

## TEMA 4.- DETECCIÓN DE BORDES (VISIÓN POR COMPUTADOR)

1. CONTEXTO
2. INTRODUCCIÓN
3. OPERADORES PRIMERA DERIVADA
4. OPERADORES SEGUNDA DERIVADA
5. EXTRACCIÓN DE ESQUINAS
6. APLICACIÓN

## TEMA 4.- DETECCIÓN DE BORDES (VISIÓN POR COMPUTADOR)

1. CONTEXTO
2. INTRODUCCIÓN
3. OPERADORES PRIMERA DERIVADA
4. OPERADORES SEGUNDA DERIVADA
5. EXTRACCIÓN DE ESQUINAS
6. APLICACIÓN

## TEMA 4.- DETECCIÓN DE BORDES (VISIÓN POR COMPUTADOR)

1. CONTEXTO
2. INTRODUCCIÓN
3. OPERADORES PRIMERA DERIVADA
4. OPERADORES SEGUNDA DERIVADA
5. EXTRACCIÓN DE ESQUINAS
6. APLICACIÓN

## TEMA 4.- DETECCIÓN DE BORDES (VISIÓN POR COMPUTADOR)

### 1. CONTEXTO

### 2. INTRODUCCIÓN

### 3. OPERADORES PRIMERA DERIVADA

### 4. OPERADORES SEGUNDA DERIVADA

### 5. EXTRACCIÓN DE ESQUINAS

### 6. APLICACIÓN

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

### TEMARIO DE VISIÓN POR COMPUTADOR

- ❑ TEMA 1 – INTRODUCCIÓN A LA VISIÓN POR COMPUTADOR
- ❑ TEMA 2 – FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES
- ❑ TEMA 3 – PROCESAMIENTO DE IMÁGENES: REALCE Y SUAVIZADO
- ❑ **TEMA 4 – DETECCIÓN DE BORDES**
- ❑ TEMA 5 – SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES
- ❑ TEMA 6 – INTRODUCCIÓN A LA DESCRIPCIÓN Y RECONOCIMIENTO DE OBJETOS

#### OBJETIVOS:

- Conocer los fundamentos y saber implementar detectores de bordes basados en primera y segunda derivada.

**Duración estimada:** 3 sesiones

### TEMA 4.- Detección de bordes

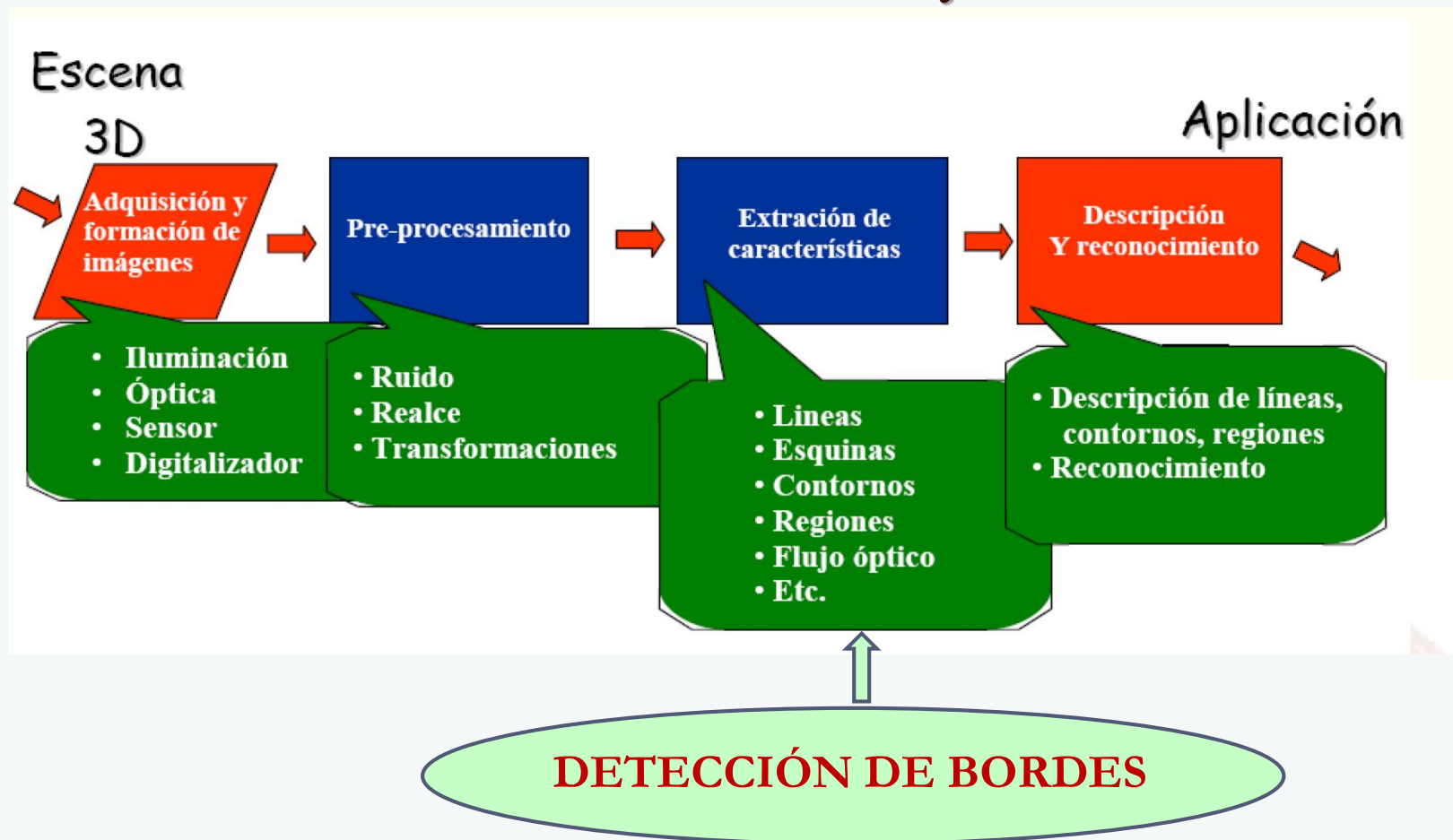
#### Contenido teórico:

- 4.1. Introducción
  - 4.1.1. Definición de bordes
  - 4.1.2. Pasos en la detección de bordes
  - 4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes
- 4.2. Operadores primera derivada
  - 4.2.1. Gradiente de una imagen
  - 4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch
  - 4.2.3. Detector de bordes de Canny
- 4.3. Operadores segunda derivada
  - 4.3.1. Operador Laplaciana
  - 4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana
- 4.4. Extracción de esquinas

#### Contenido práctico:

- P.6. Implementación de algoritmos de detección de bordes

## ETAPAS METODOLÓGICAS GENERALES DE UN PROCESO DE VISIÓN POR COMPUTADOR QUE TIENE COMO OBJETIVO EL RECONOCIMIENTO DE OBJETOS



