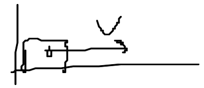
3 ROBOTS MÓVILES

3.1 Introducción: Preliminares y Conceptos.
3.2 Características de los Robtos Móviles.
3.3 Estrategias de Control.
3.4 Seguimineto de Trayectorias.
3.5 Algoritmoms de Planificación.
3.6 Introducción a la Localización.
3.7 Control reactivo
3.8 Slam
3.9 Navegación Topológica

3.2 Características de los Robots Móviles



3.2.1 Modelo de la rueda

Asumimos que el robot se mueve en un plano con un ángulo θ determinado

- Consideramos
  - Velocidad lineal ($\vec{V}$)
  - Velocidad angular ($\vec{\omega}$)
  - La orientación del robot.

El movimiento de cualquier sólido rígido en el plano se puede considerar compuesto por:
- Un punto en el plano del objeto
- Velocidad angular del objeto alrededor del punto.

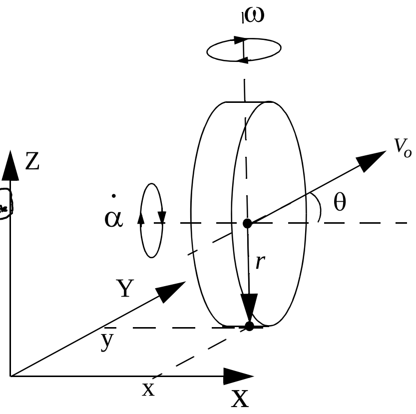
Eficiente Computacionalmente → TWISTOR

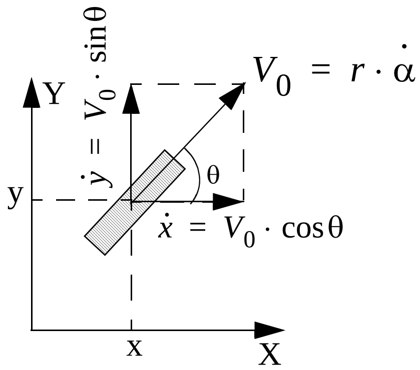
Necesitamos encontrar $\begin{bmatrix} \bar{V} \\ \bar{\omega} \end{bmatrix}$ — Caracteriza el movimiento del robot

$\bar{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}$; $\bar{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$

Se pueden expresar en diferentes Sistemas de Referencia.
Normalmente se expresan en el Sistema de Referencia del Robot.

$\bar{V} = \begin{bmatrix} V_x = V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_z = \omega \end{bmatrix}$ — Robots Diferenciales





Asumimos un cambio de velocidad instantáneo.

$$X = \int V \, dt$$

La velocidad no es una función analítica por lo que debemos integrar numéricamente

Algoritmos de integración numérica
- Se usan en simuladores
- BASES
  - Aproxima la expresión $\frac{\Delta x}{\Delta t} = V$ → $V = \frac{x(K+1) - x(K)}{\Delta t}$

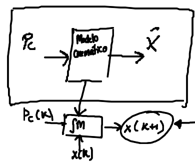
Método de Integr. de Euler: $x(K+1) = x(K) + V \cdot \Delta t$ — Permite prever el futuro y estimar los valores.

$y = x + V \cdot (t_1 - t_0)$

→ ODOMETRÍA → Algoritmo que considera las velocidades de la rueda y estima la posición en la que se puede encontrar el robot.

Modelo Cinemático

Proporciona la $\dot{x}$ en función de los parámetros de control. (velocidad)



Estima la posición.

