

# Technische Informatik

## Lösungen zu der Übung 5

Albert Kasdorf      Georg Braun

22.05.2018

### Aufgabe 39 (CFGs)

Betrachten Sie die CFG GSE in Abbildung 1 und das Wort

$w = \text{IDENT "=" NUMBER "*" IDENT "*" NUMBER ";"}$ .

**Wdh.: Kontextfreie Grammatiken**

- Syntaxbeschreibungsmechanismus
- Ausgangspunkt für Analyse-PDA
- Bsp.: **GSE** =  $(V, \Sigma, S, R)$  mit
  - Variablenmenge  $V = \{<\text{Stmt}>, <\text{Exp}>\}$   
(Nichtterminalsymbole)
  - Terminalmenge  $\Sigma = \{\text{IDENT}, \text{NUMBER}, "=", ";", "*"\}$
  - Startsymbol  $S = <\text{Stmt}>$
  - Regelmenge  $R =$   
{  

$<\text{Stmt}>$	$\rightarrow$	$\text{IDENT "=" } <\text{Exp}> ";"$	(1)
$<\text{Exp}>$	$\rightarrow$	$<\text{Exp}> "*" <\text{Exp}>$	(2)
$<\text{Exp}>$	$\rightarrow$	$\text{NUMBER}$	(3)
$<\text{Exp}>$	$\rightarrow$	$\text{IDENT}$	(4)

  
}

FH AACHEN  
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

© FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

TI Prof. Dr. H. Faßbender

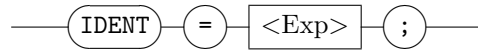
Anwendungen im Compilerbau

5. April 2018 | 18

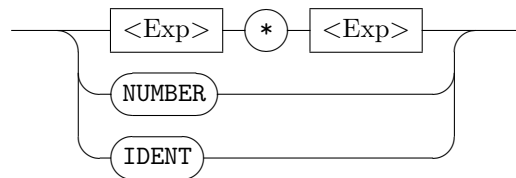
Abbildung 1: Wdh.: Kontextfreie Grammatiken

a) Geben Sie ein Syntaxdiagramm an, das die durch GSE erzeugte Sprache beschreibt.

$\langle \text{Stmt} \rangle$



$\langle \text{Exp} \rangle$



	GSE	=	(V, $\Sigma$ , S, R)	
Variablenmenge	V	=	{ $\langle \text{Stmt} \rangle$ , $\langle \text{Exp} \rangle$ }	
Terminalmenge	$\Sigma$	=	{IDENT, NUMBER, "=", ";", "*"}	
Startsymbol	S	=	{ $\langle \text{Stmt} \rangle$ }	
Regelmenge	R	=	{	
			$\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \text{IDENT "=" } \langle \text{Exp} \rangle \text{ ";"} $	(1)
			$\langle \text{Exp} \rangle \rightarrow \langle \text{Exp} \rangle "*" \langle \text{Exp} \rangle $	(2)
			$\langle \text{Exp} \rangle \rightarrow \text{NUMBER} $	(3)
			$\langle \text{Exp} \rangle \rightarrow \text{IDENT} $	(4)
			}	

w = IDENT "=" NUMBER "\*" IDENT "\*" NUMBER ";"

b) Geben Sie eine Linksableitung von w an.

$\langle \text{Stmt} \rangle$		Regel
=1> IDENT "=" $\langle \text{Exp} \rangle$ ";"		(1)
=1> IDENT "=" $\langle \text{Exp} \rangle$ "*" $\langle \text{Exp} \rangle$ ";"		(2)
=1> IDENT "=" NUMBER "*" $\langle \text{Exp} \rangle$ ";"		(3)
=1> IDENT "=" NUMBER "*" $\langle \text{Exp} \rangle$ "*" $\langle \text{Exp} \rangle$ ";"		(2)
=1> IDENT "=" NUMBER "*" IDENT "*" $\langle \text{Exp} \rangle$ ";"		(4)
=1> IDENT "=" NUMBER "*" IDENT "*" NUMBER ";"		(3)

c) Geben Sie eine Rechtsableitung von w an.

$\langle \text{Stmt} \rangle$		Regel
=r> IDENT "=" $\langle \text{Exp} \rangle$ ";"		(1)
=r> IDENT "=" $\langle \text{Exp} \rangle$ "*" $\langle \text{Exp} \rangle$ ";"		(2)
=r> IDENT "=" $\langle \text{Exp} \rangle$ "*" NUMBER ";"		(3)
=r> IDENT "=" $\langle \text{Exp} \rangle$ "*" $\langle \text{Exp} \rangle$ "*" NUMBER ";"		(2)
=r> IDENT "=" $\langle \text{Exp} \rangle$ "*" IDENT "*" NUMBER ";"		(4)
=r> IDENT "=" NUMBER "*" IDENT "*" NUMBER ";"		(3)

