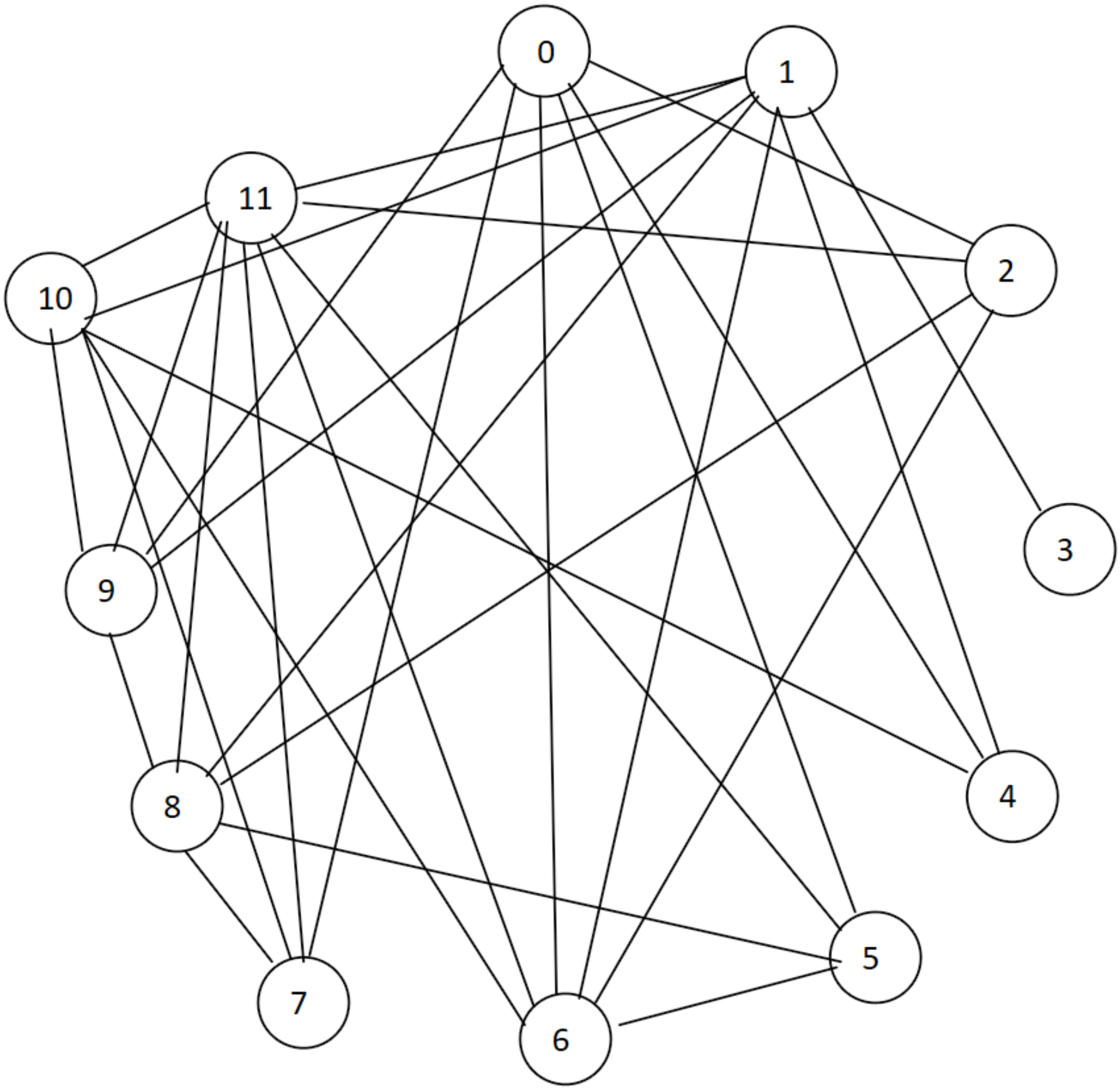
Zadanie 1 - szkic



Zadanie 2 – macierz incydencji

0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

3 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

4 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

5 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

6 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0

7 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0

8 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0