2 Grados de Libertad:
- $\dot{\alpha}$ velocidad de rodado
- ω velocidad de giro

Variables de configuración: $P = [X_1 \; Y_1 \theta \;\; \alpha]$

$$\text{Restricciones Cinemáticas:} \begin{cases} \dot{x} \; \sin\theta - \dot{y} \; \cos\theta = 0 \\ \dot{x} \; \cos\theta + \dot{y} \; \sin\theta - \dot{\alpha} \cdot r = 0 \end{cases}$$

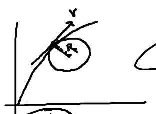
Nº D.O.F: 4-2 = 2 → Modelo Cinemático: $\dot{P} = f(P,u)$

→ Centro Instantáneo de Rotación
- Velocidad asociada $= \vec{0}$

Tienen Signo $\bar{V}$ — $+\omega$, $+V$, $-\omega$ — $s(R) = \frac{s(V)}{s(\omega)}$

$$\bar{V} = \bar{\omega} \times \bar{R}$$

Radio de giro del objeto respecto al centro instantáneo de rotación.



Radio de Curvatura

$\rho = \frac{1}{R_c}$ — Curvatura

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos\theta & 0 \\ r \cdot \sin\theta & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \omega \end{bmatrix}$$

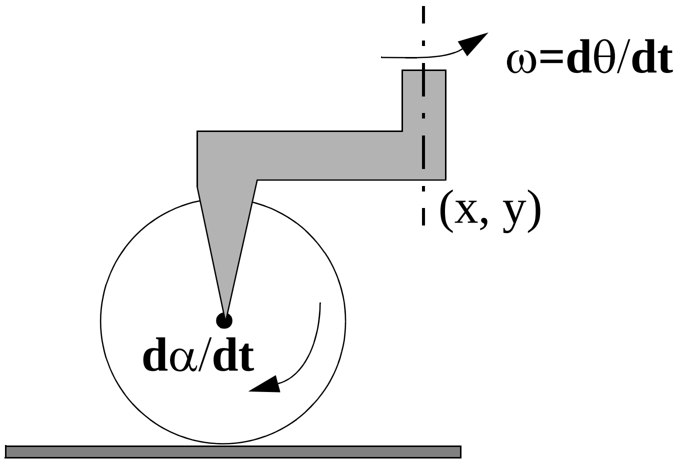
Modelo Completo

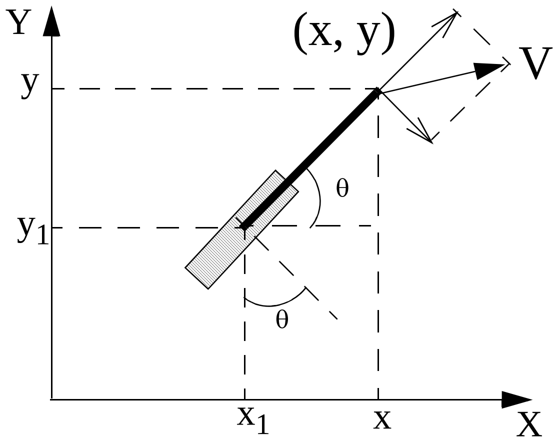
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ \omega \end{bmatrix}$$

Modelo Simplificado

TEMA IV: ROBOTS MÓVILES

3.2.2 Rueda Castora





Parámetros de configuración: $[\, x_1 \; y_1 \; \theta_1 \; \alpha \quad x \; y \; \theta \,]$ ($x_1\, y_1\, \theta_1\, \alpha$: rueda; $x\, y\, \theta$: enlace)

Restricciones Holónomas:

$$x_1 = x + l \cdot \cos(\theta) \quad ; \quad y_1 = y + l \cdot \sin(\theta)$$

$$\theta_1 = \theta$$

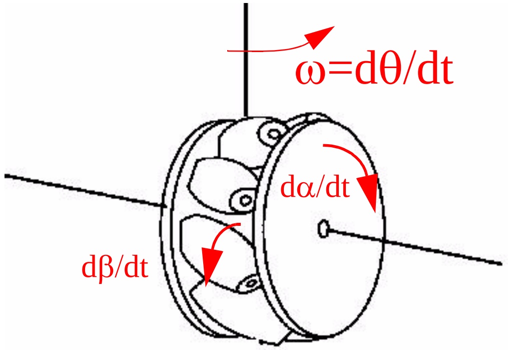
$$V = V_1 + \omega \wedge l$$

Variables de configuración (7 - 3) = 4: P = $[\, x \quad y \quad \theta \quad \alpha \,]$

