



3 ROBOTS MÓVILES

3.1 Introducción: Preliminares y Conceptos.

3.2 Características de los Robots Móviles.

3.3 Estrategias de Control.

3.4 Seguimiento de Trayectorias.

3.5 Algoritmos de Planificación.

3.6 Introducción a la Localización.

3.7 Control reactivo

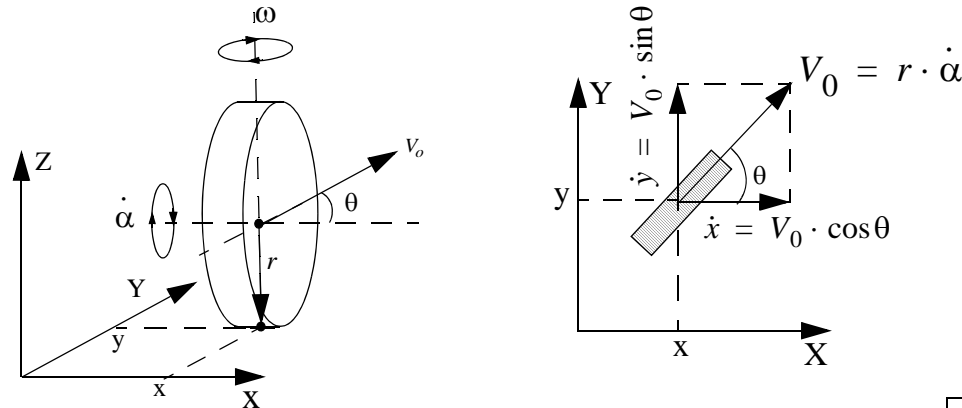
3.8 Slam

3.9 Navegación Topológica



3.2 Características de los Robots Móviles

3.2.1 Modelo de la rueda



Variables de configuración: $P = [x_1 \ Y_1 \ \theta \ \alpha]$

Restricciones Cinemáticas:
$$\begin{cases} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0 \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - \dot{\alpha} \cdot r = 0 \end{cases}$$

Nº D.O.F: $4 - 2 = 2 \rightarrow$ Modelo Cinemático: $\dot{P} = f(P, u)$

2 Grados de Libertad:

$\dot{\alpha}$ velocidad de rodado
 ω velocidad de giro

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos \theta & 0 \\ r \cdot \sin \theta & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \omega \end{bmatrix}$$

Modelo Completo

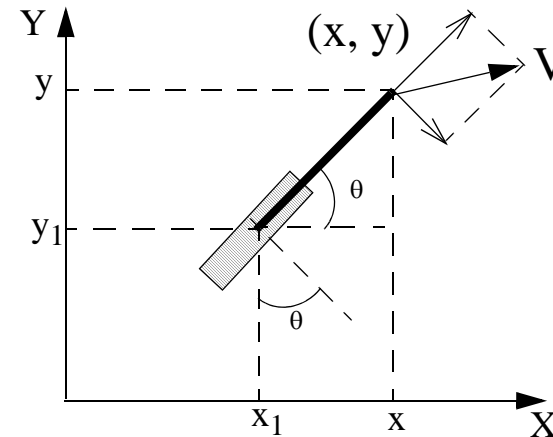
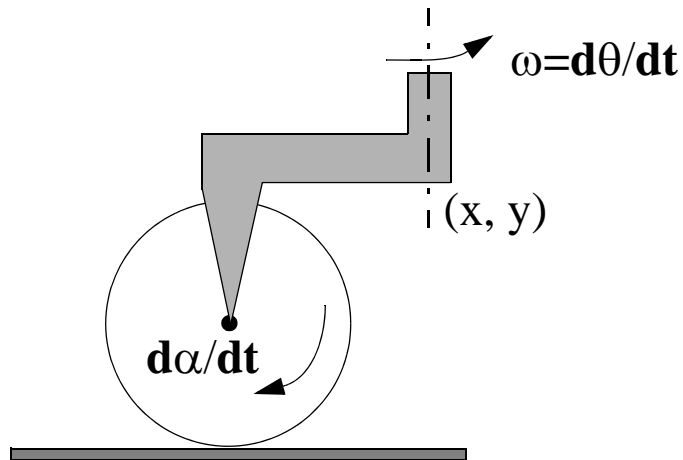
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ \omega \end{bmatrix}$$

