



# 4 ROBOTS MÓVILES

---

- 4.1 Introducción: Preliminares y Conceptos.
  - 4.2 Características de los Robots Móviles.
  - 4.3 Estrategias de Control.
  - 4.4 Seguimiento de Trayectorias.
  - 4.5 Algoritmos de Planificación.
  - 4.6 Introducción a la Localización.
  - 4.7 Control reactivo
  - 4.8 Slam
  - 4.9 Navegación Topológica
-



## 4.5 Algoritmos de Planificación.

### Formalización del problema

Sea  $C$  el espacio de configuración del robot y  $E$  el espacio Euclídeo

Sean  $C_{\text{free}} \subset C$  y  $E_{\text{free}} \subset E$  los subespacios libres de obstáculos

Sea  $R_m(q_k) \subset E$  el conjunto compacto ocupado por el robot para una configuración  $q_k$

Sean  $q_i$  una configuración inicial dada y  $q_f$  una configuración final que se desea alcanzar.

### El problema:

Encontrar una secuencia ordenada  $Q = \{q_k; k = 1, 2, \dots, n\}$  tal que:

a)  $q_1 = q_i$

b)  $q_n = q_f$

c)  $q_k \subset C_{\text{free}} \forall k$ , es decir:  $R_m(q_k) \subset E_{\text{free}} \forall k$

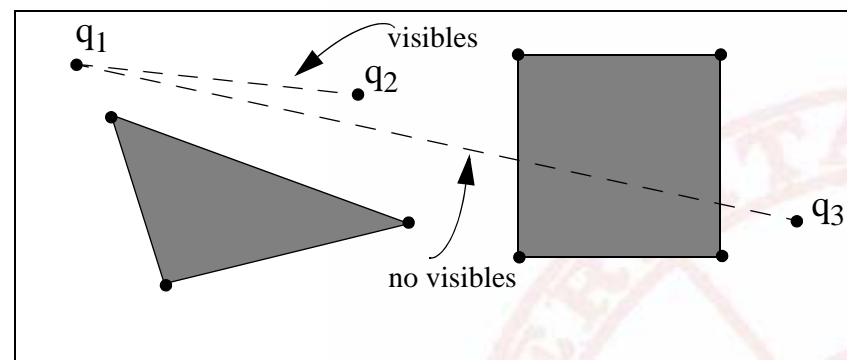


## Grafos de Visibilidad

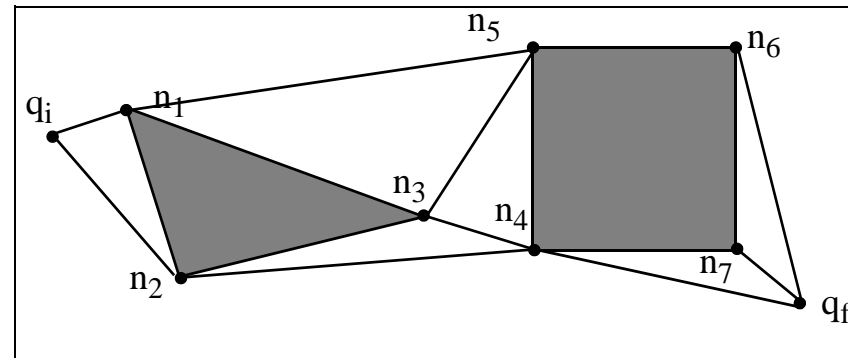
- Entorno bidimensional
- Modelado de obstáculos mediante polígonos
- El robot se modela como un punto

### Visibilidad:

Dos puntos de un entorno se consideran visibles si y solo si se pueden unir con un segmento rectilíneo que no intersecte ningún obstáculo.



Considerando como nodos las configuraciones iniciales y finales, y los vértices de los polígonos que definen los obstáculos, el grafo resulta de la unión mediante arcos de todos los nodos que sean visibles.



Mediante un algoritmo de búsqueda en grafos se elige la ruta que una la configuración inicial con la final minimizando alguna función de coste.

- Bajo coste computacional.
- No es directamente aplicable: el robot no es un punto; se utilizan los vértices de los obstáculos como nodos.

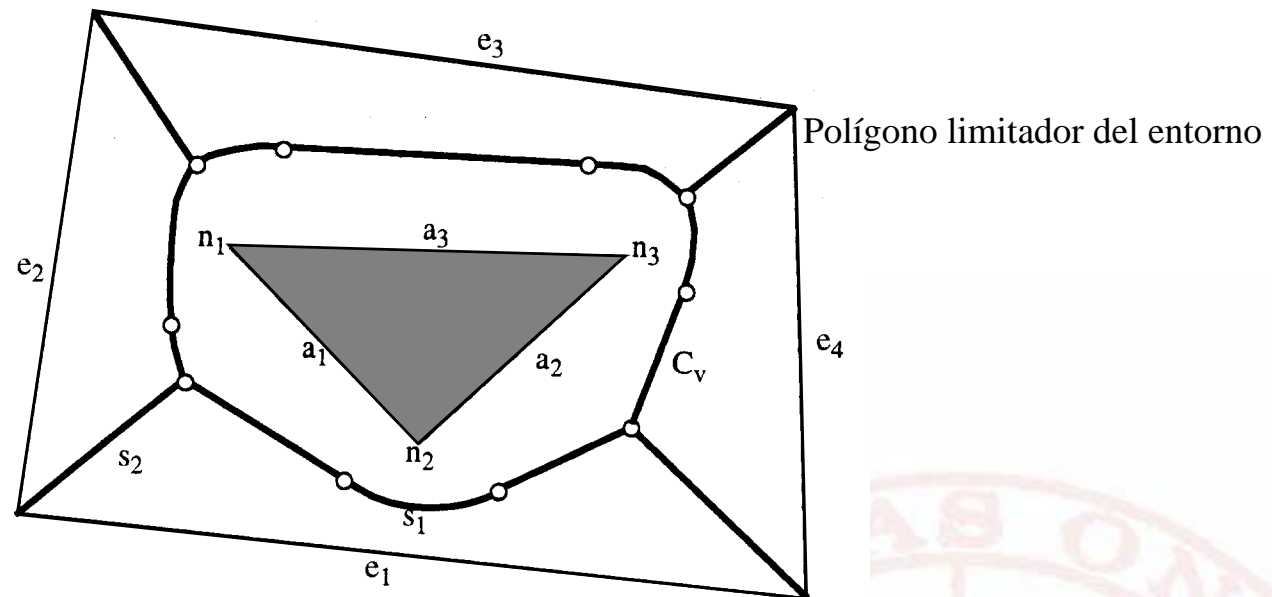


## Diagramas de Voronoi

- Se trata de situar la ruta lo más alejado posible de los obstáculos.
- Los diagramas de Voronoi son un método utilizado para segmentación de superficies ocupadas por un conjunto de puntos y segmentos.
- Dado un entorno configurado por objetos poligonales el diagrama de Voronoi es el lugar geométrico de las configuraciones que equidistan de los dos obstáculos más cercanos
- Esta formado por dos tipos de segmentos: rectilíneos y parabólicos.



