

Controlo de um tanque de compensação (surge tank) por uma abordagem Fuzzy

Alberto Santos
up201708979@fe.up.pt

Leonor Santos
up201504515@fe.up.pt

Abstract—The purpose of this assignment is to develop a PI-type fuzzy logic controller, to command the automatic filling system of a surge tank, described by a specific dynamic model.

Index Terms—Fuzzy Control, Dynamic Modelling

I. INTRODUÇÃO

O tanque de compensação é um reservatório de armazenamento que se costuma encontrar na extremidade de um tubo de alimentação para absorver aumentos repentinos de pressão bem como o fornecimento rápido de água no caso de de uma queda de pressão. Para isto, este tanque deve ser capaz de seguir um certo conjunto de parâmetros, com um estado transitório rápido e sem causar grandes oscilações sobre o nível de água do sistema.

II. MODELO DO SISTEMA E RESPOSTA EM MALHA ABERTA

Considerando a descrição do problema 3 da ficha 5, os parâmetros do modelo do tanque são:

$h(t)$	[1,5]m	(output) altura da água do tanque no instante t
$q(t)$	[-50, 50]	(input) variável de controlo: bomba reversível
$A[h(t)]$	$ah(t)^2 + b$	área da secção do tanque; $a=1m$; $b=2m$
c	1	área da secção do tubo de saída de água
g	$9.8ms^{-2}$	aceleração da gravidade

TABLE I
PARÂMETROS DO PROBLEMA

A relação entre a saída ($h(t)$) e a entrada ($q(t)$) é dada pela equação diferencial 1:

$$\dot{h}(t) = -\frac{c\sqrt{2 * g/h(t)}}{ah(t)^2 + b} + \frac{q(t)}{ah(t)^2 + b} \quad (1)$$

A equação anterior pode ser simplificada, com os valores da tabela I, para a equação 2

$$\dot{h}(t) = -\frac{\sqrt{2 * 9.8/h(t)}}{h(t)^2 + 2} + \frac{q(t)}{h(t)^2 + 2} \quad (2)$$

A variação da altura da água é dada por 2 termos: um primeiro negativo que traduz o esvaziamento natural ao longo do tempo; o segundo termo depende da entrada $q(t)$ e pode ser aditivo ou subtractivo, consoante o modo de trabalho da bomba reversível.

Verifica-se que a variação na altura do tanque é tanto maior quanto menor for a altura da água - $A(h(t))$. Este comportamento está de acordo com a forma parabólica do tanque: variações na altura da água são mais evidentes no fundo do tanque, para uma mesma velocidade de entrada/saída de água.

Traduziu-se o modelo da equação 2 em simulink para se ter percepção da resposta do sistema, traduzido na Figura 1. O modelo tem como entrada $q(t)$, a ação da bomba reversível, que se traduz num valor de altura de água a cada instante de tempo t .

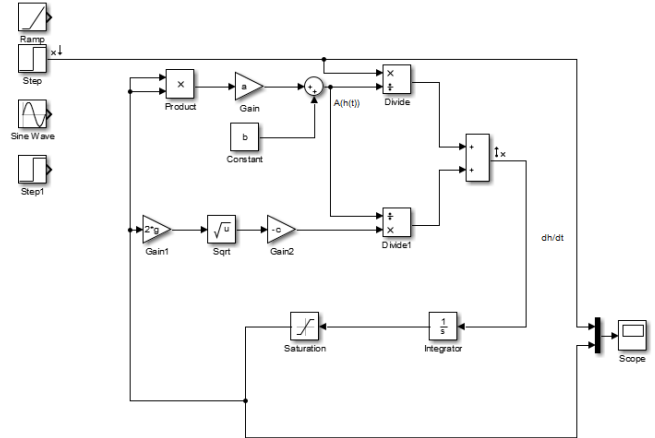


Fig. 1. Modelo em Simulink/Matlab

A. Resposta a um step de amplitude 10

Ao testar o modelo com um step de amplitude 10 na entrada, verifica-se uma elevação na altura da água do tanque até saturar em 5m, sendo substancialmente suficiente para se sobrepôr à saída natural devido à gravidade (Figura 2). O crescimento de $h(t)$ também se inicia em 1m, respeitando o enunciado do problema. Verifica-se ainda que a variação de $h(t)$ é mais rápida para pequenos valores de h , para uma mesma entrada, indo ao encontro da análise do modelo feita anteriormente.

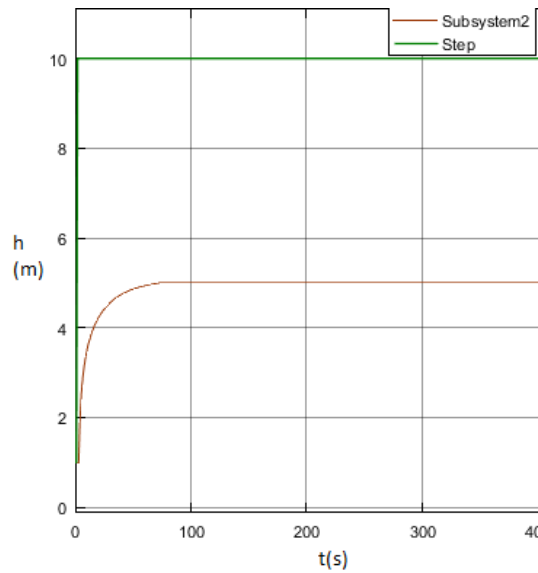


Fig. 2. Resposta a um step

B. Resposta a uma rampa

A resposta em rampa permite-nos visualizar que o sistema não responde com a mesma velocidade que o input. Por outras palavras, as derivadas dos sinais diferem, o que poderá traduzir-se num atraso das variações da entrada a verificarem-se na altura da água.

