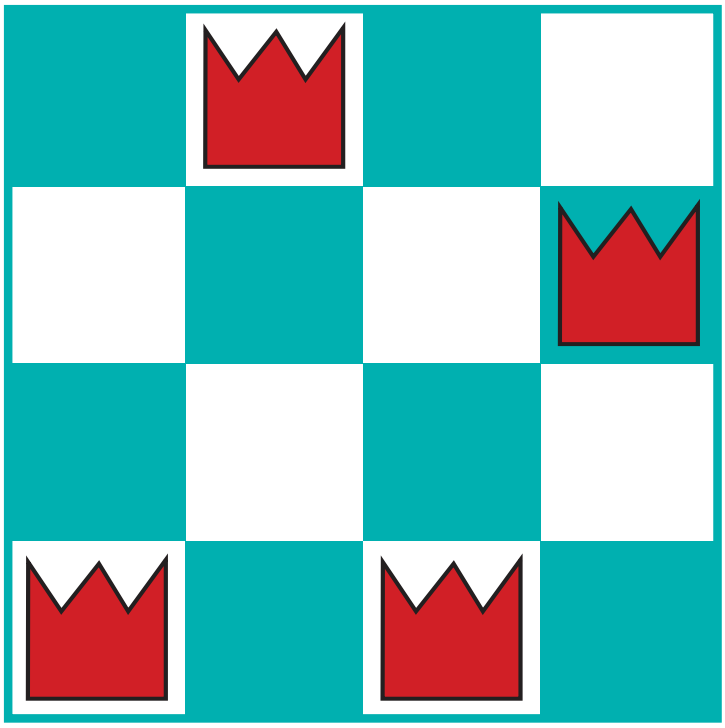
Ejemplo: 8 puzzle

- Espacio de estados: Configuraciones de 8 fichas en el tablero
- Estado inicial: Cualquier configuración
- Estado final: Fichas en orden específico
- Operadores: Mover ficha
  - Condiciones: El movimiento está dentro del tablero
  - Transformación: Intercambio entre el hueco y la ficha en la posición del movimiento
- Solución: Qué pasos + El menor número

Ejemplo: 8 puzzle

- Espacio de estados: Configuraciones de 8 fichas en el tablero
- Estado inicial: Cualquier configuración
- Estado final: Fichas en orden específico
- Operadores (versión 2): Mover hueco
  - Condiciones: El movimiento está dentro del tablero
  - Transformación: Intercambio entre el hueco y la ficha en la posición del movimiento
- Solución: Qué pasos + El menor número

Ejemplo: N reinas



Ejemplo: N reinas

- Espacio de estados: Configuraciones de 0 a n reinas en el tablero con sólo una por fila y columna
- Estado inicial: Configuración sin reinas en el tablero
- Estado final: Configuración en la que ninguna reina se mata entre si
- Operadores: Colocar una reina en una fila y columna
  - Condiciones: La reina no es matada por ninguna ya colocada
  - Transformación: Colocar una reina mas en el tablero en una fila y columna determinada
- Solución: Una solución, pero no nos importan los pasos

Ejemplo: N reinas

- Espacio de estados: Configuraciones de 0 a n reinas en el tablero con sólo una por fila y columna
- Estado inicial: Configuración sin reinas en el tablero
- Estado final: Configuración en la que ninguna reina se mata entre si
- Operadores (versión 2): Colocar una reina en una columna (la fila está prefijada, a cada reina se le asigna una fila)
  - Condiciones: La reina no es matada por ninguna ya colocada
  - Transformación: Colocar una reina mas en el tablero en una fila y columna determinada
- Solución: Una solución, pero no nos importan los pasos

- La resolución de un problema con esta representación pasa por explorar el espacio de estados
- Partimos del estado inicial evaluando cada paso hasta encontrar un estado final
- En el caso peor exploraremos todos los posibles caminos entre el estado inicial del problema hasta llegar al estado final

- Primero definiremos una representación del espacio de estados para poder implementar algoritmos que busquen soluciones
  - Estructuras de datos: Árboles y Grafos
  - Estados = Nodos
  - Operadores = Arcos entre nodos (dirigidos)
  - Árboles: Solo un camino lleva a un nodo
  - Grafos: Varios caminos pueden llevar a un nodo

- El espacio de estados puede ser infinito
- Es necesaria una aproximación diferente par buscar y recorrer árboles y grafos (no podemos tener la estructura en memoria)
- Solución: la estructura la construimos a medida que hacemos la búsqueda

Function: Búsqueda en espacio de estados()

Data: El estado inicial

Result: Una solución

Seleccionar el primer estado como el estado actual

while *estado actual* $\neq$ *estado final* **do**

    Generar y guardar sucesores del estado actual (expansión)

    Escoger el siguiente estado entre los pendientes (selección)