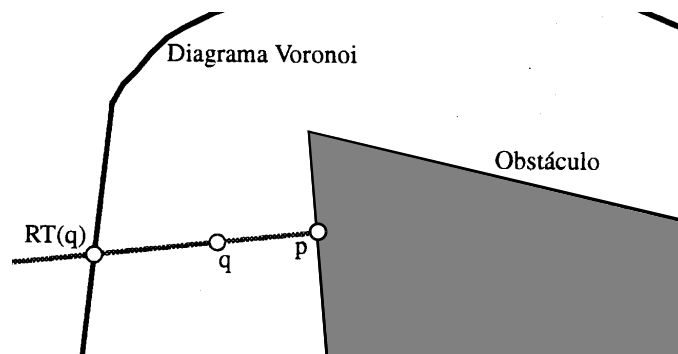
- El lugar geométrico de los puntos que equidistan entre dos aristas o entre dos vértices es una línea recta.
- El lugar geométrico de los puntos que equidistan entre un vértice y una arista es una parábola.



- Los vértices del diagrama son puntos que equidistan de tres elementos del entorno.



- Dada una configuración  $q$  que no pertenece al diagrama de Voronoi existe un único elemento (vértice o arista) más cercano a dicho punto. La distancia más corta a dicho elemento define el punto  $p$ .
- Se define  $RT(q)$  como el segmento recto, perteneciente a la recta que une  $p$  y  $q$ , comprendido entre el diagrama de Voronoi y el punto  $q$ .

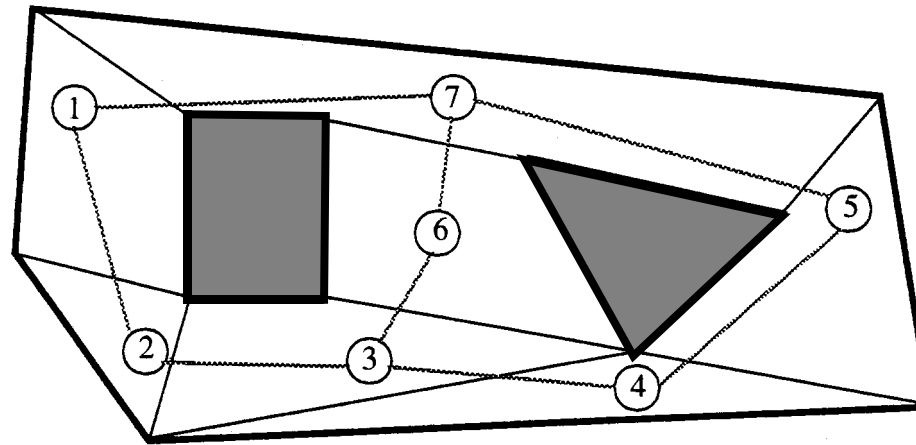


- El algoritmo de planificación consiste en encontrar la secuencia de segmentos del diagrama que unen  $RT(q_i)$  con  $RT(q_f)$ .



## Descomposición en celdas

- La planificación se fundamenta en una descomposición de celdas del espacio libre.
- Posteriormente, se ha de construir un grafo de conectividad entre celdas.



- Se trata de encontrar una sucesión de celdas, tal que la primera contenga la configuración inicial y la última la configuración final.

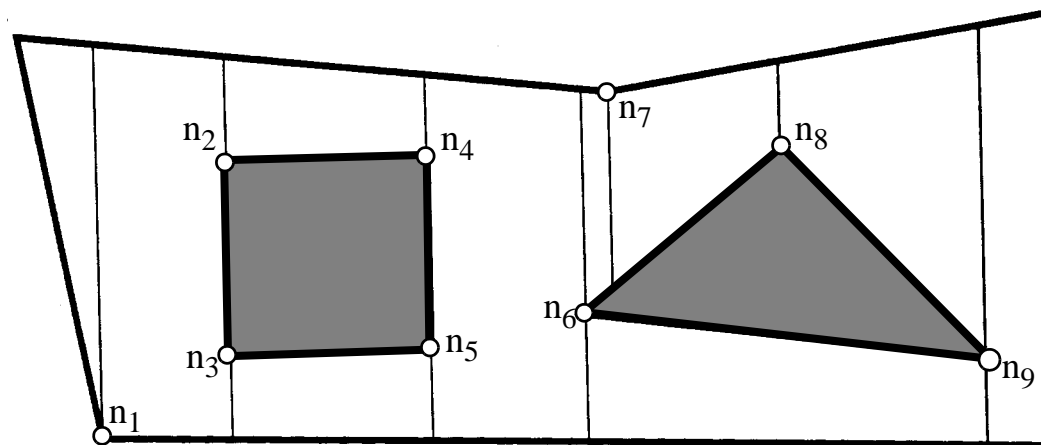




- Descomposición de Celdas:
  - Forma geométrica Sencilla
  - Comprobación de celdas adyacentes
  - No debe haber solapamiento
- Grafo de conectividad:
  - Se ubican nodos dentro de las celdas
  - Se conectan los nodos de las celdas adyacentes
- Ejemplo sencillo: **Descomposición Trapezoidal** (Latombe, 1991):

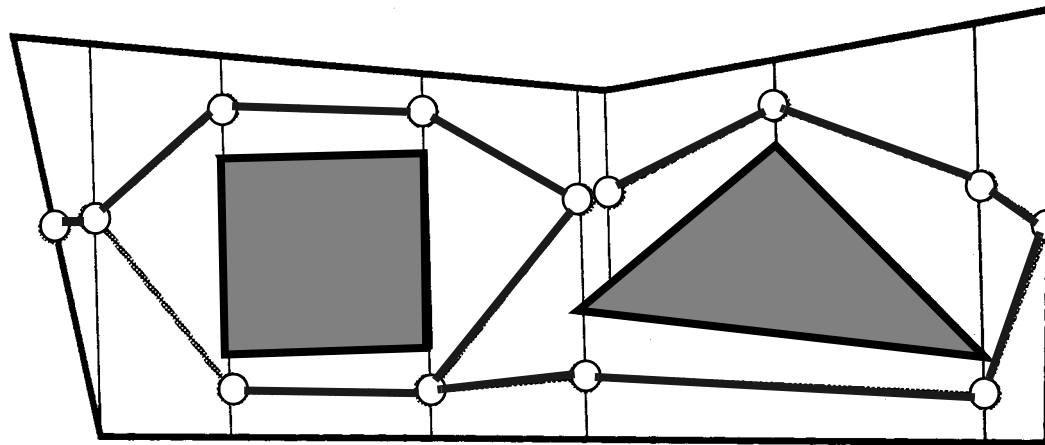


- Construcción de segmentos rectilíneos paralelos al eje Y del sistema global a partir de los vértices de cada uno de los elementos del entorno.
- El final del segmento queda determinado por el primer corte de la línea con un elemento del entorno.