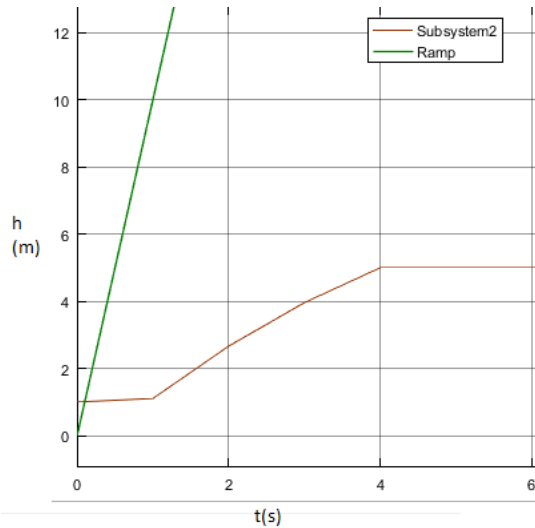


Fig. 3. Resposta a uma rampa

C. Resposta a um seno

Aquando da simulação do sistema com uma onda sinusoidal de amplitude 1 e valor médio 4.5, verifica-se que o nível da água vai crescendo e não segue as oscilações. Existe distorção na forma de onda e um limite inferior para o nível da água. A Figura 4 esboça esta resposta.

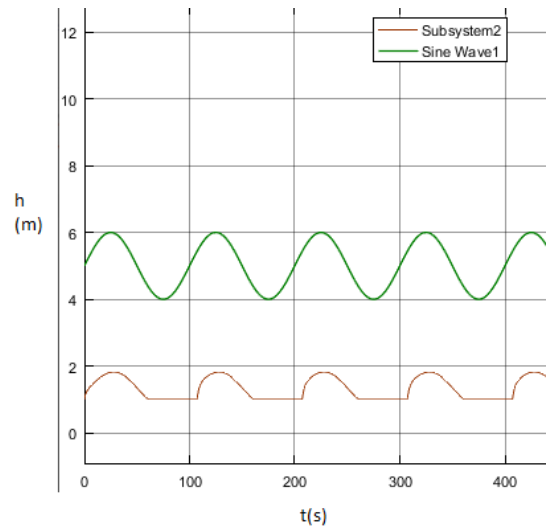


Fig. 4. Resposta a um seno

III. PROJETO DE UM CONTROLADOR FUZZY-MAMDANI

Para o controlador do sistema não linear de primeira ordem, a abordagem fuzzy terá uma vantagem significativa por conseguir ultrapassar as questões de incerteza e não linearidade.

A. Primeiras abordagens

Inicialmente, optou-se por desenhar um controlador com duas entradas: o erro e a sua derivada. Desta forma é possível localizar a o efeito do sinal (erro): por excesso ou por defeito [-5 5], bem como a sua taxa de evolução (derivada do erro)[-5 5]. Escolheram-se 3 estados para cada uma destas variáveis linguísticas: Neg, Zero, Pos. Em relação ao output, seguiu-se a mesma lógica de controlo. As representações das memberships para cada variável correspondem às figuras 5, 6 e 7.

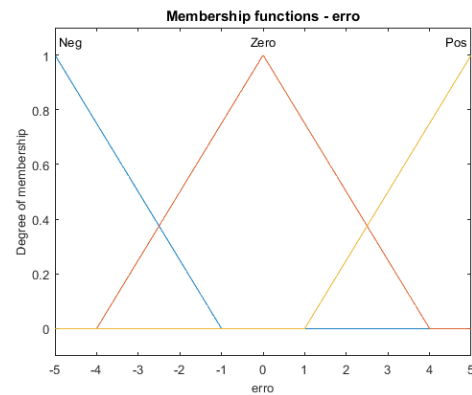


Fig. 5. Erro-Membership functions

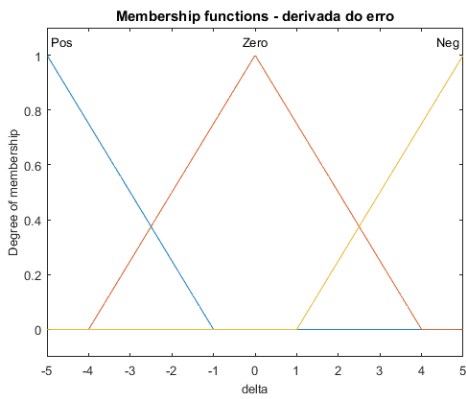


Fig. 6. Derivada do Erro-Membership functions

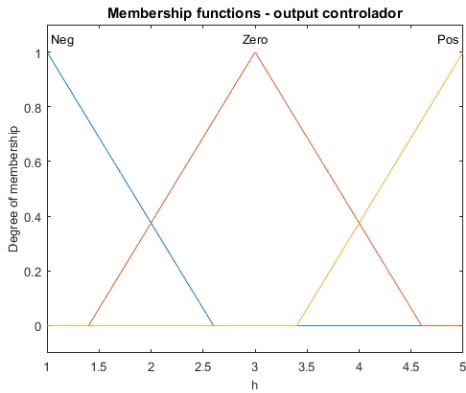


Fig. 7. Output do controlador-Membership functions

No que toca à construção das regras fuzzy, construiu-se a tabela II:

$e/\Delta e$	Neg	Zero	Pos
Neg	Neg	Neg	Zero
Zero	Neg	Zero	Pos
Pos	Zero	Pos	Pos

TABLE II

REGRAS PARA UM SISTEMA COM 3X3 FUNÇÕES DE PERTENÇA

Como exemplo, pode-se explicar as seguintes regras, retiradas da matriz, ilustrativas do comportamento do controlador:

IF e is Neg AND Δe is Neg THEN h is Neg

Neste cenário o erro é Negativo, ou seja, a saída do sistema está acima do nível de referência e afasta-se do set point. Portanto, a saída do controlador tem de ser negativa de modo a que o sistema evolua para o seu nível de referência.

No entanto, ao analisar a superfície gerada com as regras fuzzy, verificou-se que esta era pouco linear e tinha bastantes patamares, o que dificulta no mapeamento das entradas na saída e se traduz em diferentes sensibilidades no espaço de dis-

curso. A surface obtida com a primeira proposta de variáveis linguísticas e respetivas memberships é a representada na figura 8.

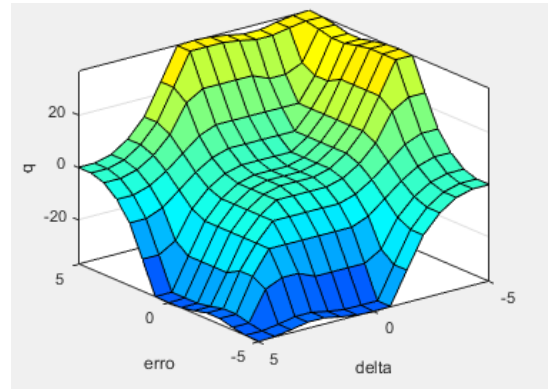


Fig. 8. Surface for the Mamdani fuzzy system

Quanto a melhoramentos, optou-se por abordar 2 aspetos:

- tornar as memberships dos inputs simétricas e triangulares: equidistantes e os mínimos (pertença nula) a coincidir com os máximos (pertença unitária)
- criar as funções de pertença semelhantes a singletons, para o output, com sensibilidade adaptada ao tanque. Por outras palavras, para erros pequenos, a sensibilidade do controlador deverá ser maior, para ir ao encontro da grande variação de $h(t)$ para valores próximos de 1.
- adicionar mais um estado ao erro positivo e negativo, passando a ter maior diferenciação entre os estados do erro, totalizando 5 fuzzy sets.

B. Proposta 2: 5*3 funções de pertença

Como segunda abordagem, criou-se um controlador com base nos melhoramentos propostos anteriormente. Desta vez, o erro passa a poder pertencer a: NG, NP, E, PP, PG, representando valores crescentes de erro, tanto negativos, positivos ou em torno de zero. O resultado pode ser consultado na figura 9 e os parâmetros na Tabela III. Desta vez, decidiu-se normalizar o erro e tratar as grandezas no intervalo $[-1, 1]$.

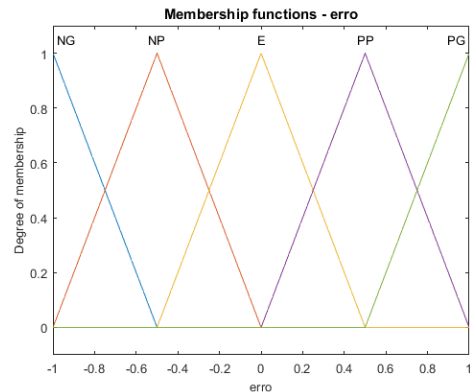


Fig. 9. Erro-Membership function

MF1='NG'	'trimf',[-1 -1 -0.5]
MF2='NP'	'trimf',[-1 -0.5 0]
MF3='E'	'trimf',[-0.5 0 0.5]
MF4='PP'	'trimf',[0 0.5 1]
MF5='PG'	'trimf',[0.5 1 1]

TABLE III

PARÂMETROS PARA AS MEMBERSIPS DO ERRO

Quanto à derivada do erro, optou-se por manter os 3 estados: N, E, P, significando, respetivamente, uma derivada negativa, em torno de zero ou positiva. Tal como o caso do erro, a derivada foi normalizada, o que se traduz num intervalo de entrada de $[-1, 1]$. O esboço da membership encontra-se de seguida na figura 10 e os parâmetros para a sua construção na Tabela IV.

