90 min

Dr. Mathias J. Krause M. Sc. Albert Mink M. Sc. Zoltan Veszelka

Bearbeitungszeit:

1.2.2018

Einstieg in die Informatik und Algorithmische Mathematik

Klausur

Gesamtpunktzah	I: 90 Punkte	
Tragen Sie Ihren V	or- und Nachnamen, Ihren Studien	gang und Ihre Matrikelnummer ein.
Vorname:		_
Nachname:		_
Studiengang:	☐ Bachelor Mathematik (alle)	□ Sonst:
Matrikelnummer:	□ Lehramt	

Hinweise:

- Grundlage für diese Klausur ist die in der Vorlesung gelehrte Sprache Java.
- Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.
- Jedes Lösungsblatt ist mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Schreiben Sie leserlich und mit einem dokumentenechten Stift.
 (Lösungen in Bleistift, löschbarer Tinte usw. werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt)
- Durchgestrichene Abschnitte werden bei der Bewertung ebenfalls nicht berücksichtigt.

Bewertung:

1	2	3	4	5	6	Σ	Note

Aufg	abe 1	Ausdrücke	(8 Punkte)
Gebe	en Sie d	das Ergebnis und den Datentyp der nachfolgender	Ausdrücke an:
(a)	6/4		
	Ergeb	nis:Datentyp:	
(b)	((tru	ne && false) (false true))	
	Ergeb	nis:Datentyp:	
(c)	"Note	e "+ "der Klausur"+"?"	
	Ergeb	nis:Datentyp:	
(d)	3/2.0		
	Ergeb	nis:Datentyp:	
(e)	3*1.5	f	
	Ergeb	nis:Datentyp:	
(f)	4.0/2	2	
	Ergeb	nis:Datentyp:	
(g)	(char	c) ('b'+2)	
	Ergeb	nis:Datentyp:	
(h)	((3>2	2) (true false) && (3<2))	
	Ergeb	nis:Datentyp:	

(d) Die Binärdarstellung der Hexadezimalzahl $5C9_{16}$.

Aufgabe 3 Klassenhierarchie

(2+4 Punkte)

Betrachten Sie die nachfolgenden Klassendefinitionen:

```
public class Gewässer {}

public class Meere extends Gewässer {}

public class Binnengewässer extends Gewässer {}

public class Stillgewässer extends Binnengewässer {}

public class Fließgewässer extends Binnengewässer {}

public class Ozeane extends Meere {}
```

(a) Erstellen Sie ein Klassendiagramm, welches die Beziehungen der Klassen untereinander veranschaulicht.

(b) In der main-Methode eines Java-Programms stehen die Zeilen:

Gewässer g; Ozeane o; Fließgewässer fg;

Welche der folgenden Ausdrücke sind (unabhängig voneinander) gültig? Begründen Sie Ihre Entscheidung kurz.

```
(b1) fg = new Meere();
```

(b2)
$$g = new Meere();$$

Aufgabe 4 Effizienz

(3+5 Punkte)

(a) Gegeben ist folgender Programmausschnitt:

```
// Die Matrix a und der Vektor b sind gegeben
double x[n];
for (int i = n-1; i >= 0; i--) {
   double s = 0.0;
   for (int k = i; k < n; k++) {
      s += a[i][k] * x[k];
   }
   x[i] = 1/a[i][i] * (b[i]-s);
}</pre>
```

Zählen Sie die zur Berechnung nötige Anzahl an Rechenoperationen. Geben Sie den Rechenaufwand des Ausschnittes mit Hilfe eines Ausdrucks in der Landau-Notation an. Vereinfachen Sie diesen dann soweit wie möglich, z. B.. $\mathcal{O}(n^2+3n+4)=\mathcal{O}(n^2)$.