- Los nodos se ubican en los puntos medios de las aristas verticales de cada uno de los polígono definidos.



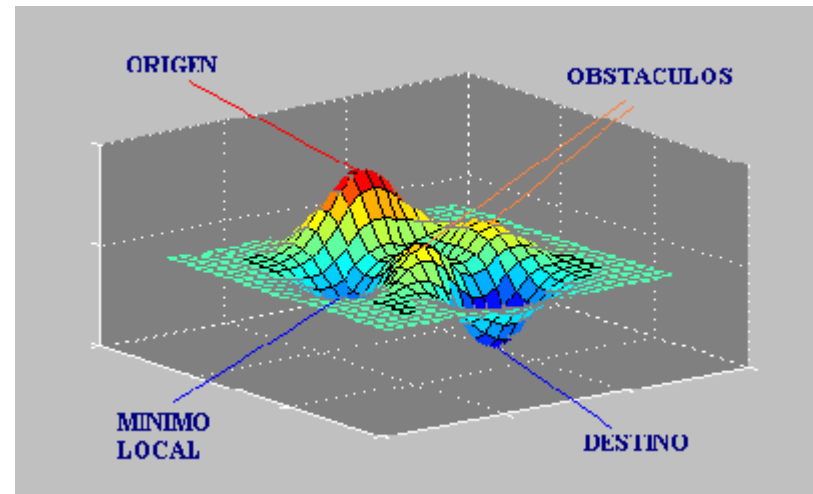
- Finalmente, se conectan los nodos de las celdas adyacentes



## Campos Potenciales

- Considera el robot como una partícula bajo la influencia de un campo potencial.
- El potencial está definido sobre el espacio libre de obstáculos.
- En cada punto en potencial es la suma de dos términos:
  - Un potencial atractivo  $U_a(p)$ , que atrae el robot hacia la posición de destino.
  - Un potencial repulsivo  $U_r(p)$  que lo hace alejarse de los obstáculos.

$$U(p) = U_a(p) + U_r(p)$$



- La fuerza que guía el robot se calcula: 
$$F(p) = -\nabla U = -\nabla U_a(p) - \nabla U_r(p)$$
- El potencial de atracción debe ser tal que disminuya su influencia conforme el robot se acerca a la meta final. En la posición de destino, la suma de ambos potenciales debe ser cero.



- El problema en este tipo de métodos es la aparición de mínimos locales.
- Una variación consiste en dividir el entorno en celdas, cada celda tiene asociado un valor del potencial. Se utilizan métodos de búsqueda en grafos que minimiza como función de coste una función potencial.





## Búsqueda en Celdas

- El espacio se considera dividido en celdas
- A cada celda  $c$  se le asocia un peso en la forma:

$$W(c) = G(c) + H(c)$$

Donde  $G(c)$  es el coste del camino desde el estado inicial a  $c$ ,  $H(c)$  es el costo del camino desde el estado final hasta  $c$ .

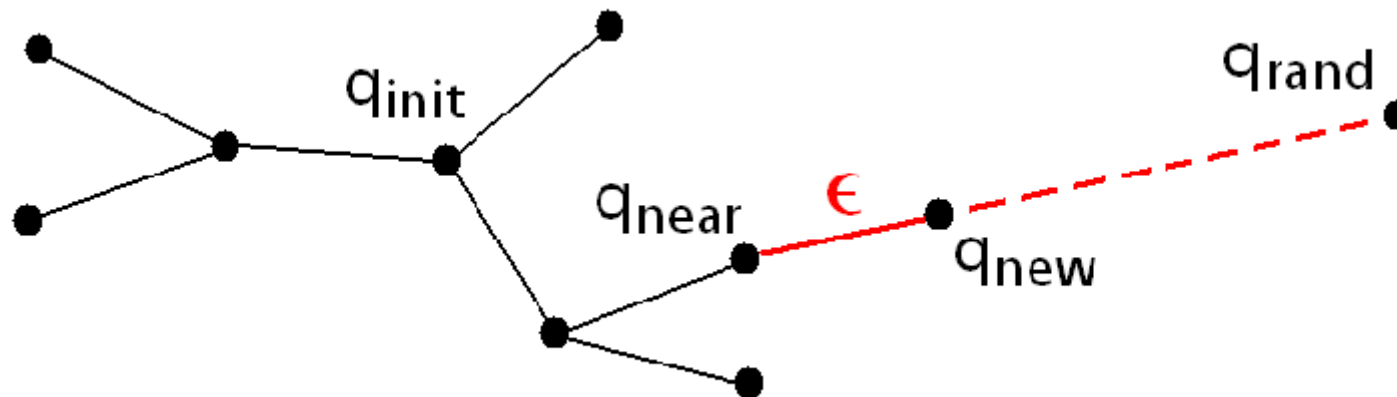
- Comenzando en una celda se van explorando todas las vecinas, definiéndose una estructura de datos de tipo árbol, en cuyos nodos se evalúa la función de peso. Se van escogiendo los caminos que hacen minimizar el valor de  $W$ , hasta que se alcance el punto destino.