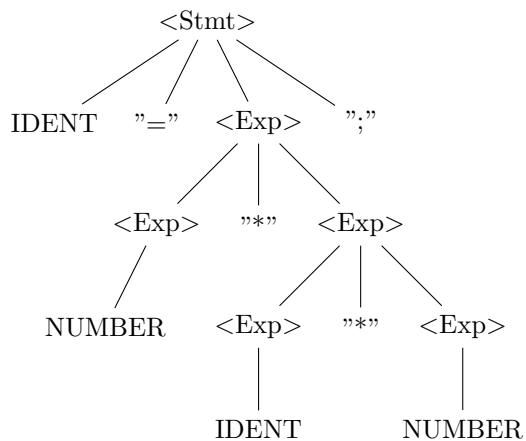
## Aufgabe 40 (Mehrdeutige CFGs)

a) Geben Sie eine CFG und ein Wort  $w$  an, so dass es für das Wort  $w$  zwei verschiedene Linksableitungen zu  $w$  gibt und beweisen Sie Ihre Aussage durch Angabe der beiden Linksableitungen zu  $w$ .

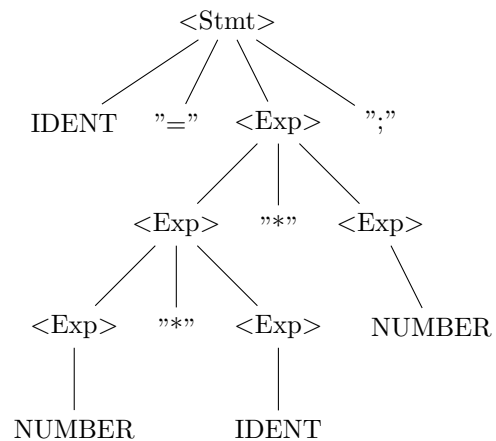
	GSE	=	$(V, \Sigma, S, R)$	
Variablenmenge	$V$	=	$\{\langle \text{Stmt} \rangle, \langle \text{Exp} \rangle\}$	
Terminalmenge	$\Sigma$	=	$\{\text{IDENT}, \text{NUMBER}, "=", ";", "*" \}$	
Startsymbol	$S$	=	$\{\langle \text{Stmt} \rangle\}$	
Regelmenge	$R$	=	$\{$	
			$\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \text{IDENT} "=" \langle \text{Exp} \rangle ";"$	(1)
			$\langle \text{Exp} \rangle \rightarrow \langle \text{Exp} \rangle "*" \langle \text{Exp} \rangle$	(2)
			$\langle \text{Exp} \rangle \rightarrow \text{NUMBER}$	(3)
			$\langle \text{Exp} \rangle \rightarrow \text{IDENT}$	(4)
			$\}$	

$w = \text{IDENT} "=" \text{NUMBER} "*" \text{IDENT} "*" \text{NUMBER} ";"$

b) Zeichnen Sie zu jeder Linksableitung den zugehörigen Syntaxbaum.



(a) Regel: 123234



(b) Regel: 122343

## Aufgabe 41 (CNF)

Geben Sie eine Typ 2-Grammatik an, die die folgende Sprache erzeugt und transformieren Sie diese in CNF:  $\{a^n b^n c^n \mid n, m \geq 1\}$ .

Typ 2-Grammatik:  $G = (\{S, C, D\}, \{a, b, c\}, S, P)$  mit

$$P = \{ \begin{aligned} S &\rightarrow CD, \\ C &\rightarrow aCb, \\ C &\rightarrow ab, \\ D &\rightarrow cD, \\ D &\rightarrow c \end{aligned} \quad (1)$$

Nun die Umformung in CNF: Für die Umformung die nicht alleinstehende Terminale in Variablen überführen. Kommen mehr als zwei Nichtterminale auf der rechten Regelseite vor, so werden diese durch eine neue Variable ersetzt.

Typ 2-Grammatik in CNF:  $G = (\{S, C, X, D, V_a, V_b, V_c\}, \{a, b, c\}, S, P)$  mit

$$P = \{ \begin{aligned} S &\rightarrow CD, \\ C &\rightarrow XV_b, \\ X &\rightarrow V_a C, \\ C &\rightarrow V_a V_b, \\ D &\rightarrow V_c D, \\ D &\rightarrow c, \\ V_a &\rightarrow a, \\ V_b &\rightarrow b, \\ V_c &\rightarrow c \end{aligned} \quad (2)$$

## Aufgabe 42 (Top-Down-Analyserechnung)

a) Geben Sie eine CFG an, die die Menge der nichtleeren Palindrome (Wort gleich dem gespiegelten Wort) über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  erzeugt. Bsp.:  $w = abccba$  ist in der zu erzeugenden Menge.