- La selección del siguiente nodo determinará el tipo de búsqueda (orden de selección o expansión)
- Es necesario definir un orden entre los sucesores de un nodo (orden de generación)

- **Nodos abiertos:** Estados generados pero aún no visitados
- **Nodos cerrados:** Estados visitados y que ya se han expandido
- Tendremos una estructura para almacenar los nodos abiertos
- Las diferentes políticas de inserción en la estructura determinarán el tipo de búsqueda
- Si exploramos un grafo puede ser necesario tener en cuenta los estados repetidos (esto significa tener una estructura para los nodos cerrados). Merece la pena si el número de nodos diferentes es pequeño respecto al número de caminos

- Características:
  - **Completitud:** ¿Encontrará una solución?
  - **Complejidad temporal:** ¿Cuanto tardará?
  - **Complejidad espacial:** ¿Cuanta memoria gastará?
  - **Optimalidad:** ¿Encontrará la solución óptima?

Algoritmo General de Búsqueda

Algorithm: Busqueda General

```
Est_abiertos.insertar(Estado inicial)
Actual← Est_abiertos.primero()
while no es_final?(Actual) y no Est_abiertos.vacia?() do
    Est_abiertos.borrar_primero()
    Est_cerrados.insertar(Actual)
    Hijos ← generar_sucesores(Actual)
    Hijos ← tratar_repetidos(Hijos, Est_cerrados, Est_abiertos)
    Est_abiertos.insertar(Hijos)
    Actual ← Est_abiertos.primero()
```

- Variando la estructura de abiertos variamos el comportamiento del algoritmo (orden de visita de los nodos)
- La función generar_sucesores seguirá el orden de generación de sucesores definido en el problema
- El tratamiento de repetidos dependerá de cómo se visiten los nodos

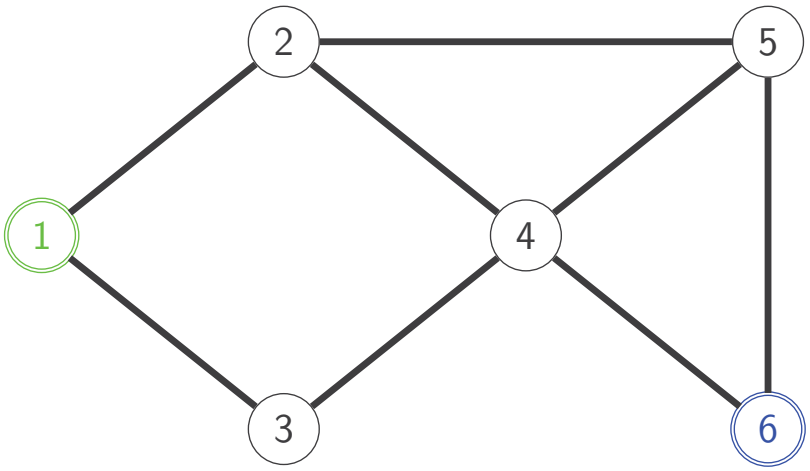
Tipos de algoritmos

- Algoritmos de búsqueda no informada (búsqueda ciega)
  - No tienen en cuenta el coste de la solución en la búsqueda
  - Su funcionamiento es sistemático, siguen un orden de visitas y generación de nodos establecido por la estructura del espacio de búsqueda
  - Anchura prioritaria, Profundidad prioritaria, Profundidad iterativa
- Algoritmos de búsqueda informada (búsqueda heurística)
  - Utilizan una estimación del coste de la solución para guiar la búsqueda
  - No siempre garantizan el óptimo, ni una solución
  - Hill-climbing, Branch and Bound, A*, IDA*

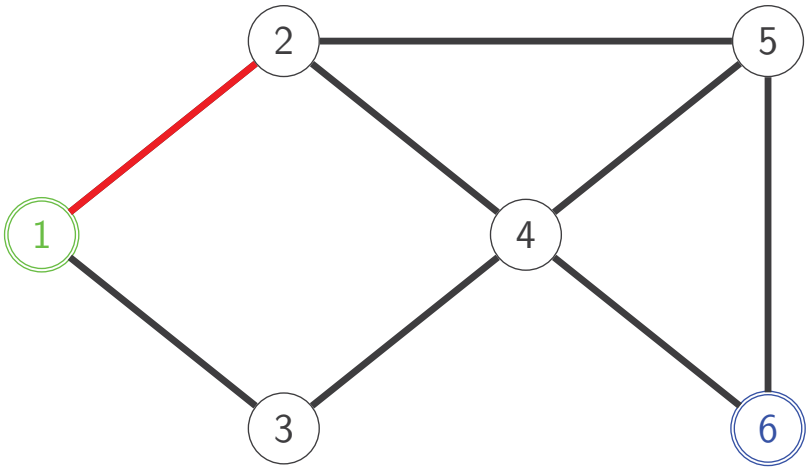
Búsqueda no informada

- Su funcionamiento es sistemático, siguen un orden de visitas y generación de nodos establecido por la estructura del espacio de búsqueda
- Estrategias:
  - Búsqueda en Anchura Prioritaria (Breadth-First Search ó BFS)
  - Búsqueda en Profundidad Prioritaria (Depth-First Search ó DFS)
  - Búsqueda en Profundidad Iterativa (Iterative Deepening ó ID)