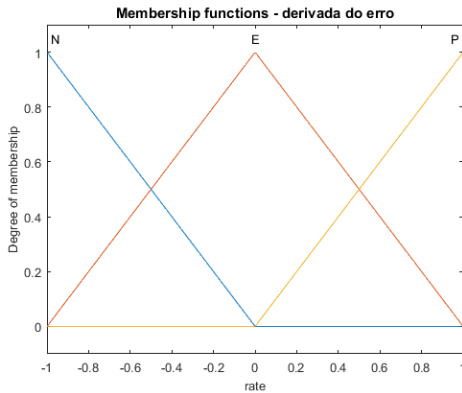


Fig. 10. Derivada do Erro-Membership function

MF1='N'	'trimf',[-1 -1 0]
MF2='E'	'trimf',[-1 0 1]
MF3='P'	'trimf',[0 1 1]

TABLE IV

PARÂMETROS PARA AS MEMBERSIPS DA DERIVADA DO ERRO

Por fim, as memberships criadas para o output do controlador também são normalizadas e, após um ganho absoluto de 50, irão controlar o fluxo de água da bomba do tanque, visível na figura 11. Na escolha das memberships, optou-se por um controlo semelhante a singletons, com uma maior sensibilidade em torno de zero. A decisão foi ao encontro das características não lineares do sistema. O objetivo foi tentar ultrapassar as maiores variações induzidas da altura de água, quando esta se aproxima da medida de 1m. Os parâmetros utilizados na construção dos fuzzy sets podem ser consultados na tabela V.

TABLE V

PARÂMETROS PARA AS MEMBERSIPS DA SAÍDA DO CONTROLADOR

MF1='Na'	'trimf',[-1.5 -1 -0.7]
MF2='NB'	'trimf',[-0.7 -0.5 -0.4]
MF3='Z'	'trimf',[-0.1 0 0.1]
MF4='PB'	'trimf',[0.4 0.5 0.7]
MF5='PA'	'trimf',[0.7 1 1.2]

No que toca à construção das regras fuzzy, pretendeu-se uma superfície o mais smooth possível, com a particularidade

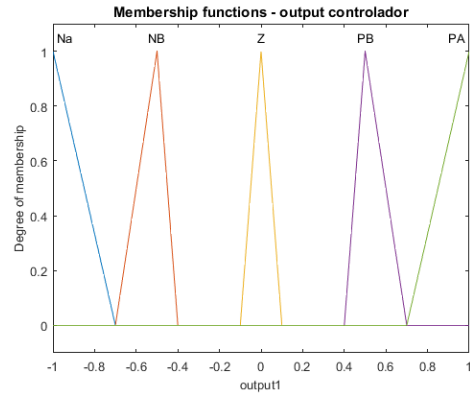


Fig. 11. Output do controlador-Membership function

de uma região mais inclinada no centro- maior sensibilização de erros e derivadas pequenos. As regras estão descritas na tabela VI e a representação 3D da superfície de mapeamento na figura 12:

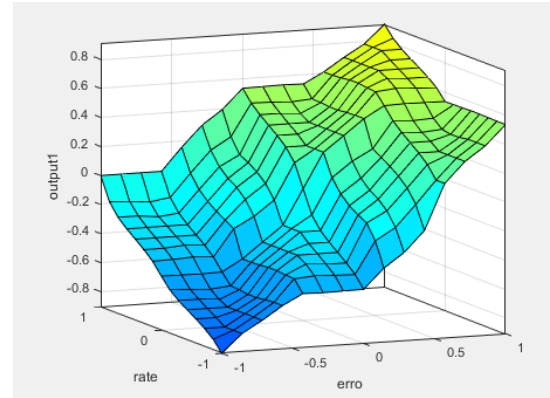


Fig. 12. Representação 3D do mapeamento das regras

$e/\Delta e$	N	E	P
NG	NA	NB	Z
NP	NB	NB	Z
E	NB	Z	PB
PP	Z	PB	PB
PG	PB	PB	PA

TABLE VI

REGRAS PARA UM SISTEMA COM 5X3 FUNÇÕES DE PERTENÇA

De maneira análoga ao controlador com 3x3 funções de pertença, este também se pode exemplificar, resumidamente, com um conjunto regras:

IF $e = NG$ AND $\Delta e = N$ THEN h is NA

Neste cenário, o erro é negativo alto (sinal muito acima da referência) e a variação é negativa, ou seja, a saída terá de ser negativa alta, garantindo a rápida evolução do sinal de controlo para que este atinja o valor de referência.

IF $e = E$ AND $\Delta e = P$ THEN h is PB

Caso o erro seja nulo e a sua variação positiva alta, apesar da saída estar aproximadamente igual à referência, tende a aumentar positivamente afastando-se da mesma. A saída do controlador terá de compensar este efeito, sendo positiva baixa.

IF $e = PP$ AND $\Delta e = Z$ THEN h is PB

Esta regra descreve uma situação em que o erro é bastante pequeno (positivo baixo - sinal um pouco acima da referência) e com variação nula. Para isso, a variação de saída do controlador terá de ser positiva baixa de modo a permitir a subida da água até ao valor de referência mas evitando o overshoot.

