Universidad de Huelva

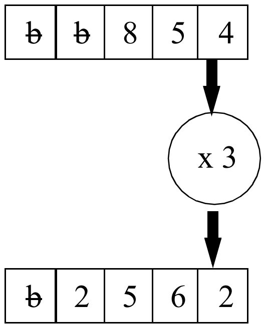
Modelos Avanzados de Computación

Ejercicios del Tema 3

Ejercicio 3.1

Desarrolle un autómata finito determinista que tome como entrada un número expresado en notación decimal y genere como salida el resultado de multiplicar dicho número por 3.

Por ejemplo,



Ejercicio 3.2

Dado un número natural *A* expresado en notación binaria con *n* bits, el cambio de signo de *A* (es decir, -*A*) se calcula por medio de la operación "Complemento a 2". Una forma sencilla de calcular el complemento a dos de un número binario es comenzar por la derecha (el dígito menos significativo), copiando el número original (de derecha a izquierda) hasta encontrar el primer 1, después de haber copiado el 1, se niegan (complementan) los dígitos restantes (es decir, copia un 0 si aparece un 1, o un 1 si aparece un 0). Por ejemplo, el complemento a dos de «0011 11010» es «1100 00110».

(a) Desarrolle la operación "Complemento a 2" por medio de un Autómata de Mealy.

(b) Desarrolle la operación "Complemento a 2" por medio de un Autómata de Moore.

Ejercicio 3.3

En criptografía, el cifrado XOR es un algoritmo de cifrado basado en el operador binario XOR. Una cadena de texto puede ser cifrada aplicando el operador de bit XOR sobre cada uno de los caracteres utilizando una clave. Para descifrar la salida, solo hay que volver a aplicar el operador XOR con la misma clave.

Por ejemplo, la cadena "Wiki" (01010111 01101001 01101011 01101001 en 8-bit ASCII) puede ser cifrada con la clave 11110011 de la siguiente manera:

```
  01010111 01101001 01101011 01101001
⊕ 11110011 11110011 11110011 11110011
  -----------------------------------
= 10100100 10011010 10011000 10011010
```

Y viceversa para descifrarlo:

```
  10100100 10011010 10011000 10011010
⊕ 11110011 11110011 11110011 11110011
  -----------------------------------
= 01010111 01101001 01101011 01101001
```

(a) Desarrolle la operación de encriptado XOR con la clave 11110011 por medio de un Autómata de Mealy.

(b) Desarrolle la operación de encriptado XOR con la clave 11110011 por medio de un Autómata de Moore.

Ejercicio 3.4

Considere la resta de números expresados en notación binaria.

```
     1 1 1
  001100011
- 000011110
  ---------
  001000101
```

(a) Desarrolle un Autómata de Mealy que tome como entada dos números binarios y genere como salida la resta entre ambos números.

(b) Desarrolle un Autómata de Moore que tome como entada dos números binarios y genere como salida la resta entre ambos números.

Ejercicio 3.5

Desarrolle un autómata de pila que reconozca el lenguaje $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

Ejercicio 3.6

Demuestre que el lengueje formado por cadenas de ‘a’ con una longitud potencia de dos (es decir, ‘aa’, ‘aaaa’, ‘aaaaaaaa’, ...) es un lenguaje sensible al contexto.

Ejercicio 3.7

Considere la siguiente gramática que describe expresiones aritméticas formadas por sumas y productos de números o variables.

$E \rightarrow E$ **plus** T

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T$ **prod** F

$T \rightarrow F$

$F \rightarrow$ **lpar** E **rpar**

$F \rightarrow$ **num**

$F \rightarrow$ **id**

a) Transforme la gramática en Forma Normal de Chomsky.

b) Realice la traza del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami sobre la entrada.

num prod id plus id

Ejercicio 3.8

Considere la siguiente gramática descrita en Forma Normal de Chomsky.

$S \rightarrow A\ B$

$S \rightarrow B\ C$

$A \rightarrow B\ A$

$A \rightarrow$ **a**

$B \rightarrow C\ C$

$B \rightarrow$ **b**

$C \rightarrow A\ B$

$C \rightarrow$ **a**

Realice la traza del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami sobre la entrada “ **b b a b** ”.

Ejercicio 3.9

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky.

S → **number**
S → **id**
S → L N
N → B R
L → **lparen**
R → **rparen**
B → S B
B → **number**
B → **id**
B → L N

Verifique que la cadena "(a (b (2)) (c))" pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

Ejercicio 3.10

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky.

