PROYECTO

DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO Y SU ALGORITMO DE SOLUCIÓN DE PDM (PROGRAMACIÓN DINÁMICA MULTIDIMENSIONAL) Y EL AOP (ALGORITMO DEOPTIMIZACIÓN PROGRESIVA) PARA EL DISEÑO DE "POLÍTICAS ÓPTIMAS DE OPERACIÓN DE SISTEMAS HIDROELÉCTRICOS EN CASCADA"

Reporte final

En este reporte se presentan los diagramas de flujo del funcionamiento detallado de la implementación de la solución propuesta por Jiang en el artículo base de este proyecto. Se presenta una comparación detallada de los resultados obtenidos con los reportados por Jiang y una fase de experimentación para probar las conclusions de este proyecto

Alberto Hernández Espinosa (28 de diciembre de 2018)

Table of Contents

Balance de volumen	3
Cálculo del volumen disponible	
Cálculo del volumen que sale por las turbinas	
Cálculo de la energía total generada	
Discretización del sistema	7
MDP	<u>c</u>
POA	14
IMDP	17
Comentarios y conclusiones. (La equivalencia entre el modelo de Jiang y su	
implementación en MATLAB)	19
Sobre la exactitud en el cálculo de la trayectoria inicial	
Escalamiento y adaptación	
Adaptación: Aprovechamiento del posible volumen vertido	
Comparación directa de los resultados de Jiang y la implementación de este proyecto y	
conclusiones	
MANUAL DE USUARIO	26
Cálculo de trayectoria inicial usando MDP	
APLICACIÓN DE POA A UNA TRAYECTORIA INICIAL	

Aplicación de Programación Dinámica Multidimensional (MDP), Principio de Optimización (POA) y MDP mejorado (IMDP) al problema de Optimización de Operación de Sistemas de presas en cascada (CROO).

En el artículo de Jiang se exponen dos metodologías para poder encontrar las curvas de operación de un sistema de presas en cascada: POA e IMDP. Estos dos métodos de optimización requieren de una trayectoria inicial a optimizar. Para calcularla Jiang propone encontrar la aplicación de PD (Programación Dinámica) de muy gruesa aproximación, en otras palabras, aplicar MDP con una discretización del problema de pocos puntos.

El objetivo de aplicar métodos de optimización sobre una trayectoria inicial es para encontrar la trayectoria de operación que genere la mayor cantidad de energía posible dadas las características específicas del sistema, como el numero de presas, sus capacidades de almancenamiento, los datos de escurrimientos al sistema y el número y capacidades de generación de energía de las turbinas en cada una de las presas.

Para calcular en cada paso la cantidad de energía posible entre dos puntos en la discretización del sistema se requiere hacer lo que Jiang llama un "balance de volumen" que da como resultado para cierto periodo de tiempo t y entre dos puntos, uno inicial (h0 o m1) y final (h1 o m2) en la discretización del sistema la cantidad de energía generada. Del calculo iterativo del balance de volumen entre todas las posibles combinaciones de puntos en el tiempo de planeación se seleccionan, cada ciclo de cálculo, las combinaciones que generen los máximos posibles. Esta es, en esencia, la aplicación del principio de programación dinámica al problema CROO.

En resumen, el balance de volumen es un procedimiento clave en la aplicación de las metodologías propuestas por Jiang. En los siguiente secciones se detalla este proceso y cómo es usado en MDP, POA e IMDP para encontrar las trayectorias o curvas de operación de un sistema de presas en cascada.

Balance de volumen

El balance de volumen consta de 3 pasos que se muestran en la figura 4(A), después de tener los datos de todas las entradas (en términos de volúmenes) a una presa, 1) se calcula el volumen disponible, 2) el volumen que sale por las turbinas y 3) la energía generada con el volumen que sale por las turbinas.

Cada uno de estos pasos se explica con las figuras 4(B), 4(C) y 4(D). En los siguientes párrafos se explica cómo estos diagramas corresponden al código entregado en el desarrollo de este proyecto y la prueba de concepto (paso a paso) entregado como hoja de cálculo.

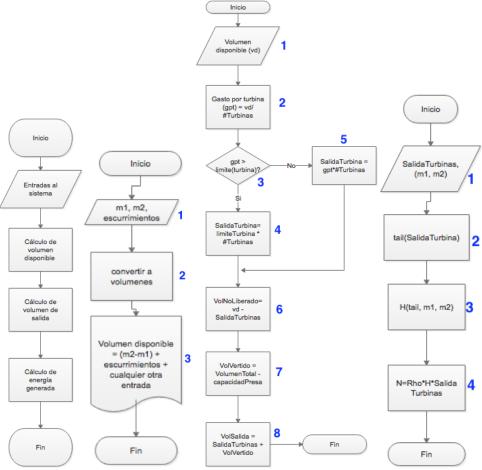


Fig. 4. Detalle de balance de volumen usado en MDP. (A) Proceso general del balance de volumen. (B) Cálculo de gasto disponible, (C) Cálculo del gasto que sale por las turbinas, (D) Cálculo de la energía generada por la salida de volumen por las turbinas

Cálculo del volumen disponible.

El volumen disponible corresponde al volumen de agua total con el que se cuenta para generar energía, y no es más que la suma de todas las entradas de volumen al sistema, lo que comprende, en esencia, los datos de escurrimiento mas el volumen que sale de la presa al ir de h0 a h1 en el periodo de tiempo t.

El cálculo de este volumen se presenta en la figura 4(B) que corresponde a la rutina availableVolumeUpstream y availableVolumeDownstream del código en MATLAB. La primer rutina se muestra en la figura 5. En ésta se muestra como los pasos 1-3 del diagrama de flujo 4(B) corresponden a los pasos numerados en el código. Un ciclo de cálculo numérico del gasto disponible, corresponden a las líneas 1-9 de la tabla 2 de la pagina 13, en el reporte 1 de este proyecto, como se muestra en la figura 6.

```
Current Folder
                                                    Editor - /Users/beto/Documents/12_IMTA/REDUCTION_MATLAB/availableVolumeUpstream.m
                                                          computePowerUpstream.m × availableVolumeUpstream.m × totalOutflowAndfinalhUpstream.m
                                                     +5
  ApplyPOACreateNewPathTwoReservoirs.m
                                                     8
    availableVolumeDownstream.m
                                                          ☐ function av=availableVolumeUpstream(h0.h1.runoff.otherInputs.stageSize)
                                                    10
  bigMatrix1.csv
    computePowerDownstream.m
                                                    11
                                                            % 1. DIFERENCIA DE VOLUMEN ENTRE m1 y m2
                                                    12 -
                                                            v0=h2vUpstream(h0): % convierte h a m3
    computePowerUpstream.m
                                                     13 -
                                                            v1=h2vUpstream(h1);
    foundMaxTwoReservoirsOneStage.m
                                                    14
15
    foundMaxTwoReservoirsOneStageFixedBeg.m
                                                            % 2. OBTENCIÓN DE VOLUMENES
    found MaxTwo Reservoirs One Stage Fixed End.m\\
                                                     16 -
                                                            seconds = stageSize * 30 * 24 * 60 * 60; % months to seconds
    h2vDownstream.m
                                                     17 -
                                                            runoffVol = (seconds * runoff)/1000000000; %(m3/s) -> (m3/s) E09
    h2vUpstream.m
    IMDPImprovingPathTwoReservoirs.m
                                                    18
                                                     19
                                                            % 3. CALCULO DE VOLUMEN DISPONIBLE
    IMDPImprovingPathTwoReservoirsFixBeg.m\\
                                                     20
                                                            av = v0-v1+runoffVol+otherInputs; % diferencia de alturas + escurriemitos
  MDPOneStageTwoReservoirs.m
                                                    21
22
    IMDPOneStageTwoReservoirsFixBeg.m
```