## TEMA 4.- DETECCIÓN DE BORDES (VISIÓN POR COMPUTADOR)

### 1. CONTEXTO

### 2. INTRODUCCIÓN

### 3. OPERADORES PRIMERA DERIVADA

### 4. OPERADORES SEGUNDA DERIVADA

### 5. EXTRACCIÓN DE ESQUINAS

### 6. APLICACIÓN

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

#### 4.1.1. Definición de bordes

#### 4.1.2. Pasos en la detección de bordes

#### 4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes

### 4.2. Operadores primera derivada

#### 4.2.1. Gradiente de una imagen

#### 4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

#### 4.2.3. Detector de bordes de Canny

### 4.3. Operadores segunda derivada

#### 4.3.1. Operador Laplaciana

#### 4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana

### 4.4. Extracción de esquinas



## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

#### 4.1.1. Definición de bordes

4.1.2. Pasos en la detección de bordes

4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes

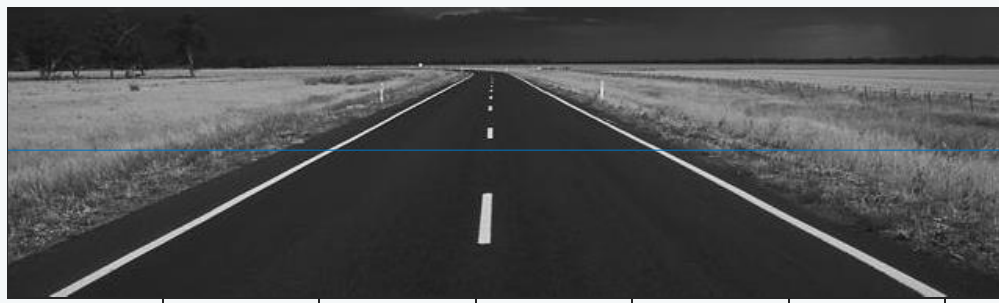
4.2. Operadores primera derivada

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas

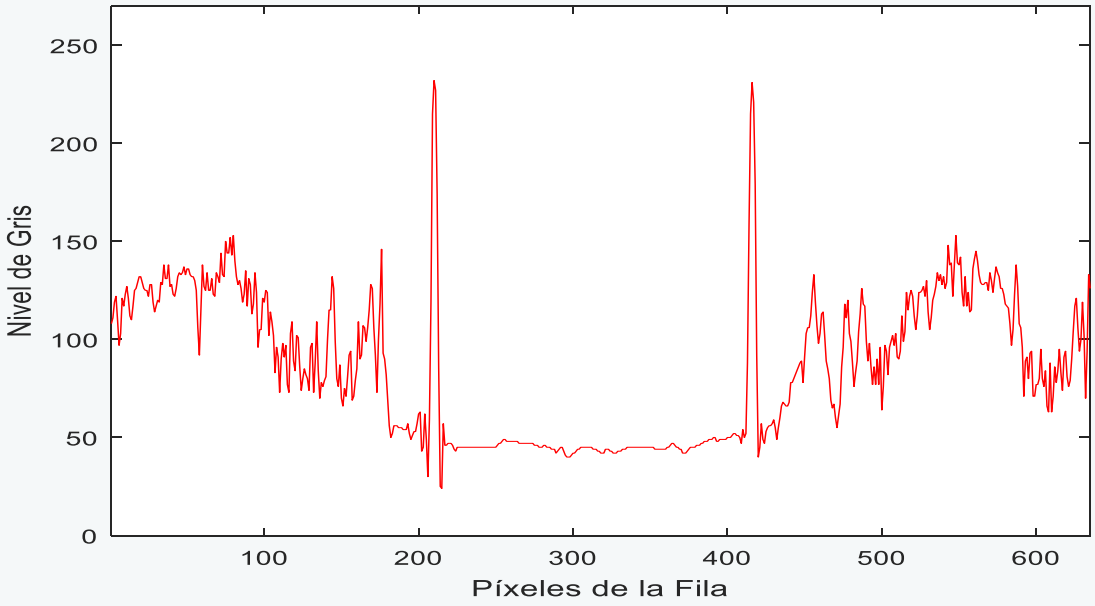
## DEFINICIÓN DE BORDES

➤ Puntos de borde (o puntos frontera), o simplemente Bordes (o frontera): píxeles alrededor de los cuales se produce una variación significativa en los niveles de gris.



100 200 300 400 500 600

Perfil de Intensidad Horizontal de la Fila: 94



## OBJETIVO DE LA DETECCIÓN DE BORDES

➤ Localizar los bordes generados por los elementos de interés de la escena.

➤ Descartar otras variaciones de intensidad que podría generar el ruido subyacente en la imagen u otras regiones irrelevantes para el problema en cuestión.

**TEMA 4.- Detección de bordes**

**4.1. Introducción**

4.1.1. Definición de bordes

**4.1.2. Pasos en la detección de bordes**

4.1

4.2. Op

4.3. Op

4.4. Ex

## PASOS EN LA DETECCIÓN DE BORDES

1. Suavizado de la imagen: atenuar ruido aislado que pudiera estar presente (falsos bordes) conservando las variaciones debidas a bordes (filtro de Gauss)