IV. ESCOLHA DO CONTROLADOR E APLICAÇÃO DO SISTEMA FUZZY

O controlador escolhido no contexto do problema foi um PI+D. A opção por um PI prendeu-se com o controlo e a tentativa de eliminação do erro em steady state, que um controlador proporcional por si só apresenta. A implementação da parte PI foi feita com um controlador PD incremental. Desta forma, é possível analisar a derivada do erro e , ao mesmo tempo, tornar isso numa ação PI. A equivalência entre os ganhos de um PI comum e um PI incremental Fuzzy são demonstrados pelas equações:

- Equação 3- equação discretizada de um PI

$$U[n] = K_P * \left(e[n] + \frac{1}{T_i} \sum_{j=1}^n e(j)T_s \right) \quad (3)$$

- Equação 4- equação de partida para o PI Fuzzy incremental, equivalente à figura 13

$$U[n] = \sum_{j=1}^n \left(G_e * e(j) + G_{ce} \dot{e}(j) \right) * G_{cu} * T_s \quad (4)$$

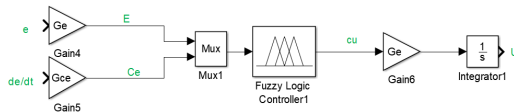


Fig. 13. Esboço de um PI Fuzzy incremental

- Equação 5- equação do PI incremental final

$$U[n] = G_{cu} G_{ce} \left(\frac{G_e}{G_{ce}} \sum_{j=1}^n e(j)T_s + e(n) \right) \quad (5)$$

- Equação 6 e 7 traduzem a relação entre os parâmetros do PD e do PI incremental

$$G_{cu} * G_{ce} = K_p \quad (6)$$

$$\frac{G_e}{G_{ce}} = \frac{1}{T_i} \quad (7)$$

Realça-se que a derivada do erro tem em consideração apenas a saída do output e não a derivada do erro em particular. Esta alteração permite uma melhor resposta a sinais do set point que variam muito, nomeadamente o step que induziria uma derivada de erro muito grande. Como se espera que o set point de um sistema real de controlo do tanque se assemelhe a uma sequência de degraus (accionamentos), esta configuração será mais robusta e causará menos oscilações sempre que a referência mudar. Como vantagem adicional, esta configuração permite ainda uma certa imunidade a ruído no set point, por não depender diretamente do mesmo.

Posto isto, demonstra-se na figura 14 a configuração do sistema + controlador + set-point:

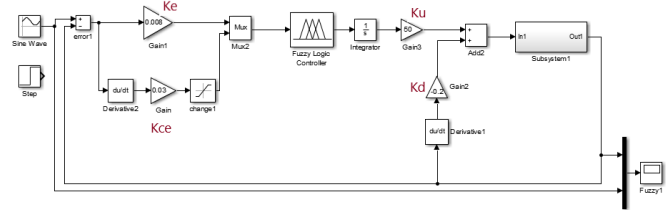


Fig. 14. Sistema + controlador PI+D Fuzzy

A. Escolha dos parâmetros

O passo seguinte consistiu no ajuste de cada um dos 4 ganhos do sistema, com objetivo de conciliar rapidez, estabilidade e robustez nas diferentes zonas de atuação. Para além de ajustarem a resposta, os ganhos convertem o erro, a derivada do erro para a gama de input normalizada do controlador. De igual modo, transformam a saída do Fuzzy system para a gama da bomba de atuação da bomba.

Como visto nas equações 6 e 7, os ganhos K_e e K_{ce} corresponderão, aproximadamente, aos ganhos K_i e K_p , respetivamente.

- O termo K_e tem aqui o papel de amortecedor; valores superiores causam muitas oscilações no controlador, tendo uma resposta muito mais instável, mas mais rápida. Para a comparação, testou-se o sistema para K_{ce} e K_d nulos. O resultado está nas figuras 15 e 16:
- Adicionando o K_{ce} , verifica-se na figura 17 a componente transitória, para um $K_e = 0.008$, diminui consideravelmente: menos oscilações e um overshoot menor.
- A componente K_d tem um duplo efeito: no caso de atuações com derivadas muito elevadas, como é o caso do step, consegue diminuir um pouco o pico do overshoot. No entanto, no caso das sinusoidais, piora um pouco mais a resposta, especialmente para sinusóides de grande amplitude. Este efeito, exagerado para $K_d = -5$ e $K_d = 0$, está comparado nas figuras 18 e 19. Optou-se por manter o K_d , uma vez que o set-point espera-se que seja mais comumente alterado na forma de steps.