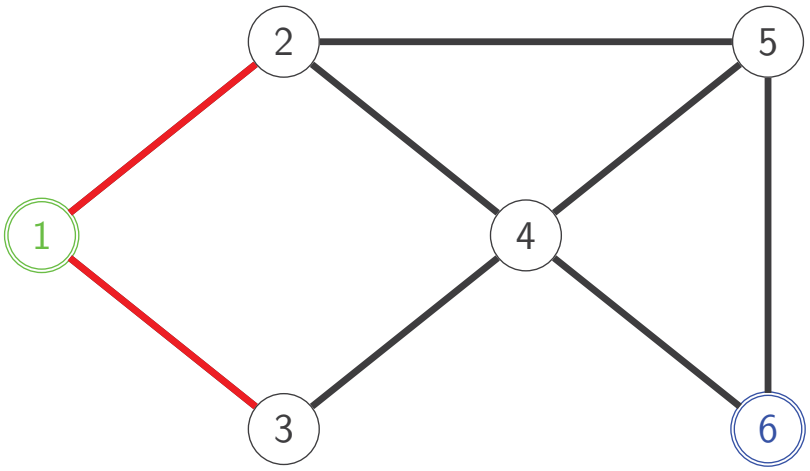
- Los nodos se visitan y generan por niveles
- La estructura para los nodos abiertos es una cola (FIFO)
- Un nodo es visitado cuando todos los nodos de los niveles superiores y sus hermanos precedentes han sido visitados