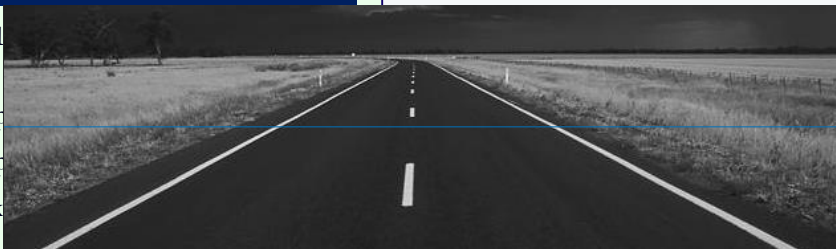


Imagen Original. Perfil de Intensidad Horizontal de la Fila: 94

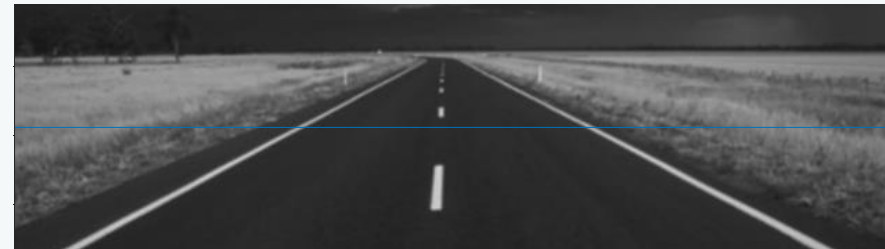
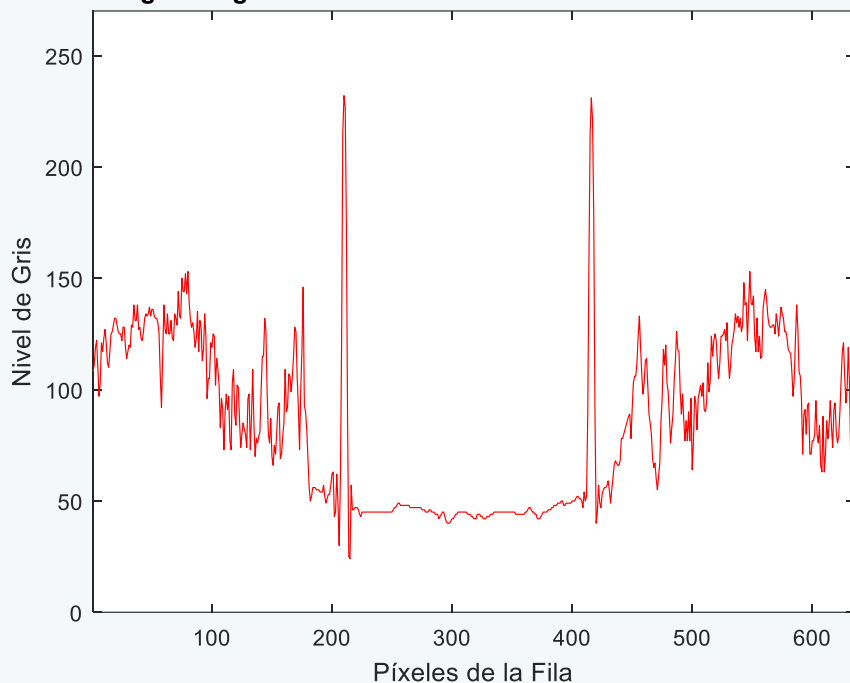
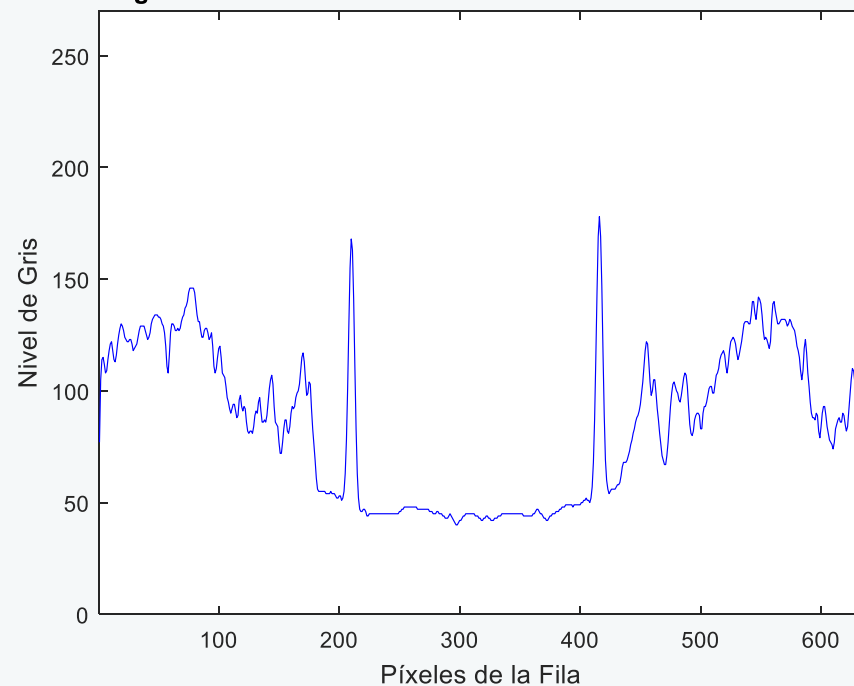


Imagen suavizada. Perfil de Intensidad Horizontal de la Fila: 94



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
<b>4.1. Introducción</b>
4.1.1. Definición de bordes
<b>4.1.2. Pasos en la detección de bordes</b>
4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes
4.2. Operadores primera derivada
4.3. Operadores segunda derivada
4.4. Extracción de esquinas

## PASOS EN LA DETECCIÓN DE BORDES

### 2. **Aplicar un filtro que responda a los bordes:**

- Para cada píxel de la imagen, cuantificar la variación de intensidad que experimenta su vecindad.
- Ser frontera es una propiedad que se calcula en cada píxel y depende del comportamiento de la imagen en la vecindad de dicho píxel.

### 3. **Umbralizar:**

- **Seleccionar los píxeles cuya variación de intensidad es superior a un determinado umbral** (píxeles considerados como bordes)

### ❑ **RESULTADO**

- Imagen binaria de bordes

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

#### 4.1.1. Definición de bordes

#### 4.1.2. Pasos en la detección de bordes

#### 4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes

4.2. Operadores primera derivada

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas

## PASOS EN LA DETECCIÓN DE BORDES

### 2. Aplicar un filtro que responda a los bordes:

- Para cada píxel de la imagen, cuantificar la variación de intensidad que experimenta su vecindad.
- Ser frontera es una propiedad que se calcula en cada píxel y depende del comportamiento de la imagen en la vecindad de dicho píxel.

### 3. Umbralizar:

- Seleccionar los píxeles cuya variación de intensidad es superior a un determinado umbral (píxeles considerados como bordes)

### ❑ RESULTADO

- Imagen binaria de bordes

➤ LAS VARIACIONES DE INTENSIDAD EN LA IMAGEN PUEDEN SER DESCRITAS POR MEDIO DE DERIVADAS.

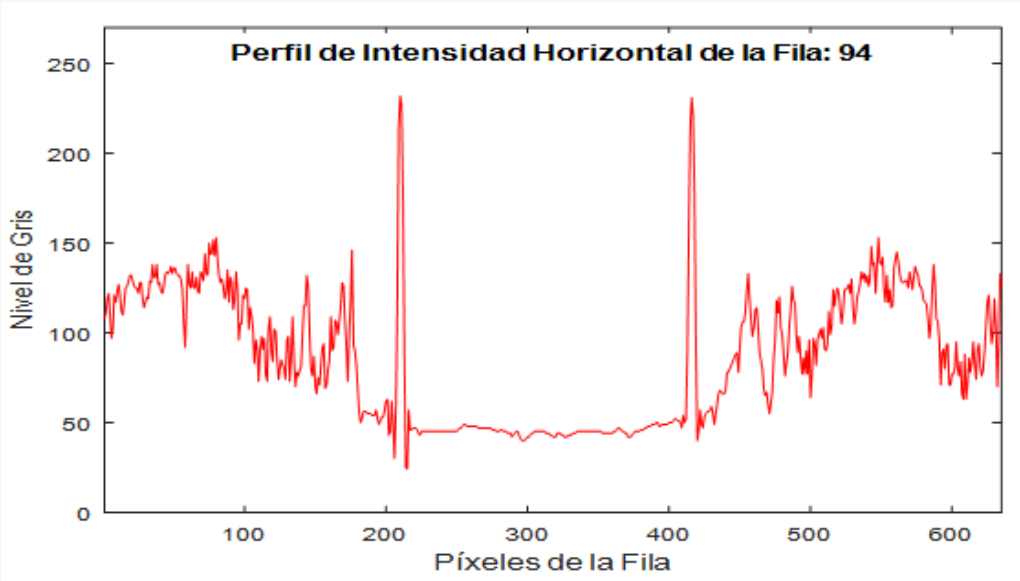
→ ANÁLISIS DE LAS VARIACIONES DE INTENSIDAD DE LOS PÍXELES DE BORDE

TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

- 4.1.1. Definición de bordes
- 4.1.2. Pasos en la detección de bordes
- 4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes
- 4.2. Operadores primera derivada
- 4.3. Operadores segunda derivada
- 4.4. Extracción de esquinas