Fig. 5. Código para el proceso de cálculo de gasto disponible

1						
Initial vol	h0	normal level	(msnm)	400	1	
initiai voi	v0	by table	(m3) E09	4.1158	2	
Final volume	h1	discretized level	(msnm)	385	3	4
rinai voiume	v1	v1 by table		3.3512	4	-
Runoff	runoff	runoff data (from paper data)	m3/s	178	5	
volume	t	1 month in hours	(h)	720	6	
calculation	v3	vol of runoff data in one month	(m3)	461376000	7	2
	v3	runoff volume	(m3) E09	0.4613760	8	2
Water available V		v_0-v_1+v_runoff	(m3) E09	1.2259210	9	3

Fig. 6. Paso a paso del calculo de gasto disponible

Cálculo del volumen que sale por las turbinas

Del gasto disponible, puede ser que por las capacidades de las turbinas, pueda o no salir por ellas, de modo que hay que calcular cuanta agua es posible usar para efectivamente generar energía, este es precisamente el cálculo del volumen que sale por las turbinas

Este cálculo se muestra en la figura 4(C), y corresponde al código de las rutinas totalOutflowAndFinalhUpstream y totalOutflowAndFinalhDownstream. La primera de estas rutinas se muestra en la figura 7, y se emparenta con el diagrama 4(C) mediante la numeración de pasos. Numéricamente este proceso corresponde a los renglones 10-21 de la tabla 2, en la página 13 del reporte 1 de este proyecto como muestra la figura 8.

```
Editor - /Users/beto/Documents/12_IMTA/REDUCTION_MATLAB/totalOutflowAndfinalhUpstra
                                                            computePowerUpstream.m × availableVolumeUpstream.m × totalOutflowAndfinalhUpstre
                                                     +5
 h2vDownstream.m
                                                     31
                                                             % 1. VOLUMEN DISPONIBLE
   h2vUpstream.m
                                                     32
                                                             if availableVol > 0 % (m3) E09 (it must to be possitive)
   IMDPImprovingPathTwoReservoirs.m
                                                     33 -
                                                                 potentialq=(availableVol/seconds)*1000000000;% (m3)
   IMDPImprovingPathTwoReservoirsFixBeg.m
                                                     34 -
   IMDPOneStageTwoReservoirs.m
                                                     35
   IMDPOneStageTwoReservoirsFixBeg.m
                                                     36
                                                             % 2. GASTO POR TURBINA
   MDPinitialOperationTrajectory.m
                                                             qPerTurbine = potentialq/4; % four turbines (m3/s)
                                                     37 -
   MDPinitialOperationTrajectoryFixedBeg.m
                                                     38
   MDPinitialOperationTrajectoryFixedEnd.m
                                                     39
40 -
                                                             % if outflow per turbine > limit, then outflow = limit * number of turbines
   POAFixedEndAndBegOneStep.m
                                                             rateOutflowAllTurbines = 0;
   runoffVolume.m
                                                     41
   setCorridorLimits.m
                                                     42
                                                             % 3. ¿ES EL GASTO POR TURBINA MENOR AL LIMITE POR TURBINA?
   tailDownstream.m
                                                            if qPerTurbine < turbineLimit
   % 4. SI SÍ, ENTONCES DIVIDE EL GASTO TOTAL ENTRE EL #TURBINAS</pre>
                                                     43 -
                                                     44
   totalOutflowAndfinalhDownstream.m
                                                     45 -
                                                                 rateOutflowAllTurbines=(qPerTurbine*4)/10000; % 4 turbines in dam, (m3)
                                                     46 -
   totalOutflowAndfinalhUpstream.m-
                                                     47
                                                                 % 5. SI NO, ETONCES, LIMITE * NUMERO DE TURBINAS
 2hDownstream.m
                                                     48
                                                                 rateOutflowAllTurbines=(turbineLimit*4)/10000;
otalOutflowAndfinalhUpstream.m (Function)
                                                    49 -
                                                   50
                                                   51
                                                            & fixing units
                                                   52 -
                                                           turbinesOutflow = (rateOutflowAllTurbines * seconds)/100000; %(m3)E09
                                                   53
54
                                                             % flow that cannot be leaved thought turbines is added to h1, this is vol
                                                            % remaining in reservoir
                                                   56
57
58
                                                           % 6. CALCULO DE VOLUMEN NO LIBERADO
                                                           nonDeliveredVol = availableVol-turbinesOutflow:
                                                           newV1=v1+nonDeliveredVol;
                                                   59
60
                                                           % if v1 (end vol) > storage reservoir capacity, then is spilled
                                                   61
                                                           % 7. CALCULO DE VOLUMEN VERTIDO
                                                           spilledVol = 0;
                                                   63 -
64 -
                                                           if newV1 > storageReservoirCapacity
                                                               spilledVol = newV1-storageReservoirCapacity;
                                                   66
                                                           \% in any case, delivered vol is vol-delivered by turbines + spilled one totalOutflow = turbinesOutflow + spilledVol;
                                                   67
                                                           % 8. SALIDA TOTAL DE LAS TURBINAS
                                                           % real and final h in reservoir
                                                           newh1 = v2hUpstream(newV1-spilledVol);
```

Fig. 7. Código para el cálculo del volumen que sale por las turbinas

	Potential q	Potential q to be delivered throguh turbines	(m3) E09/s	0.00000047296333	10
Q through	Potential q		(m3/s)	472.96	11
turbines	q/turb	4 turbinas	(m3/s)	118.24	12
	q/TurbLim	Q limit per turbine	(m3/s)	325.00	13
	q dif/turb	non delivered q (m3/s) -206.		-206.76	14
	Real qby4 Turb		(m3) E04/s	0.047296333	15 2, 3
	delivered V	delivered Q by all turbines realOutflowAllTurbines	(m3) E09	1.2259210	16
	ND v	Non delivered q	(m3) E09	0.0000000	17 5,6
Real volume	real v1	remained	(m3) E09	3.3512	18
delivered	spilled water	volume spilled	(m3) E09 0.0000		19 7
	total outflow	q through turbines + spilled vol	(m3) E09	1.2259	20
	real h1	only considers q through turbines	(m3)	384	21 8

Fig. 8. Paso a paso del calculo de volumen que sale por las turbinas

Cálculo de la energía total generada

El cálculo de la energía generada por el volumen de agua que sale por las turbinas se explica en el diagrama 4(D), que básicamente se reduce a multiplicar el gasto que sale por las

turbinas por un factor de eficiencia y por la altura de la columna de agua a la salida de una presa. El código que realiza este cálculo se muestra en la figura 9, que está emparentado con los números de pasos con el diagrama 4(D). Numéricamente este código está explicado en las líneas 22 a 27 de la tabla 2, en la pagina 13 del reporte 1 de este proyecto.

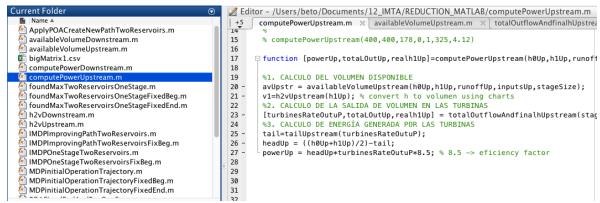


Fig. 9. Cálculo de la energía generada por las turbinas

	tail	tail for q (by table)	m	190.9794092	22
Head	Hreal	, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,		201.0893367	23
calculation	H (hypotetic)	Avg of h's - tail	m	201.5205908	24
Dannan	K	data	no-dim	0.85	25
Power	N	result	MW	81.02	26
generation	N (real)	result	MW	80.84	27 3

Fig. 10. Paso a paso del cálculo de energía generada por las turbinas

Discretización del sistema

Las metodologías de Jiang trabajan sobre una trayectoria inicial. Para poder calcular esta y también para aplicar sus métodos de optimización se requiere de la discretización del sistema y su esquematización. Este proceso de explica en esta sección.

Para cada una de las presas del sistema, tomando como referencia el nivel de agua almacenada, se define: 1) un punto de inicio y final para la discretización del volumen como se muestra en la figura 11. Donde se define un fin e inicio de 350-400 metros en el nivel de almacenamiento. 2) Un numero M de discretizaciones, 3) Un punto fijo en donde el periodo de planeación se espera empiece y termine (puntos 1 y 2 en la figura 11)

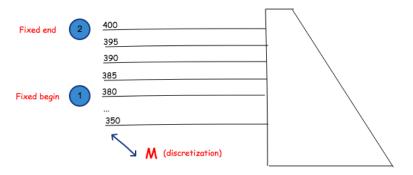


Fig. 11. Representación de la discretización de una presa de un sistema en cascada.

