1.

(a)

優：時頻分析可以看出信號不同時間點的頻譜及瞬時頻率

缺：相較 Fourier transform，時頻分析計算上為兩維度，計算資源及花費時間高

(b)

優：小波轉換維度不變，STFT 會將維度變 2 倍，因此小波計算上較快速，耗費記憶體較少

缺：只有低頻、高頻成份，在頻率上較無 STFT 來的詳細，可視為小波轉換犧牲頻率分析準確度換取 memory

2.

(a) 由 central limit theorem，Gaussian 為無限多個 rectangular function convolution 後之結果

(b) rectangular 經 Fourier transform 為 sinc，會有 sidelobe problem，若多 convolution 一個 rectangular sinc 變平方，其值會被壓低，所以越多 convolution，sidelobe problem 會降更低，而 Gaussian 為無限多 convolution 之結果，故無 sidelobe problem

Gaussian 在 time 及 frequency domain 都有較佳的清晰度，且在 uncertainty principle 滿足下限，故 Gaussian 在時頻分析較佳

3.

令 $x(t) = \begin{cases} 有值, & t_1 \le t \le t_1+T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

$X(f) = \begin{cases} 有值, & f_1 \le f \le f_1+F \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

minimum of sample points = TF

$x(ct+d) = y(t) = \begin{cases} 有值, & \frac{t_1-d}{c} \le t \le \frac{t_1+T-d}{c} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

平移不改頻率分佈情形, 但 scale 會

$Y(f) = \begin{cases} 有值, & cf_1 \le f \le cf_1+cF \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

$e^{j2\pi at} \cdot e^{j2\pi b} \cdot y(t) = z(t)$

$e^{j2\pi b}$ 不改時頻分佈

$z(t) = \begin{cases} 有值, & \frac{t_1-d}{c} \le t \le \frac{t_1+T-d}{c} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

$Z(f) = \begin{cases} 有值, & cf_1+a \le f \le cf_1+cF+a \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

所需 sample points：

$$\left(\frac{t_1+T-d}{c} - \frac{t_1-d}{c}\right)\cdot\left(cf_1+CF+a-cf_1-a\right)$$

$$= \frac{T}{c}\cdot CF = TF$$

故 $x(t)$ 及 $e^{j2\pi(at+b)}x(ct+d)$ 所需 sample points 相同

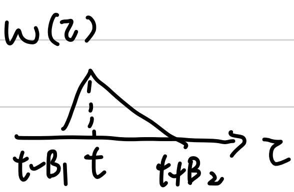
4.

鳥叫聲，人類語音，音樂聲

5.
(a) B越大，f軸解析度越高，t軸解析度越差

B越小，f軸解析度越差，t軸解析度越高

(b) 可以分析 real-time 的 application，和安全有關的，



B_1越小，delay越小，可tune過去訊號和未來訊號比例

(c)

$$\cos(2\pi t) = \frac{1}{2}\left(e^{j2\pi t} + e^{-j2\pi t}\right)$$

$$\xRightarrow{\text{rec-STFT}} \frac{1}{2}\Big(2B\,\mathrm{sinc}(2B(f-1))\,e^{-j2\pi(f-1)t} + 2B\,\mathrm{sinc}(2B(f+1)\,e^{-j2\pi(f+1)t}\Big)$$

$$= B\Big(\mathrm{sinc}(2B(f-1))\,e^{-j2\pi(f-1)t} + \mathrm{sinc}(2B(f+1)\,e^{-j2\pi(f+1)t}\Big)$$

Extra: 尾數7

一個信號取樣點數下限，等於它時頻分布面積