ANÁLISIS DE LAS VARIACIONES DE INTENSIDAD DE LOS PÍXELES DE BORDE



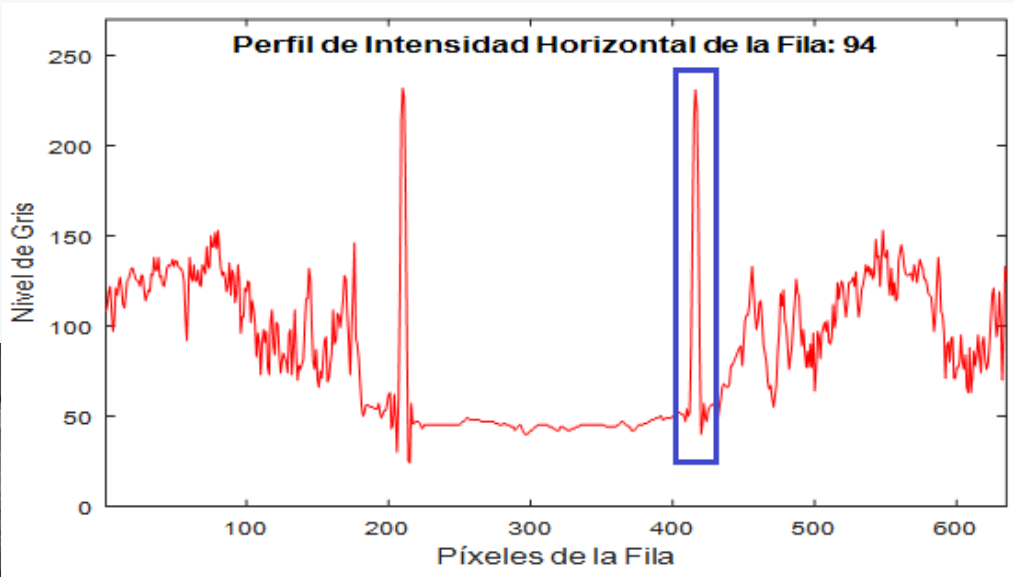
TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

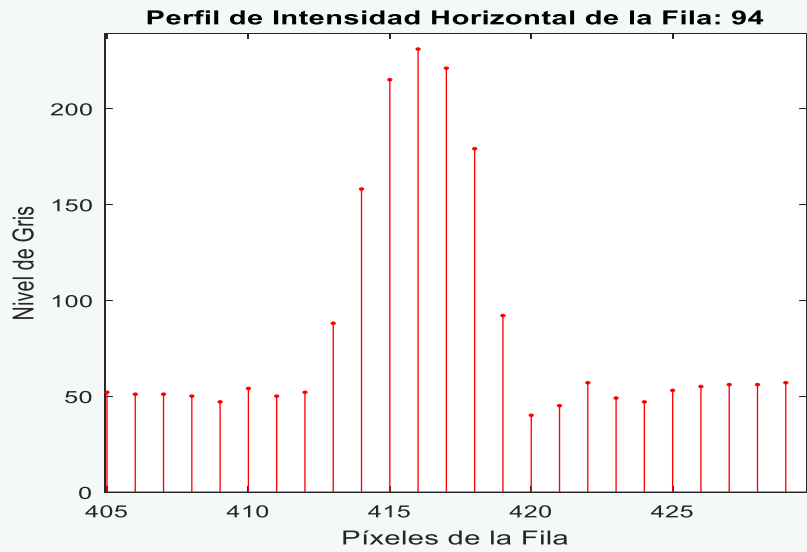
- 4.1.1. Definición de bordes
- 4.1.2. Pasos en la detección de bordes
- 4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes

- 4.2. Operadores primera derivada
- 4.3. Operadores segunda derivada
- 4.4. Extracción de esquinas

ANÁLISIS DE LAS VARIACIONES DE INTENSIDAD DE LOS PÍXELES DE BORDE



217	232	215	187	83	52	40	55	61	55	56	62	55
88	158	215	231	221	179	92	40	45	57	49	47	53
32	62	125	180	223	223	218	156	68	45	62	58	53
57	37	42	63	141	199	224	228	215	138	58	41	61
49	61	54	35	35	53	135	214	228	226	203	147	62
47	56	58	56	59	62	42	65	155	216	221	221	198
58	40	39	54	47	49	56	43	37	90	175	218	228

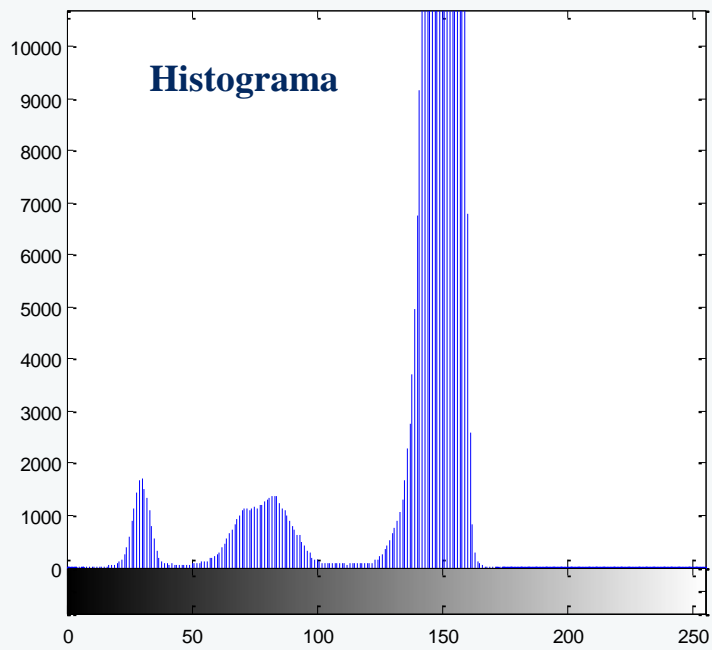
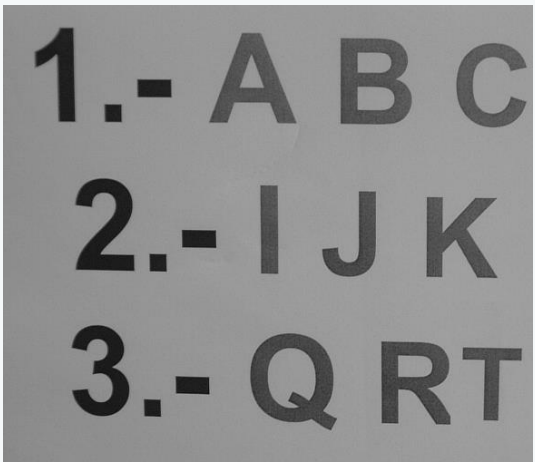


**TEMA 4.- Detección de bordes**

**4.1. Introducción**

- 4.1.1. Definición de bordes
- 4.1.2. Pasos en la detección de bordes
- 4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes**
- 4.2. Operadores primera derivada
- 4.3. Operadores segunda derivada
- 4.4. Extracción de esquinas

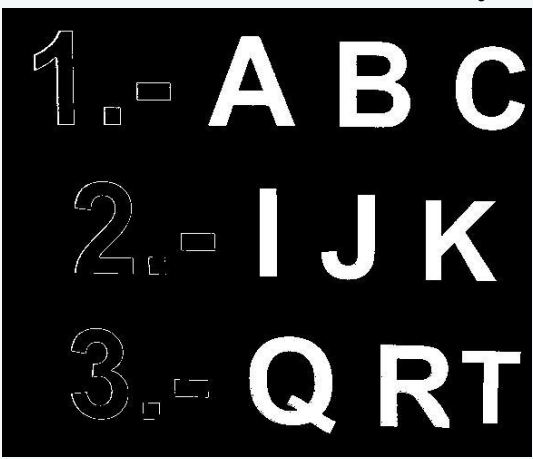
**ANÁLISIS DE LAS VARIACIONES DE INTENSIDAD DE LOS PÍXELES DE BORDE**



**Función de transformación:**

$$q = \begin{cases} '1' & (255 \text{ para visualización como imagen}) \text{ para } 45 < p < 110 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

**Imagen Segmentada**



<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
<b>4.1. Introducción</b>
4.1.1. Definición de bordes
4.1.2. Pasos en la detección de bordes
<b>4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes</b>
4.2. Operadores primera derivada
4.3. Operadores segunda derivada
4.4. Extracción de esquinas

## CONCEPTO DE DERIVADA EN LA EXTRACCIÓN DE BORDES

➤ Las variaciones de intensidad debida a bordes son progresivas y, para su estudio, suelen modelarse como una rampa.