Modelo Simplificado



Universidad
de Huelva

3.2.2 Rueda Castora



Parámetros de configuración: $[x_1 \ y_1 \ \theta_1 \ \alpha \ x \ y \ \theta]$
 $\xleftarrow{\text{rueda}} \quad \xrightarrow{\text{enlace}}$

Restricciones Holónomas:

$$x_1 = x + l \cdot \cos(\theta) \quad ; \quad y_1 = y + l \cdot \sin(\theta)$$

$$\theta_1 = \theta$$

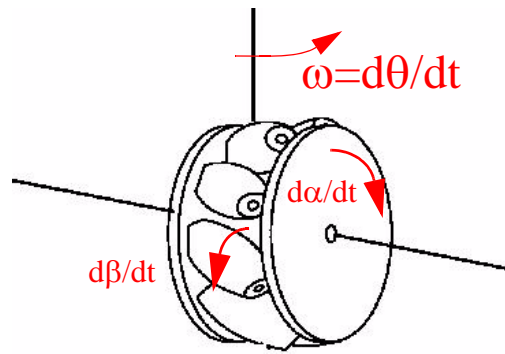
$$V = V_1 + \omega \wedge l$$

Variables de configuración (7 - 3) = 4: $P = [x \ y \ \theta \ \alpha]$

$$\text{Restricciones No Holónomas:} \begin{cases} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta + l \cdot \dot{\theta} = 0 \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - \dot{\alpha} \cdot r = 0 \end{cases}$$



3.2.3 Rueda Sueca (Swedish wheel)



Swedish 90

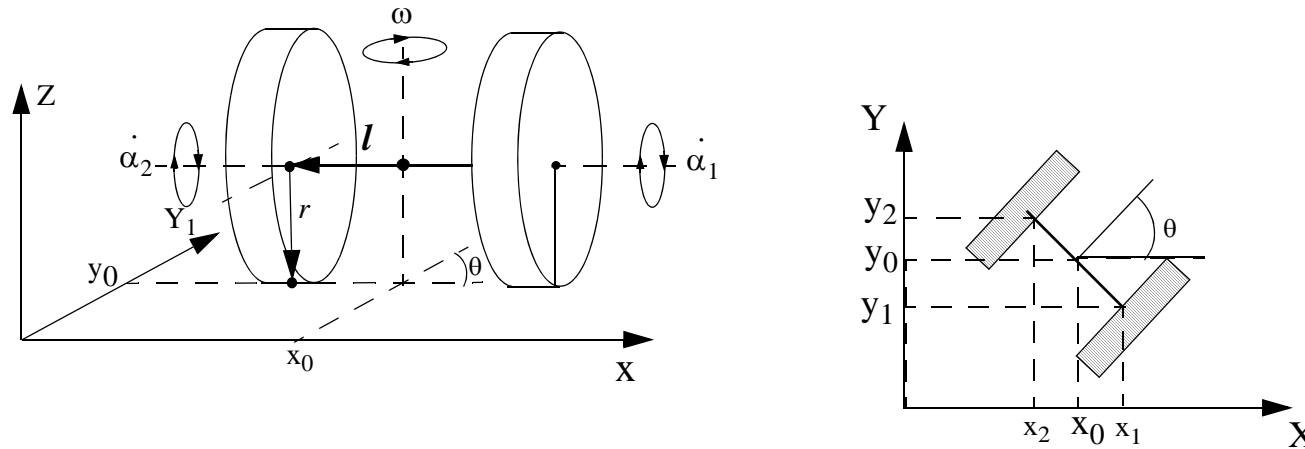


Variables de configuración = 5: $P = [x \ y \ \theta \ \alpha \ \beta]$

$$\text{Restricciones No Holónomas:} \begin{cases} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta + l \cdot \dot{\beta} = 0 \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - \dot{\alpha} \cdot r = 0 \end{cases}$$



3.2.4 Configuración diferencial



Parámetros de configuración: $\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & \theta_1 & x_2 & y_2 & \theta_2 & x_0 & y_0 & \theta \end{bmatrix}$

\longleftrightarrow rueda 1^a \longleftrightarrow rueda 2^a \longleftrightarrow enlace

Restricciones Holónomas:

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 &= \vec{V}_O + \vec{\omega} \wedge \vec{l} \\ \vec{V}_2 &= \vec{V}_O - \vec{\omega} \wedge \vec{l} \end{aligned}$$

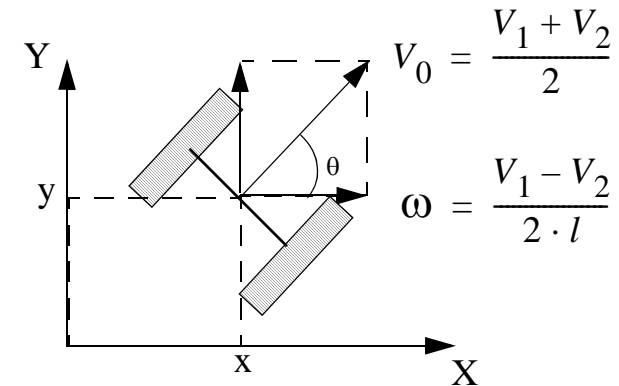
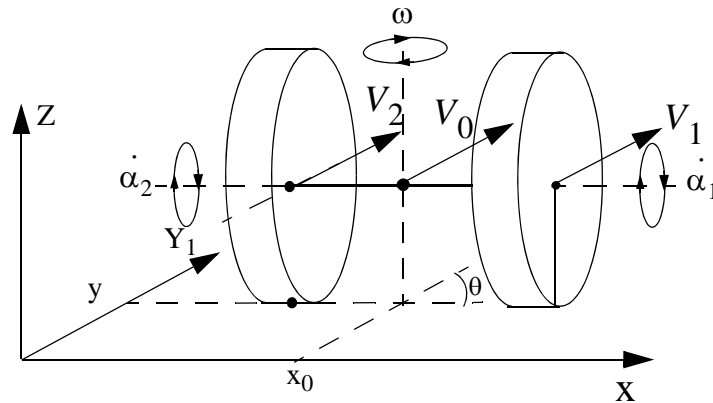
$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + l \cdot \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) ; y_1 = y_0 + l \cdot \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 &= x_0 + l \cdot \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) ; y_2 = y_0 + l \cdot \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) ; \\ \theta_1 &= \theta ; \theta_2 = \theta \end{aligned}$$

Variables de configuración ($9 - 6 = 3$): $P = [x_0 \ y_0 \ \theta]$



Universidad
de Huelva

TEMA IV: ROBOTS MÓVILES



Restricciones no holónomas
(una por cada rueda y otra para el enlace,
se resumen en una sola)

$$\dot{x}_0 \sin \theta - \dot{y}_0 \cos \theta = 0$$

Nº D.O.F: $3 - 1 = 2$

2 Grados de Libertad:

$\dot{\alpha}_1$ velocidad de rodado 1ª rueda

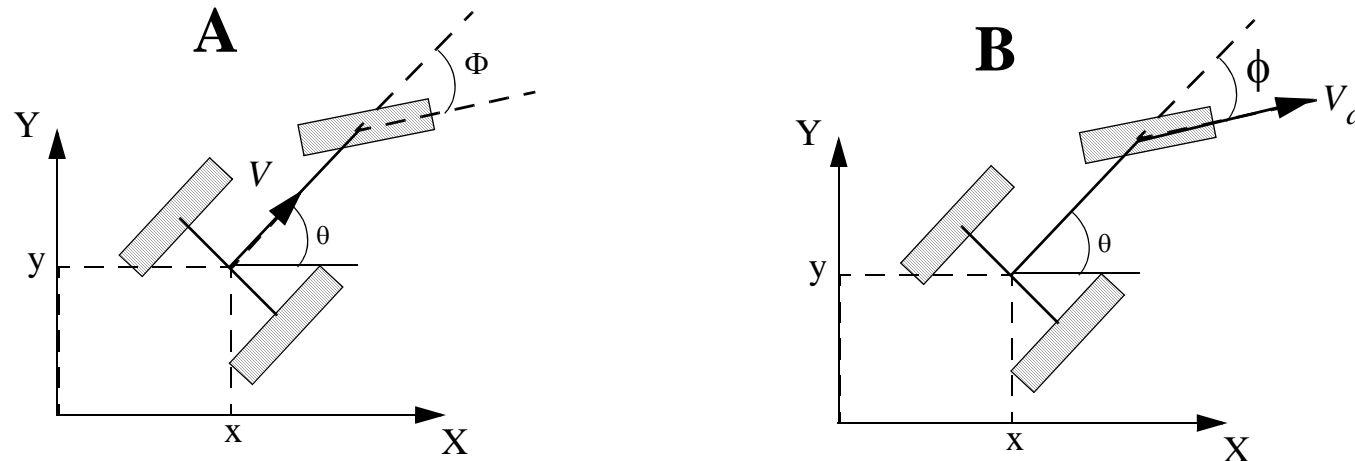
$\dot{\alpha}_2$ velocidad de rodado 2ª rueda