Restricciones No Holónomas:

$$\begin{cases} \dot{x} \sin\theta - \dot{y} \cos\theta + l \cdot \dot{\theta} = 0 \\ \dot{x} \cos\theta + \dot{y} \sin\theta - \dot{\alpha} \cdot r = 0 \end{cases}$$

3.2.3 Rueda Sueca (Swedish wheel)

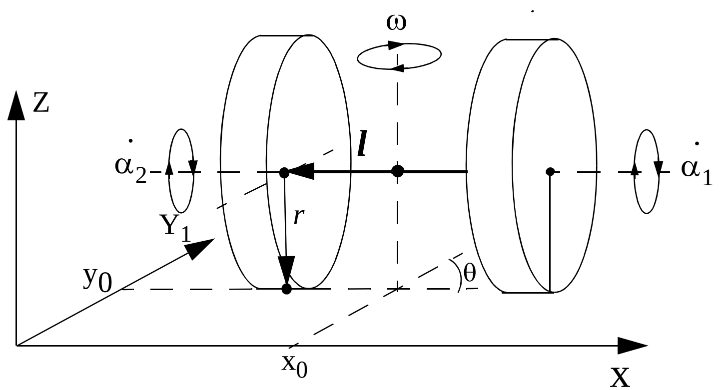


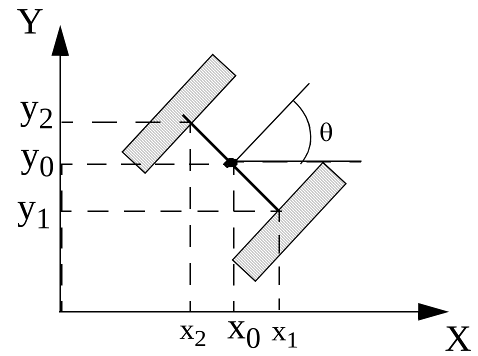
Swedish 90

Variables de configuración = 5: P = [x Y θ α β]

Restricciones No Holónomas: $\begin{cases} \dot{x}\ \sin\theta - \dot{y}\ \cos\theta + l \cdot \dot{\beta} = 0 \\ \dot{x}\ \cos\theta + \dot{y}\ \sin\theta - \dot{\alpha} \cdot r = 0 \end{cases}$

3.2.4 Configuración diferencial





Parámetros de configuración: $[\underbrace{x_1\ Y_1\ \theta_1}_{\text{rueda } 1^a}\ \underbrace{x_2\ Y_2\ \theta_2}_{\text{rueda } 2^a}\ \underbrace{x_0\ Y_0\ \theta}_{\text{enlace}}]$

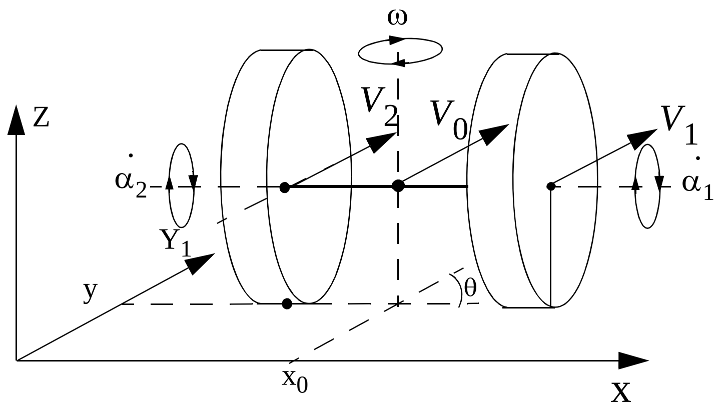
Restricciones Holónomas:

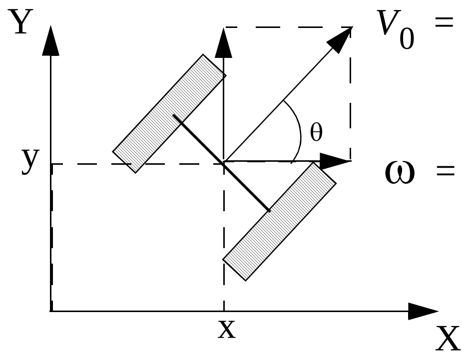
$$\vec{V}_1 = \vec{V}_O + \vec{\omega} \wedge \vec{l}$$
$$\vec{V}_2 = \vec{V}_O - \vec{\omega} \wedge \vec{l}$$

$$x_1 = x_0 + l \cdot \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \;;\; y_1 = y_0 + l \cdot \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$x_2 = x_0 + l \cdot \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \;;\; y_2 = y_0 + l \cdot \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right);$$
$$\theta_1 = \theta \;;\; \theta_2 = \theta$$

Variables de configuración (9 - 6 = 3): P = $[x_0\ Y_0\ \theta\ ]$

TEMA IV: ROBOTS MÓVILES





$$V_0 = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$\omega = \frac{V_1 - V_2}{2 \cdot l}$$

Restricciones no holónomas
(una por cada rueda y otra para el enlace, se resumen en una sola)

$$\boxed{\dot{x}_0 \sin\theta - \dot{y}_0 \cos\theta = 0}$$

Nº D.O.F: 3-1 = 2 →

2 Grados de Libertad:

$\dot{\alpha}_1$ velocidad de rodado 1ª rueda

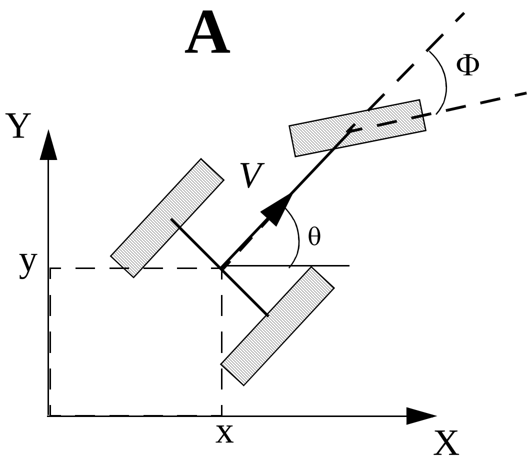
$\dot{\alpha}_2$ velocidad de rodado 2ª rueda

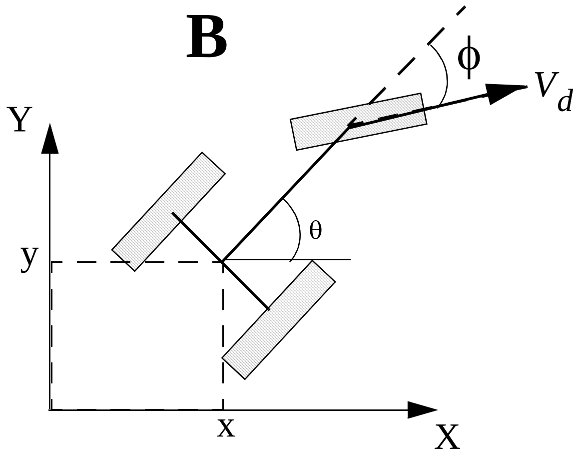
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ \omega \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r\cos\theta}{2} & \frac{r\cos\theta}{2} \\ \frac{r\sin\theta}{2} & \frac{r\sin\theta}{2} \\ \frac{r}{2 \cdot l} & -\frac{r}{2 \cdot l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix}$$

TEMA IV: ROBOTS MÓVILES

Universidad de Huelva

3.2.5 Configuración de triciclos





12 Parámetros de configuración - 8 restricciones holónomas: 4 V. de config.
(3 ruedas y el punto de referencia)

Variables de configuración: P = $[x \quad y \quad \theta \quad \phi]$

Restricciones no holónomas:
(una por cada rueda y la estructura del vehículo se resumen en dos)

$$\begin{cases} \dot{x}\ \sin\theta - \dot{y}\ \cos\theta = 0 \\ \dot{x}\ \sin(\phi+\theta) - \dot{y}\cos(\phi+\theta) - \dot{\theta} l \cos(\phi) = 0 \end{cases}$$