### • Primera derivada:

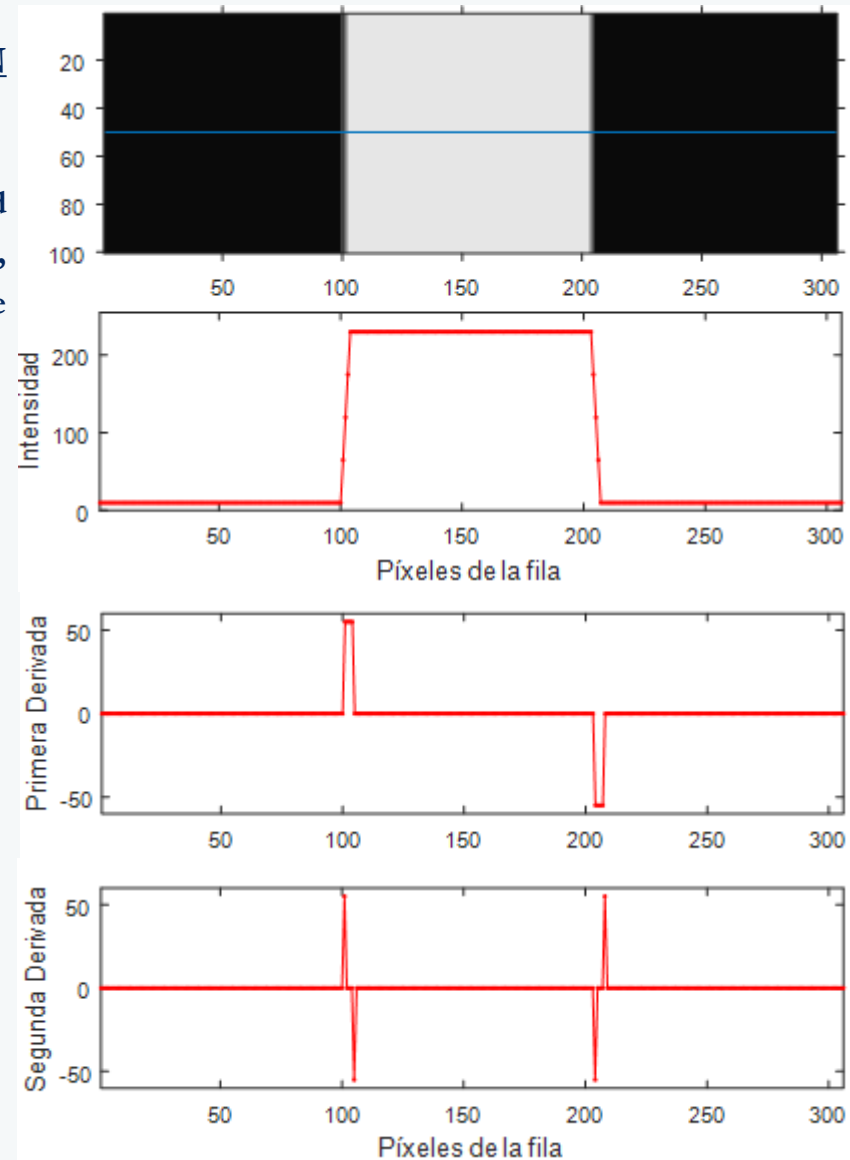
⇒ Es cero en todas las regiones de intensidad constante y tiene un valor constante en toda la transición de intensidad.

⇒ Dado que un cambio de intensidad se manifiesta como un cambio brusco en la primera derivada, su valor puede utilizarse para detectar la presencia de un borde.

### • Segunda derivada:

⇒ Es cero en todos los puntos, excepto en el comienzo y el final de una transición de intensidad (con valores de distinto signo)

⇒ Un cambio de intensidad produce un cambio de signo en la segunda derivada (“zero crossing”), por lo que su signo puede utilizarse para detectar la presencia de un borde.





Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

4.1.1. Definición de bordes

4.1.2. Pasos en la detección de bordes

4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes

### 4.2. Operadores primera derivada

4.2.1. Gradiente de una imagen

4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

4.2.3. Detector de bordes de Canny

### 4.3. Operadores segunda derivada

4.3.1. Operador Laplaciana

4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana

### 4.4. Extracción de esquinas

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
4.1. Introducción
<b>4.2. Operadores primera derivada</b>
<b>4.2.1. Gradiente de una imagen</b>
4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch
4.2.3. Detector de bordes de Canny
4.3. Operadores segunda derivada
4.4. Extracción de esquinas

## OPERADORES PRIMERA DERIVADA

### ➤ Imagen:

- Función definida en el dominio espacial (dominio bidimensional discreto), que depende, por tanto, de las dos variables espaciales  $x$  e  $y$ .
- Las variaciones de intensidad vendrán expresadas por el comportamiento de las derivadas parciales respecto cada una de las variables.

## GRADIENTE DE UNA IMAGEN

→ El cambio en la función imagen puede describirse por el vector gradiente.

→ El gradiente de una imagen  $f(x,y)$  en un punto  $(x,y)$  se define como un vector bidimensional dado por:

**Vector Gradiente:**  $\vec{G}(x,y) = \vec{\nabla} f(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) \\ \frac{\partial}{\partial y} f(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_x(x,y) \\ G_y(x,y) \end{bmatrix}$