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \cos \theta}{2} \\ \frac{r \sin \theta}{2} & \frac{r \sin \theta}{2} \\ \frac{r}{2 \cdot l} & -\frac{r}{2 \cdot l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix}$$



3.2.5 Configuración de triciclos



12 Parámetros de configuración - 8 restricciones holónomas: 4 V. de config.
(3 ruedas y el punto de referencia)

Variables de configuración: $P = [x \quad y \quad \theta \quad \phi]$

Restricciones no holónomas:
$$\begin{cases} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0 \\ \dot{x} \sin(\phi + \theta) - \dot{y} \cos(\phi + \theta) - \dot{\theta} l \cos(\phi) = 0 \end{cases}$$

(una por cada rueda y la estructura del vehículo se resumen en dos)

2 Grados de Libertad:

v velocidad de desplazamiento

ϕ ángulo de conducción



Universidad
de Huelva

TEMA IV: ROBOTS MÓVILES

Modelo Simplificado A

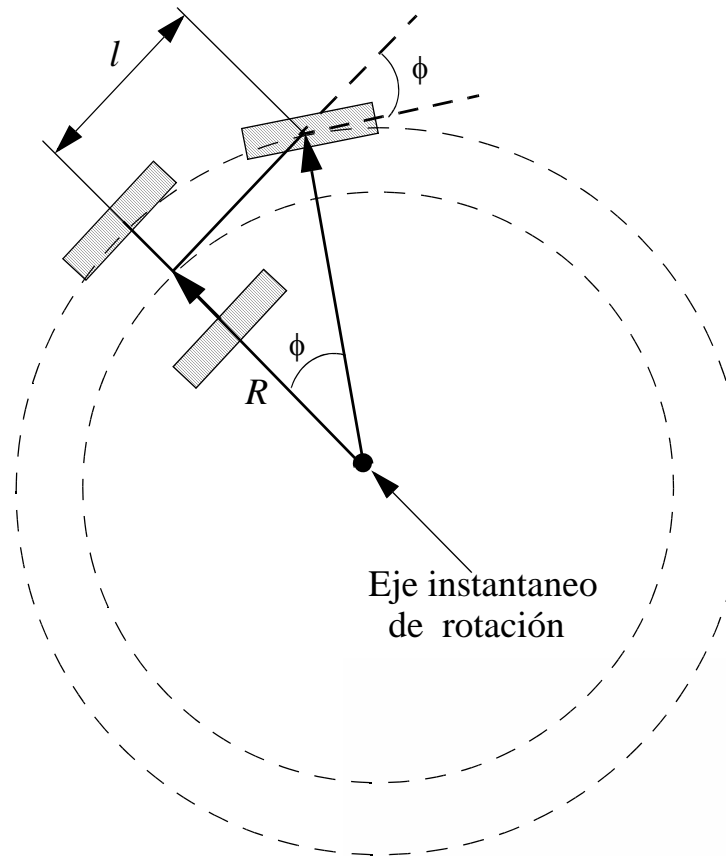
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V \\ V \cdot \frac{\tan \phi}{l} \end{bmatrix}$$

Modelo Completo A

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ \frac{\tan \phi}{l} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

Limitación física

$$|\phi| < \phi_{max}$$



$$R = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{\tan \phi}$$

$$\dot{\theta} = V \cdot \rho$$

Modelo Simplificado B

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_d \cdot \cos \phi \\ V_d \cdot \frac{\sin \phi}{l} \end{bmatrix}$$