## Algoritmos Aleatorios

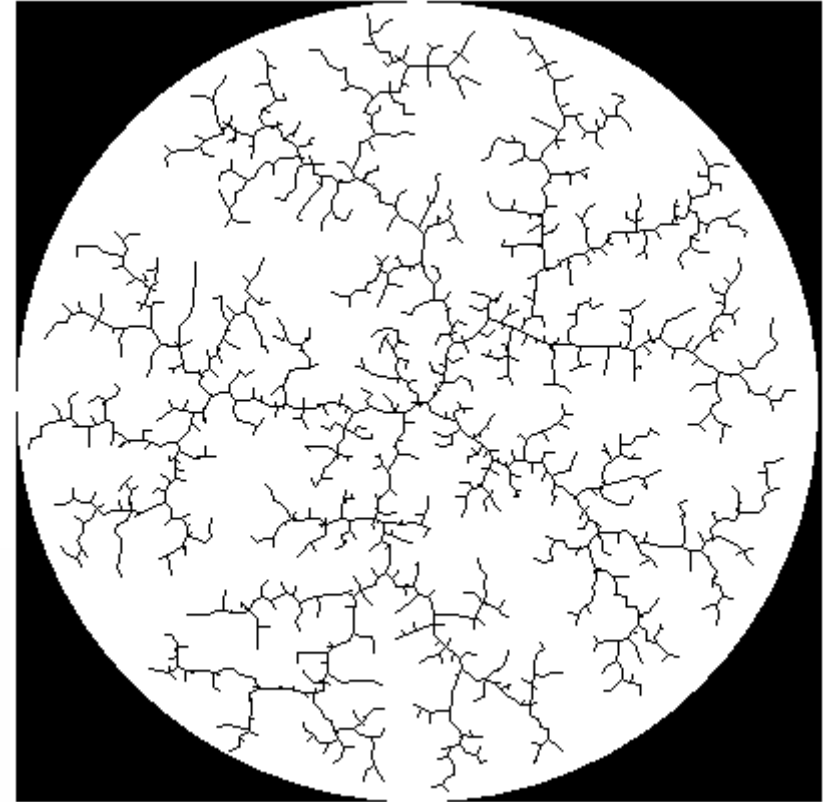
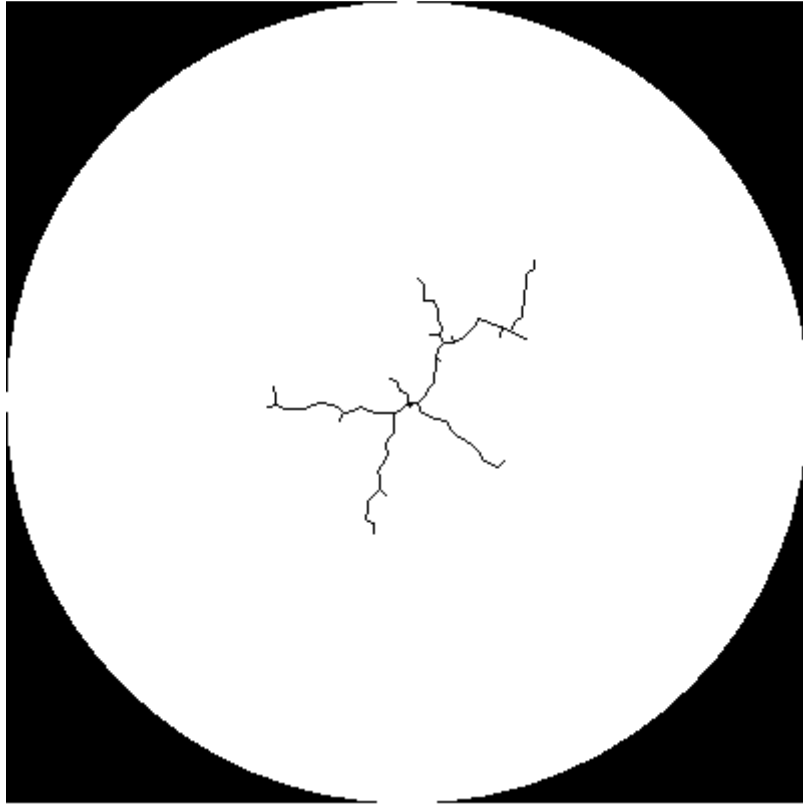
### RRT: Rapidly Exploring Random Trees

- Exploración equiprobable del espacio libre
- No requieren par origen-destino
- No necesita preprocesado ni definición explícita del espacio libre.
- Es probabilísticamente completo.
- Fácilmente extensible a sistemas complejos