**Magnitud:**  $|\vec{G}(x,y)| = \sqrt{G_x(x,y)^2 + G_y(x,y)^2} \approx |G_x(x,y)| + |G_y(x,y)|$

**Ángulo:**  $\angle \vec{G}(x,y) = \arctan\left(\frac{G_y(x,y)}{G_x(x,y)}\right)$

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

**TEMA 4.- Detección de bordes**

4.1. Introducción

**4.2. Operadores primera derivada**

**4.2.1. Gradiente de una imagen**

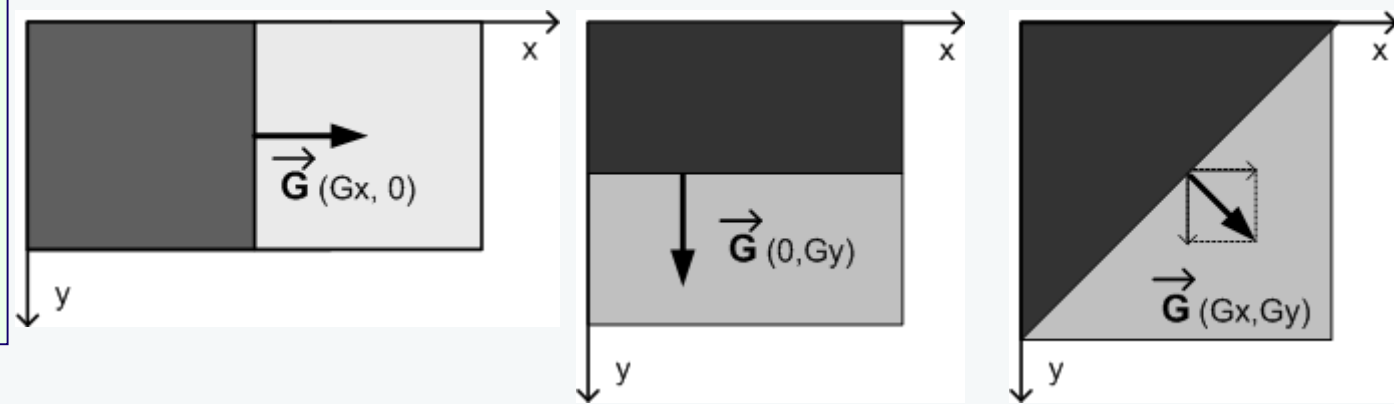
4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

4.2.3. Detector de bordes de Canny

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas

### Gradiente de una imagen:



➤ **OPERADORES PRIMERA DERIVADA:** operadores basados en caracterizar las variaciones de intensidad en la vecindad de un píxel por la magnitud y dirección del gradiente.

- La **magnitud del gradiente** será la referencia para decidir si un píxel es un punto de borde o no: un píxel será un punto de borde si la magnitud del gradiente supera un determinado umbral.
- **Dirección y sentido:** el vector gradiente es un vector perpendicular al borde que apunta en la **dirección de máximo crecimiento de la función imagen.**

$$f(x,y) \rightarrow |\vec{G}(x,y)| \rightarrow g(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\vec{G}(x,y)| > T \\ 0 & \text{si } |\vec{G}(x,y)| \leq T \end{cases} \quad (\text{imagen binaria - píxeles de borde})$$

**TEMA 4.- Detección de bordes**

4.1. Introducción

**4.2. Operadores primera derivada**

**4.2.1. Gradiente de una imagen**

4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

4.2.3. Detector de bordes de Canny

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas

## DETECTORES DE BORDES PRIMERA DERIVADA

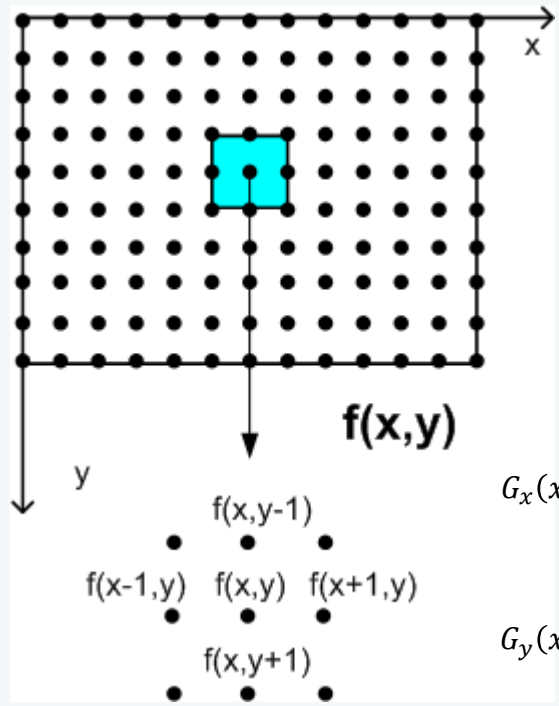


## IMPLEMENTACIÓN DEL VECTOR GRADIENTE



**Caso bidimensional discreto**  
Trabajamos con una imagen muestreada  $f(x,y)$

## APROXIMACIONES BASADAS EN DIFERENCIAS FINITAS



Aproximación basada en la diferencia de **píxeles adyacentes**:

$$G_x(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) \approx \frac{f(x,y) - f(x-1,y)}{1} \Rightarrow G_x(x,y) = f(x,y) * H_x = f(x,y) * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_y(x,y) = \frac{\partial}{\partial y} f(x,y) \approx \frac{f(x,y) - f(x,y-1)}{1} \Rightarrow G_y(x,y) = f(x,y) * H_y = f(x,y) * \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Aproximación basada en la diferencia de **píxeles separados**:

$$G_x(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) \approx \frac{f(x+1,y) - f(x-1,y)}{2} \Rightarrow G_x(x,y) = f(x,y) * H_x = f(x,y) * \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_y(x,y) = \frac{\partial}{\partial y} f(x,y) \approx \frac{f(x,y+1) - f(x,y-1)}{2} \Rightarrow G_y(x,y) = f(x,y) * H_y = f(x,y) * \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

**TEMA 4.- Detección de bordes**

4.1. Introducción

**4.2. Operadores primera derivada**

4.2.1. Gradiente de una imagen

**4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch**

4.2.3. Detector de bordes de Canny

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas

## IMPLEMENTACIÓN DEL VECTOR GRADIENTE



$$G_x(x, y) = f(x, y) * H_x \quad ; \quad G_y(x, y) = f(x, y) * H_y$$

Las componentes del vector gradiente,  $G_x$  (gradiente de fila) y  $G_y$  (gradiente de columna), en cada punto, pueden obtenerse mediante la convolución de la imagen con máscaras  $H$ , que serán de distinta forma según la aproximación usada para implementar el concepto de derivada

## DETECTORES DE BORDES PRIMERA DERIVADA: ROBERTS, PREWITT, SOBEL

1. Suavizado de la imagen
2. Cálculo de las componentes del vector gradiente
3. Cálculo de la magnitud del gradiente
4. Umbralizado

$$f_s(x, y) = f(x, y) * H_{Gauss}$$

$$G_x(x, y) = f_s(x, y) * H_x \quad ; \quad G_y(x, y) = f_s(x, y) * H_y$$

$$|\vec{G}(x, y)| = \sqrt{G_x(x, y)^2 + G_y(x, y)^2}$$

$$\text{Pixel}(x, y) \text{ es borde si } |\vec{G}(x, y)| > T$$

**TEMA 4.- Detección de bordes**

4.1. Introducción

**4.2. Operadores primera derivada**

4.2.1. Gradiente de una imagen

**4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch**

4.2.3. Detector de bordes de Canny

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas

### DETECTOR DE ROBERTS

$$G_1(x, y) = f_s(x, y) * H_1 = f_s(x, y) * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad G_2(x, y) = f_s(x, y) * H_2 = f_s(x, y) * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- ❑ **Operador de Roberts:** Ofrece buena respuesta ante bordes diagonales. **Muy sensible al ruido.**

### DETECTOR DE PREWITT

$$G_x(x, y) = f_s(x, y) * H_x = f_s(x, y) * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad G_y(x, y) = f_s(x, y) * H_y = f_s(x, y) * \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- ❑ **Operador de Prewitt:** **Expande la definición de gradiente para ser más inmune al ruido.**