La discretización mostrada en la figura 1 corresponde al esquema de la figura 12, en donde el eje x define la duración de la planeación, en este caso, 12 periodos de un mes, con $delta_t$ = 1, y T = 12

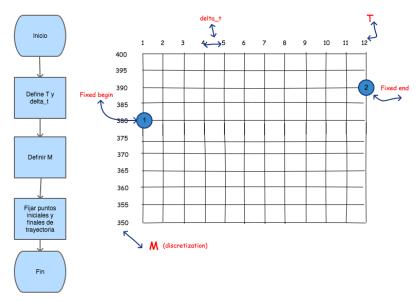


Fig. 12. Esquematización de la discretización representada en la figura 1.

La malla de la figura 12 se usa para trazar la trayectoria o curva guía de operación del sistema de presas en cascada. Una malla por cada presa del sistema en cuestión, por lo que cada presa se le asigna una curva guía final del proceso de cálculo.

Una vez que se tiene la discretización del sistema se aplica AMD para encontrar las trayectorias iniciales o curvas guías de operación iniciales sobre las cuales, en un paso posterior se les aplica POA e IMDP para optimizarlas y encontrar las curvas guías finales.

MDP

El diagrama de flujo de aplicación del proceso iterativo MDP se muestra en la figura 13

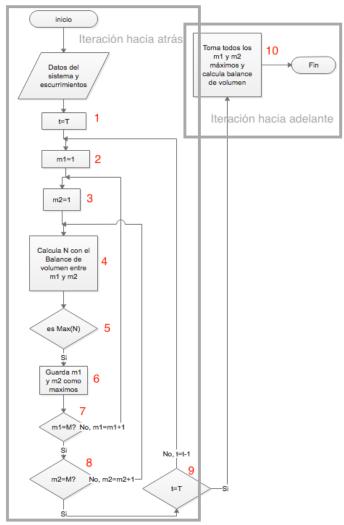


Fig. 13. Diagrama de flujo de MDP

La aplicación del diagrama de la figura 13 puede explicarse con la figura 14, que a su vez corresponde a la figura 8 del reporte 1 de este proyecto.

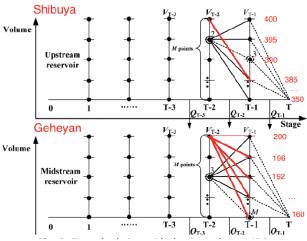


Fig. 14. Iteración y aplicación de MDP

En Breve, la relación entre las figuras 13 y 14 se puede resumir de la siguiente manera: Suponga un m1 (punto inicial/nivel inicial en el periodo de tiemo t) = 200 para la presa Geheyan estando en T-2 como el la figura. Se hace que m2 recorra todos los puntos, de 1 a M sobre T-1. Para cada combinación m1-m2 se calcula el balance de volumen y se escoge el par m1, m2 que genere la N máxima (Fig. 13, pasos 3, 4 y 5). Cuando m2 llega a m3 un paso mas (pasos 7 y 8) hasta que m3 también alcance m3. Una vez que se recorrión toda la discretización de 1 hasta m3 tanto para m3 como para m3, se da un paso más en n3. Así sucesivamente hasta que n30 tanto para n31 como para n32, se da un paso más en n33 sucesivamente hasta que n34 tanto para n35 como para n36 que n37 se da un paso más en n37. Así sucesivamente hasta que n38 que n39 tanto para n39 tanto para

Al final de este proceso iterativo se tiene T pares (m1, m2) que guardan los máximos encontrados en cada periodo t. El paso 10 de la figura 13 indica que estos máximos se usan para calcular la trayectoria incial-definitiva cuando se termina MDP.

Este proceso es explicado con detalle junto con un ejemplo numérico en la sección MDP, en la página 14 del reporte 1 de este proyecto.

El código que ejecuta una iteración en un periodo de tiempo se presenta en la figura 15. Es decir, la iteración hacia delante para un periodo t donde m1 va de 1 hasta M, y m2 va de 1 hasta M, o en otras palabras, el proceso indicado en lineas rojas en figura 14.

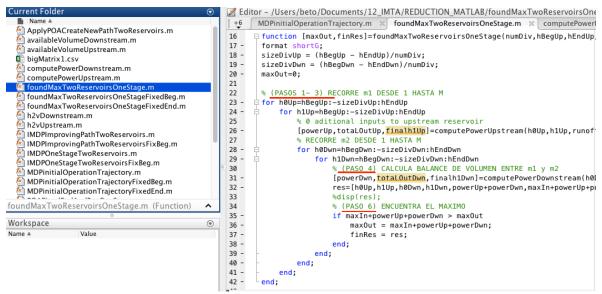


Fig. 15. Una iteración hacia delante del proceso MDP

El código del proceso completo de MDP para encontrar la trayectoria inicial se presenta en la figura 16 y está codificado en la turinta **MDPInitialOperationTrajectory**

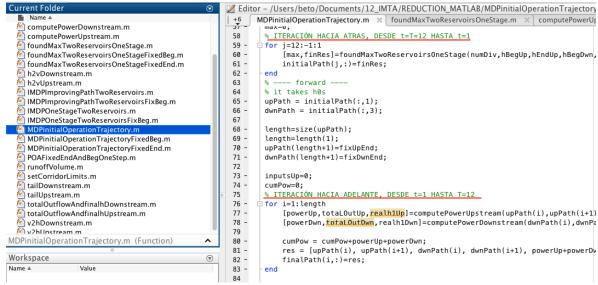


Fig. 16. Código de MDP para encontrar la trayectoria inicial

La iteración hacia atrás traza una primer trayectoria compuesta de puntos de inicio y final para cada periodo de tiempo t. Numéricamente, una trayectoria tiene la siguiente forma:

$$(m1_1^n, m2_1^n), (m1_2^n, m2_2^n), ..., (m1_T^n, m2_T^n)$$
 (Eq. 1)

Donde

• n es el numero de presa del sistema

- m1 es el punto inicial de un fragmento de trayectoria de operación para un tiempo t de T
- m2 es el punto final de un fragmento de trayectoria de operación para un tiempo t de T
- T es el numero total de periodos de tiempo que dura la trayectoria de operación.

El resultado de aplicar MDP se muestran en la figura 17 del reporte 1 que se presenta enseguida

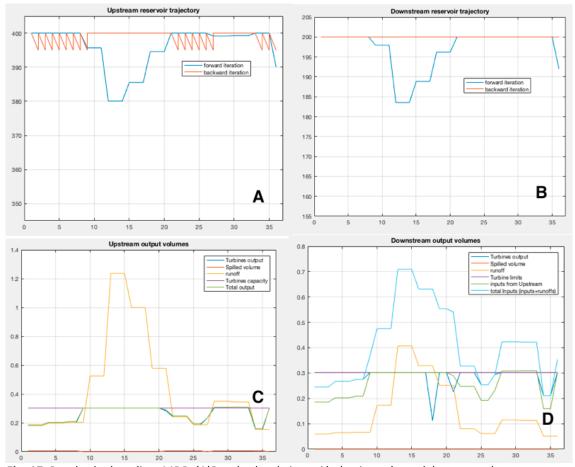


Fig. 17. Resultado de aplicar MDP. (A)Resultados de iteración hacia atrás y adelante para la presa aguasarriba (Suibuya). (B) Resiltados de iteraciones hacia atrás y adelante para la presa aguas-abajo (Geheyan). (C)Registro de los volúmenes para la presa Geheya.

Las trayectoria presentada en la figura 17, en su forma numérica, tiene la forma de Eq.1. Por ejemplo, para la presa aguas-arriba, para t=1 hasta t=8, la Eq.1 toma la forma: (400, 400)x8. Esta fracción de trayectoria corresponde a la línea naranja de la grafica izquierda de la figura 17.