- (b) Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke zur Komplexität durch geeignetes Runden, zu jeweils einem Ausdruck in der Landau-Notation, z. B., $\mathcal{O}(n^3+n)=\mathcal{O}(n^3)$:
 - 1) $\mathcal{O}(4 * ln(n) + 1/n + n^2/n)$
 - 2) $\mathcal{O}((n^3+1)*n+n^2+n*e^{10})$
 - 3) $\mathcal{O}(1 + \ln(n) + 1/n^2)$
 - 4) $\mathcal{O}(10n/(2n^2)+10)$
 - 5) $\mathcal{O}(10*n^5*n^3+n*ln(n)+2^n/2)$

Aufgabe 5 Lottowahrscheinlichkeiten

(23 Punkte)

Der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ (lies n über k) ist für $n, k \in \mathbb{N}$ definiert als

$$\binom{n}{k} := \begin{cases} \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \cdot \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \cdot \cdot k} & \text{für } 0 \leq k \leq n, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Schreiben Sie ein kompilierbares Java-Programm, das mit Hilfe der oben definierten Binomialkoeffizienten die Gewinnwahrscheinlichkeiten beim 6-er Lotto berechnet. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

 Schreiben Sie eine Methode biko mit ganzzahligem Rückgabewert und zwei ganzzahligen formalen Parametern, die den Binomialkoeffizient (ⁿ_k) für zwei natürliche Zahlen n und k mit 0 ≤ k ≤ n bestimmt. Setzen Sie dazu folgenden Algorithmus mit einer for-Schleife um:

$$c_0:=1,\; c_i:=\frac{c_{i-1}\cdot (n-i+1)}{i}, \qquad \text{für} \quad i=1,\dots,k.$$

Dann gilt $c_k = \binom{n}{k}$.

 Schreiben Sie eine rekursive Methode bikorek mit ganzzahligem Rückgabewert und zwei ganzzahligen formalen Parametern, die den Binomialkoeffizienten rekursiv mit Hilfe der folgenden Formel bestimmt:

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} \binom{n-1}{k-1} \cdot \frac{n}{k} & \text{für } 1 \leq k \leq n, \\ 1 & \text{für } k = 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

• Schreiben Sie nun das Hauptprogramm, in dem die Wahrscheinlichkeit

$$w(k) = \frac{\binom{6}{k} \cdot \binom{43}{6-k}}{\binom{49}{6}}$$

von $k=0,1,\ldots,6$ Richtigen im 6-er Lotto (6 aus 49) in einer **for**-Schleife mit den Methoden biko und bikorek berechnet werden. Speichern Sie dazu die Werte 6 und 49 vor der Schleife in entsprechende Variablen ab. Speichern Sie die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten in je einem Feld vom Typ **double**[] ab und geben Sie diese mit begleitendem Text auf dem Bildschirm aus.

Aufgabe 6 Tennisturnier

(37 Punkte)

Schreiben Sie ein kompilier- und ausführbares Java-Programm, das ein einfaches Tennisturnier modelliert.

Verwenden Sie dazu die folgenden Klassen:

- Eine Klasse Spieler, die einen Spieler des Turniers simuliert. Diese können gegen andere Spieler antreten und dabei Preisgeld gewinnen, sowie die nächste Runde des Turniers erreichen.
- Eine Klasse Turnier, die den Ablauf des Turniers simuliert. Dabei wird das Teilnehmerfeld gefüllt und die ersten Spiele werden gespielt.

Gehen Sie wie folgt vor:

Schreiben Sie eine Klasse Spieler, welche die folgenden Elemente enthält:

- Eine ganzzahlige Variable nummer für die Identifikation des Spielers sowie zwei ganzzahlige Variablen preisgeld und erreichte_runde für das vom Spieler bis jetzt verdientes Preisgeld und den Fortschritt im Turnier. Außerdem eine Variable turnier vom Typ Turnier, die dem Spieler das gewählte Turnier zuweist.