9 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0

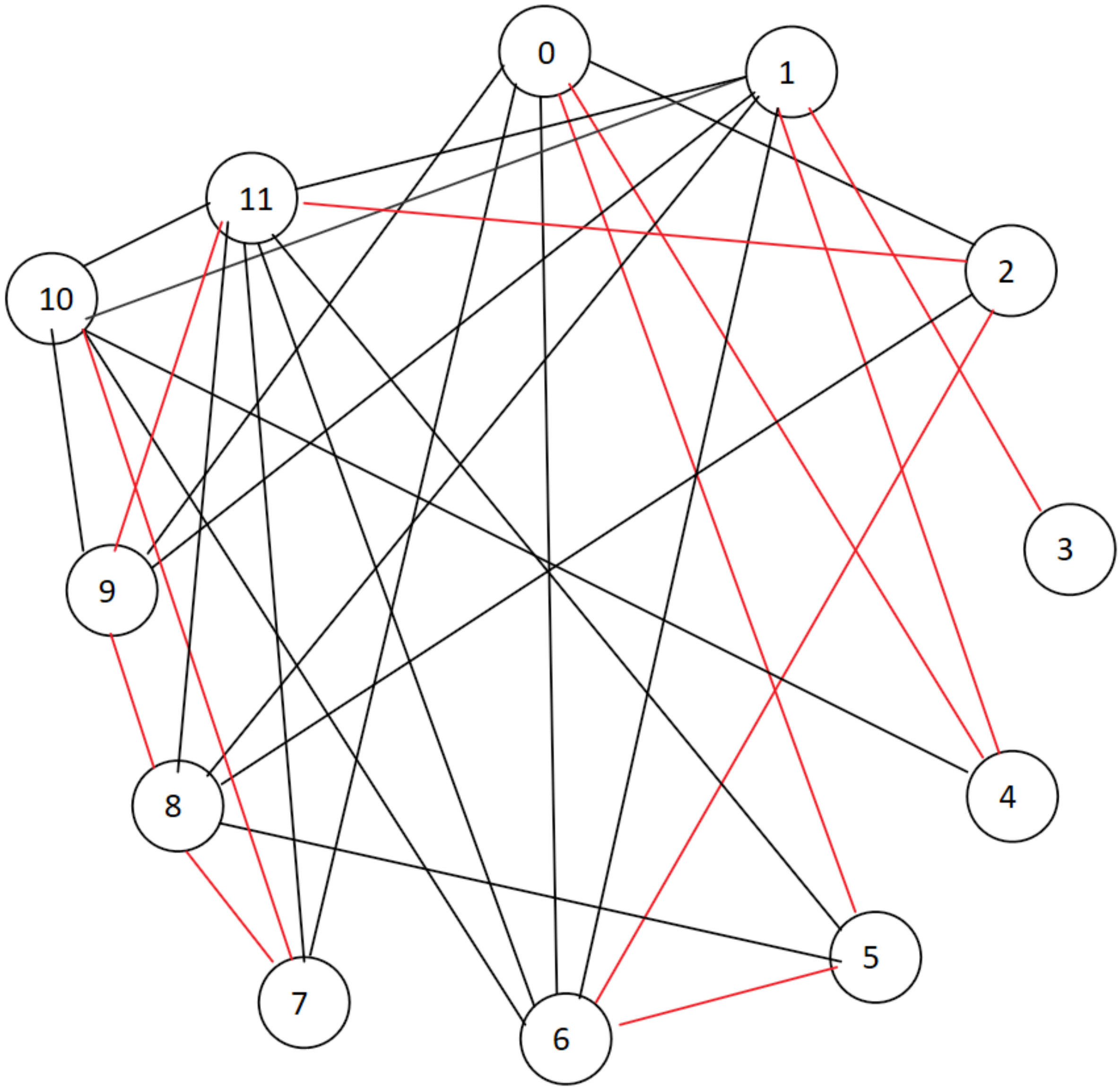
10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1

11 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 1

Zadanie 3 – hamiltonowskość

Graf nie jest hamiltonowski, ponieważ od wierzchołka 3 odchodzi tylko jedna krawędź, czyli po wejściu do niego nie można wrócić. Natomiast w grafie tym istnieje co najmniej jedna ścieżka Hamiltona, więc jest on pół-hamiltonowski. Poniżej przykład takiej ścieżki.