### DETECTOR DE SOBEL

$$G_x(x, y) = f_s(x, y) * H_x = f_s(x, y) * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad G_y(x, y) = f_s(x, y) * H_y = f_s(x, y) * \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- ❑ **Operador de Sobel:** **Doble importancia al píxel central respecto al de Prewitt para localizar más el borde.**

TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

4.2. Operadores primera derivada

4.2.1. Gradiente de una imagen

4.2.2. Operador de Roberts

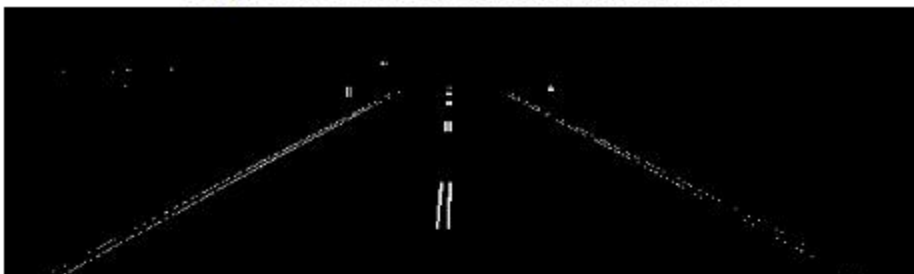
EJEMPLO DE OPERADOR GRADIENTE (máscaras de Sobel)



Magnitud Bordes Verticales Gx



Magnitud Bordes Verticales binarizada



Magnitud Bordes Horizontales Gy



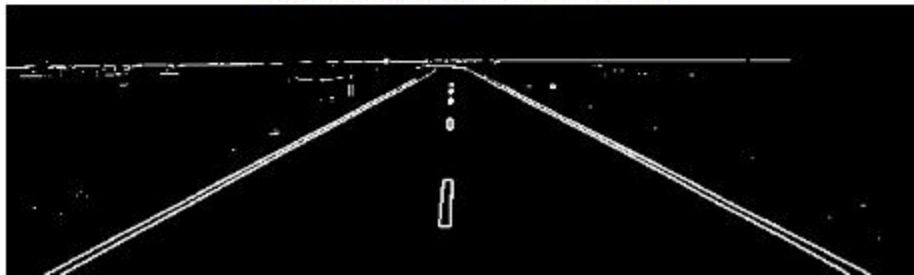
Magnitud Bordes Horizontales binarizada



Magnitud Gradiente



Magnitud Gradiente binarizada



**TEMA 4.- Detección de bordes**

4.1. Introducción

**4.2. Operadores primera derivada**

4.2.1. Gradiente de una imagen

**4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch**

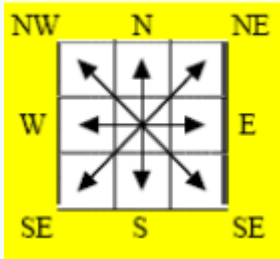
4.2.3. Detector de bordes de Canny

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas

**OPERADORES TIPO ORIENTACIÓN: MÁSCARAS DE KIRSCH**

➤ Máscaras de **Kirsch** (1971) (“brújula”): se definen considerando una máscara simple y rotándola en las direcciones y orientaciones principales de la brújula: Norte, Noroeste, Oeste, Suroeste, Sur, Sureste, Este y Noreste.



$$\begin{aligned}
 k_0 &= \begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}, & k_1 &= \begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}, & k_2 &= \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}, & k_3 &= \begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \\
 &0^\circ &45^\circ &90^\circ &135^\circ \\
 k_4 &= \begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}, & k_5 &= \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix}, & k_6 &= \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}, & k_7 &= \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{bmatrix} \\
 &180^\circ &225^\circ &270^\circ &315^\circ
 \end{aligned}$$

➤ Para cada punto de la imagen se obtienen 8 valores, resultantes de la convolución con cada una de las máscaras.

⇒ El valor del módulo del gradiente resulta ser el máximo de esos 8 valores, mientras que la dirección queda determinada por el ángulo asociado a la máscara que ha generado dicho valor máximo.

Para cada píxel  $f(x,y)$ :

Magnitud:  $|G(x,y)| = \max \{k_0 * f(x,y), k_1 * f(x,y), \dots, k_7 * f(x,y)\} = k_i * f(x,y)$

Ángulo:  $\langle G(x,y) \equiv \text{Ángulo correspondiente a } k_i$



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

### 4.2. Operadores primera derivada

#### 4.2.1. Gradiente de una imagen

#### 4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

### 4.2.3. Detector de bordes de Canny

#### 4.3. Operadores segunda derivada

#### 4.4. Extracción de esquinas

## DETECTOR DE BORDES DE CANNY (1986)

### OBJETIVOS

- ❑ Localización: detección de bordes “adelgazados” de 1 píxel de ancho.  
→ **Supresión no máxima a la magnitud del gradiente.**
- ❑ Detección : reducir falsos positivos eliminando máximos locales creados por el ruido.  
→ **Umbralización con dos umbrales.**

### Detector de bordes de Canny: Módulos

#### 1. Obtención la magnitud y ángulo del gradiente en cada píxel

$f_s(x, y) = f(x, y) * H_{Gauss}$  (núcleo gaussiano discreto de media cero y desviación estándar  $\sigma$ )

$G_x(x, y) = f_s(x, y) * H_x$  ;  $G_y(x, y) = f_s(x, y) * H_y$

$$E_m(x, y) = \sqrt{G_x(x, y)^2 + G_y(x, y)^2} \quad E_o(x, y) = \arctan\left(\frac{G_y(x, y)}{G_x(x, y)}\right)$$