La línea azul corresponde a la unión de los m1s o puntos iniciales de la trayectoria naranja. Es sobre esta línea azul que se aplica la iteración hacia delante de acuerdo con Jiang.

La figura 18 muestra como ejecutar el programa en MATLAB para obtener una trayectoria inicial

Command Window
>> dwnsDry=[69,75,77,200,471,381,291,93,71,133,131,59];
upsDry=[208,228,235,608,1431,1157,669,280,216,404,398,178];
[ini, fin]=MDPinitialOperationTrajectoryII(upsDry,dwnsDry,10,400,350,200,160,390,192,1/3,87.5,87.5,4.11,3.4)

[ini, fin]=MDPinitialOperationT					y, awnsury,						
Upst	ream	Downs	stream	Tot			Upstre		Downs		Totals
					Cum		turbOut	Spilled	turbOu	spilled	totalOut
h0	h1	h0	h1	Power	Power	finalH	Up	Up	tDwn	Dwn	Up
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
400.0	400.0	200.0	200.0	0.678	0.678	200.1	0.1797	0.0	0.245	0	0.185
400.0	400.0	200.0	200.0	0.678	1.356	200.1	0.1797	0.0	0.245	0	0.185
400.0	400.0	200.0	200.0	0.678	2.034	200.1	0.1797	0.0	0.245	0	0.185
400.0	400.0	200.0	200.0	0.741	2.776	200.1	0.1970	0.0	0.268	0	0.203
400.0	400.0	200.0	200.0	0.741	3.517	200.1	0.1970	0.0	0.268	0	0.203
400.0	400.0	200.0	200.0	0.741	4.259	200.1	0.1970	0.0	0.268	0	0.203
400.0	400.0	200.0	200.0	0.764	5.022	200.1	0.2030	0.0	0.275	0	0.209
400.0	400.0	200.0	200.0	0.764	5.786	200.1	0.2030	0.0	0.275	0	0.209
400.0	395.7	200.0	197.9	0.994	8.540	200.9	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
395.7	395.7	197.9	197.9	0.984	11.462	200.1	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
395.7	395.7	197.9	197.9	0.984	14.384	200.1	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
395.7	380.1	197.9	183.6	0.939	17.238	200.1	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
380.1	380.1	183.6	183.6	0.894	19.208	189.7	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
380.1	380.1	183.6	183.6	0.894	21.178	189.7	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
380.1 385.5	385.5 385.5	183.6 188.8	188.8	0.910 0.926	23.172	189.7 193.3	0.3024	0.0	0.302 0.302	0	0.302
385.5	385.5	188.8	188.8	0.926	25.214	193.3	0.3024	0.0	0.302	_	0.302 0.302
385.5 385.5	385.5 394.6	188.8	188.8 196.2	0.926	27.255 29.117	193.3 196.0	0.3024 0.3024	0.0 0.0	0.302	0 0	0.302
394.6	394.6 394.6	196.2	196.2	0.733	31.859	196.0	0.3024	0.0	0.112	0	0.302
394.6	394.6 394.6	196.2	196.2	0.976	34.601	199.3	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
394.6	400.0	196.2	200.0	0.860	35.461	200.1	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
400.0	400.0	200.0	200.0	0.878	36.339	200.1	0.2419	0.0	0.302	0	0.289
400.0	400.0	200.0	200.0	0.878	37.216	200.4	0.2419	0.0	0.302	0	0.248
400.0	400.0	200.0	200.0	0.878	38.094	200.4	0.2419	0.0	0.302	0	0.248
400.0	400.0	200.0	200.0	0.703	38.797	200.1	0.1866	0.0	0.254	0	0.192
400.0	400.0	200.0	200.0	0.703	39.500	200.1	0.1866	0.0	0.254	0	0.192
400.0	399.2	200.0	200.0	0.849	41.052	200.1	0.2333	0.0	0.295	0	0.233
399.2	399.2	200.0	200.0	1.001	43.056	201.6	0.3024	0.0	0.302	0	0.308
399.2	399.2	200.0	200.0	1.001	45.059	201.6	0.3024	0.0	0.302	0	0.308
399.2	399.3	200.0	200.0	1.001	47.063	201.6	0.3024	0.0	0.302	0	0.308
399.3	399.3	200.0	200.0	1.001	49.067	201.6	0.3024	0.0	0.302	0	0.309
399.3	399.3	200.0	200.0	1.001	51.071	201.6	0.3024	0.0	0.302	0	0.309
399.3	400.0	200.0	200.0	1.003	52.073	202.1	0.3024	0.0	0.302	0	0.309
400.0	400.0	200.0	200.0	0.582	52.655	200.1	0.1538	0.0	0.211	0	0.160
400.0	400.0	200.0	200.0	0.582	53.237	200.1	0.1538	0.0	0.211	0	0.160
400.0	390.0	200.0	192.0	0.976	54.213	200.7	0.3024	0.0	0.302	0	0.302
40.0		· , ,					1	T/ 40 1/			, I.

Fig. 18. Obtención de la trayectoria inicial mediante el código en MATLAB. Línea de comandos: código para ejecutar MDP para obtener trayectoria inicial para datos de escurrimientos de una año seco según Jiang. 10 divisiones de discretización, con límites 400-350 para Shuibuya y 200-160 para Geheyan, con puntos fijos para final de trayectoria de 390m para Shuibuya y 192m para Geheyan, para un periodos de tiempo de (1/3) de mes. Con 87.5m3/s como capacidades límite de las turbinas de las presas cuyas capacidades son de 4.11 y 3.4 m3 E09. A continuación la tabla que describe las trayectorias mostradas en la figura 17: columnas h0 y h1 puntos inicial y final para la trayectoria para un periodo de tiempo t. Power: Total de energía generada en cada perido de tiempo. CumPower: Energía generada acumulada (suma de columna Power). finalH: nivel del agua en Geheyan and final de un periodo (aproximado). turbOut: volumen que sale por las turbinas para Shuibuya(Up) y Geheyan(Dwn). Spilled: Volumen vertido. TotalOut: Salida aproximada de volumen total de Shuibuya (volumen que sale de las turbinas + volumen vertido).

POA

POA es el método sugerido por Jiang para la optimización de la trayectoria inicial obtenida vía MDP. En resumen POA consta de un proceso iterativo de adelante hacia atrás en donde en cada paso se toman 3 puntos en la trayectoria correspondientes a *t-1*, *t* y *t+1*, siendo el punto en *t* el punto a optimizar y los otros quedan fijos. El punto *t* se hace variar de 1 a *M* calculando el balance de volumen para cada triada de puntos hasta encontrar la combinación de puntos que maximice de energía generada.

El proceso de POA está explicado en las figuras 9 a 12 del reporte 1 de este proyecto. La figura 19 muestra el diagrama de flujo para POA.

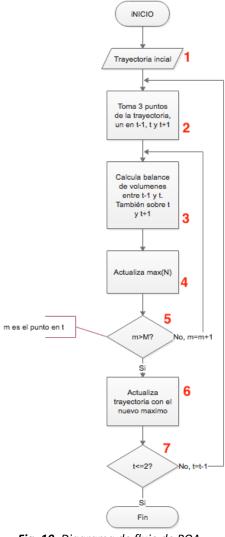


Fig. 19. Diagrama de flujo de POA

Este proceso se ejemplifica en la imagen 20

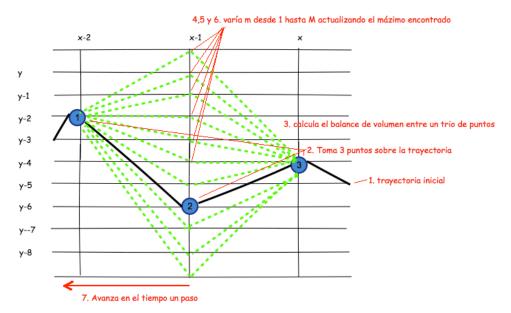


Fig. 20. Gráfico del proceso POA, donde los incisos corresponde a la numeración en el diagrama de flujo de la figura 19. 1) La línea negra es la trayectoria incial obtenida via MDP. 2) Se toman 3 puntos de la trayectoria, en donde 1 y 3 (t-1 y t+1) quedan fijos, el punto 2 se varia desde 1 hasta M o el número de divisiones establecidas. 3)Para cada combinación de tres puntos obtenida cada vez que se varia el punto 2 se calcula el balance de volumen para obtener la energía generada por eta combinación de puntos. 4,5 y 6) al variar el punto 2 se actualiza el máximo encontrado. 7) Si el punto 2 se varió en todas sus posibilidades, se avanza en el tiempo hacia atrás, quedando el punto 2 con su nuevo valor máximo encontrado y establecido como punto fijo. El punto 1 ahora se varía y el toma un punto más en la trayectoria inicial.

