

Hamiltonsche Graphen und das Traveling Salesman Problem (TSP)

Mathematische Methoden der Informatik
09.05.2018

Albert Kasdorf, Andreas Janster, Alex Bibanaev, Georg Braun

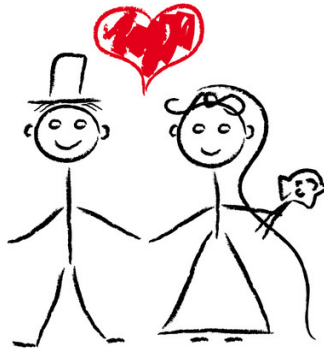
Hamiltonsche Graphen (Albert)

Traveling Salesman Problem (Andreas & Alex)

Algorithmen (Georg)

Hamiltonsche Graphen

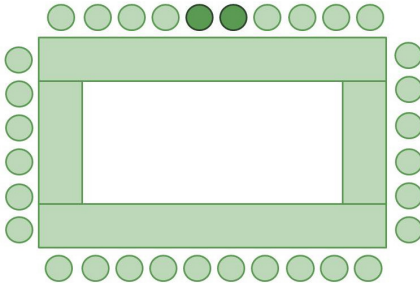
Motivation



Bildquelle: <https://gamesageddon.com/stock/media?id=28098782>

Hamiltonsche Graphen

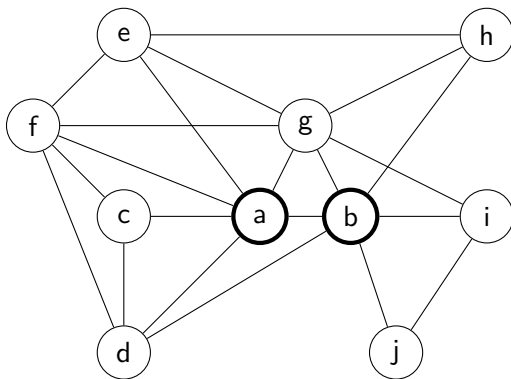
Motivation

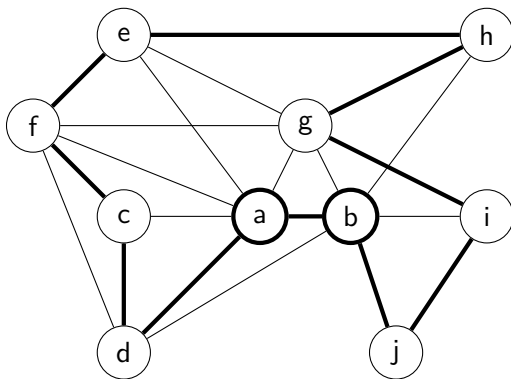


Hamiltonsche Graphen

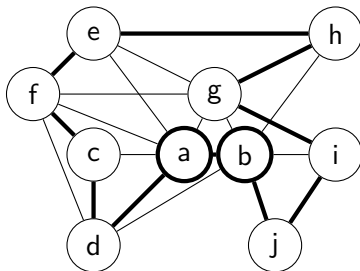
Motivation







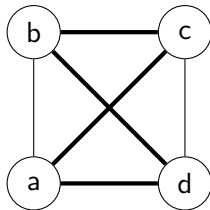
Ein Graph heißt **hamiltonsch** oder **Hamilton-Graph**, wenn in ihm ein Kreis existiert, der jeden Knoten genau einmal enthält. Ein solcher Kreis heißt auch **Hamilton-Kreis**.





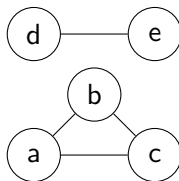
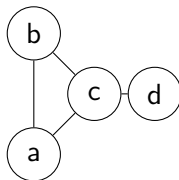
Definition:

Ein Graph heißt **vollständig**, wenn jeder Knoten zu jedem anderen Knoten benachbart ist.



Falls ein Graph hamiltonsch ist,

- > dann enthält er keinen Knoten mit Grad 1.
- > dann ist er auch zusammenhängend.



Hamiltonsche Graphen

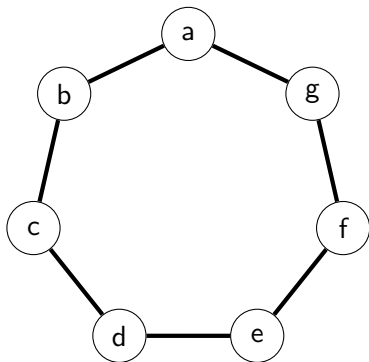
Zusammenhangskomponenten

Für jeden hamiltonschen Graphen gilt: Wenn k Knoten aus dem Graphen gelöscht werden, zerfällt der Graph in höchstens k Zusammenhangskomponenten.

Hamiltonsche Graphen

Zusammenhangskomponenten

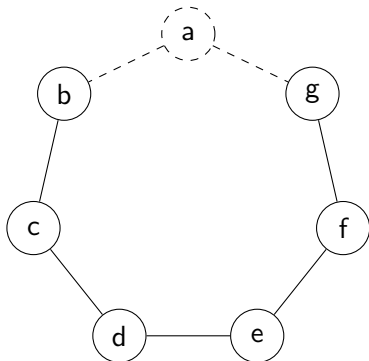
Für jeden hamiltonschen Graphen gilt: Wenn k Knoten aus dem Graphen gelöscht werden, zerfällt der Graph in höchstens k Zusammenhangskomponenten.