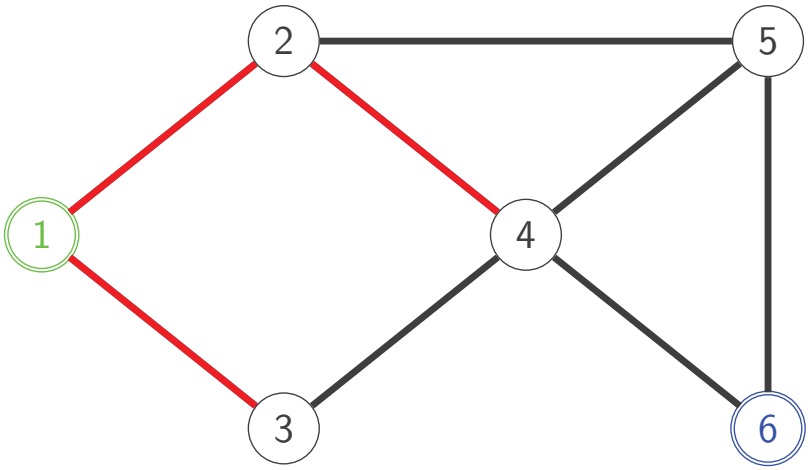
Búsqueda en Anchura Prioritaria



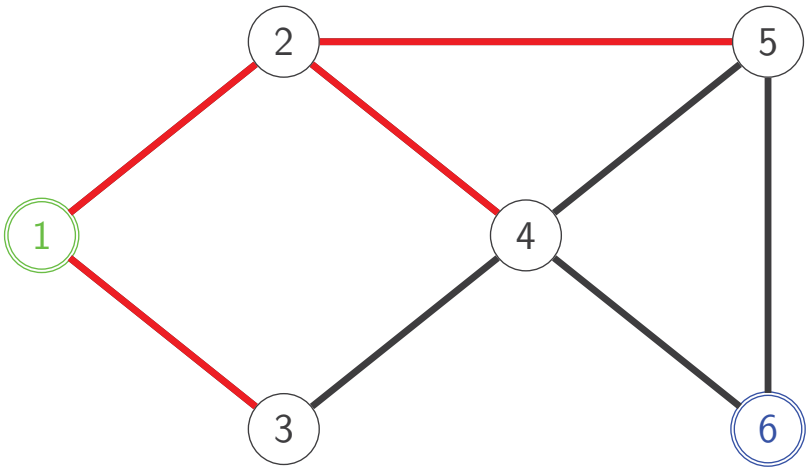
Búsqueda en Anchura Prioritaria



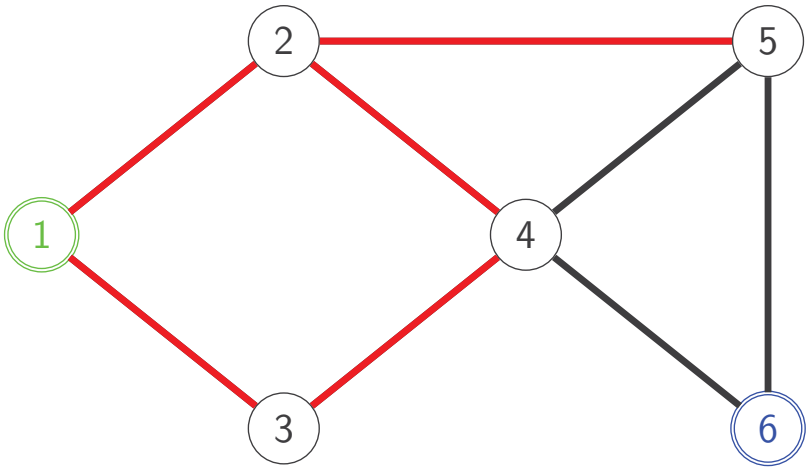
Búsqueda en Anchura Prioritaria



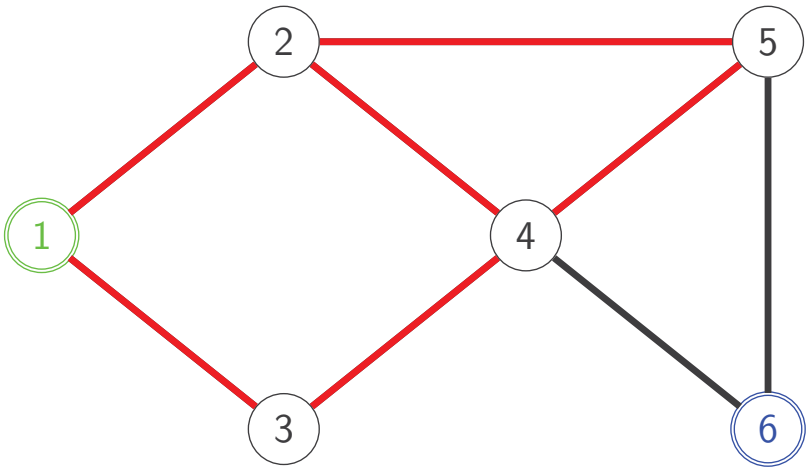
Búsqueda en Anchura Prioritaria

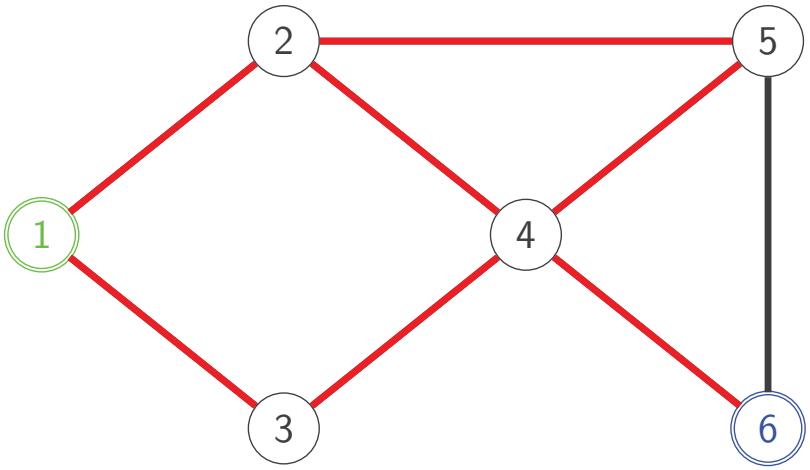


Búsqueda en Anchura Prioritaria



Búsqueda en Anchura Prioritaria





- Características:
  - Completitud: El algoritmo siempre encuentra una solución
  - Complejidad temporal: Exponencial respecto al factor de ramificación y la profundidad de la solución $O(r^p)$
  - Complejidad espacial: Exponencial respecto al factor de ramificación y la profundidad de la solución $O(r^p)$
  - Optimalidad: La solución que se encuentra es óptima en número de niveles desde la raíz

Búsqueda en Profundidad Prioritaria

- Los nodos se visitan y generan buscando los nodos a mayor profundidad y retrocediendo cuando no se encuentran nodos sucesores
- La estructura para los nodos abiertos es una pila (LIFO)
- Para garantizar que el algoritmo acaba debe imponerse un límite en la profundidad de exploración