S → B M	M → O B	Q → L S
S → T M	M → O T	T → **term**
S → Q R	N → A B	A → **and**
S → **term**	N → A T	O → **or**
M → N M	N → O B	L → **lparen**
M → A B	N → O T	R → **rparen**
M → A T	B → Q R	

Verifique que la cadena "**lparen term or term rparen and term**" pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

Ejercicio 3.11

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde E es el símbolo inicial.

E → A L	Q → **parce**
E → **id**	A → **parab**
L → E Q	C → **coma**
Q → C L	

Verifique que la cadena "**parab id coma parab id coma id parce parce**" pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

Ejercicio 3.12

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde L es el símbolo inicial.

L → NM F	MT → SM T	T → **producto**	RP → **rpar**
L → LP LC	MT → SM L	F → ML T	NM → **num**
L → T MT	T → NM F	LC → L RP	SM → **plus**
L → **producto**	T → LP LC	LP → **lpar**	ML → **mul**

Verifique que la cadena "**num mul lpar producto plus num mul producto rpar**" pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

Ejercicio 3.13

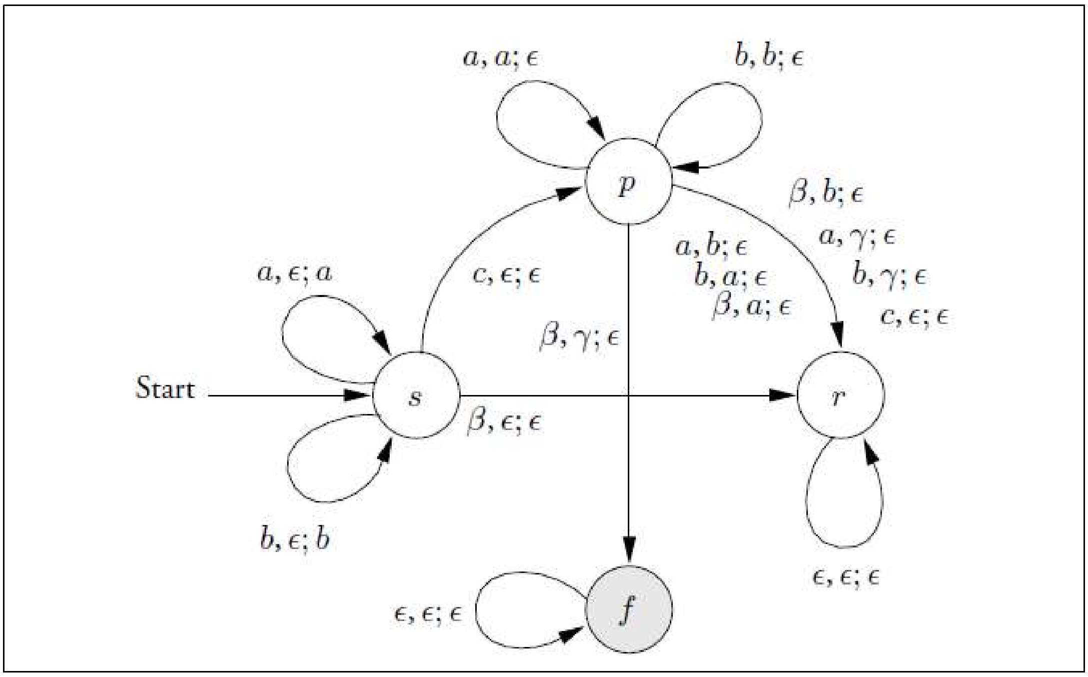
Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky, donde C es el símbolo inicial.

C → S P	P → TP S	L → TS B	LL → B L
C → B L	S → B L	B → TL CC	TP → **paralelo**
C → TL CC	S → TL CC	B → **id**	TS → **serie**
C → **id**	S → **id**	CC → C TR	TL → **parab**
P → TP PP	L → TS LL	PP → S P	TR → **parce**

Verifique que la cadena "**id serie parab id paralelo id parce**" pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

Ejercicio 3.14

Genere la gramática libre de contexto asociada al siguiente Autómata de Pila por medio del algoritmo presentado en el temario.



Ejercicio 3.15

Demuestre que los siguientes lenguajes no son libres de contexto:

(a) $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

(b) $L = \{0^n \mid \text{n es primo}\}$

(c) $L = \{\omega\ \omega \mid \omega \in \{0, 1\}^*\}$