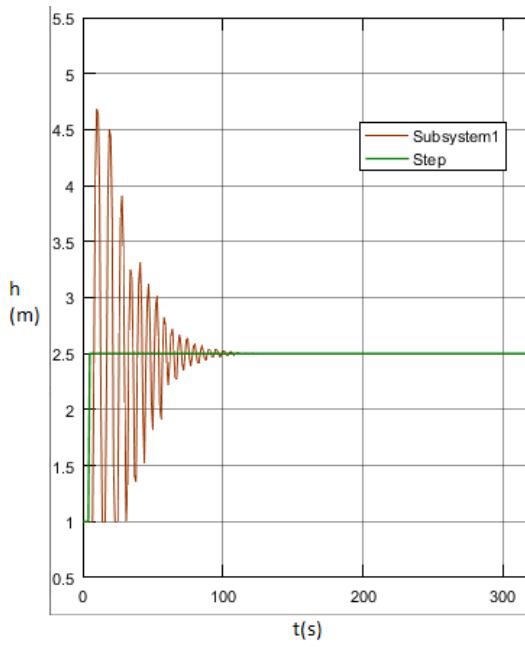


Fig. 15. $K_e = 0.08$

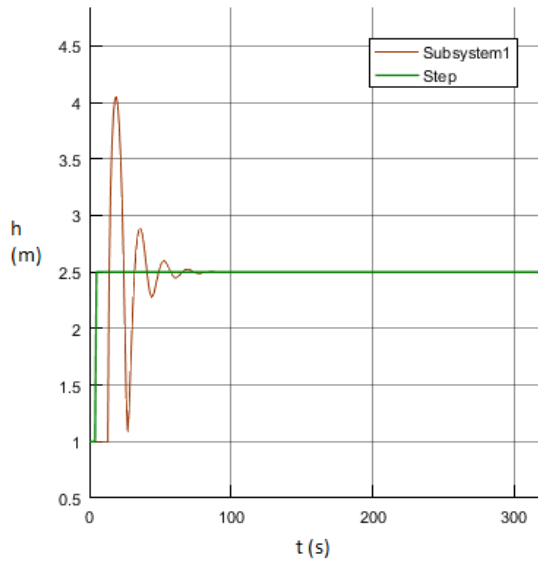


Fig. 16. $K_e = 0.008$

Em resumo, os parâmetros escolhidos para o controlador estão na tabela VII. Salienta-se que a escolha de $K_u = 50$ foi para distribuir o output normalizado (vindo do Fuzzy system) para todo o intervalo de atuação da bomba $q(t)$.

K_e	0.008
K_{ce}	0.03
K_d	-0.8
K_u	50

TABLE VII

PARÂMETROS PARA CONTROLADOR FUZZY MAMDANI PI+D, APÓS TUNING

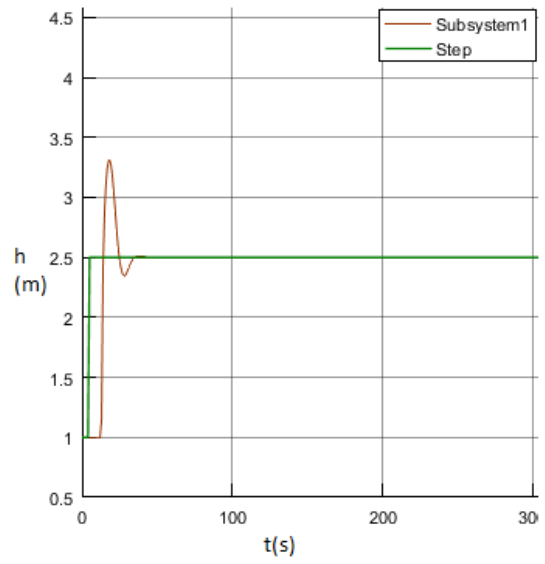


Fig. 17. $K_{ce} = 0.03 + K_e = 0.08$

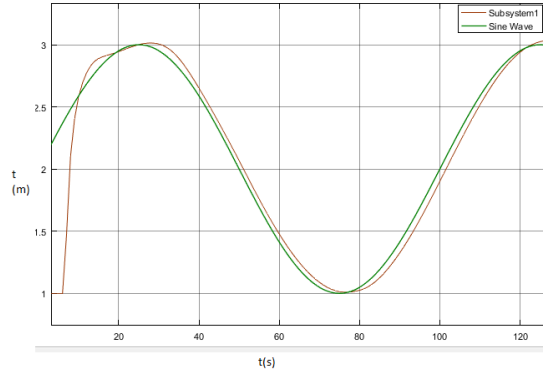


Fig. 18. $K_d = 0$

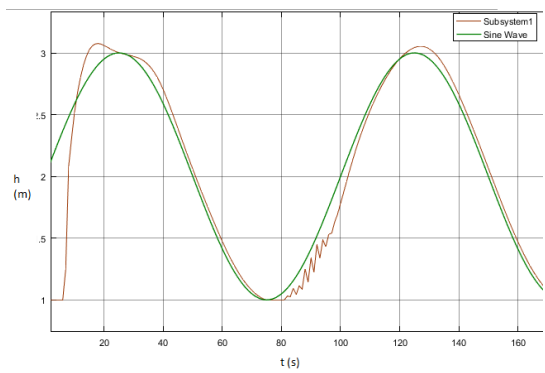


Fig. 19. Efeito de distorção para $K_d = -5$

Comparando com as equações 6 e 7, os parâmetros do PI Fuzzy incremental equivalem a um PI com $K_p = G_{ce} = 0.03$ e $K_I = G_e = 0.008$.

B. Simulação com os steps e senos

A performance do sistema para uma série de steps está demonstrada na figura 20. Tal como esperado para o caso dos sinais com grandes derivadas, o sistema apresenta algum overshoot aquando das variações do set-point. O overshoot é tanto maior quanto maior a diferença entre set-points consecutivos. De qualquer forma, o equilíbrio atinge-se relativamente rápido para as circunstâncias.