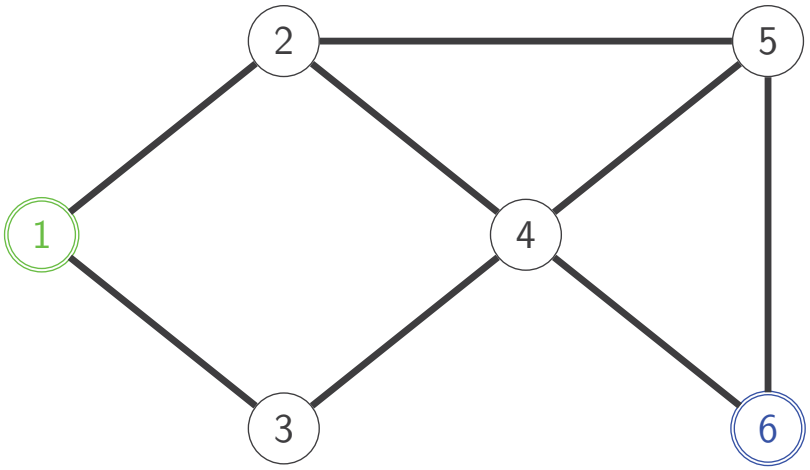
Búsqueda en Profundidad Prioritaria (Profundidad Limitada)

Procedure: Busqueda en profundidad limitada (limite: entero)

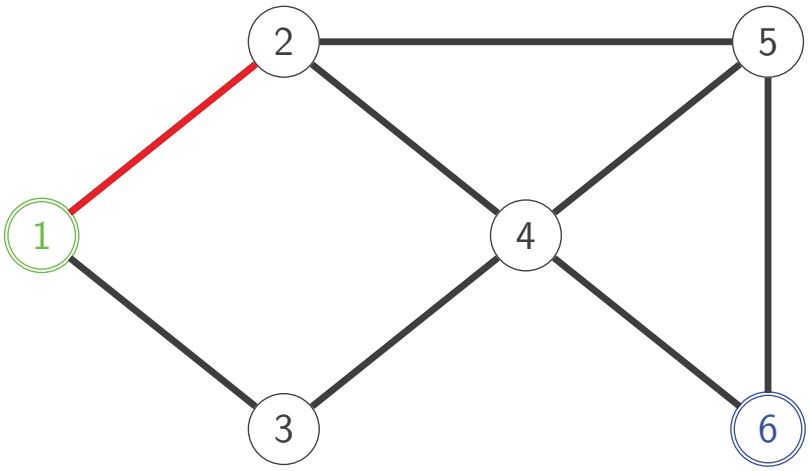
```
Est_abiertos.insertar(Estado inicial)
Actual ← Est_abiertos.primero()
while no es_final?(Actual) y no Est_abiertos.vacia?() do
    Est_abiertos.borrar_primero()
    Est_cerrados.insertar(Actual)
    if profundidad(Actual) ≤ limite then
        Hijos ← generar_sucesores (Actual)
        Hijos ← tratar_repetidos (Hijos, Est_cerrados, Est_abiertos)
        Est_abiertos.insertar(Hijos)
    Actual ← Est_abiertos.primero()
```

- La estructura de abiertos es ahora una pila
- Se dejan de generar sucesores cuando se llega al límite de profundidad
- Esta modificación garantiza que el algoritmo acaba
- Si tratamos repetidos el ahorro en espacio es nulo

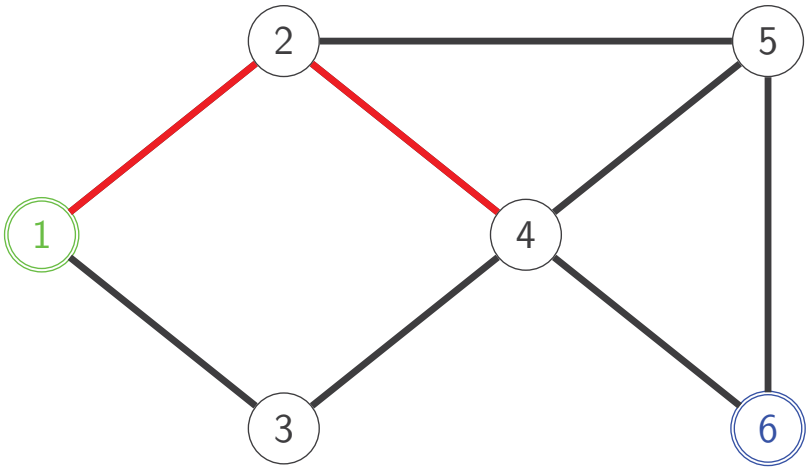
Búsqueda en Profundidad Prioritaria (Profundidad Limitada)