3->1->4->0->5->6->2->11->9->8->7->10



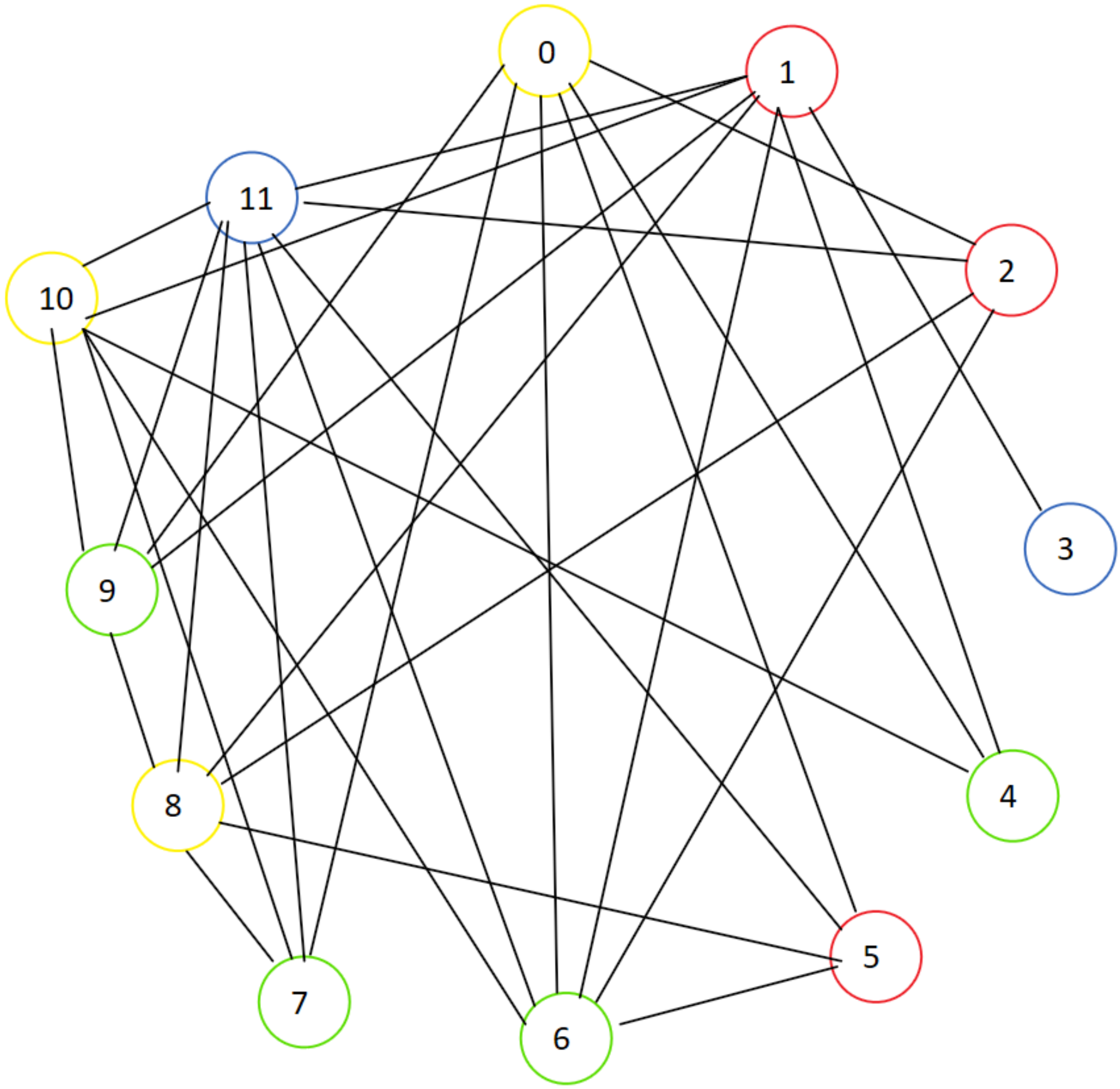
Zadanie 4 – eulerowskość

Zgodnie z twierdzeniem podanym przez Eulera, warunkiem koniecznym istnienia cyklu Eulera jest to, aby każdy wierzchołek miał parzysty stopień, co w przypadku naszego grafu nie jest spełnione.