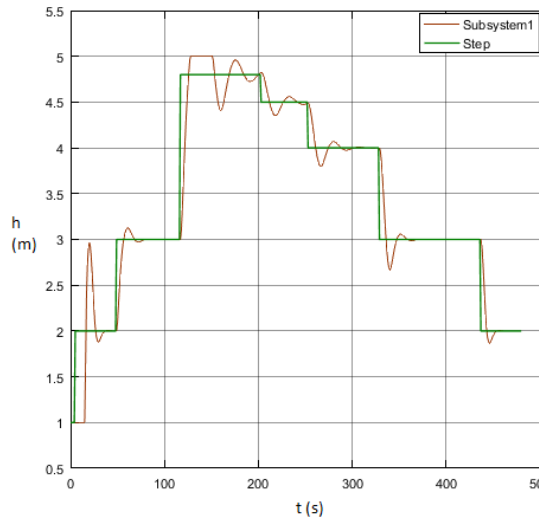


Fig. 20. Resposta a uma série de steps

No caso de sinais com variação menos brusca, como é o caso da sinusóide, verifica-se um comportamento transitório muito mais estável. Testou-se o set-point sinusoidal para 4 valores crescentes de frequência (figura 21): $f = \frac{2\pi}{1000}, \frac{2\pi}{100}, \frac{2\pi}{50}, \frac{2\pi}{5}$ rad/s. Mediu-se que o atraso entre picos de sinusóides, ou seja, atraso do sistema em relação ao set-point ronda os 3.6s. Para a frequência mais rápida, verificou-se que, embora a altura do tanque consiga acompanhar a forma do set-point, não consegue atingir a amplitude desejada. A falha explica-se com a proximidade entre o tempo de atraso e o período da onda do set-point, respetivamente, 3.6s e 5s. Por consequência, e devido à velocidade máxima conseguida pelo sistema, o sinal não tem tempo para crescer o suficiente. O detalhe para o set-point mais rápido pode ser consultado na figura 22.

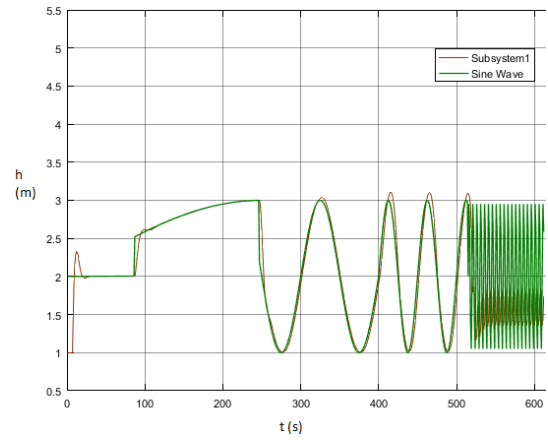


Fig. 21. Resposta a uma série de senos: $f = \frac{2\pi}{1000}, \frac{2\pi}{100}, \frac{2\pi}{50}, \frac{2\pi}{5}$ rad/s

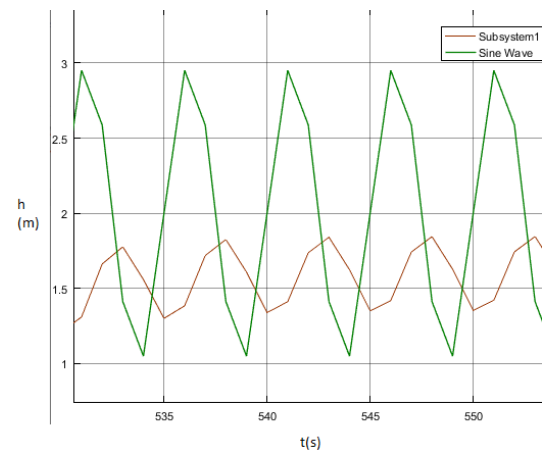


Fig. 22. Detalhe da resposta a um seno de $f = \frac{2\pi}{5}$ rad/s

V. PROPOSTA DE CONTROLADOR - TAKAGI-SUGENO

O controlador Takagi-Sugeno consiste numa simplificação do modelo de Mamdani, onde as consequências de cada regra são definidas como função de variáveis linguísticas de entrada.

IF x is A and y is B THEN z = f(x,y)

O resultado de cada regra passará a ser um valor numérico tal consoante o grau de pertença nas respetivas funções de membership. No modelo de Sugeno passa a existir um mapeamento de valores numéricos numa caracterização qualitativa conforme pode ser consultada na tabela VIII.

AbreRápido	1
Abre	0.5
Mantém	0
Fecha	-0.5
FechaRápido	-1

TABLE VIII
PARÂMETROS OUTPUT SUGENO

A abordagem seguida prendeu-se por utilizar as mesmas memberships: função do erro ilustrada na figura 9 e função da derivada do erro ilustrada na figura 10.

Aplicados ao sistema, e com um sinal Step como referência, a resposta do controlador é a indicada na figura 23.