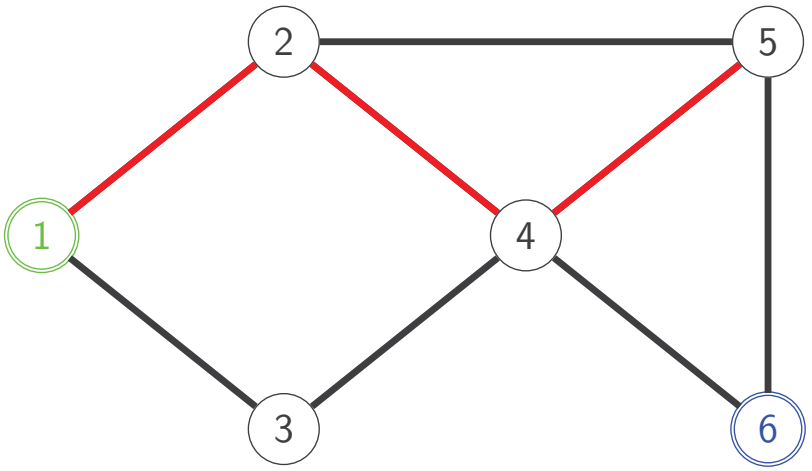
Búsqueda en Profundidad Prioritaria (Profundidad Limitada)

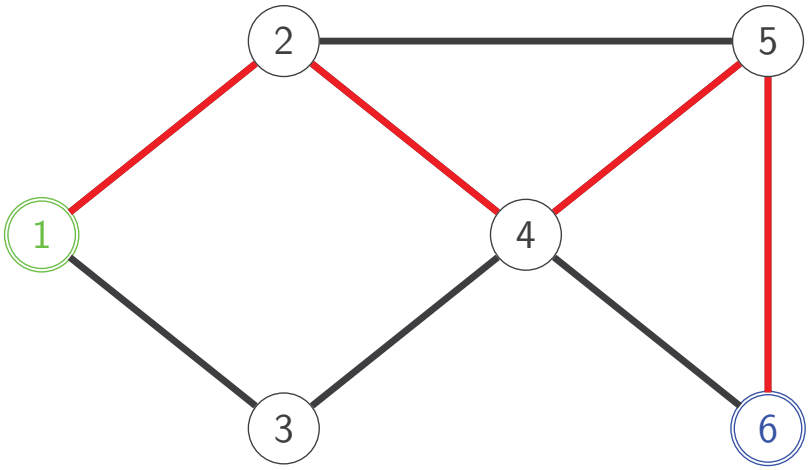


Búsqueda en Profundidad Prioritaria (Profundidad Limitada)



Búsqueda en Profundidad Prioritaria (Profundidad Limitada)