2 Grados de Libertad:

v velocidad de desplazamiento

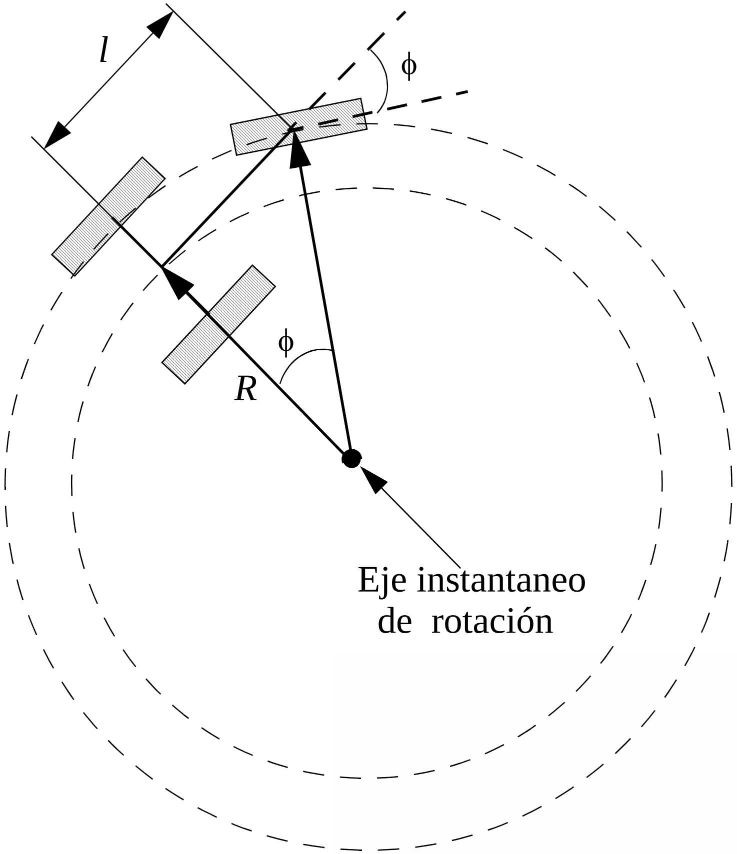
ϕ ángulo de conducción

Modelo Simplificado A

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta & 0\\ \sin\theta & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V \\ V \cdot \dfrac{\tan\phi}{l}\end{bmatrix}$$

Modelo Completo A

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\phi}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta & 0\\ \sin\theta & 0\\ \dfrac{\tan\phi}{l} & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V \\ \dot{\phi}\end{bmatrix}$$



Modelo Simplificado B

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta & 0\\ \sin\theta & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_d \cdot \cos\phi \\ V_d \cdot \dfrac{\sin\phi}{l}\end{bmatrix}$$

Modelo Completo B

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\phi}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta\cos\phi & 0\\ \sin\theta\cos\phi & 0\\ \dfrac{\sin\phi}{l} & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_d \\ \dot{\phi}\end{bmatrix}$$