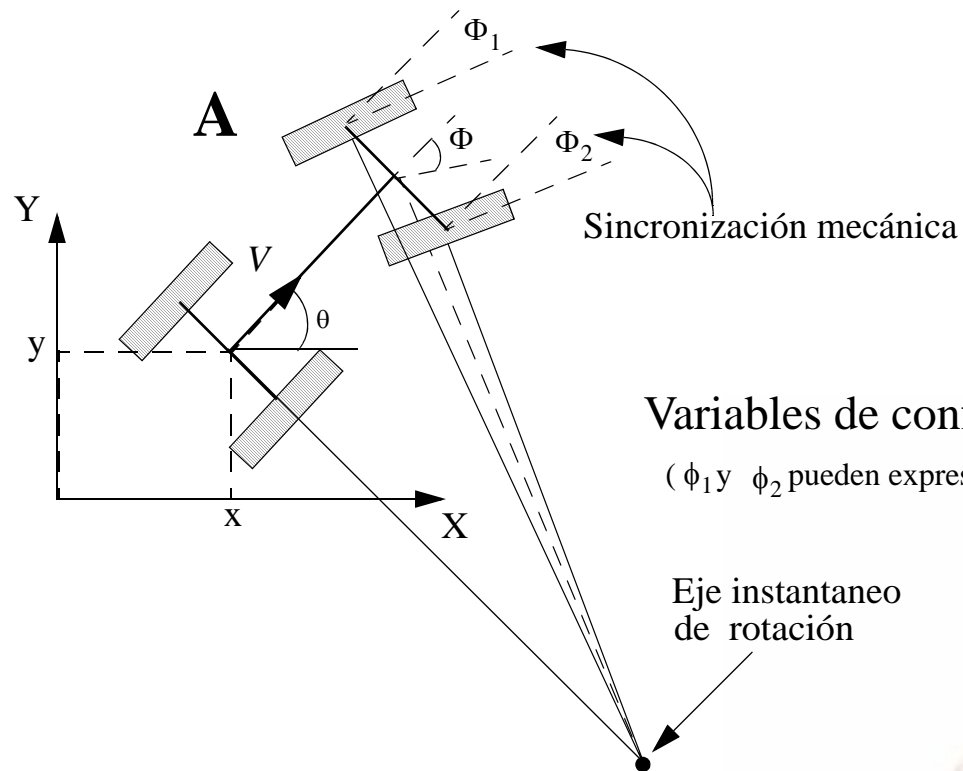
Modelo Completo B

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & 0 \\ \sin \theta \cos \phi & 0 \\ \frac{\sin \phi}{l} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_d \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$



3.2.6 Configuración Ackerman

15 Parámetros de configuración - 11 restricciones holónomas: 4 V.de configuraciui
 (4 ruedas y el punto de referencia) (ϕ_1 y ϕ_2 están relacionados mecánicamente)



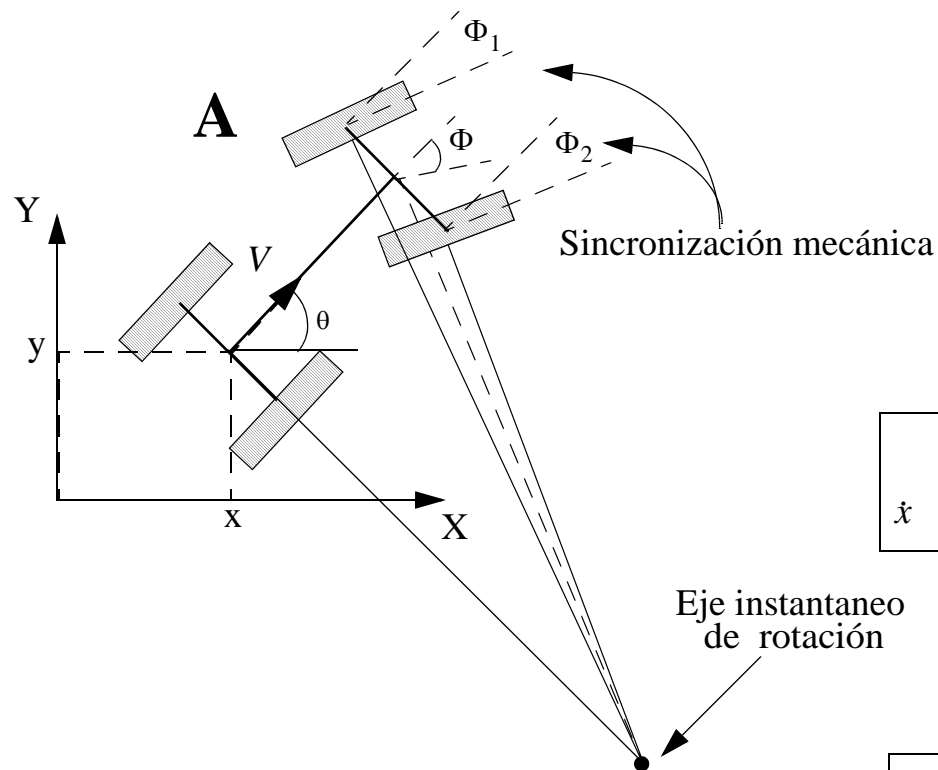
Variables de configuración: $P = [x \quad y \quad \theta \quad \phi]$

