Løste eksamenssæt

123tinus

June 2021

Eksamenssæt Juni 2016

1 Opgave 1

a

Vi skal summe over alle delene, som bidrager til den elektriske ladning, hvor det ses at ladningstætheden afhænger af vinklen:

dQ = R*d$\theta * \lambda(\theta)$
$Q = \int_0^{\pi} R * \lambda(\theta) d\theta$
$Q = \int_0^{\pi} R * \lambda_0 \cdot sin(\theta) d\theta$
$Q = R * \lambda_0 * [-cos(\theta)]_0^{\pi}$
$Q = 2 * R * \lambda_0$

b

Pga af symmetri er det kun y-komposanten af den elektrisk kraft, der påvirker den. Derfor er retningen på den totale kraft og i -y-retningen.

dF$_y = \frac{1}{4*\pi*\epsilon_0} * \frac{dQ*q}{R^2} * sin(\theta)$
$dF_y = \frac{1}{4*\pi*\epsilon_0} * \frac{R*\lambda_0 \cdot sin(\theta) d\theta * q}{R^2} * sin(\theta)$
$F_y = \frac{1}{4*\pi*\epsilon_0} * \frac{R*\lambda_0*q}{R^2} * \int_0^{\pi} sin(\theta)^2 d\theta$
$F_y = \frac{1}{4*\pi*\epsilon_0} * \frac{R*\lambda_0*q}{R^2} * \frac{\pi}{2} * (-\vec{j})$

Opgave 2

a

Ved alle ledningerne, så ligger origo i en position af et helt tal ganget med pi/4, hvilket betyder, at det magnetiske felt altid bliver delt ligeligt op i to komposanter:

B(for ledning)=$\mu_0 * I \frac{}{2*\pi*r}$
sin(45)= $1/\sqrt{2}$

$\mathrm{B}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{\mu_0 * I}{2*\pi*\sqrt{2}a} * (-i + j)$

$\mathrm{B}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{\mu_0 * 2I}{2*\pi*\sqrt{2}a} * (i + j)$

$\mathrm{B}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{\mu_0 * 2I}{2*\pi*\sqrt{2}a} * (i - j)$

$\mathrm{B}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{\mu_0 * I}{2*\pi*\sqrt{2}a} * (-i - j)$

$\mathrm{B}_{tot} = \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{\mu_0 * 2I}{2*\pi*\sqrt{2}a} * (i)$

b

Vi har sammenhængen mellem kraft pr. længde(28.11)

$$1 : \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 * I^2}{2\pi 2a}(-j)$$

$$2 : \frac{F}{L} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\mu_0 * 2I^2}{2\pi\sqrt{8}a}(-i + j)$$

$$3 : \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 * 2I^2}{2\pi 2a}(+i)$$

$$tot : \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 * 2I^2}{2\pi 2a}(+i)$$

Afstanden fucker igen

Opgave 3

a

Vi ved fra (23.23) at potentialet bare er gradienten til det elektriske felt. Siden at den kun har en radiel komponent, skal vi bare differentiere i forhold til r og sætte et minus fortegn på.

$$(r < a) : V(r)' = -V_0 a \frac{1}{r^2}$$

$$E(r) = \frac{V_0 a}{r^2}$$

$$(a < r < b) : V(r)' = 0$$

$$E(r) = 0$$

$$(r > b) : V(r)' = -V_0 b \frac{1}{r^2}$$

$$E(r) = V_0 b \frac{1}{r^2}$$

b

Når man befinder sig i det første vaccum, vil der være et elektrisk felt, der kommer fra punktpartiklen i centrum(r¡a):

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

For at gøre op for ladningen i centrum, vil der samle sig en negativ ladning på indersiden af kuglen, hvilket betyder, at alt den overskydende positive samler sig på overfladen, hvilket også betyder at ladningen og det elektriske felt inde i skalen er 0(a¡r¡b).

$$E(r) = 0$$

Udenfor kuglen ved vi pr gauss lov, at det elektriske felt afhænger af den totale indeholdte ladning og derfor bliver udtrykket(r¿b):

$$E(r) = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Hvis de skal være identiske, kan man bare sætte dem lig hinanden og isolere for q og Q.

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{V_0 a}{r^2}$$
$$q = V_0 a 4\pi\epsilon_0$$

Nu kan vi så gøre det samme, og indsætte løsningen for q:

$$V_0 b \frac{1}{r^2} = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$
$$Q = V_0 b 4\pi\epsilon_0 - q$$

Opgave 4

a

t = 0

I de ledningsgrene hvor der sidder en inductor, vil strømmen være lig 0 pr. konstruktion af inductoren. Derfor er $i_1 = i_5 = 0$. Resten vil så svare til et seriekredsløb med tre resistorer:

$$i_2 = -i_3 = i_4 = i_6 = \frac{E}{R_0 + 2R}$$

t = ∞

Når t= $\infty, såvil i_2 = i_4 = 0$, hvilket man kan bekræfte med kirchhoffs regel. En anden måde at se på det er, hvis man tænker på en strøm af vand, siden der ingen modstand er i den ene ledning, vil strømmen altid strømme denne vej.