## RRT: Crecimiento del árbol

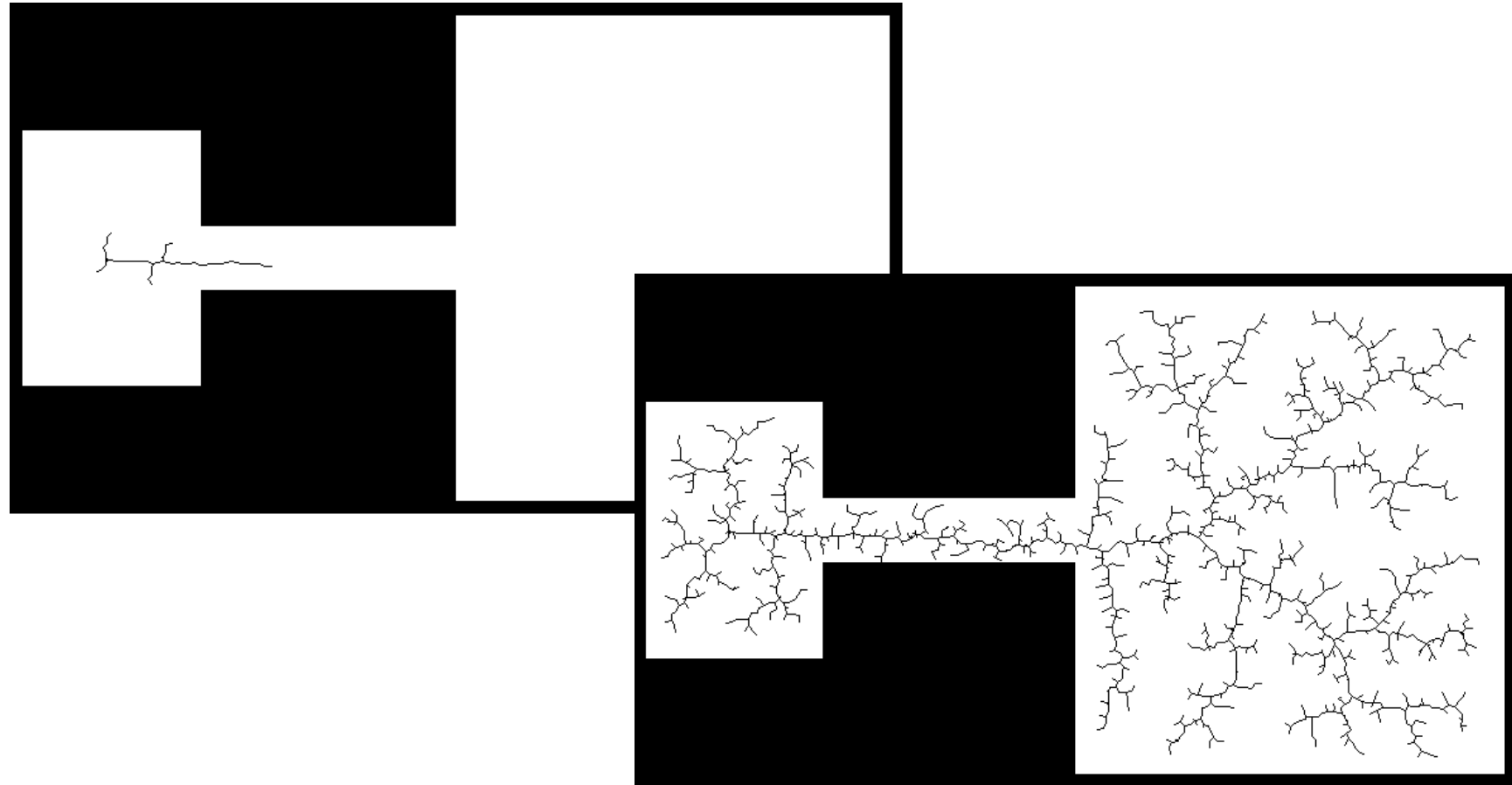


Crecimiento aleatorio para cubrir homogéneamente los espacios libres

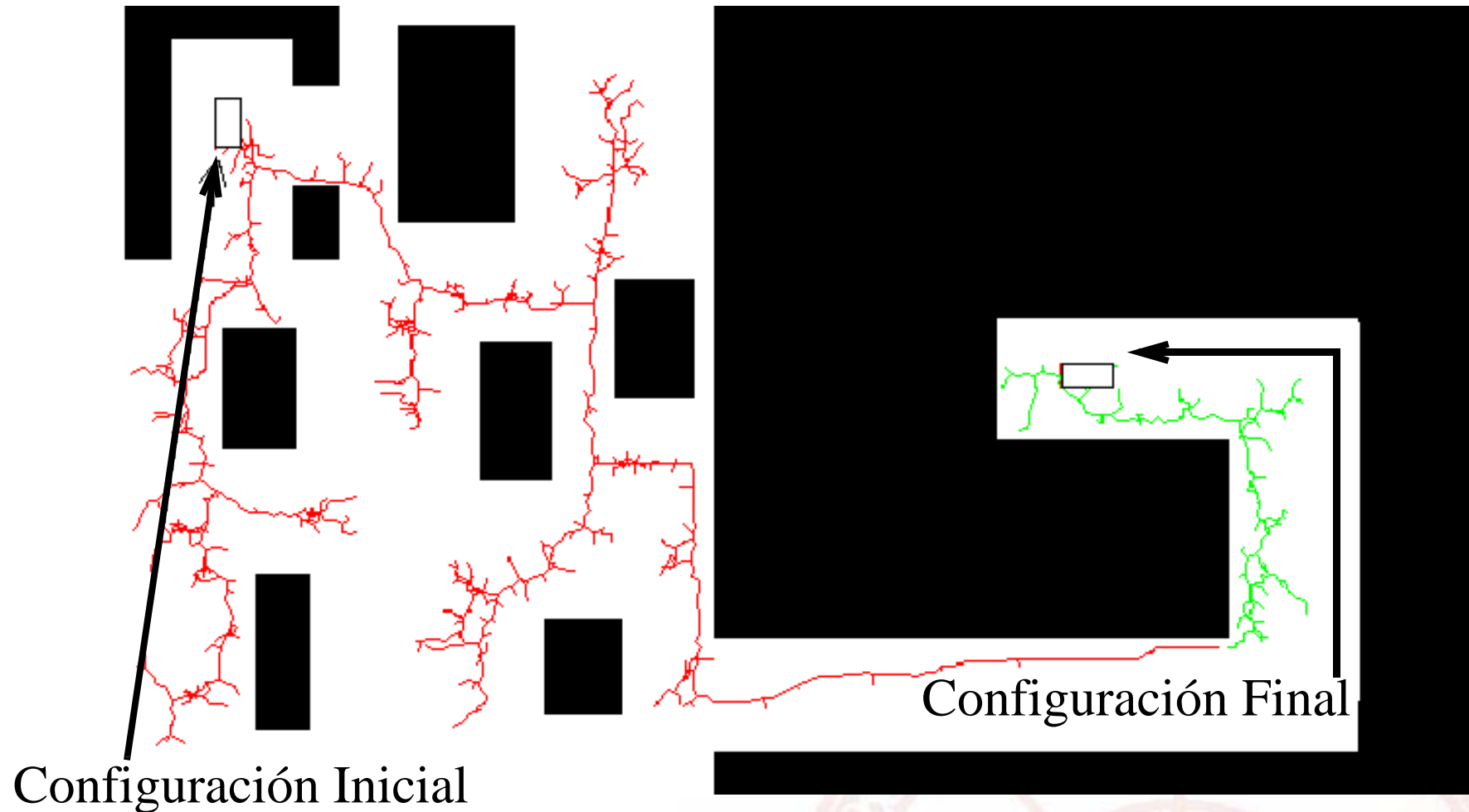
## RRT: Crecimiento en escenarios asimétricos

Universidad  
de Huelva

## TEMA IV: ROBOTS MÓVILES



## RRT: Bidireccional





## Técnicas computacionales para la detección de colisiones

### Ocupación de celdas

Se suele dividir el espacio en celdas marcándolas como ocupadas o libres. La colisión se detecta chequeando las casillas sobre las que está ubicado el robot.

### Modelado mediante primitivas

El entorno y el robot se modela mediante figuras geométricas sencillas, habitualmente polígonos convexos.

Se realizan operaciones de intersección entre primitivas para la detección de obstáculos.

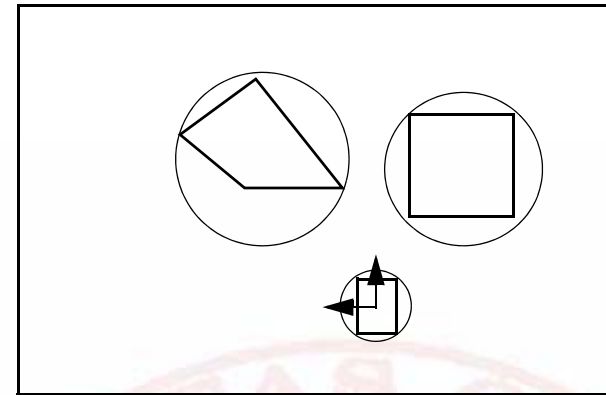
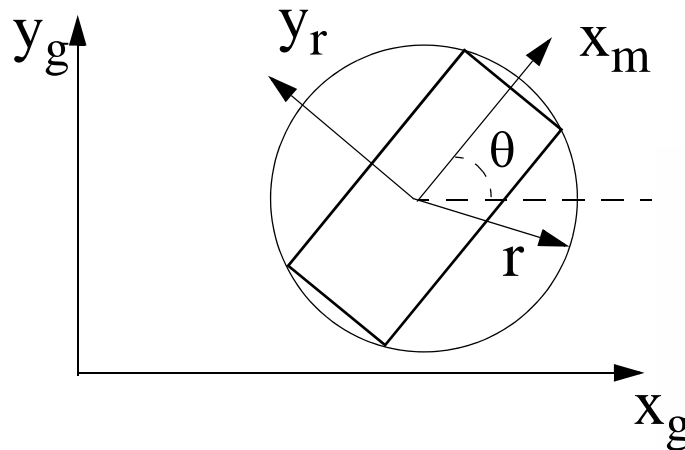


## Expansión de obstáculos

El robot no es un punto, por tanto suele utilizarse diversas técnicas para su representación.