El código que ejecuta el proceso POA entre tres puntos de la trayectoria original, es decir, el proceso mostrado en la figura 20, se muestra en la figura 21. Este proceso corresponde a los pasos 2 a 6 del diagrama de flujo de la figura 19 para una sola triada de puntos. La variación iterativa del tiempo hacia atrás y la actualización de la trayectoria se hace en el código mostrado en la figura 22.

Debe notarse que el código de la figura 22 usa iterativamente el código de la figura 21, en otras palabras, la rutina **ApplyPOACreateNewPathTwoReservoirs** usa iterativamente la rutina **POAFixedEndAndBegOneStep** en cada paso para actualizar la trayectoria inicial. El código de la figura 22 correponde a los pasos 1 y 7 del diagrama de flujo de la figura 19, donde se hace variar en el tiempo la triada de puntos a optimizar de la trayectoria original.

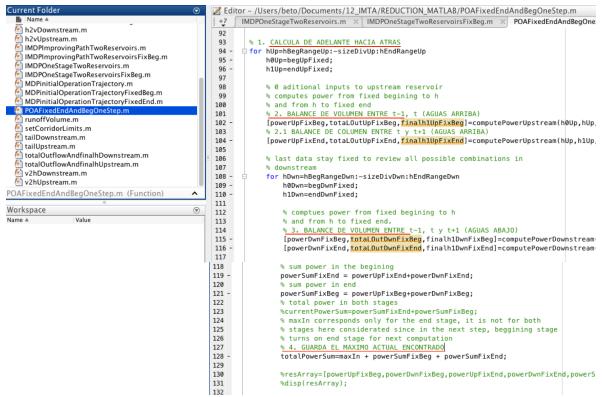


Fig. 21. Código de un paso de POA

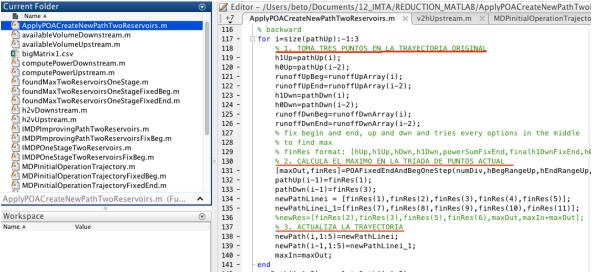


Fig. 22. Iteración de POA sobre toda la trayectoria

Los resultados de aplicar POA se muestran en la figura 18 del reporte 1 de este proyecto. En este reporte se muestran en la figura 23, en donde la línea azul es la trayectoria inicial obtenida mediante la aplicación de MDP (compare la trayectoria inicial mostrada en la figura 17 de este reporte) y la línea naranja es la trayectoria optimizada tras una primer aplicación de POA.

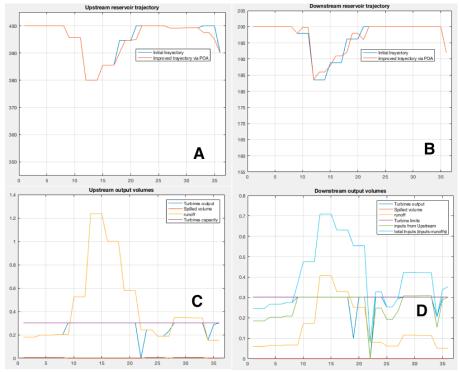


Fig. 23. Resultado de aplicar POA (línea naranja) a una trayectoria inicial (línea azul)

Como se puede notar en la figura 23(A), la línea azul corresponde a la trayectoria inicial calculada vía MDP mostrada en la figura 17(A). La línea naranja corresponde a la trayectoria optimizada mediante POA. La figura 23(A) muestra el comportamiento de los volúmenes de agua para la trayectoria mejorada. Notese que la línea azúl que corresponde al volumen que sale por las turbinas para la presa Shuibuya, el cual no rebasa el limte de las turbinas (línea púrpura). La línea roja describe el volumen vertido y la línea amarilla el volumen que entra via escurrimientos a Shuibuya. La misma descripción es válida para 27(B) y (D) que corresponden a la presa Geheyan con una excepción: la línea verde describe las entradas a Geheyan que vienen de Shuibuya (las salidas de Shuibuya se convierten en entradas para Geheyan) y la linea azul cielo que corresponde a la suma de entradas a Geheyan, las que provienen de Shuibuya y los escurrimientos.

IMDP

IMDP, de acuerdo con Jiang, es un MDP mejorado (improved). La mejora de Jiang a MDP son 2 que se pueden explicar, con la figura 13 y 14 de este reporte:

1) IMDP reduce la búsqueda de solución a un "corredor", esto es, en la figura 13, en vez de variar *m*1 y *m*2 desde 1 hasta *M* (pasos 7 y 8), lo hace solo desde cierta distancia en la vecindad de la trayectoria inicial. Jiang sugiere entre 1 y 4 puntos de discretización alrededor de la trayectoria inicial.

2) El corredor de búsqueda es subdividido de manera mucho mas fina (hasta 100 puntos) para hacer la búsqueda de la solución óptima, de manera que, si en MDP se usa una discretización –digamos- de 10 puntos para el tiempo *t*, IMDP puede usar hasta 40 puntos solo en el corredor determinado.

El código que aplica IMDP a una trayectoria inicial se muestra en la figura 24 y el resultado de aplicarlo se muestra en la figura 25.

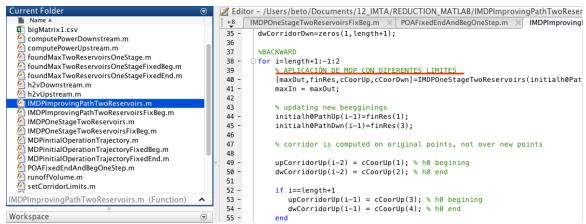


Fig. 24. Código para IMDP

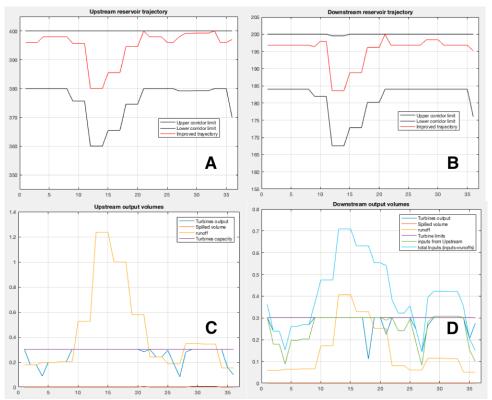


Fig. 25. Resultados de aplicar POA a la trayectoria inicial mostrada en la figura 17. (A) Trayectoria maximizada para la presa Shuibuya usando IMDP (línea roja) y el corredor de cálculo (líneas en negro). (B) Comportamiento de los volúmenes para la presa Shuibuya. (C) Trayectoria maximizada para la presa Geheyan. (D) Comportamiento de los volúmenes para la pres Geheyan.

Comentarios y conclusiones. (La equivalencia entre el modelo de Jiang y su implementación en MATLAB).

En esta sección se discute la exactitud del estudio e implementación del modelo de Jiang con relación a los resultados obtenidos por el autor en el artículo base de este proyecto.