$$i_1 = i_3 = i_5 = i_6 = \frac{E}{R_0}$$

b

Fordi der sidder en inductor i begge grene er $i_1 = i_2 = 0$.
Nu anvender vi potentialle reglen:

$$0 = Ri_2 + L\frac{di_2}{dt} - Ri_1 - L\frac{di_1}{dt}$$

$$\frac{Ld}{Rdt}(i_1 - i_2) = i_2 + i_1$$

Hvis man omskriver den lidt kan man se, at den eneste løsning er når de er lig hinanden.

$$0 = R(i_2 - i_1) + L\frac{d}{dt}(i_2 - i_1)$$

c

Pr junction rule, ved vi $i = i_1 + i_2$, og når vi bruger det fra sidste opgave: $i = 2i_1$.Vi opskriver loopreglen:

$$0 = E - L\frac{di_1}{dt} - Ri_1 - R_0 2i_1$$

$$E = L\frac{di_1}{dt} + i_1(R + 2R_0)$$

$$\tilde{R} = (R + 2R_0)$$

Nu kigger vi på strømmen for t¡0

$$E = 2L\frac{di}{dt} + 2\tilde{R}i$$

$$\frac{E - 2\tilde{R}i}{2L} = \frac{di}{dt}$$

$$\frac{R}{2L}dt = \frac{di}{E/R - 2i}$$

$$\int_0^t \frac{R}{2L}dt = \int_0^i \frac{di}{E/R - 2i}$$

Nu skal man lave integration ved substitution, men det er fremgangsmåden, hvor man bagefter så bare isolerer for i.

Opgave 5

a

Da der er samme spændingsfald over den del af kapasitoren, hvor der er et dieletrika og den del uden, kan man dele dem op i to paralelle kapasitorer:

$$C = C_1 + C_2$$

$$C_1 = K\epsilon_0\frac{A/2}{d}$$

$$C_2 = \epsilon_0\frac{A/2}{d}$$

$$C = \epsilon_0\frac{A/2}{d}(K + 1)$$

Ved den anden kapasitor, så er det, det samme som de sidder i serie med hinanden, fordi der netop ikke er samme spændingsfald over mellemrummet, men der er samme ladningstæthed på begge plader:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2$$
$$1/C_1 = 1/(\epsilon_0 \frac{A}{d-fd})$$
$$1/C_2 = 1/(K\epsilon_0 \frac{A}{fd})$$
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d-fd} + K\epsilon_0 \frac{A}{fd}$$

Nu sættes de lig hinanden

$$\epsilon_0 \frac{A/2}{d}(K+1) = \epsilon_0 \frac{A}{d-fd} + K\epsilon_0 \frac{A}{fd}$$

spørg sigmund

Opgave 6

a

Man starter med at beregne den magnetiske flux, som er B-feltet prikket med areal vektoren, det kan ses, at de er antiparallelle, hvilket betyder at fluxen er negativ og ligAB. Vi ved at emf er givet ved: $E = -\frac{d\Phi}{dt}$, hvilket vil sige pr. opgaven, at $E = \alpha A$. Pr. side 985, ses det at emf'en bevæger sig med uret.

b

Pr. side 888, ved vi at slutladningen i RC-kredsløbet er den tilførte emf ganget kapitansen$q = C\alpha A$. pr. retning af strømmen er potentiallet højst ved b.

juni 2017

2 Opgave 1

2.1 a

Man se det som en masse mindre ringe der bidrager til det totalle potentialle:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{1}{\sqrt{z^2+r^2}} 2r\pi dr\sigma$$

Nu skal integralet bare løses, så har man svaret.

Opgave 2

a

r $<$ **R**: Vi kan bruge gauss lov til at bestemme det elektriske felt et vilkårligt sted i cylinderen. Vi indser, at det elektriske felt, altid er radielt på overfladen. Når vi skal finde den indesluttede ladning, skal vi summe de ladningen, som må være et lille volumeelement ganget med tætheden.

$$\Phi_E = EA = EL\pi 2r = \int_0^r \frac{\alpha r L 2\pi r dr}{\epsilon_0}$$

Hvis man løser integralet, så kan man bare isolere for E.

r $>$ **R**: Samme ide som før, men nu skal den øvre grænse i integralet bare være R, imens overflade arealet af gaussfladen stadig afhænger af r, hvilket derfor betyder at E-feltet kommer til at afhænge både af r og R.