Hamiltonsche Graphen

Zusammenhangskomponenten

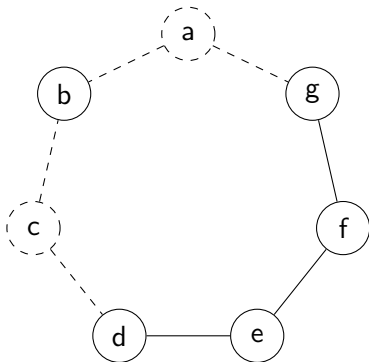
Für jeden hamiltonschen Graphen gilt: Wenn k Knoten aus dem Graphen gelöscht werden, zerfällt der Graph in höchstens k Zusammenhangskomponenten.



Hamiltonsche Graphen

Zusammenhangskomponenten

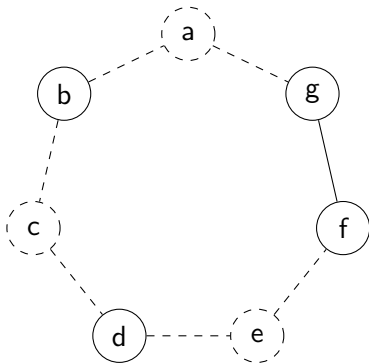
Für jeden hamiltonschen Graphen gilt: Wenn k Knoten aus dem Graphen gelöscht werden, zerfällt der Graph in höchstens k Zusammenhangskomponenten.



Hamiltonsche Graphen

Zusammenhangskomponenten

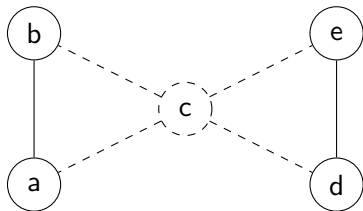
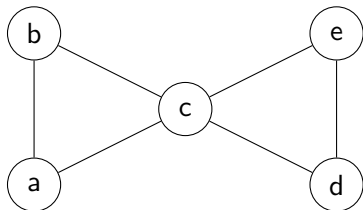
Für jeden hamiltonschen Graphen gilt: Wenn k Knoten aus dem Graphen gelöscht werden, zerfällt der Graph in höchstens k Zusammenhangskomponenten.



Hamiltonsche Graphen

Zusammenhangskomponenten

Für jeden hamiltonschen Graphen gilt: Wenn k Knoten aus dem Graphen gelöscht werden, zerfällt der Graph in höchstens k Zusammenhangskomponenten.

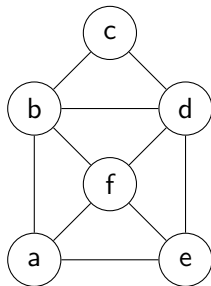


> Minimalgrad:

$$> \delta(G) = \min \{d(v) \mid v \in V\}$$

> Maximalgrad:

$$> \Delta(G) = \max \{d(v) \mid v \in V\}$$



$$\delta(G) = 2$$

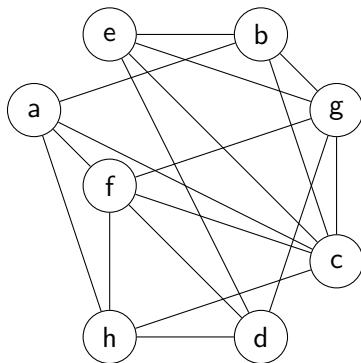
$$\Delta(G) = 4$$

Sei G ein einfacher Graph mit mindestens drei Knoten, für den außerdem $\delta(G) \geq 0.5 \cdot n$ gilt. Dann enthält der Graph einen Hamilton-Kreis.

Hamiltonsche Graphen

Satz von Dirac (2/2)

Sei G ein einfacher Graph mit mindestens drei Knoten, für den außerdem $\delta(G) \geq 0.5 \cdot n$ gilt. Dann enthält der Graph einen Hamilton-Kreis.

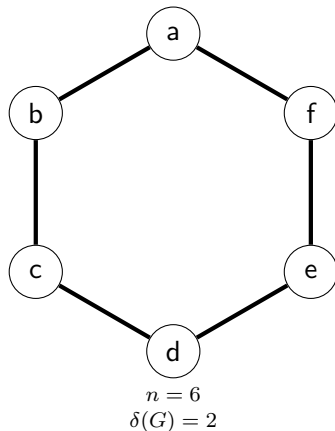


Hamiltonsche Graphen

Satz von Dirac (2/2)

Sei G ein einfacher Graph mit mindestens drei Knoten, für den außerdem $\delta(G) \geq 0.5 \cdot n$ gilt. Dann enthält der Graph einen Hamilton-Kreis.

Vorsicht: Die Rückrichtung gilt nicht.



Traveling Salesman Problem (TSP)