En la comparación aquí presentada se deben de tomar en cuenta varios factores que inciden sobre la exactitud de los resultados en comparación con los resultados obtenidos por el autor del artículo base, a saber:

- 1. Los datos disponibles del sistema de presas en cascada es limitado. Particularmente no se cuentan con las curvas nivel-almacenamiento de la presa Shuibuya. Tampoco se cuenta con la curva gasto-altura. Para subsanar este dato se hizo una generalización y escalamiento (adaptación) de las curvas de la presa Geheyan para ser usadas en la presa Shuibuya. Para ello se requirió de fuertes supuestos, como el de que la presa Shuibuya es un modelo escalada de la presa Geheyan.
- No se cuentan con datos exactos de las capacidades de generación de energía del sistema de presas en cascada, por lo que también se supuso que ambas presas tienen el mismo numero de compuertas, el mismo numero de turbinas con las mismas capacidades de generación de energía.
- 3. Como el autor señala, se desprecian las perdidas en volumen en el recorrido de aguas arriba a aguas abajo.
- 4. En el artículo base no existe detalle sobre las restricciones usadas en el cálculo de balance de volumen, que desde un punto de vista técnico, son restricciones importantes que afectan de manera decisiva la forma de las curvas guías de operación, tales como el gasto limite permitido para ser desalojado por las turbinas. En este proyecto se trabajó sobre el supuesto de las turbinas pueden trabajar a su máxima capacidad todo el periodo de planeación.

Sobre la exactitud en el cálculo de la trayectoria inicial

<u>En el artículo base no se reportan resultados o ejemplos de trayectorias iniciales mediante el uso de MDP. Tampoco se explica el método MDP y su adaptación al problema CROO</u>. Más bien referencia otros artículos donde, aunque se explica el método y se presentan diagramas de flujo del mismo, no se presentan ejemplos del cálculo de estas trayectorias.

El método MDP implementado en este proyecto sigue rigurosamente la información encontrada en los artículos referenciados.

A manera de conclusión parcial, se estima que existe la "ventaja" de que como dice el autor, la trayectoria inicial no es del todo relevante para calcular la curva de operación optimizada final, sino mas bien, es solo un punto inicial del cálculo de la trayectoria final.

Aunque bien es cierto que la aseveración anterior es correcta para el caso de la aplicación de POA como método de optimización de la trayectoria inicial, no lo es del todo para la aplicación de IMDP. La razón es que POA deja puntos fijos para reducir el espacio de búsqueda del óptimo, y su espacio de búsqueda abarca la discretización completa del punto a optimizar, es decir, sigue barriendo el total de las opciones optimizando al reducir las opciones por su uso de puntos fijos. El caso de IMDP es diferente, pues la búsqueda del óptimo está reducido a un corredor de búsqueda. Entonces, si a la trayectoria inicial no se le asignan un corredor de búsqueda amplio, entonces la forma de la curva inicial incide sobre la exactitud de la curva de operación final. Más aún, si la trayectoria inicial no tuviera una forma original semejante a la óptima, con un corredor no muy amplio, la solución óptima puede estar fuera de su alcance.

Para lidiar con las lista de 4 limitaciones presentadas al inicio de esta sección se adoptaron dos estrategias: 1) el escalamiento y adaptación de datos y especificar corredores de búsqueda amplios para encontrar asegurar lo más posible el barrido del espacio de soluciones. 2) Una adaptación a los métodos de optimización que busca maximizar el uso de posibles volúmenes vertidos. Esta última adaptación viene de un estudio detallado del comportamiento de los volúmenes de una trayectoria, de donde se deduce que el autor lo hace pero nunca menciona nada al respecto. Esta adaptación se explica en las secciones seguidas.

Escalamiento y adaptación

Esta estrategia consistió en reproducir una trayectoria reportada en el artículo base y usar los puntos que definen dicha trayectoria para hacer el cálculo por la implementación hecha en este proyecto.

La intención de hacer esta comparación es ver el desfase que pudiese existir entre los datos reportados por el artículo base y los calculados por la implementación aquí hecha. La hipótesis es que el desfase encontrado sería serio debido a las fuertes limitaciones de acceso a datos exactos.

Primero se calcularon los puntos que definen las trayectorias mostradas en la figura 6 del artículo base para el año seco, las cuales se muestran aquí como la figura 26

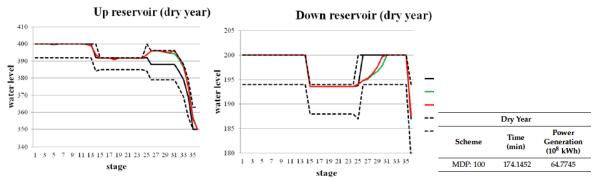


Fig. 26. Trayectorias tomadas del articulo base (fig. 6) para año seco, y datos de la tabla 7 cuya generación de energía final para estas trayectorias es de más o menos 64.77 kWh E08

Las trayectorias que se tomaron como referencia fueron las trayectorias en líneas rojas de la figura 26. Al introducir dichas trayectorias a la implementación en MATLAB, se obtuvieron los siguientes resultados mostrados en la figura 26.

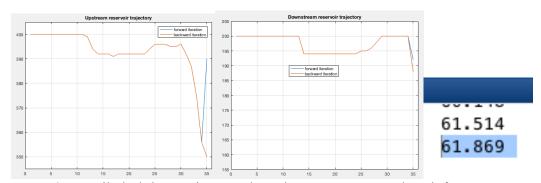


Fig. 27. Cálculo de la energía generada por la trayectoria mostrada en la figura 25.

Como se puede apreciar en la figura 27, después del ajuste a la implementación en MATLAB la discrepancia entre resultados es de 64.77 - 61.87 = 2.9.

Para calcular estos resultados que buscan aproximar los obtenidos por el autor se hicieron 2 adaptaciones: 1) dividir el año de programación de operación en 36 lapsos de tiempo en vez de 12 (tal y como se hace en el artículo base), y 2)cambiar la eficiencia con la que se calcula la generación de energía a 1 en vez de 85% como se muestra en la figura 28. (ver cambio en subrutina computePowerUpstream y computePowerDownstream).

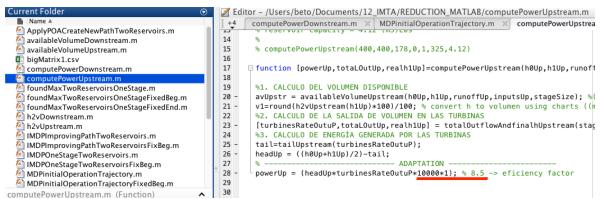


Fig. 28. Cambio de factor de eficiencia como adaptación a la implementación MATLAB.

Adaptación: Aprovechamiento del posible volumen vertido

Básicamente, esta adaptación consta en evitar que haya volumen vertido en ninguna de las presas. Aunque Jiang no hace mención de esta estrategia, al estudiar el comportamiento de los volúmenes y trayectorias presentadas por el autor del artículo base, parece que así se hace. Además, desde el punto de vista técnico, parece lógico aprovechar un volumen para crear energía en vez de dejarlo salir de la presa sin crean ningún beneficio en términos de generación de energía.

En pocas palabras esta adaptación consta en que, en el proceso de optimización de una trayectoria se encuentra que existe volumen vertido, entonces se explora en periodos de tiempo anteriores si por las condiciones existentes puede abrirse espacio en la presa dejando salir volumen que genere energía y que sea suficiente para contener el posible volumen vertido en momentos posteriores.

Este método puede explicarse con la figura 29 en donde se presenta un ejemplo de optimización usando IMDP.

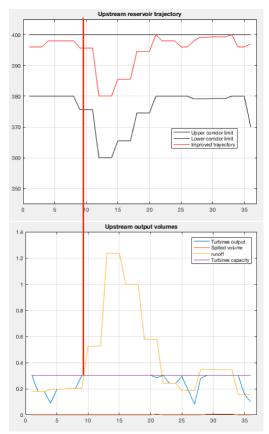


Fig. 29. Diagrama de aprovechamiento de volúmenes vertidos

Como se puede notar en la figura 29, arriba se presenta en color rojo la optimización de una trayectoria inicial (que no se grafica) usando IMDP, rodeada de un corredor de cálculo. Abajo, el comportamiento de los volúmenes de acuerdo a la trayectoria final (la línea roja). Nótese que de acuerdo al comportamiento de volúmenes, la línea amarilla indica que casi llegado el periodo de tiempo 10 (indicado con la línea roja que atraviesa ambos gráficos de la figura 29) las entradas en forma de escurrimientos rebasa las capacidades de las turbinas (línea purpura). En este punto, debe haber escurrimientos si el nivel del agua alcanza el nivel máximo y las turbinas no pueden desalojar lo suficiente. Como se puede ver en el gráfico de la trayectoria de operación (grafico superior, línea roja), la tendencia antes y después del punto donde empieza a haber posibilidades de volumen vertido, es hacia abajo, esperando abrir espacio anticipadamente para contener el volumen que entra y pudiera ser vertido.