(ϕ_1 y ϕ_2 pueden expresarse en función de ϕ)



Universidad
de Huelva

TEMA IV: ROBOTS MÓVILES



Restricciones no holónomas:

(una por cada rueda y la estructura del vehículo se resumen en dos)

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0$$

$$\dot{x} \sin(\phi + \theta) - \dot{y} \cos(\phi + \theta) - \dot{\theta} l \cos(\phi) = 0$$

2 Grados de Libertad:

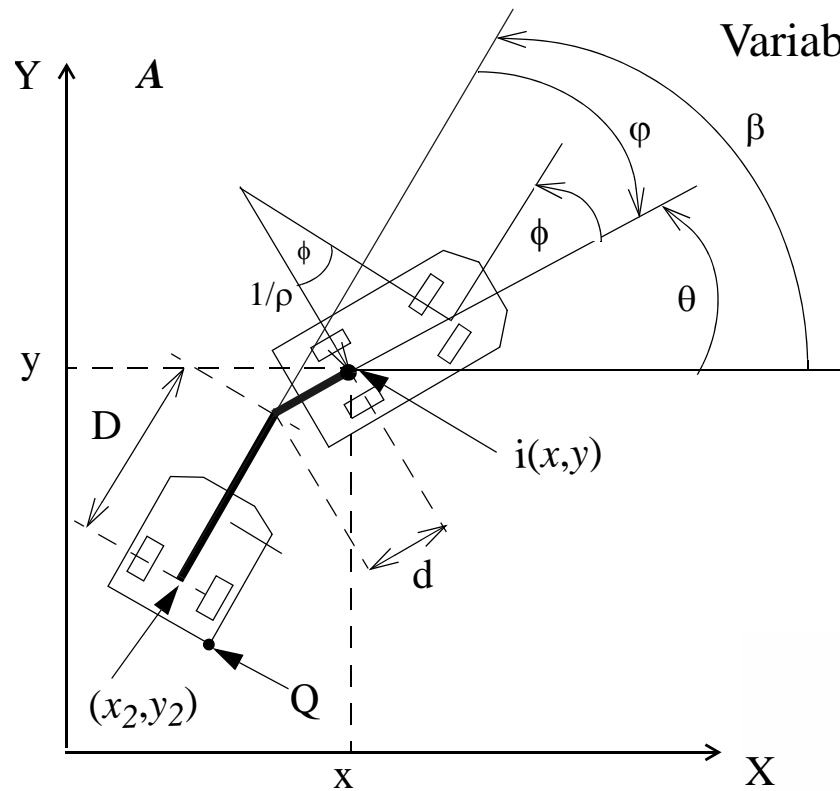
v velocidad de desplazamiento

ϕ ángulo de conducción

MODELO CINEMÁTICO SIMILAR AL DEL TRICICLO



3.2.7 Tractor- Trailer



Variables de configuración: $P = [x \quad y \quad \theta \quad \phi]$

$$\begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ \cos\theta \sin\phi & \sin\theta \sin\phi & -D-d\cos\phi & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = 0$$

2 Grados de Libertad:

v velocidad de desplazamiento

ϕ ángulo de conducción

b)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{\sin(\phi)}{D} & \frac{\cos(\phi)d}{D} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ v(t)\rho(t) \end{bmatrix}$$