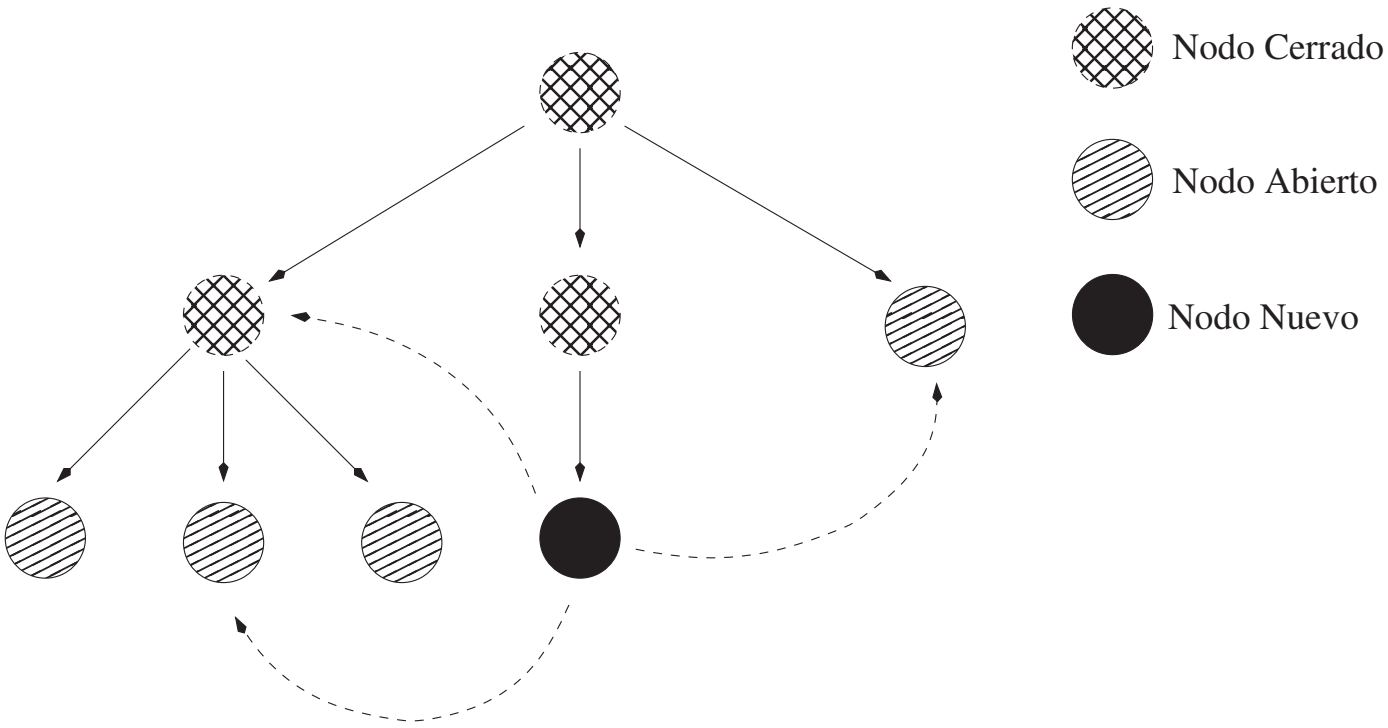


- Características
  - Completitud: El algoritmo encuentra una solución si se impone un límite de profundidad y existe una solución dentro de ese límite
  - Complejidad temporal: Exponencial respecto al factor de ramificación y la profundidad del límite de exploración $O(r^p)$
  - Complejidad espacial: En el caso de no controlar los nodos repetidos el coste es lineal respecto al factor de ramificación y el límite de profundidad $O(rp)$. Si tratamos repetidos el coste es igual que en anchura. Si la implementación es recursiva el coste es $O(p)$
  - Optimalidad: No se garantiza que la solución sea óptima

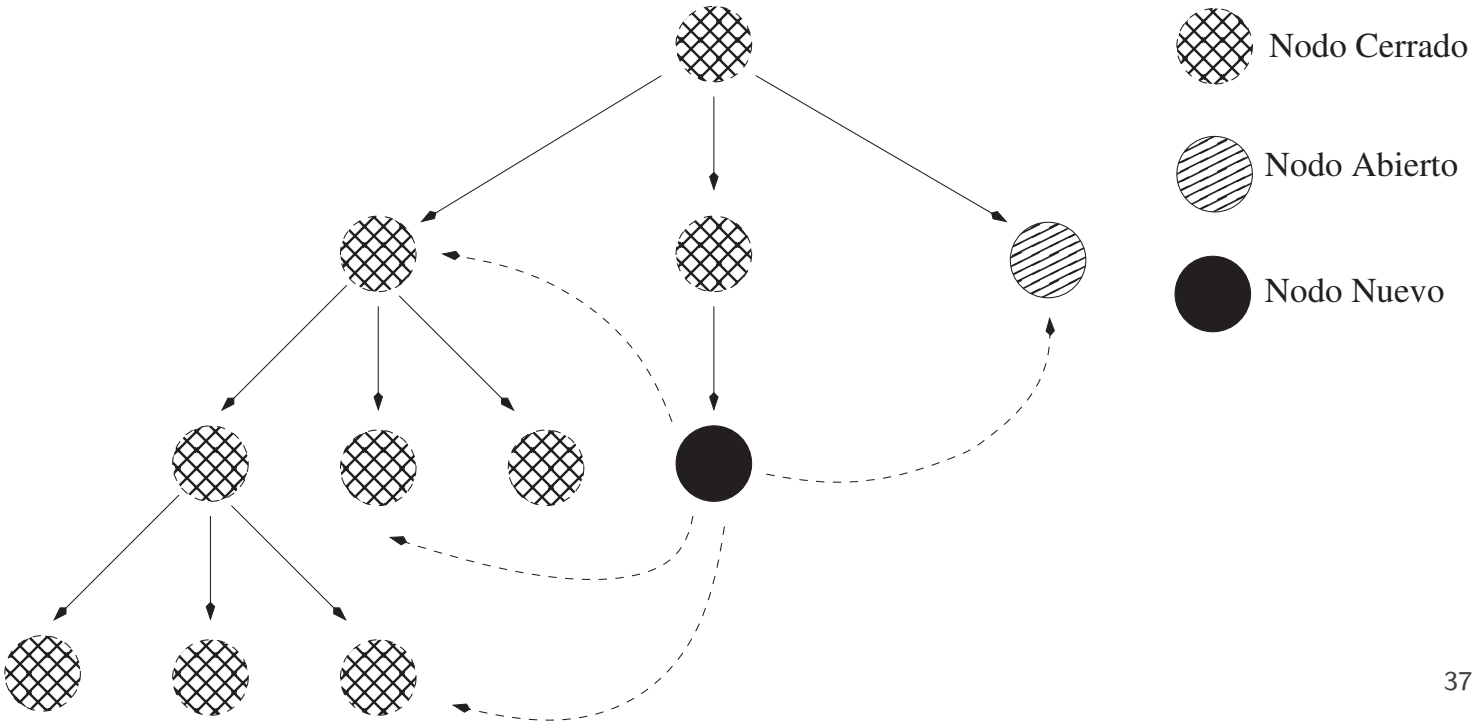
Tratamiento de nodos repetidos

- En anchura
  - Si el repetido está en la estructura de nodos cerrados podemos olvidarlo. Tendrá una profundidad igual o mayor al repetido cerrado
  - Si el repetido está en la estructura de nodos abiertos podemos olvidarlo. Tendrá una profundidad igual o mayor al repetido abierto
- En profundidad
  - Si el repetido está en la estructura de nodos cerrados lo dejaremos si tiene una profundidad menor
  - Si el repetido está en la estructura de nodos abiertos podemos olvidarlo, seguro que tiene una profundidad mayor