 Dabei soll nur die Variable nummer als öffentliche Instanzvariable deklariert werden. Alle
 - Dabei soll nur die Variable nummer als öffentliche Instanzvariable deklariert werden. Alle anderen Variablen sollen private Instanzvariablen sein.
- Einen öffentlichen Konstruktor mit zwei Parametern für die ganzzahlige Nummer des Spielers und das Turnier vom Typ Turnier, an dem der Spieler teilnimmt. Initialisieren Sie entsprechende Instanzvariablen mit den übergegeben Werten, lesen Sie das bis jetzt erreichte Preisgeld von der Konsole ein und belegen Sie die Variable erreichte_runde mit dem Wert 1.
- Eine öffentliche Instanzmethode spiel mit einem formalen Parameter für den Gegner (SpielerB) von SpielerA vom Typ Spieler und ganzzahligen Rückgabewert. Innerhalb der Methode sollen zunächst die Teilnehmer des Spiels mit begleitendem Text auf dem Bildschirm ausgeben werden.
 - Simulieren Sie nun den Ausgang des Spiels. Definieren Sie dazu eine Gleitkommazahl und belegen Sie diese mit einem zufälligen Wert zwischen 0 und 1. Falls diese Zahl kleiner als 0.5 ist, soll SpielerA das Spiel gewinnen, sonst SpielerB. Erhöhen Sie die erreichte_runde des Siegers um 1, addieren Sie zu dem Preisgeld des Siegers 1000 und geben Sie die Nummer des Siegers zurück.

Hinweis: Eine Zufallszahl zwischen 0 und 1 können Sie mit Math.random() erzeugen.

• Eine öffentliche Instanzmethode infos ohne Rückgabewert und ohne formalen Parameter. Geben Sie die Nummer des Spielers, die erreichte Runde und das gewonnene Preisgeld mit begleitendem Text auf dem Bildschirm aus.

Schreiben Sie eine weitere Klasse Turnier, welche folgende Elemente enthält:

• Eine ganzzahlige Variable anzahlTeilnehmer für die Anzahl der Teilnehmer des Turniers. Außerdem ein eindimensionales Feld teilnehmer vom Typ Spieler, in dem alle Teilnehmer des Turniers gespeichert werden. Beide Variablen sollen als öffentliche Instanzvariablen deklariert werden.

- Einen öffentlichen Konstruktor mit einem formalen Parameter für die ganzzahlige Anzahl der Teilnehmer des Turniers. Initialisieren Sie die entsprechende Instanzvariable mit dem übergegeben Wert und allokieren Sie Speicher für das Feld. Iterieren Sie nun über die Anzahl der Spieler und legen Sie dabei die Spieler mit dem expliziten Aufruf des entprechenden Konstruktors in dem Feld teilnehmer ab.
 - **Hinweis:** Die Nummer der Laufvariablen beim Füllen des Teilnehmerfeldes beginnend mit Null entspricht dabei der Nummer des Spielers.
- Das Hauptprogramm. Gehen Sie dabei wie folgt vor:
 - Erstellen Sie ein Turnier turnier1 mit einem Teilnehmerfeld der Größe 8.
 - Simulieren Sie nun die erste Runde des Turniers. Dabei sollen mit einer Schleife vier Spiele simuliert werden. Der Spieler mit der Nummer i soll dabei gegen den Spieler mit der Nummer 7-i spielen.
 - Geben Sie in jedem Schleifendurchlauf auch die Informationen des Siegers mit Hilfe der Methode infos mit begleitendem Text auf dem Bildschirm aus.

Name, Matrikelnumn	ner
--------------------	-----

Lösung 1 Ausdrücke

Gesamt 8 Punkte, je 1 pro Aufgabenteil (0.5 Punkt für Ergebnis, 0.5 Punkt für Datentyp)

- (a) 1 (int)
- (b) true (boolean)
- (c) Note der Klausur? (String)
- (d) 1.5 (double)
- (e) 4.5 (float)
- (f) 2.0 (double)
- (g) d (char)
- (h) false (boolean)

Lösung 2 Zahlensysteme

Gesamt 8 Punkte. Je 2 pro Aufgabenteil (1 Punkt Ergebnis, 1 Punkt Rechnung)

- (a) $A9_{16} = 10 * 16 + 9 = 169$
- (b) $153 = 1 * 128 + 1 * 16 + 1 * 8 + 1 = 10011001_2$
- (c) $1110101001_2 = 3A9_{16}$
- (d) $5C9_{16} = 10111001001_2$

Lösung 3 Klassenhierarchie

Gesamt 6 Punkte, Teil (a) 2 Punkte, Teil (b) jeweils 1.0 Punkte (Antwort: 0.5P, Begründung: 0.5P) (b)