$G = (\{S\}, \{a, b, c\}, S, P)$  mit

$$P = \{ \begin{array}{ll} (1) & S \rightarrow aSa, \\ (2) & S \rightarrow bSb, \\ (3) & S \rightarrow cSc, \\ (4) & S \rightarrow aa, \\ (5) & S \rightarrow bb, \\ (6) & S \rightarrow cc, \\ (7) & S \rightarrow a, \\ (8) & S \rightarrow b, \\ (9) & S \rightarrow c \end{array} \quad (3)$$

b) Geben Sie eine Top-Down Analyserechnung des Top-Down Analyseautomaten zur CFG aus Teil a) für das Wort  $w = abccba$  an, die erfolgreich ist.

$$\begin{array}{l} \Rightarrow (z, abccba, S, ) \\ \Rightarrow (z, abccba, aSa, 1) \\ \Rightarrow (z, bccba, Sa, 1) \\ \Rightarrow (z, bccba, bSba, 12) \\ \Rightarrow (z, ccba, Sba, 12) \\ \Rightarrow (z, ccba, ccba, 126) \\ \Rightarrow (z, cba, cba, 126) \\ \Rightarrow (z, ba, ba, 126) \\ \Rightarrow (z, a, a, 126) \\ \Rightarrow (z, , , 126) \end{array} \quad (4)$$

c) Geben Sie eine Top-Down Analyserechnung des Top-Down Analyseautomaten zur CFG aus Teil a) für das Wort  $w = abccba$  an, die erfolglos abbricht.

$$\begin{array}{l} \Rightarrow (z, abccba, S, ) \\ \Rightarrow (z, abccba, S, 9) \\ \Rightarrow (z, abccba, c, 9) \\ c \neq a \end{array} \quad (5)$$

## Aufgabe 43 (Durchschnitt Typ 2-Sprachen)

a) Beweisen oder widerlegen Sie, dass der Schnitt von  $L_1$  und  $L_2$ , aus Aufgabe 37 und 38, vom Typ 2 ist.

$$L_1 = \{a^n b^n c^m \mid n, m > 0\}$$

$$L_2 = \{a^n b^m c^m \mid n, m > 0\}$$

$n, m$	1, 1	1, 2	2, 1	2, 2	2, 3	3, 2	3, 3	...
$L_1$	abc	ab cc	aabb c	aabbcc	aabb ccc	aaabbb cc	aaabbbccc	...
$L_2$	abc	a bbcc	aa bc	aabbcc	aa bbbccc	aaa bbcc	aaabbbccc	...

Tabelle 1: Bildung einiger Wörter mit der Sprache  $L_1$  und  $L_2$ .

Beweis durch Angabe eines Gegenbeispiels: Aus der Tabelle 1 kann entnommen werden, dass beide Sprachen die selben Wörter erzeugen, wenn  $n = m$  gilt. Somit ergibt sich aus dem Schnitt der beiden Sprachen die folgende Sprache:

$$L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n > 0\}$$

Mit Hilfe des Pumping Lemmas kann nachgewiesen werden, dass der Schnitt nicht mehr vom Typ 2 ist.

b) Was bedeutet das für die Abschlusseigenschaften der Typ 2-Sprachen?

Der Schnitt zweier Typ 2-Sprachen ist also nicht zwingend wieder vom Typ 2.

## Aufgabe 44 (Typ 1-Sprache)

Zeigen Sie, dass die Sprache  $L = \{a^m b^m c^m \mid m \geq 1\}$  vom Typ 1 ist.

Ziel: Eine Grammatik von Typ 1 finden.  $G = (\{S\}, \{a, b, c\}, S, P)$  mit

$$P = \{ \begin{array}{ll} (1) & S \rightarrow aSBC, \quad ; \text{weitere Verschachtelung} \\ (2) & S \rightarrow aBC, \quad ; \text{Ende der Generierung} \\ (3) & CB \rightarrow BC, \quad ; \text{Variablen wieder in Reihenfolge bringen} \\ (4) & aB \rightarrow ab, \quad ; \text{Übergang von a zu B} \\ (5) & bB \rightarrow bb, \quad ; \text{Anpassung im B Bereich} \\ (6) & bC \rightarrow bc, \quad ; \text{Übergang von b zu C} \\ (7) & cC \rightarrow cc \end{array} \} \quad (6)$$

Ein Beispiel für das Wort  $w = aaabbbccc$

$$\begin{array}{l} S \Rightarrow_1 aSBC \\ \Rightarrow_1 aaSBCBC \\ \Rightarrow_2 aaaBCBCBC \\ \Rightarrow_3 aaaBBCCBC \\ \Rightarrow_3 aaaBBCBCC \\ \Rightarrow_3 aaaBBBCCC \\ \Rightarrow_4 aaabBBCCC \\ \Rightarrow_5 aaabbBCCC \\ \Rightarrow_5 aaabbbCCC \\ \Rightarrow_6 aaabbbccC \\ \Rightarrow_7 aaabbbccC \\ \Rightarrow_7 aaabbbccc \end{array} \quad (7)$$