Repetidos en anchura



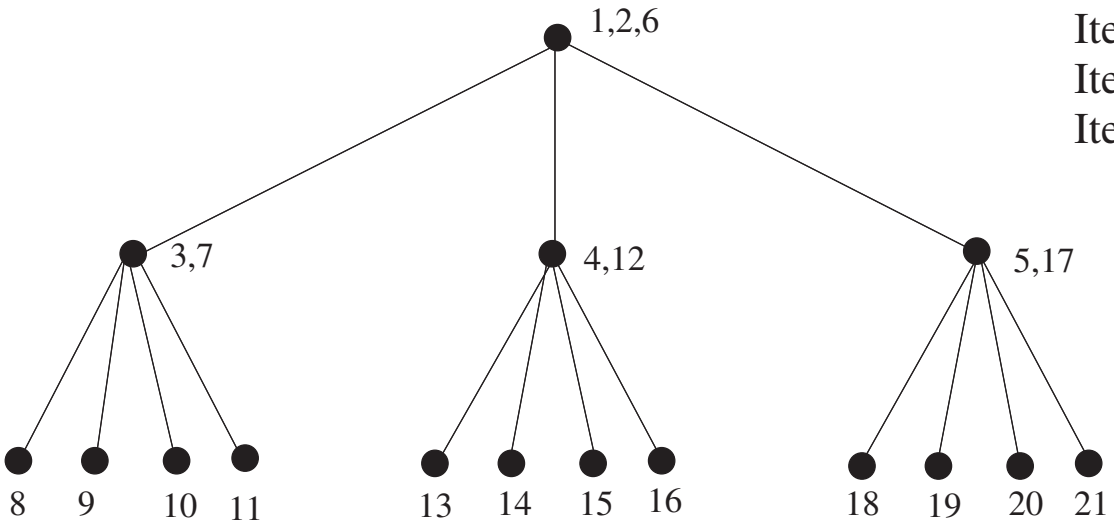
Repetidos en profundidad



ID (iterative deepening): profundidad iterativa

- Intenta combinar el comportamiento espacial del DFS con la optimalidad del BFS
- El algoritmo consiste en realizar búsquedas en profundidad sucesivas con un nivel de profundidad máximo acotado y creciente en cada iteración
- Así se consigue el comportamiento de BFS pero sin su coste espacial, ya que la exploración es en profundidad, y además los nodos se regeneran a cada iteración
- Además esto permite evitar los casos en que DFS no acaba (existen ramas infinitas)
- En la primera iteración la profundidad máxima será 1 y este valor irá aumentando en sucesivas iteraciones hasta llegar a la solución
- Para garantizar que el algoritmo acaba si no hay solución, se puede definir una cota máxima de profundidad en la exploración

ID (iterative deepening)



Iteracion 1: 1
Iteracion 2: 2,3,4,5
Iteracion 3: 6,7,8,9,...21

Búsqueda en profundidad iterativa

Procedure: Búsqueda en profundidad iterativa (limite: entero)

```
prof ← 1
Actual ← Estado inicial
while no es_final?(Actual) y prof<limite do
    Est_abiertos.inicializar()
    Est_abiertos.insertar(Estado inicial)
    Actual ← Est_abiertos.primero()
    while no es_final?(Actual) y no Est_abiertos.vacia?() do
        Est_abiertos.borrar_primero()
        Est_cerrados.insertar(Actual)
        if profundidad(Actual) ≤ prof then
            Hijos ← generar_sucesores (Actual)
            Hijos ← tratar_repetidos (Hijos, Est_cerrados, Est_abiertos)
            Est_abiertos.insertar(Hijos)
        Actual← Est_abiertos.primero()
    prof ← prof+1
```

- Características:
  - Completitud: El algoritmo siempre encontrará la solución
  - Complejidad temporal: La misma que la búsqueda en anchura. El regenerar el árbol en cada iteración solo añade un factor constante a la función de coste $O(r^p)$
  - Complejidad espacial: Igual que en la búsqueda en profundidad
  - Optimalidad: La solución es óptima igual que en la búsqueda en anchura