Limitación física

$$|\phi| < \phi_{max}$$

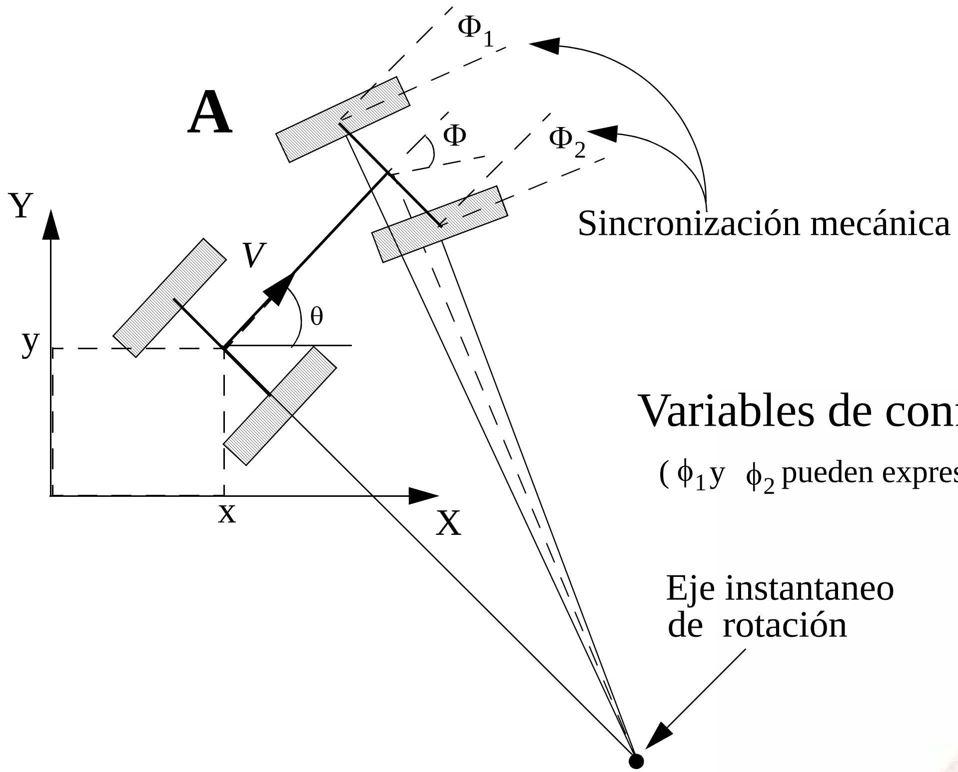
$$R = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{\tan\phi}$$

$$\dot{\theta} = V \cdot \rho$$

TEMA IV: ROBOTS MÓVILES

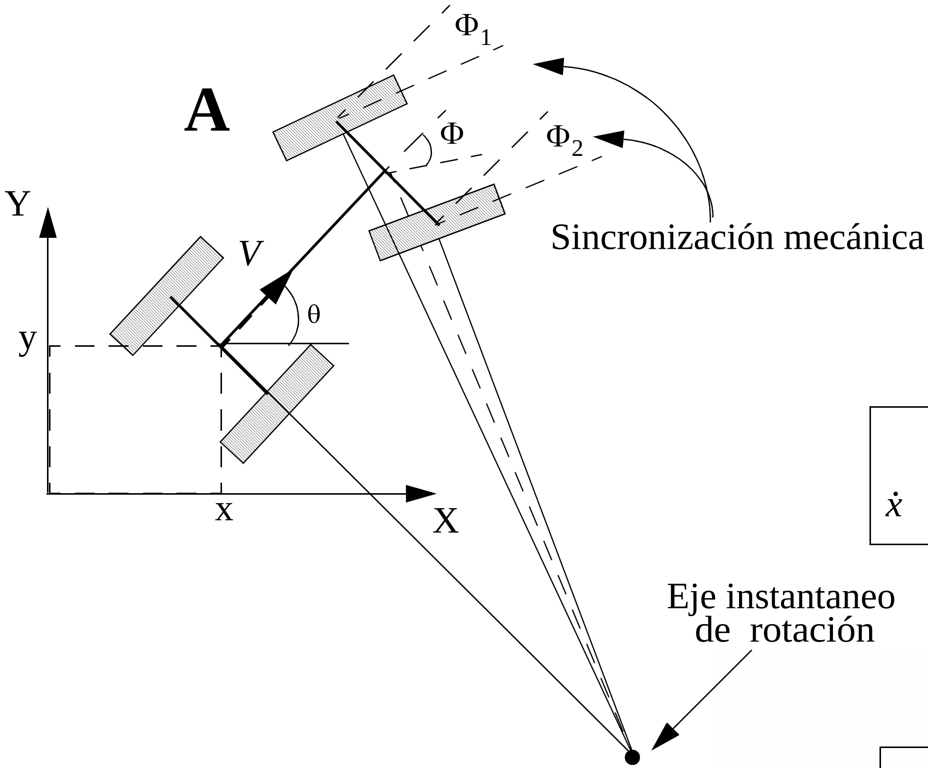
3.2.6 Configuración Ackerman

15 Parámetros de configuración - 11 restricciones holónomas: 4 V.de configuracui
(4 ruedas y el punto de referencia) (ϕ_1 y ϕ_2 están relacionados mecánicamente)