- (b1) Ungültig. Die Klasse Fließgewässer ist wie die Klasse Meere von der Basisklasse Gewässer abgeleitet. Jedoch ist Fließgewässer nicht Basisklasse der Klasse Meere. ("Meere sind keine Fließgewässer")
- (b2) Gültig. Der Variable g vom Typ Gewässer wird eine Instanz der Klasse Meere zugewiesen. ("Meere sind Gewässer")
- (b3) Ungültig. Die Klasse Gewässer ist Basisklasse der Klasse Ozeane. Daher ist eine Instanz der Klasse Gewässer keine Instanz der Klasse Ozeane. ("Gewässer sind im Allgemeinen keine Ozeane")
- (b4) Gültig. Der Variable fg vom Typ Fließgewässer wird eine Instanz der Klasse Fließgewässer zugewiesen. ("Fließgewässer sind Fließgewässer")

Lösung 4 Effizienz

Gesamt: 8 Punkte. Teil a) 2+1 Punkte (Begründung und Ergebnis), Teil b) 1 Punkt.

- (a) (1) * Die innere Schleife wird je 0, 1, 2, ..., n-1-mal durchgelaufen. Dort wird je eine Addition und eine Multiplikation durchgeführt. Das sind 2*(0+1+2..+(n-1)) Operationen.
 - * In der Äußeren Schleife wird noch bei jeden Schleifendurchlauf eine Division, eine Multiplikation und eine Substraktion durchgeführt. Das entspricht 3n Operationen.
 - * Insgesamt sind das (wegen der Gauß Formel) $2*(0+1+2...+(n-1))+3n=2*((n-1)*n/2)+3n=n^2-n+3n=n^2+2n$ Operationen. Das Entspricht einer Komplexität von $\mathcal{O}(n^2)$
- (b) 1) $\mathcal{O}(4*ln(n) + 1/n + n^2/n) = \mathcal{O}(4*ln(n) + 1/n + n) = \mathcal{O}(n)$
 - 2) $\mathcal{O}((n^3+1)*n+n^2+n*e^10) = \mathcal{O}(n^4+n+n^2+n*e^{10}) = \mathcal{O}(n^4)$
 - 3) $\mathcal{O}(1 + \ln(n) + 1/n^2) = \mathcal{O}(\ln(n))$
 - 4) $\mathcal{O}(10n/(2n^2) + 10) = \mathcal{O}(5/n + 10) = \mathcal{O}(10) = \mathcal{O}(1)$
 - 5) $\mathcal{O}(10*n^5*n^3+n*ln(n)+2^n/2) = \mathcal{O}(10*n^8+n*ln(n)+2^n/2) = \mathcal{O}(2^n)$

Lösung 5 Lottowahrscheinlichkeiten

Lottowahrscheinlichkeiten.cpp

```
/***********************
%%% Klasse Lottowahrscheinlichkeiten
%%% Berechnet mit Hilfe der Binomialkoeefizeinten (iterativ und
                                                               응응응
%%% rekursiv die Gewinnwahrscheinlichkeit beim Lotto.
                                                               응응응
                                                               응응응
%%% Vorlesung: 'Einfuehrung in die Informatik mit JAVA', WS 17
                                                               응응응
%%% Klausur, Aufgabe 4
                                                               응응응
응응응
                                                               응응응
%%% Entwickelt am IANM 2, KIT
                                                               응응응
%%% Letzte Aenderung: Dez 2017, Z. Veszelka .
import java.util.*;
                                                                 // 1 | 23
                                                                 // 1 | |
public class Lottowahrscheinlichkeiten {
                                                                 // 1 5 /
public static int biko(int n, int k) {
                                                                 // 1 | |
 int binkoeff = 1;
                                                                 // 1 | |
 for (int i=1; i<=k; i++) {</pre>
                                                                 // 1 | |
   binkoeff = binkoeff * (n-i+1) / i;
 return binkoeff;
                                                                 // 1 | |
public static int bikorek(int n, int k) {
                                                                 // 1 6 /
 if (n < k | | k < 0)
                                                                 // 1 | |
                                                                 //0.5 | |
   return 0;
                                                                 // 1 | |
 if (k == 0)
                                                                 //0.5 | |
   return 1;
 return bikorek (n-1, k-1) * n / k;
                                                                   // 2 |
public static void main(String args[]) {
                                                                 // 1 10 /
 int n = 49, q = 6;
                                                                 // 1,5| |
                                                                 // 1,51
 double [] wkeit1 = new double [g+1];
                                                                 // 1 1
 double [] wkeit2 = new double [q+1];
                                                                 // 1 | |
 for (int k = 0; k \le g; k++) {
                                                                 // 1,5| |
   wkeit1[k] = 1.0 * biko(g,k) * biko(n-g,g-k) / biko(n,g);
   System.out.println("Wkeit von "+k+" richtigen iterativ: "+wkeit1[k]); //1 / /
   wkeit2[k] = 1.0 * bikorek(g,k) * bikorek(n-g,g-k)/ bikorek(n,g); // 1.5/ /
   System.out.println("Wkeit von "+k+" richtigen rekursiv: "+wkeit2[k]);//1 / /
 }
}
}
```