La forma más sencilla consiste en representarlo mediante un círculo de determinado radio.

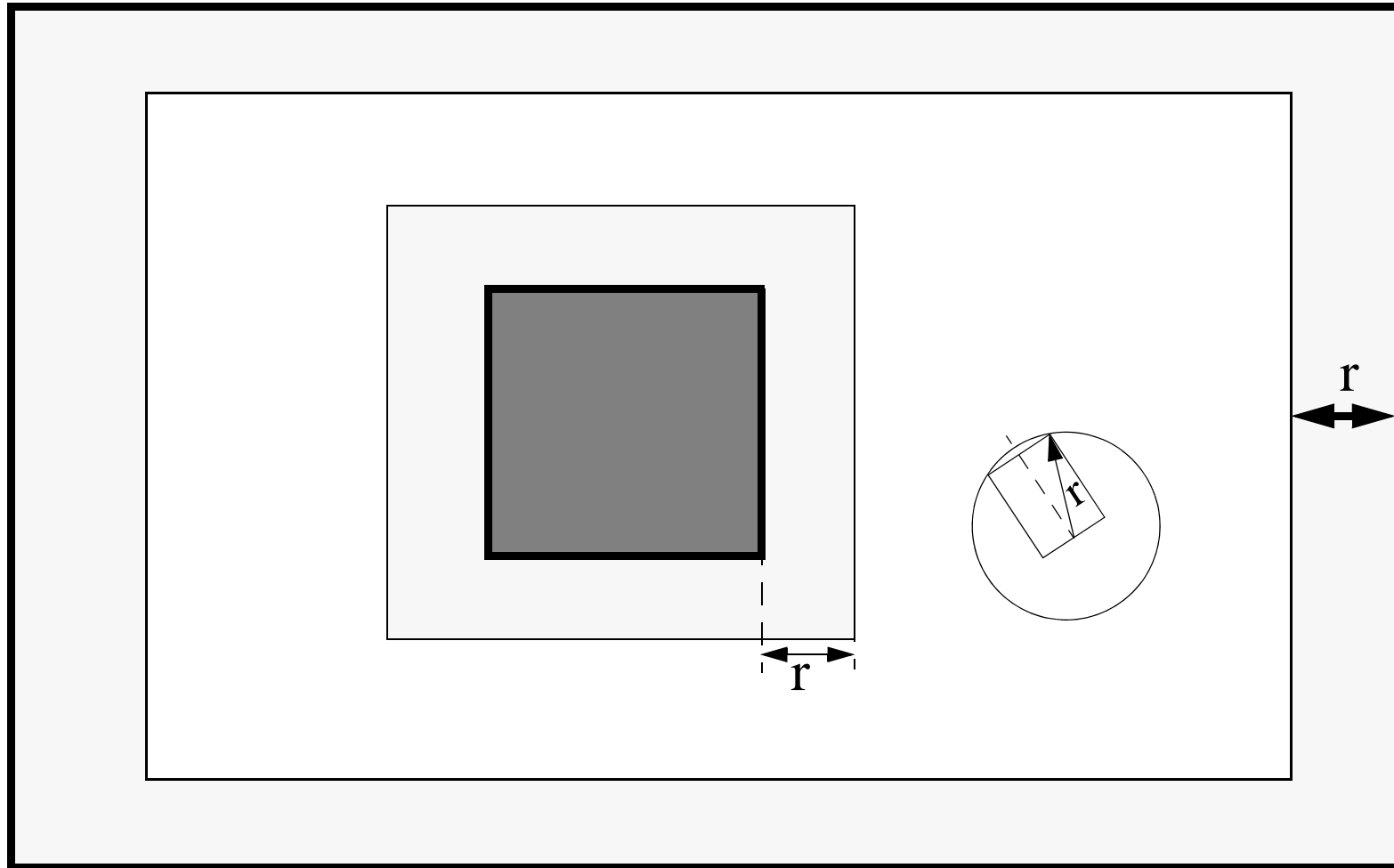
También es posible delimitar los obstáculos mediante círculos. Se



simplifica las operaciones computacionales, pero es posible que aparezcan situaciones donde no se puede navegar, aun cuando el robot si puede pasar.



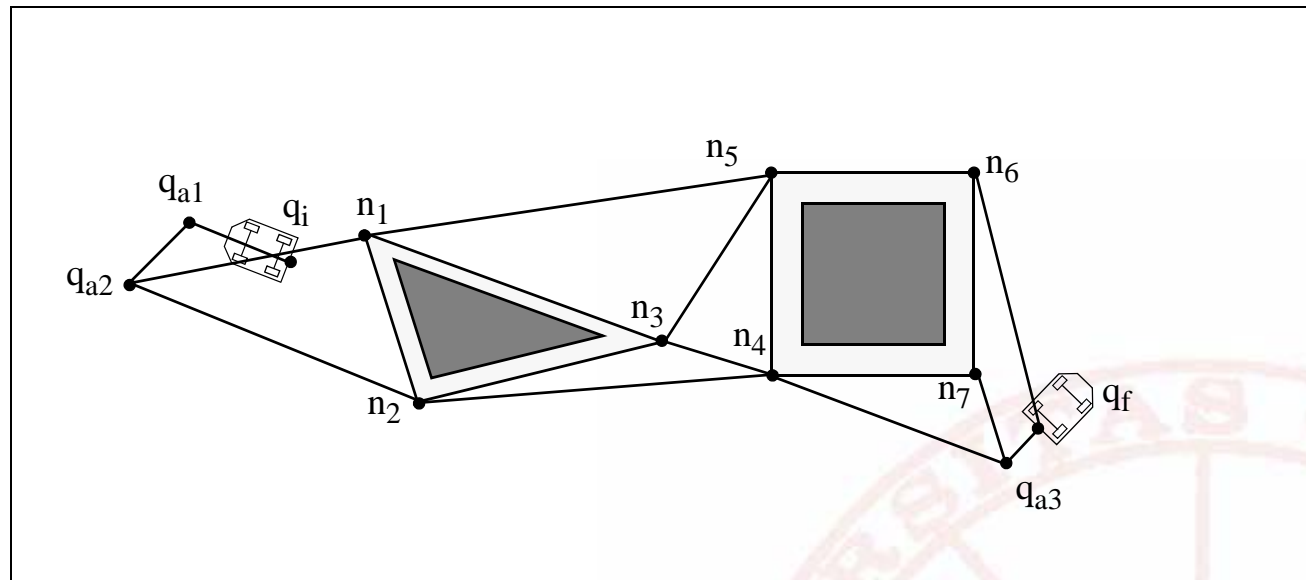
Se suele optar por expandir los obstáculos teniendo en cuenta las posibles configuraciones del robot móvil. tanto posición como orientación