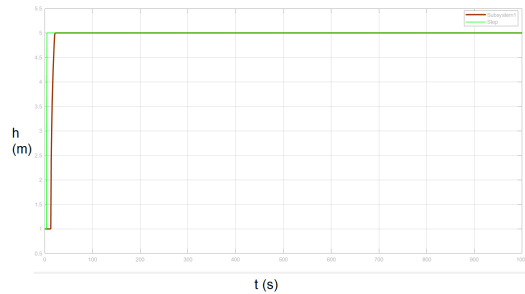


Fig. 23. Resposta Takagi-Sugeno a um sinal Step

A mesma situação, no cenário em que existe uma sinusóide como referência:

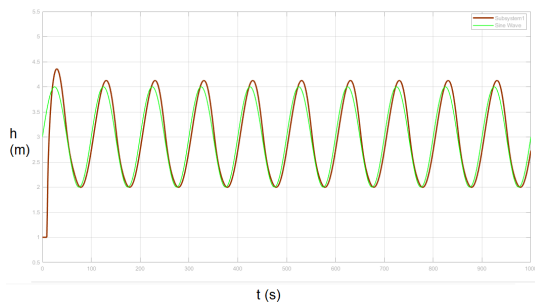


Fig. 24. Resposta Takagi-Sugeno a um sinal sinusoidal

VI. APROXIMAÇÃO AO CONTEXTO REAL

Como medida de aproximação ao modelo em contexto real e simular as possíveis incertezas que o mesmo acarreta, seguiu-se uma abordagem simples: induziu-se uma aproximação através de dois blocos de delay e de ruído (compreendido por um conjunto de números aleatórios na gama de 1 a 2). Outro exemplo de implementação do ruído poderia ser a introdução de um ruído gaussiano pela aplicação de uma saturação na saída. Pela figura 25 é possível verificar a respetiva alteração ao diagrama de blocos do sistema, de modo a incluir esta perturbação.

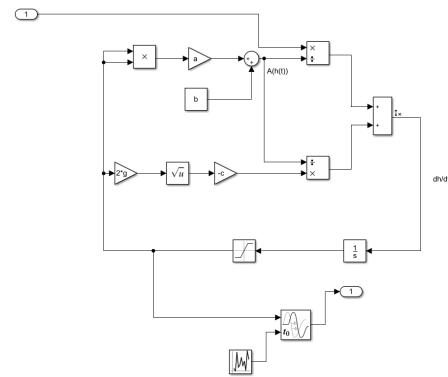


Fig. 25. Aproximação ao sistema de controlo real

Pode-se exemplificar o efeito da perturbação deste ruído no sistema, com recurso a uma referência sinusoidal e respetiva resposta, na figura 26.

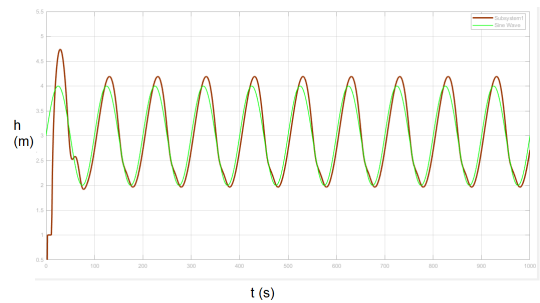


Fig. 26. Aproximação ao sistema de controlo real

VII. CONCLUSÃO

No decorrer da modelação e do projeto tiraram-se conclusões quanto ao modo de funcionamento de sistemas não lineares e respetivo comportamento para controladores Fuzzy:

- robustez dos métodos Fuzzy para sistemas não lineares: apresenta boa performance e ultrapassa a complexidade das não linearidades;
- robustez dos controladores Fuzzy para sistemas reais, isto é: os atrasos e o ruído no sistema não causam entrave ao bom funcionamento do controlador;
- aplicação de um controlador PI através de um PD incremental facilita o mapeamento com recurso ao erro e à derivada do erro, variáveis estas intuitivas e simples;
- possibilidade de comparação entre os controladores PID comum e PID Fuzzy em termos de parâmetros, segundo as equações 6 e 7;
- melhor comportamento de superfícies de mapeamento lineares, em detrimento de superfícies mais acidentadas;
- para uma maior sensibilidade do sistema face a altura da água m torno de 1, foi desejável aumentar o declive da superfície Fuzzy, para ter um detalhe mais fino no controlo daquela zona;

- verifica-se que a atuação por steps é fonte de oscilações e comportamentos mais instáveis, pelo que a escolha do cálculo da derivada sem considerar o set-point foi vantajoso;
- compreensão dos limites de um sistema físico: presença de atrasos, limites da banda de entrada e limite na resposta do atuador. Todos estes fatores condicionam a resposta desejada e devem ser considerados aquando do aprimoramento do controlador;
- possibilidade de comparar os vários métodos de inferência Fuzzy: Takagi-Sugeno apresenta-se como uma simplificação do método de Mamdani e consegue, sem prejuízo notável, garantir bons resultados.

Para colmatar, sugere-se que, como melhoramento futuro, se possam experimentar outros tipos de controladores, para além do PI+D. Vários tipos de controladores, tanto Fuzzy como de outra natureza têm diferentes vantagens e poderão trazer melhor adaptação. Outra sugestão prende-se com o controlo adaptativo: poderia existir um set de controlo para pequenos valores de h e outro para a zona mais perto do limite de capacidade.

REFERENCES

- [1] M. S. Aftab and M. B. Kadri, "Design of Fuzzy logic based level controller for surge tank system," 2013 3rd IEEE International Conference on Computer, Control and Communication (IC4), Karachi, 2013, pp. 1-4.
- [2] M. Kamyar, "Takagi-Sugeno Fuzzy Modeling for Process Control" 2008 Industrial Automation, Robotics and Artificial Intelligence, Newcastle University 2008
- [3] MathWorks, "Fuzzy Logic Toolbox-User's Guide", 2019