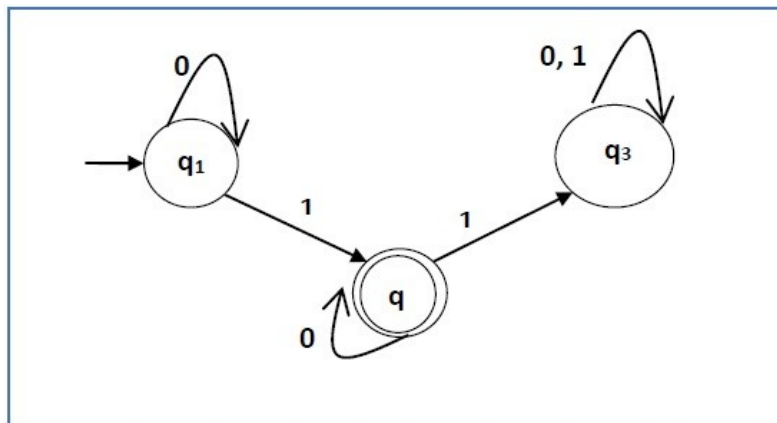


Aplicació del Lema d'Arden (L.A.), exemple:

Suposem el DFA



Solucions:

L'estat inicial és q_1 i l'estat final és q_2 (al dibuix diu 'q')

- Escrivim les equacions "per l'esquerra"

$$(1) q_1 = q_1 \cdot 0 + \varepsilon$$

$$(2) q_2 = q_1 \cdot 1 + q_2 \cdot 0$$

$$(3) q_3 = q_2 \cdot 1 + q_3 \cdot 0 + q_3 \cdot 1$$

La idea és: "soc a l'estat q_i i vaig amb el símbol α fins q_j , així doncs afegirem $q_i \cdot \alpha$ a l'equació de q_j : $q_j = \dots + q_i \cdot \alpha + \dots$ "

Resolem...

Apliquem L.A. a (1) i tenim $q_1 = \varepsilon 0^* = 0^*$

Ara, substituïm a (2):

$$q_2 = 0^*1 + q_2 \cdot 0$$

$$\text{i apliquem L.A.: } q_2 = 0^*1(0)^* = 0^*10^*$$

Per tant, com q_2 és l'estat final i a nosaltres ens interessa l'expressió regular associada a l'estat final, el resultat és 0^*10^* (no ens importa la solució per a q_3).

Fixem-nos en els següents detalls:

- Quan fem el sistema "per l'esquerra", l'estat inicial sempre tindrà ε com a part de l'equació.

- Ens interessa calcular les ER associades als estats ***finals*** (si n'hi ha més d'un en fem l'unió)

- Escrivim les equacions "per la dreta"

$$(1) \quad q_1 = 0 \cdot q_1 + 1 \cdot q_2$$

$$(2) \quad q_2 = 0 \cdot q_2 + 1 \cdot q_3 + \varepsilon$$

$$(3) \quad q_3 = 0 \cdot q_3 + 1 \cdot q_3$$

La idea és: "soc a l'estat q_i i vaig amb el símbol α fins q_j , així doncs afegirem $\alpha \cdot q_j$ a l'equació de q_i : $q_i = \dots + \alpha \cdot q_j + \dots$ "

Resolem:

Fixem-nos que de (3) obtenim $q_3 = \emptyset$. Com pot ser això? És conseqüència d'aplicar el L.A. a $q_3 = (0+1) \cdot q_3$, com (en l'enunciat del lema) $Q = \emptyset$, la solució és $(0+1)^* \cdot \emptyset = \emptyset$ (ja que qualsevol $L \cdot \emptyset = \emptyset$).

Així doncs el terme $1 \cdot q_3$ a (2) és \emptyset i el podem eliminar (ja que qualsevol conjunt $L + \emptyset = L$), per tant ens queda:

$$(1) \quad q_1 = 0 \cdot q_1 + 1 \cdot q_2$$

$$(2) \quad q_2 = 0 \cdot q_2 + \varepsilon$$

Ara resolem pel L.A. l'eq. (2): $q_2 = \varepsilon \cdot 0^* = 0^*$ i substituïm a (1): $q_1 = 0 \cdot q_1 + 10^*$, que podem resoldre pel L.A. donant $q_1 = 0^*10^*$

Com que ens interessa l'ER associada a l'estat inicial, la solució és 0^*10^*

Fixem-nos en els següents detalls:

- Quan fem el sistema "per la dreta", els estats finals sempre tindran ε com a part de la seva equació.

- Ens interessa calcular l'ER associada a l'estat ***inicial***.