b

Hvis det elektriske felt udenfor cylinderen skal være 0, så skal den indelukkede ladning være lig 0. Hvilket vil sige man kan opstille:

$$Q_{encl} = 0$$

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

Man skal lige huske, at det er en lineær ladningstæthed, og ikke en overfladetæthed:

$$\int_0^R \alpha r L 2\pi r dr = -L\lambda$$

For at finde potentialleforskellen, så ved vi godt, at vi bare skal tage linjeintegralet af det elektriske felt(formel 23.17). Vi fandt før at det elektriske felt udenfor cylinderen var:$E = \frac{\alpha R^3}{3\epsilon_0 r}$:

$$V_R - V'_R = \int_R^{R'} \frac{\alpha R^3}{3\epsilon_0 r} dr$$

$$= \frac{\alpha R^3}{3\epsilon_0} ln(\frac{R'}{R})$$

Opgave 3

a

Længden af et lille stykke cirkelbue er lig radius ganget med en lille ændring i vinklen. Vi kender godt magnetfeltet lavet af et stykke ledning.Det ses at magnetfeltet peger ind i papiret. Udover der også et magnetfelt for den flade ledning.

$$dB_{cir} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} R d\theta$$

$$B = -\vec{k}(\frac{\mu_0 I}{2R} + \frac{\mu_0 I}{\pi 2R})$$

b

Vi bruger formel(29.7) til at finde den inducerede emf. Man kan lige overbevise sig selv om, at magnetfeltet er vinkelret på begge komponenter af hastigheden, hvilket betyder, at man kan tage størrelsen af de to vektorer og gange sammen

$$E = \sqrt{2} v_0 B(O) l$$

pr højrehåndsreglen og formlen for den magnetiske kraft, så er der højst potentialle ved b.

Opgave 4

a

Fordi at der sidder en induktor i begge grene, er alle strømmene lig 0 i starten. Til t gående mod uendelig, så kan man fjerne de to induktorer, man kan også ved kirchhoffs regler vise at i1 og i2 er ens, og de er lig halvdelen af i.

b

Man kan opskrive: $0 = Ri_1 + L\frac{di_1}{dt} - Ri_2 - L\frac{di_2}{dt}$ Hvilket kan omskrives til at vise, at den eneste løsning er hvis de er lig hinanden.
Nu kan man opskrive kirchhoffs regel igen med $i = 2i_1$

$$0 = E - R_0 i - 1/2Ri - 1/2L\frac{di}{dt}$$

Dette kan skrives om til:

$$-\frac{(2R_0+R)}{L}dt = \frac{di}{i - \frac{2E}{2R_0+R}}$$

Hvilket skal integreres, hvorefter man kan isolere for i.

c

Den energi der er i en induktor er givet ved formel 30.9. Vi har to induktorer, og strømmen har vi fra opgave et, så er det bare at summe dem. Den energi der er lagret i induktorene, må nødvendigvis være den energi, som der bliver tilført og omsat i resistorene.

Opgave 5

a

Det elektriske felt fra en punktpartikel er givet ved formel 21.7. Så kan vi ligge alle felterne sammen fra de enkelte punktpartikler. Man kan udregne, at de alle har den samme afstand som er:

$$x = \sqrt{(\frac{a}{2})^2 + (\frac{a}{2})^2}$$

Så skal man huske på at en negativ og en positiv ladning, henholdsvis trækker og skubber i en punktladning, når man skal regne komposanterne ud. Det elektriske potential er givet ved formel 23.16

b

Definition af potential er netop det arbejde pr ladning det kræver at flytte en ladning mellem to punkter, som i vores tilfælde er uendelig og $\frac{1}{\sqrt{2}}a$. Det var netop det potential vi fandt i sidste opgave, så vi skal bare gange det med 3q. Når man skal beregne ladningsfordelingens potentielle energi, skal man bruge formel 23.10 på alle ladningerne.

Opgave 6

a

Når vi skal beregne den kraft, som sløjfen påvirkes af, så skal vi bruge formel(27.19). Dette skal gøres for alle segmenter, hvor man så rent symmetrisk kan se, at de to horisontalle dele af sløjfen går ud med hinanden. Man kan komme frem til følgende:

$$F_{tot} = I'b\frac{\mu_0 I}{2\pi}(\frac{1}{d+a/2} - \frac{1}{d-a/2})(\vec{j})$$

Per definition af det magnetiske dipolmoment, så er det lig $I'ab$ og peger ud af papiret. Fordi magnetfeltet og dipolmomentet er antiparallelle, så er kraftfmomentet lig 0.

b

Per formel 30.2, så er den gensidige induktans givet ved $M_{21} = \frac{\Phi_{B2}}{i_1}$. Derfor skal vi bare beregne den totale flux gennem sløjfen. Jeg antager at B-feltet er uniformt i afstanden dr. Så kan man opskrive:

$$d\Phi_B = BdA$$

$$\Phi_B = \int_{d-a/2}^{d+a/2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} b \cdot dr$$

c

Efter vi har fundet den gensidige induktans i b, så ved man, at den enducerede spænding er givet ved formel(30.4), hvorefter man kan dele med R

$$E = -M\frac{di'(t)}{dt}$$

Retning bliver i positiv z, fordi den lange ledning i princippet skal have en strøm, der modvirker ændringen i flux. 2017 marts

opgave 2

a

Vi de to kapasitorer kan betragtes som ledning til t=0. Derfor sidder den ene i serie med de tre parallelle

$$R_{eq} = R_0 + 1/3R$$