

Ejercicios del Tema 6

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: $\text{Suma}(x,y)$, $\text{Producto}(x,y)$, $\text{Potencia}(x,y)$, $\text{Decremento}(x)$, $\text{RestaAcotada}(x,y)$, $\text{Signo}(x)$, $\text{SignoNegado}(x)$, $\text{Factorial}(x)$, $\text{Min}(x,y)$, $\text{Max}(x,y)$, $\text{And}(x,y)$, $\text{Or}(x,y)$, $\text{Not}(x)$, $\text{Mayor}(x,y)$, $\text{Menor}(x,y)$, $\text{MayorOIgual}(x,y)$, $\text{MenorOIgual}(x,y)$.

Ejercicio 6.1

Demuestre que la función $\text{Eq}(x,y)$ es primitiva recursiva.

$$\text{Eq}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = y \\ 0 & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

Ejercicio 6.2

Demuestre que la función $\text{Sqrt}(x)$, que devuelve la parte entera de la raíz cuadrada, es primitiva recursiva.

Ejercicio 6.3

Demuestre que la función $\text{Mod3}(x)$ es primitiva recursiva.

$$\text{Mod3}(x) = \text{Resto}(x, 3) = x \% 3$$

Ejercicio 6.4

Demuestre que la función $\text{Div}(x,y)$, que calcula la división entera, es primitiva recursiva.

$$\text{Div}(x, y) = x / y$$

Ejercicio 6.5

Demuestre que la función $Raiz(x, n)$, que calcula la raíz n -ésima de un número entero, es una función primitiva recursiva.

$$Raiz(x, n) = \lfloor \sqrt[n]{x} \rfloor = y \mid y^n \leq x < (y+1)^n$$

Ejercicio 6.6

Demuestre que la función $Log2(x+1)$, que calcula el logaritmo en base 2 de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento $(x+1)$ el caso base de la recursión es $x=0$.

$$Log2(x+1) = y \mid 2^y \leq x+1 < 2^{y+1}$$