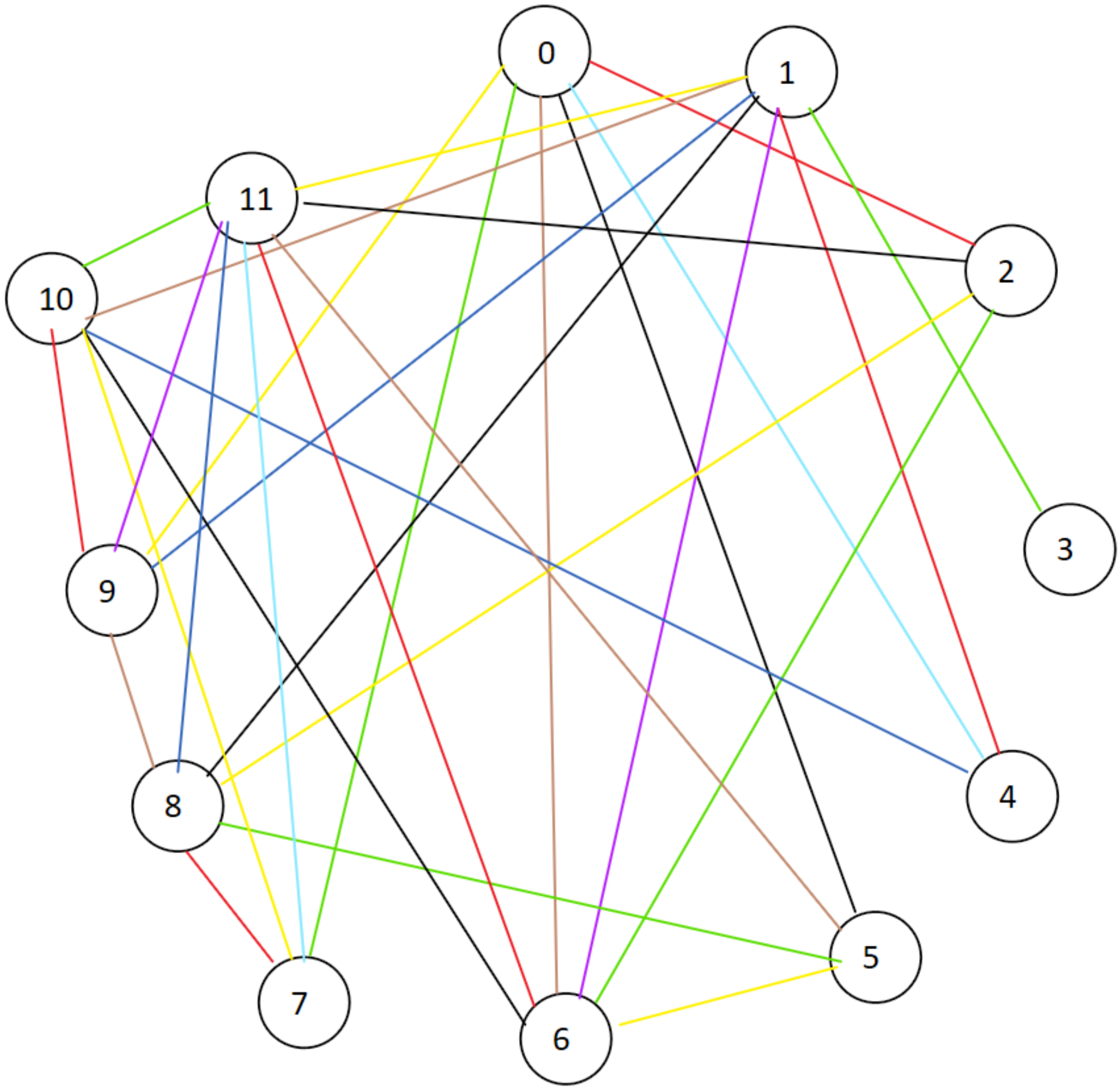
Z kolejnego twierdzenia również autorstwa Eulera wynika, że aby graf był pół-eulerowski, musi zawierać co najwyżej 2 wierzchołki stopnia nieparzystego. Rozważany graf posiada dokładnie 4 takie wierzchołki, zatem nie jest on eulerowski, ani pół-eulerowski.