La línea que indica el volumen vertido (línea en y=0 del gráfico inferior de la figura 29) indica que no hay volumen vertido, y la línea azul indica que el volumen desalojado por las turbinas y que genera energía nunca rebasa las capacidades limite de las turbinas.

Lo anterior muestra que la implementación del aprovechamiento del posible volumen vertido es eficiente y útil. Por supuesto, esto habrá que compararlo con los resultados reportados por Jiang. Esto se hace en la siguiente sección.

Comparación directa de los resultados de Jiang y la implementación de este proyecto y conclusiones

En la figura 30, 31 Y 32 se ponen frente a frente los resultados de Jiang y los obtenidos en este proyecto para los datos del año seco, normal y húmedo respectivamente.

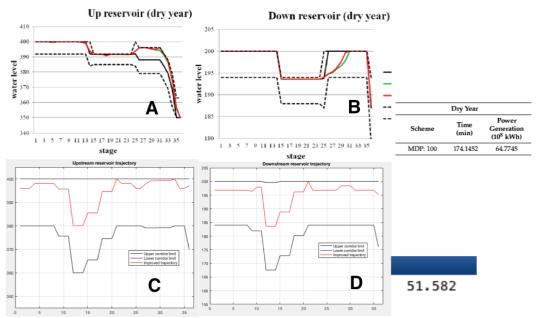


Fig. 30. Comparación de resultados para año seco. (A) Jiang: Shuibuya, año seco. (B) Jiang: Geheyan, año seco. (D) MATLAB: Shuibuya, año seco . (D) MATLAB: Geheyan, año seco

Como se puede notar en las figuras 30 a 32 las trayectorias reportadas por Jiang y las calculadas por la implementación en MATLAB de este proyecto tienen semejanzas y diferencias las cuales se explican en seguida:

Para año seco, las trayectorias (líneas en rojo) son semejantes en la primera mitad de la curva de operación y no así para la segunda mitad. Esto se debe tal vez a que no se cuentan con todas las restricciones que se le deben imputar a la planeación. De la forma de las trayectorias de las figuras 30 (A y B) puede deducirse que pudiera existir la restricción de que al final del periodo de planeación se espera que se vacíe la presa. Esa restricción no se implementa en MATLAB dado que se trata de una mera especulación y no se sabe si en la vida real exista tal restricción. Esta ultima hipótesis es la razón de la diferencia entre la cantidad de energía generada al final del periodo de planeación (64.77 para Jiang, y 55.58 para nuestro planteamiento). En cualquiera de los casos se puede ver una tendencia semejante en ambos casos, tanto para Jiang como para nosotros se ve una tendencia hacia abajo y luego hacia arriba cuando empieza y termina el periodo de lluvias (primera mitad del año). La razón por la cual se le atribuye la diferencia en la forma de las trayectorias a restricciones que no se conocen se explican con la experimentación presentada en seguida que corresponden al año normal y húmedo.

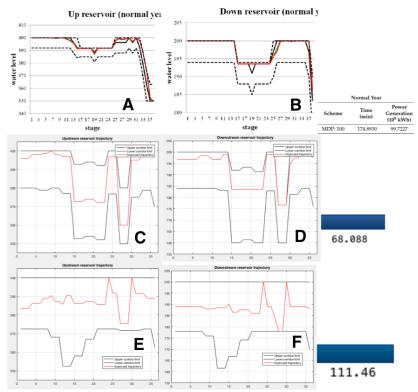


Fig. 31. Comparación de resultados para año normal. (A y B) Jiang. (C y D) MATLAB con una salida limite de turbinas restringida a 87.5m3/s. (E y F) MATLAB con salida límite de turbinas restringido 250 m3/s

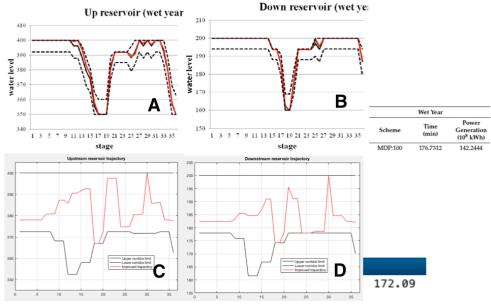


Fig. 32. Comparación de resultados para año húmedo. (A y B) Jiang, año húmedo. (C y D) MATLAB, año húmedo.

Como se puede notar en las figuras 31 y 32, cuando se restringe la capacidad de las turbinas de volumen de agua que pueden usar para generar energía, las trayectorias se parecen más o menos a las reportadas por Jiang con resultados en generación de energía aproximados o

mayores a los reportados por Jiang. Por ejemplo, las figuras 31 (C y D) que, aunque sus trayectorias se asemejan en forma a las reportadas por Jiang (Fig 31(A y B)) los resultados en energía son inferiores a los originales, mientras que si se "abren" las capacidades de las turbinas, los volúmenes aprovechables de agua se distribuyen a lo largo del periodo de planeación y se encuentran cantidades de energía superiores a las encontradas por Jiang. En cualquier caso, se estima que si se conocen con exactitud las capacidades de las turbinas y engeneral, las especificaciones exactas del sistema de presas, además de las restricciones, como la (hipotética) de que se vacié la presa al final del periodo de planeación, con seguridad se pueden igualar los resultados de Jiang. Esta última conculusión se deriva de la observación de que en general, las tendencias presentadas en esta sección son similares con sus consiguientes diferencias por lo ya antes explicado.

MANUAL DE USUARIO

Cálculo de trayectoria inicial usando MDP

Suponga que queremos calcular la trayectoria inicial para los datos de un año seco para el sistema de presas en cascada considerado en el artículo base de este proyecto. Estos son los datos de escurrimientos:

	month	Dry	year	Γ
)		Shuibuya	Geheyan	5
)	J	208	69	Γ
	F	228	75	
	М	235	77	
	Α	608	200	
	М	1431	471	
	J	1157	381	
	J	669	291	
	Α	280	93	
	S	216	71	L
	0	404	133	
	N	398	131	
	D	178	59	

Ahora, suponga las siguientes condiciones

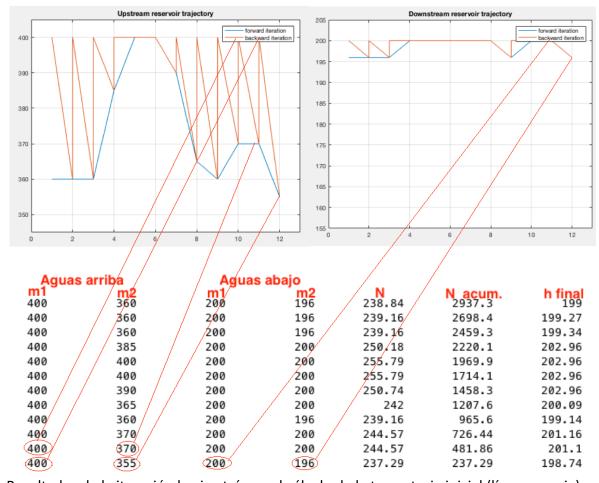
- -10 puntos para discretización del sistema
- -[400m,350m]: límites de la altura del agua almacenada a ser usados para encontrar la trayectoria inicial para el caso de la presa aguas arriba
- [200m,160m]: límites de la altura del agua almacenada a ser usados para encontrar la trayectoria inicial para el caso de la presa aguas abajo.
- 390: punto inicial estimado de la trayectoria inicial resultante (punto fijo al inicio) aguas arriba