Lösung 6 Tennisturnier

Tennisturnier.java

```
%%% Klasse Tennisturnier
%%% Simuliert zusammen mit der Klasse Spieler ein kleines
%%% Tennisturnier
%%% Vorlesung: 'Einfuehrung in die Informatik mit JAVA', WS 17
%%% Klausur, Aufgabe 5
응응응
                                 응응응
%%% Entwickelt am IANM 2, KIT
%%% Letzte Aenderung: Dez 2017, Z. Veszelka .
import java.util.*;
                                  // 1 1 37
class Spieler {
 public int nummer;
                                   // 1 3 |
 private int preisgeld, erreichte_runde;
                                   // 1 | |
 private Turnier turnier;
 // 1 6
 public Spieler(int n, Turnier turnier) {
  nummer = n;
  this.turnier=turnier;
                                   // 1
  Locale.setDefault(Locale.US);
                                   // 1
  Scanner sc = new Scanner(System.in);
  System.out.println("Das von Spieler Nr." + nummer +" bis jetzt"
                                   //
            + " gewonnene Preisgeld betraegt:");
                                   // 1 /
  preisgeld = sc.nextInt();
                                   // 1 /
  erreichte_runde = 1;
 }
```

Tennisturnier.java

```
public int spiel(Spieler gegner) {
   System.out.println("Spieler Nr."+this.nummer + " spielt gegen "+
                                    // 1
     "Spieler Nr."+ gegner.nummer);
                                    // 1
                                    // 1
  double a = Math.random();
                                    // 1
  if (a<0.5) {
                                    // 0.51
   this.erreichte_runde++;
   this.preisgeld +=1000;
                                    // 0.51
   return this.nummer;
                                    // 1 /
  else{
                                    // 1 /
    gegner.erreichte_runde++;
                                    // 0.51 1
                                    // 0.51 1
    gegner.preisgeld += 1000;
    return gegner.nummer;
                                    // 1 | |
   }
 }
 public void infos () {
                                    // 1 3
                                    // 2 | |
   System.out.println("Spieler Nr." + nummer + " hat die "
      +erreichte_runde+". Runde erreicht und hat " + preisgeld
                                    // 1 1
      + " Preisgeld gewonnen\n");
// 1 1 1
class Turnier {
 // 1 2 /
 public Spieler[] teilnehmer;
 public int anzahlTeilnehmer;
 public Turnier (int anzahlTeilnehmer) {
                                    // 1 5 /
  this.anzahlTeilnehmer = anzahlTeilnehmer;
                                    // 1 | |
                                    // 1 | |
  teilnehmer = new Spieler[anzahlTeilnehmer];
   for (int i=0; i<anzahlTeilnehmer; i++)</pre>
                                    // 1 | |
    teilnehmer[i] = new Spieler(i,this);
 }
  /*÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷÷
 // 1 6
 public static void main (String [] args) {
                                    // 1
  Turnier turnier1 = new Turnier(8);
                                    // 1
   for (int i=0; i<4; i++) {</pre>
    int k=turnier1.teilnehmer[i].spiel(turnier1.teilnehmer[7-i]); // 2 /
    System.out.println("Infos des Siegers der 1. Runde:");
                                    // 1
                                       1
                                    // 1 /
    turnier1.teilnehmer[k].infos();
  }
 }
```