Zadanie 5

-kolorowanie wierzchołkowe



– kolorowanie krawędziowe



Zadanie 6

-liczba chromatyczna

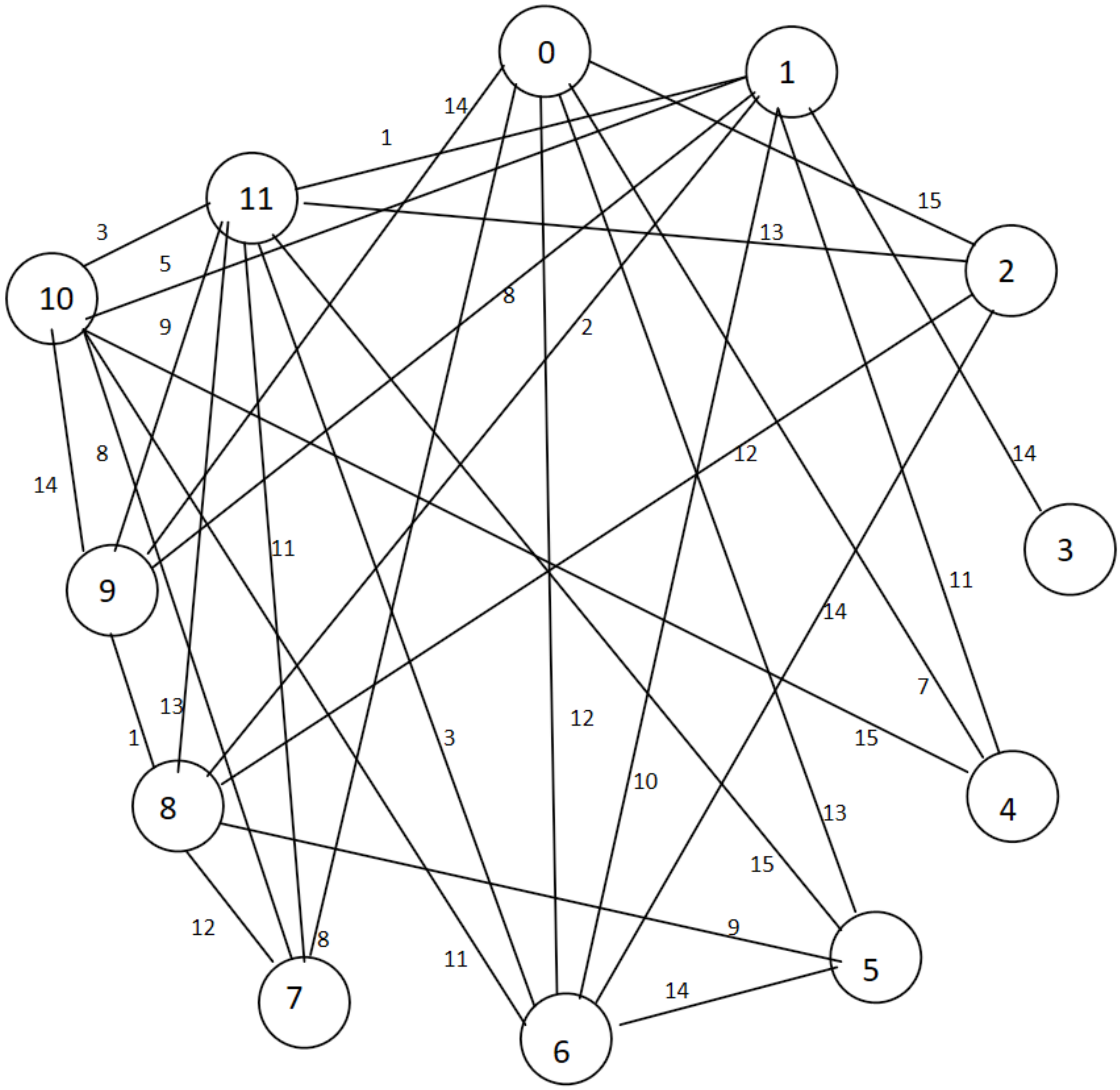
Badany graf zawiera podgraf K_4 {1,6,10,11} zatem jego liczba chromatyczna wynosi co najmniej 4, natomiast w poprzednim zadaniu jest przykład kolorowania wierzchołkowego 4-barwnego, więc liczba chromatyczna wynosi dokładnie 4.