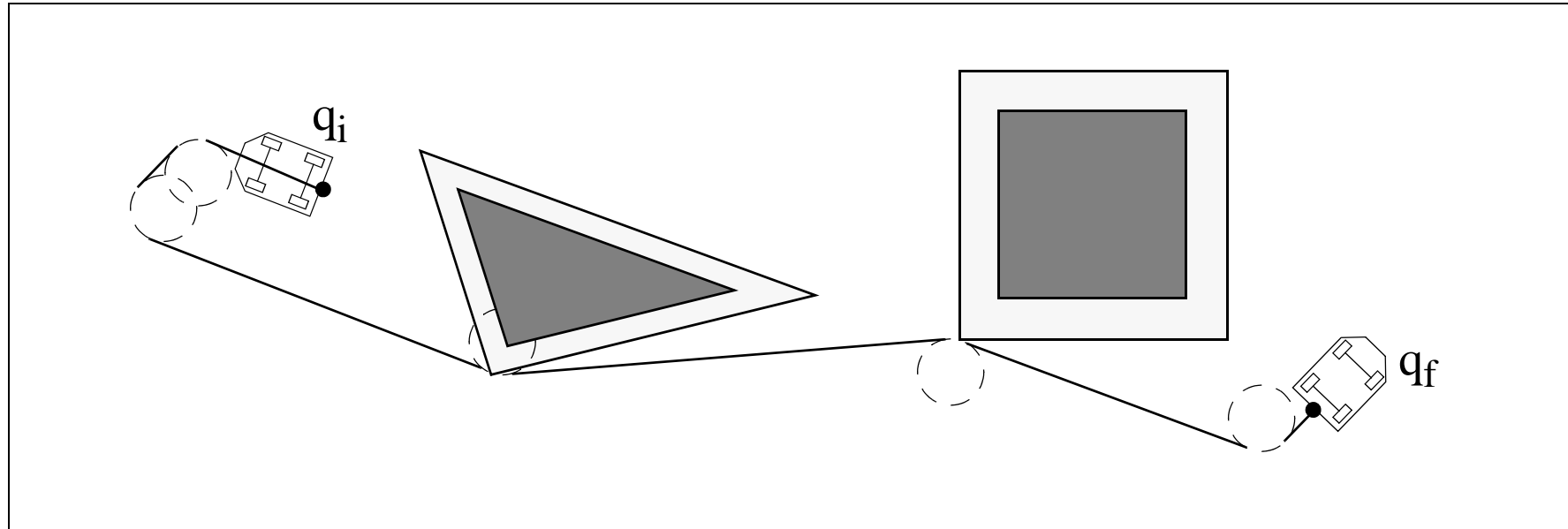
## Generación de Caminos Admisibles: Adaptación Geométrica.

- Planificación basada en dos acciones básicas de control: generación de segmentos rectos y segmentos y arcos de circunferencia.
- Las configuraciones inicial y final se aproximan mediante segmentos rectos:





- La transición entre rectas se logra mediante arcos de circunferencia.



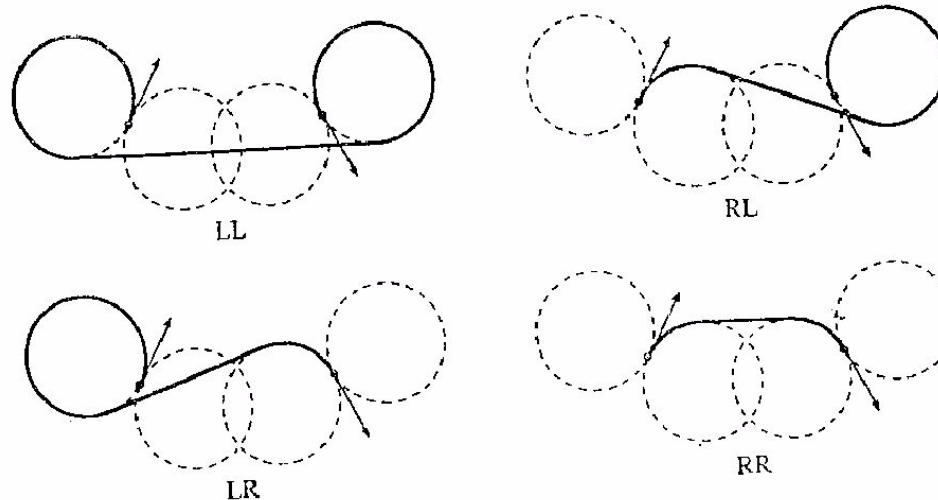
- Los polígonos han de ser el resultado de la expansión de los obstáculos reales.
- No todas las rutas son admisibles, se desechan aquella que violan la acotación de la curvatura.





