

# Teorema de Bayes para datos de Covid-19

---

Alberto Benavides  
26 de octubre de 2020

## 1. TEOREMA DE BAYES

Según Grinstead and Snell [4], en problemas en los que hay  $m$  hipótesis  $H_i, i = [1, m]$  que pueden ser confirmadas por alguna evidencia  $E$ , se puede utilizar el teorema de Bayes para conocer la probabilidad de una determinada hipótesis dada la evidencia  $P(H_i|E)$  según la fórmula

$$P(H_i|E) = \frac{P(H_i)P(E|H_i)}{\sum_{k=1}^m P(H_k)P(E|H_k)}. \quad (1.1)$$

## 2. PRUEBAS DE DETECCIÓN DE COVID-19

Estos conceptos de la probabilidad se pueden aplicar a ramas de la epidemiología donde se usan pruebas para detectar enfermedades. En 2020 se vive una pandemia dada por el contagio del virus SARS-CoV-2, responsable de la enfermedad Covid-19 [7]. Existen diferentes tipos de pruebas para detectar el contagio presente o pasado de esta enfermedad [1], las cuales tienen algunas características Ranjan [6] que ayudan a determinar la posibilidad de que sus resultados sean correctos. En este respecto, existen cuatro posibilidades (véase la tabla 2.1 en la p. 2):

- Verdadero positivo (VP): El paciente está infectado  $p$  y fue diagnosticado positivo  $p'$ .
- Falso positivo (FP): El paciente no está infectado  $n$  y fue diagnosticado positivo  $p'$ .
- Falso negativo (FN): El paciente está infectado  $p$  y fue diagnosticado negativo  $n'$ .

Tabla 2.1: Representación visual de las combinaciones entre diagnóstico e infección de pacientes de Covid-19.

		Infección	
		$p$	$n$
Diagnóstico	$p'$	Verdadero positivo	Falso positivo
	$n'$	Falso negativo	Verdadero negativo

- Verdadero negativo (VN): El paciente no está infectado  $n$  y fue diagnosticado negativo  $n'$ .

Además, a partir de estas posibilidades se pueden calcular

- Exactitud:  $\frac{VP+VN}{P+N}$ ,
- Precisión:  $\frac{VP}{VP+FP}$ ,
- Sensibilidad:  $\frac{VP}{VP+FN}$ ,
- Especificidad:  $\frac{FN}{VN+FP}$ .

### 3. DATOS UTILIZADOS

Con todo esto, se puede aplicar este teorema a valores de contagio obtenidos de datos reales. Se extraen de la Secretaría de Salud de México [3] datos de contagios de Covid-19 en México. De estos datos se extraen solamente los casos que se consideran positivos y negativos, o sea  $p' = 864,696$  positivos y  $n' = 1,072,760$  negativos.

### 4. EXACTITUD DE LAS PRUEBAS

Entre las distintas pruebas que existen, el porcentaje de exactitud puede variar desde un 20 % a un 80 % según las características y tipos de pruebas aplicadas. Los porcentajes más bajos corresponden a pruebas consideradas rápidas que se realizan a partir de muestras de sangre. Los resultados altos para las pruebas se asocian a pruebas virales (de mucosas y tejidos del sistema respiratorio). Para pacientes asintomáticos, las pruebas virales tienen una exactitud de 30 % a 50 %, mientras que en los pacientes con síntomas, están en el rango de 60 % a 80 % [2, 5]. Generalmente, el porcentaje de exactitud para pruebas bayesianas que se suele elegir es de 70 %, por lo que se tomará dicho valor en este análisis también.

### 5. ESTIMACIONES A PARTIR DE LOS DATOS

De los valores que se tienen a partir de los datos de contagios obtenidos de la Secretaría de Salud de México y del 70 % estimado de exactitud de las pruebas, se pueden obtener la

Tabla 5.1: Diagnósticos e infecciones a partir de los datos de la Secretaría de Salud de México y el estimado de 70 % de exactitud en las pruebas realizadas.

	$p$	$n$
$p'$	605,287	259,409
$n'$	321,828	750,932

cantidad de verdaderos positivos  $VP = 0.7p'$ , falso positivo  $FP = 0.3n'$ , falsos negativos  $FN = 0.3p'$ , y verdaderos negativos  $VN = 0.7n'$ . Esto queda representado en la tabla 5.1. Con estos resultados, se puede estimar el número de contagiados en México es  $p = VP + FN = 927,115$ , en tanto el número de personas no contagiadas que se hicieron las pruebas sería  $n = p = VN + FP = 1,010,341$ . Estos estimados incrementan un 7.2 % los casos positivos y disminuyen un 5.9 % los casos negativos.

## REFERENCIAS

- [1] U. S. Food and Drug Administration. Conceptos básicos de las pruebas para el coronavirus. <https://www.fda.gov/consumers/articulos-en-espanol/conceptos-basicos-de-las-pruebas-para-el-coronavirus>, 2020.
- [2] Syndy García. ¿Qué tan certero puede ser el resultado de una prueba para diagnosticar Covid-19? <https://verificado.com.mx/que-tan-certero-puede-ser-el-resultado-de-una-prueba-para-diagnosticar-la-covid-19/>, 2020.
- [3] Gobierno de México. Covid-19 México. <https://datos.covid-19.conacyt.mx/#DownZCSV>, 2020.
- [4] Charles M. Grinstead and J. Laurie Snell. *Introduction to probability*. American Mathematical Society, 1997.
- [5] Mayara Lisboa Bastos, Gamuchirai Tavaziva, Syed Kunal Abidi, Jonathon R. Campbell, Louis-Patrick Haraoui, James C. Johnston, Zhiyi Lan, Stephanie Law, Emily MacLean, Anete Trajman, Dick Menzies, Andrea Benedetti, and Faiz Ahmad Khan. Diagnostic accuracy of serological tests for Covid-19: systematic review and meta-analysis. *BMJ*, 370, 2020. doi: 10.1136/bmj.m2516.
- [6] Archit Ranjan. Covid-19, Bayes' theorem and taking probabilistic decisions. <https://towardsdatascience.com/covid-19-bayes-theorem-and-taking-data-driven-decisions-part-1-b61e2c2b3bea>, 2020.
- [7] Jeffrey L. Schnipper and Paul E. Sax. Covid-19 test accuracy supplement: The math of Bayes' theorem. <https://www.statnews.com/2020/08/20/covid-19-test-accuracy-supplement-the-math-of-bayes-theorem/>, 2020.