-indeks chromatyczny

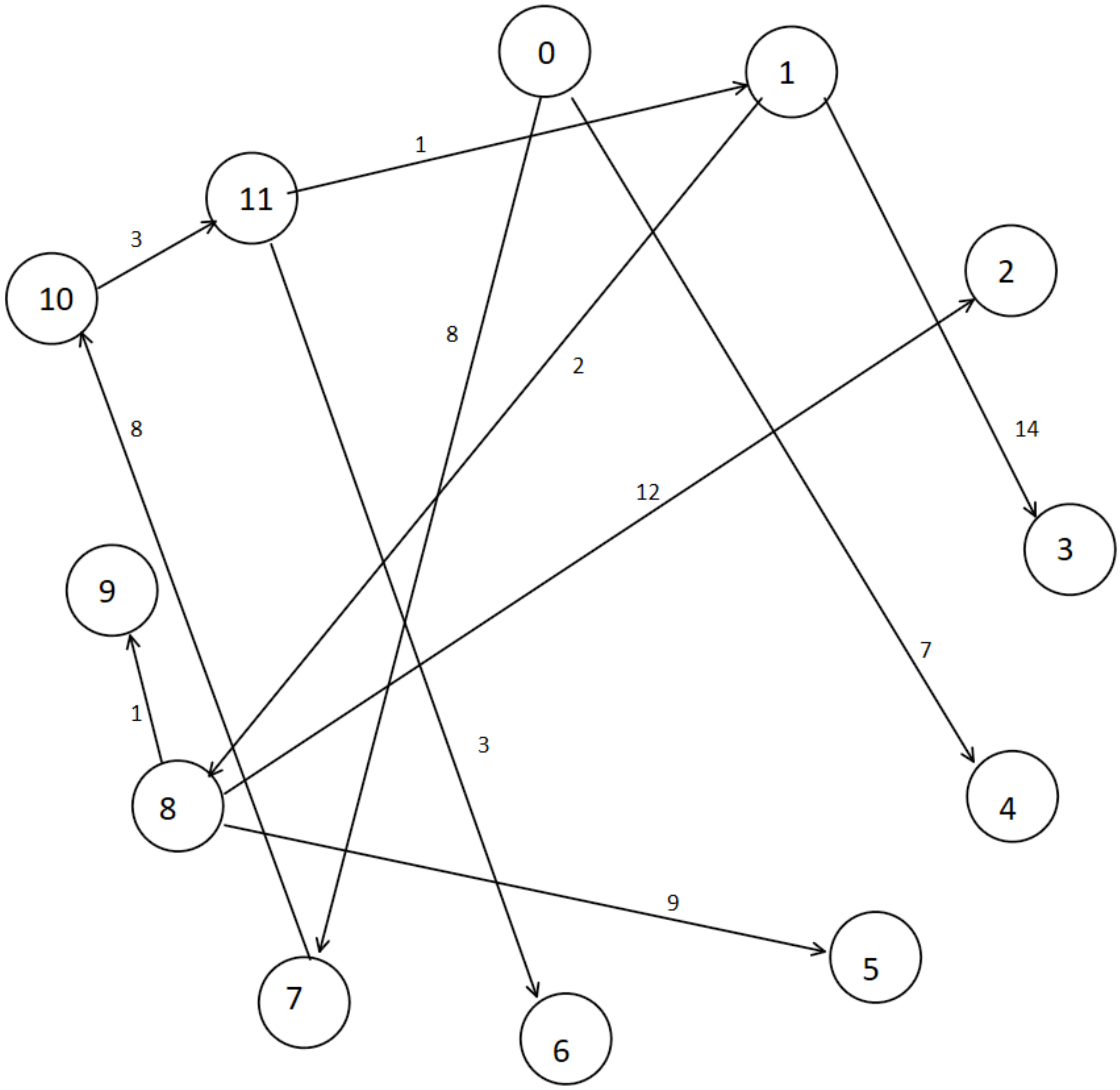
Z twierdzenia Vizinga wynika, że indeks chromatyczny zawiera się między D a D+1, gdzie D jest maksymalnym stopniem wierzchołka, tu 8 dla wierzchołka nr 11. Indeks chromatyczny będzie równy dokładnie 8, czego dowodem jest przykład z poprzedniego zadania.

Zadanie 7 – minimalne drzewo rozpinające

Do krawędzi analizowanego grafu dodałem wagi losowane z przedziału [1,15].



Minimalne drzewo rozpinające takiego grafu wygląda następująco:



suma wag krawędzi jest równa 68

Zadanie 8 – planarność

Dany graf nie może być planarny zgodnie z twierdzeniem Kuratowskiego, ponieważ zawiera podgraf $K_{3,3}$, co jest wyszczególnione poniżej.