## Adaptación Geométrica: Saltos (Latombe, 1991)

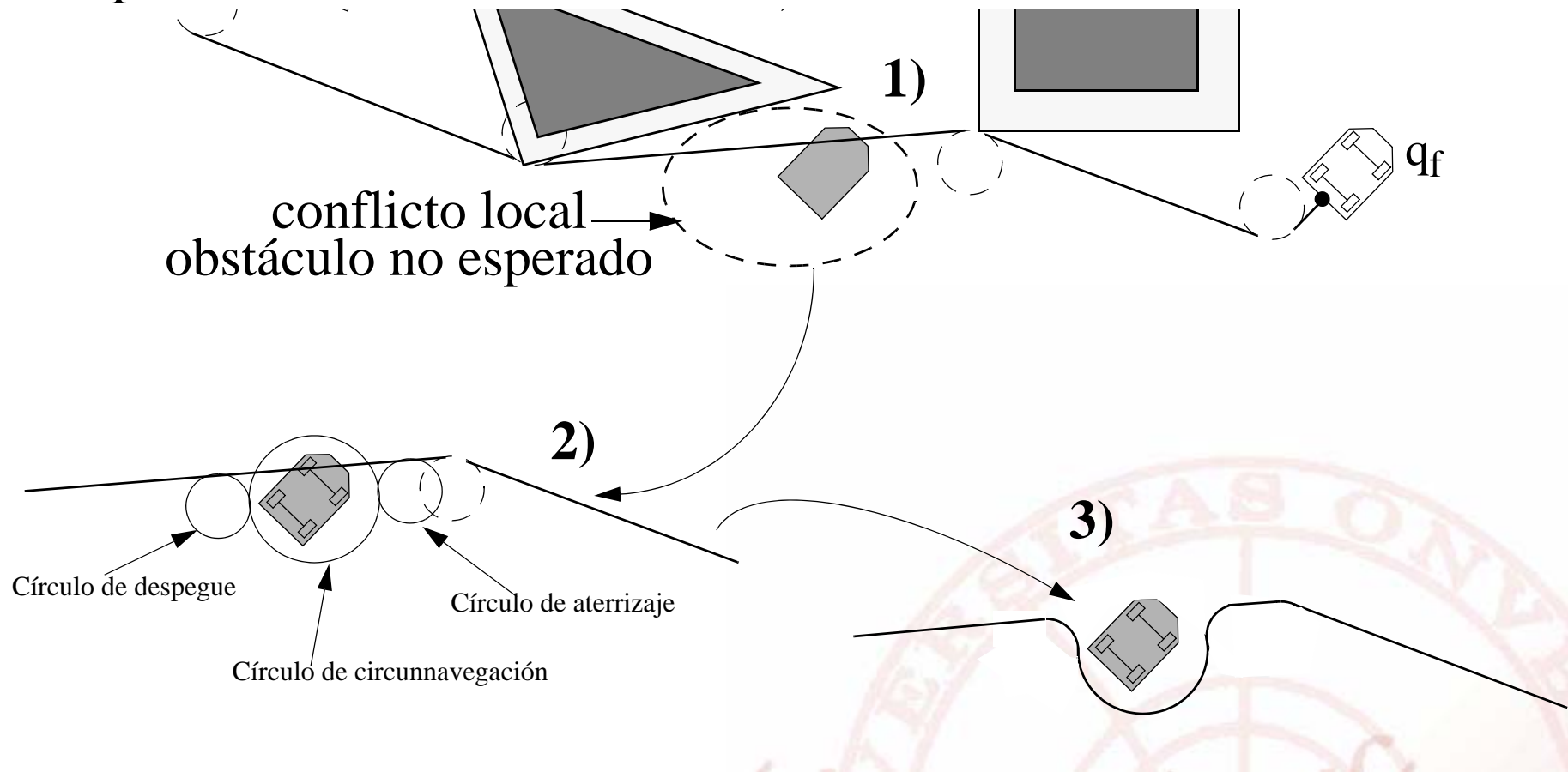
- Un salto es una trayectoria que une dos configuraciones mediante la concatenación de un arco de circunferencia, una recta y un arco.
- Los arcos se denotan con la letra **L** si el giro se hace en sentido contrario a las agujas del reloj, y **R** si el giro se produce en el sentido de las agujas del reloj.
- Existen al menos cuatro tipos de saltos: LL, LR, RL, RR





## Ventajas de los métodos geométricos:

- Facilamente aplicables a cualquier tipo de ruta inicial.
- Planificación fácilmente modificable si el planificador local detecta posibles colisiones con obstáculos no considerados .

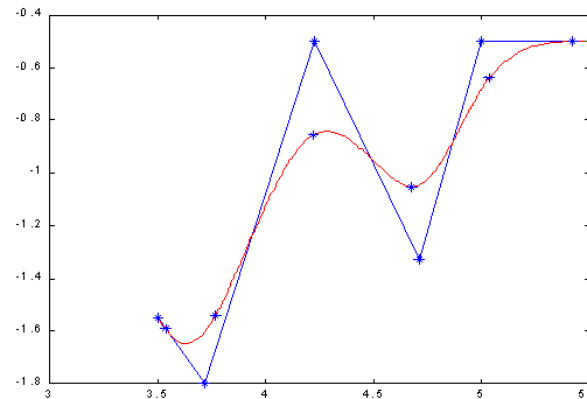




## Inconvenientes:

- Discontinuidad en curvatura: en la unión recta-circunferencia o circunferencia-recta, aparece una discontinuidad de curvatura, el vehículo ha de para orientar la rueda de dirección.

**Solución:** Curvas con transiciones suaves: Ej.- $\beta$ -Splines, Splines cúbicas



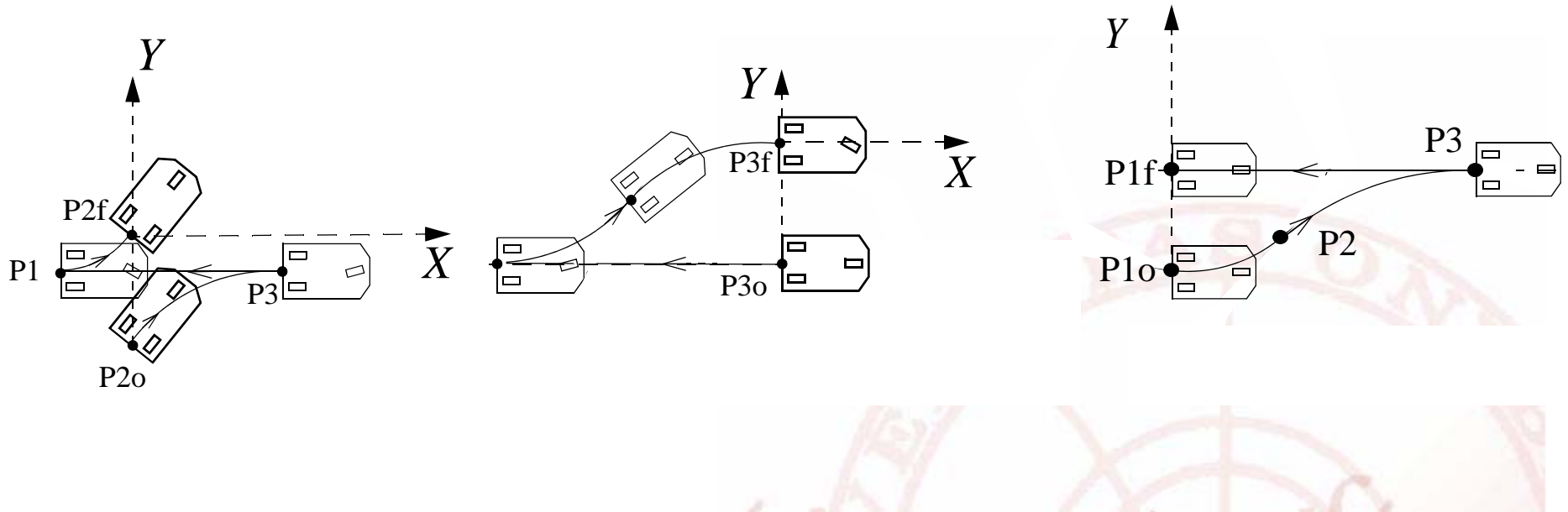
- No son fácilmente extensibles a la planificación de maniobras: Suelen ser trayectorias para seguirlas sin detener el vehículo.



## Generación de trayectorias: Maniobras Restringidas

- Trayectoria, al final de la cual solo cambian los valores de ciertas variables de configuración; en el resto de variables los valores finales son iguales a los iniciales.

### Cambio en la variable x





## Cambio en la variable $\theta$