Variables de configuración: $P = [x \quad y \quad \theta \quad \phi]$

(ϕ_1 y ϕ_2 pueden expresarse en función de ϕ)



Restricciones no holónomas:

(una por cada rueda y la estructura del vehículo se resumen en dos)

$$\dot{x}\ \sin\theta - \dot{y}\ \cos\theta = 0$$

$$\dot{x}\ \sin(\phi+\theta) - \dot{y}\cos(\phi+\theta) - \dot{\theta} l \cos(\phi) = 0$$

2 Grados de Libertad:

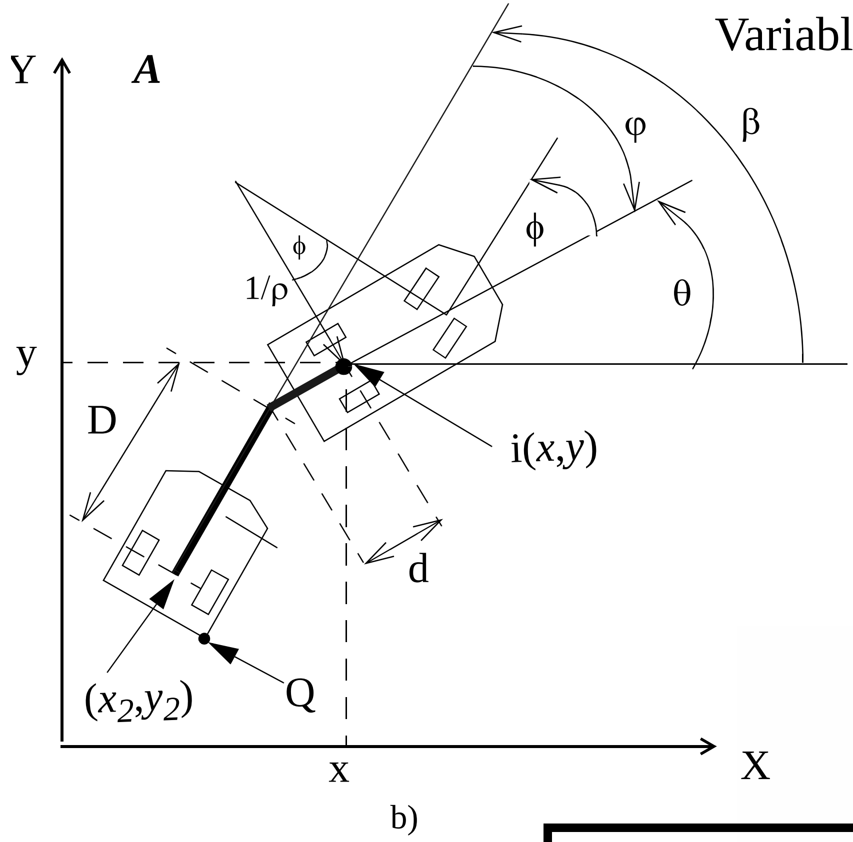
V velocidad de desplazamiento

ϕ ángulo de conducción

MODELO CINEMÁTICO SIMILAR AL DEL TRICICLO

TEMA IV: ROBOTS MÓVILES

3.2.7 Tractor- Trailer



Variables de configuración: P = [x Y θ φ]

$$\begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ \cos\theta\sin\varphi & \sin\theta\sin\varphi & -D-d\cos\varphi & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = 0$$

2 Grados de Libertad:

v velocidad de desplazamiento

ϕ ángulo de conducción

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{\sin(\varphi)}{D} & \frac{\cos(\varphi)d}{D} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ v(t)\rho(t) \end{bmatrix}$$