- 192 m: punto inicial estimado de la trayectoria inicial resultante (punto fijo al inicio) aguas abajo
- periodo de tiempo de planeación: 1 mes
- capacidad máxima de turbinas aguas arriba: 200 m3/s (Dato inventado)
- capacidad máxima de turbinas aguas abajo: 325 m3/s
- capacidad de almacenamiento de la presa aguas arriba: 4.11 E09 m3
- capacidad de almacenamiento de la presa aguas abajo: 3.4 E09 m3

En MATLAB:

```
>> upsDry=[208,228,235,608,1431,1157,669,280,216,404,398,178];
dwnsDry=[69,75,77,200,471,381,291,93,71,133,131,59];
[ini, fin]=MDPinitialOperationTrajectory(upsDry,dwnsDry,10,400,350,200,160,390,192,1,200,350,4.11,3.4)
```

Resultados:



Resultados de la iteración hacia atrás en el cálculo de la trayectoria inicial (línea naranja)

360	360	196	196	58.003	58.003	195.77
360	360	196	196	63.476	121.48	195.77
360	385	196	200	0	121.48	198.44
385	400	200	200	107.15	228.63	200.09
400	400	200	200	255.79	484.42	202.96
400	390	200	200	252.05	736.47	202.96
390	365	200	200	238.96	975.43	202.96
365	360	200	196	107.92	1083.4	195.77
360	370	196	200	14.744	1098.1	200.09
370	370	200	200	117.16	1215.3	200.09
370	355	200	196	172.34	1387.6	195.77
355	390	196	192	17.185	1404.8	191.55

Resultados de la iteración hacia delante de la trayectoria inicial (línea azul)

Note como los gráficos corresponden a los datos numéricos de la siguiente forma: Las columnas de los datos para la presa aguas arriba —por ejemplo- especifican el punto inicial y final (m1 y m2) de un segmento t de la trayectoria. Para la iteración hacia atrás, la línea naranja, para t=1, m1=400, m2=365. La línea azul tiene también su representación numérica correspondiente.

La línea naranja indica los valores encontrados en la iteración hacia atrás, mientras que la línea azul indica los valores tomados en la iteración hacia delante (todos los m1, de acuerdo con Jiang).

APLICACIÓN DE POA A UNA TRAYECTORIA INICIAL

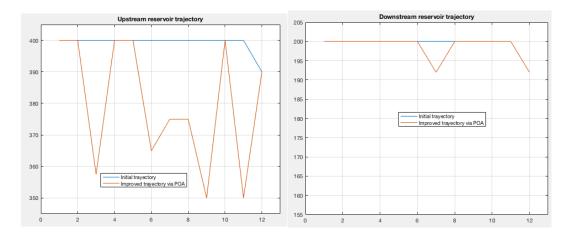
Suponga que se aplicará también para el año seco de la sección anterior.

- fin: trayectoria inicial almacenada en la variable fin y resultado del cálculo de la sección anterior.
- -20 Divisiones en la discretización de un periodo de tiempo t
- -[400,350]: limites en las alturas de almacenamiento para la planeación de la presa aguas arriba
- -[200,160]:]: limites en las alturas de almacenamiento para la planeación de la presa aguas abajo
- periodo de tiempo de planeación: 1 mes
- capacidad máxima de turbinas aguas arriba: 200 m3/s
- capacidad máxima de turbinas aguas abajo: 325 m3/s
- capacidad de almacenamiento de la presa aguas arriba: 4.11 E09 m3
- capacidad de almacenamiento de la presa aguas abajo: 3.4 E09 m3

En MATLAB:

>> [maxOut,newPath]=ApplyPOACreateNewPathTwoReservoirs(fin,upsDry,dwnsDry,20,400,350,200,160,1,325,325,4.11,3.4)

Resultados



La línea azul indica la trayectoria inicial, y la línea naranja es la nueva trayectoria o trayectoria optimizada via POA. La representación numérica de las trayectorias se muestra en la siguiente figura.

_	•					
	maxOut =					
	1869.7					
	newPath =					
	400	400	200	200	66.247	2010.6
	400	400	200	200	74.661	1944.4
	400	357.5	200	200	244.19	1869.7
	357.5	400	200	200	7.8731	1625.6
	400	400	200	200	74.661	1617.7
	400	365	200	200	327.56	1543
	365	375	200	192	321.16	1215.5
	375	375	192	200	306.67	894.3
	375	350	200	200	274.87	587.63
	350	400	200	200	9.7569	312.76
	400	350	200	200	265.43	303
	350	390	200	192	37.571	37.571

- fin: trayectoria inicial almacenada en la variable fin y resultado del cálculo de la sección anterior.
- 8: Tamaño del corredor (4 unidades por abajo y arriba de la trayectoria inicial)
- -5: Tamaño de las divisiones en la discretización en la presa aguas arriba
- -4: Tamaño de las divisiones en la discretización en la presa aguas abajo
- -10: Numero de divisiones en el corredor para m1
- -10: Numero de divisiones en el corredor para m2
- -[400m,350m]: limites en las alturas de almacenamiento para la planeación de la presa aguas arriba
- -[200m,160m]:]: limites en las alturas de almacenamiento para la planeación de la presa aguas abajo.
- 290m: punto fijo al final de la trayectoria aguas arriba
- 192m: punto fijo al final de la trayectoria aguas abajo
- upsDry: datos de escurriemiento para la presa aguas arriba

- dwnsDry: datos de escurriemiento para la presa aguas abajo
- periodo de tiempo de planeación: 1 mes
- capacidad máxima de turbinas aguas arriba: 200 m3/s
- capacidad máxima de turbinas aguas abajo: 325 m3/s
- capacidad de almacenamiento de la presa aguas arriba: 4.11 E09 m3
- capacidad de almacenamiento de la presa aguas abajo: 3.4 E09 m3

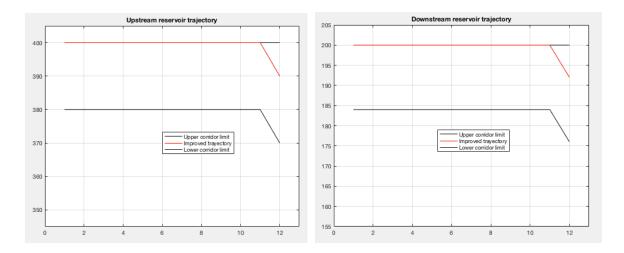
EN MATLAB

Command Window

>> [backNewPath,forNewPath]=IMDPImprovingPathTwoReservoirs(fin,8,5,4,10,10,400,350,200,160,390,192,upsDry,dwnsDry,1,325,325,4.11,3.4)

Resultados

Comr	mand Window						
bac	ckNewPath =						
	400	380	200	184	203.45	3124.2	183.36
	400	380	200	184	209.21	2920.7	183.36
	400	380	200	184	211.22	2711.5	183.36
	400	380	200	196.8	295.58	2500.3	196.63
	400	400	200	200	360.7	2204.7	202.96
	400	392	200	200	356.28	1844	202.96
	400	380	200	200	308.32	1487.7	201.4
	400	380	200	184	224.39	1179.4	183.36
	400	380	200	184	205.71	955.01	183.36
	400	380	200	185.6	256.4	749.3	185.67
	400	380	200	185.6	255.4	492.9	185.32
	400	370	200	178.4	237.49	237.49	178.76
for	rNewPath =						
10.	niewi den –						
	400	400	200	200	66.247	66.247	200.09
	400	400	200	200	72.488	138.74	200.09
	400	400	200	200	74.661	213.4	200.09
	400	400	200	200	191.1	404.5	200.09
	400	400	200	200	360.7	765.2	202.96
	400	400	200	200	335.91	1101.1	202.96
	400	400	200	200	217.1	1318.2	200.09
	400	400	200	200	88.935	1407.1	200.09
	400	400	200	200	68.703	1475.8	200.09
	400	400	200	200	127.69	1603.5	200.09
	400	400	200	200	125.81	1729.3	200.09
f_{X}	400	390	200	192	134.13	1863.5	191.55



Las líneas negras indican el corredor de búsqueda definido para la trayectoria inicial. La línea roja indica la trayectoria optimizada via IMDP.