#### 2. Supresión “no máxima”

#### 3. Umbralización con dos umbrales

TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

4.2. Operadores primera derivada

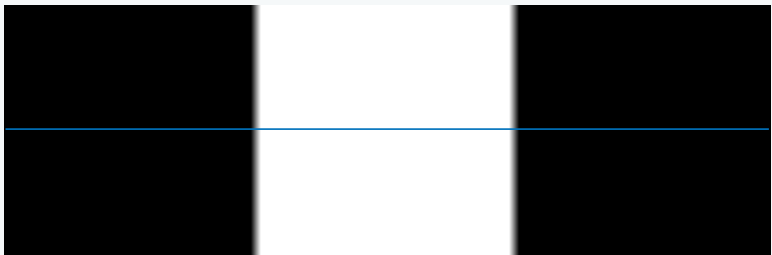
4.2.1. Gradiente de una imagen

4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

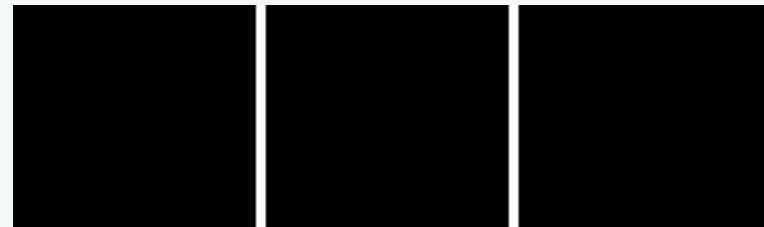
4.2.3. Detector de bordes de Canny

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas



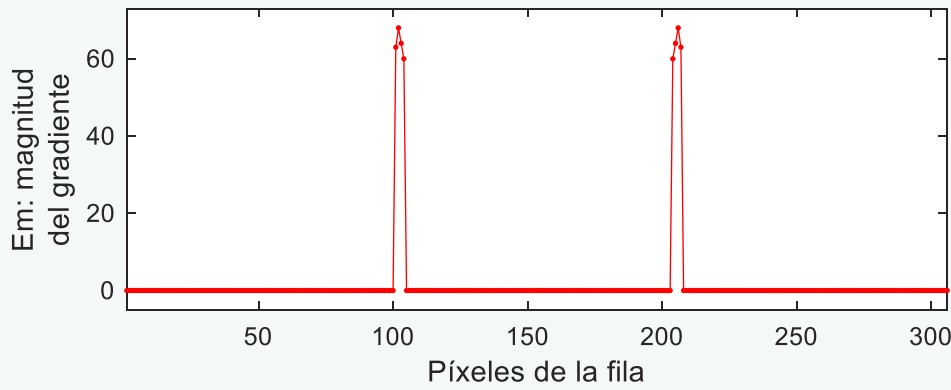
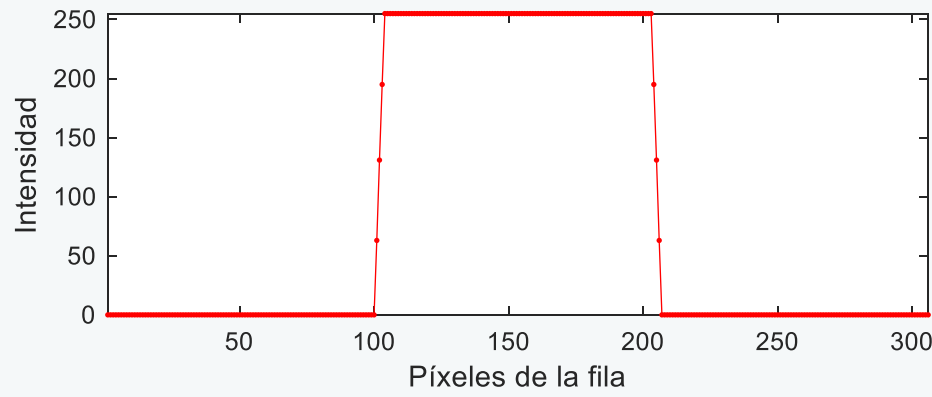
Binarización de Em



Detector de bordes de Canny: Módulos

2. Supresión no máxima a la magnitud del gradiente

- ❑ Detectores básicos: tras binarizar la magnitud del gradiente, los bordes detectados pueden tener un cierto grosor.



**TEMA 4.- Detección de bordes**

4.1. Introducción

**4.2. Operadores primera derivada**

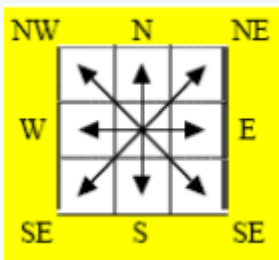
4.2.1. Gradiente de una imagen

4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

**4.2.3. Detector de bordes de Canny**

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas



**Direcciones**

**d1: 0-180°**

**d2: 45-225°**

**d3: 90°-270°**

**d4: 135°-315°**

### Detector de bordes de Canny: Módulos

#### 2. Supresión no máxima a la magnitud del gradiente

- ❑ **Objetivo:** adelgazamiento del ancho de los bordes hasta lograr bordes de un píxel de ancho.
- ❑ **Fundamento:** si el valor de la magnitud de gradiente en un píxel es más pequeño que al menos uno de sus dos vecinos en la dirección que marca el ángulo del gradiente, se reduce a 0 (supresión). En caso contrario, se mantiene dicho valor.

#### Algoritmo: Supresión no máxima

**Entrada:** imagen  $E_m$  de la magnitud del gradiente  
imagen  $E_o$  de la orientación del gradiente

**Salida:** imagen  $I_n$

**Considerar:** cuatro direcciones  $d_1, d_2, d_3, d_4$  identificadas por las direcciones de 0°, 45°, 90° y 135° con respecto al eje horizontal

1. Para cada píxel  $(i, j)$  :
  - 1.1. Encontrar la dirección  $d_k$  que mejor se aproxima a la dirección  $E_o(i, j)$ , que viene a ser la perpendicular al borde.
  - 1.2. Si  $E_m(i, j)$  es más pequeño que al menos uno de sus dos vecinos en la dirección  $d_k$ , al píxel  $(i, j)$  de  $I_n$  se le asigna el valor 0,  $I_n(i, j) = 0$  (supresión), de otro modo  $I_n(i, j) = E_m(i, j)$ .
2. Devolver  $I_n$

TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

4.2. Operadores primera derivada

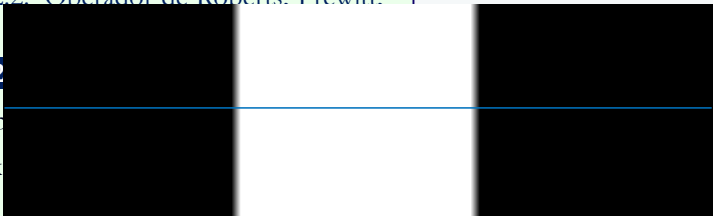
4.2.1. Gradiente de una imagen

4.2.2. Operador de Roberts. Prewitt.

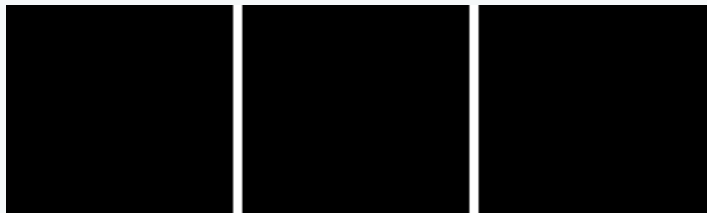
4.2

4.3. Op

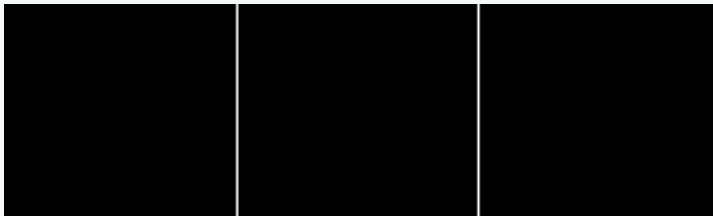
4.4. Ex



Binarización de Em



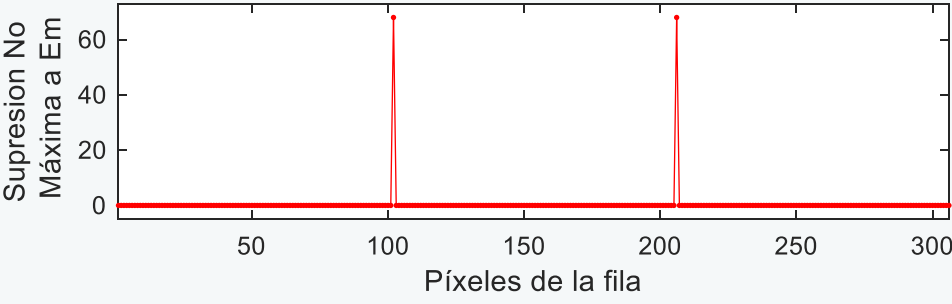
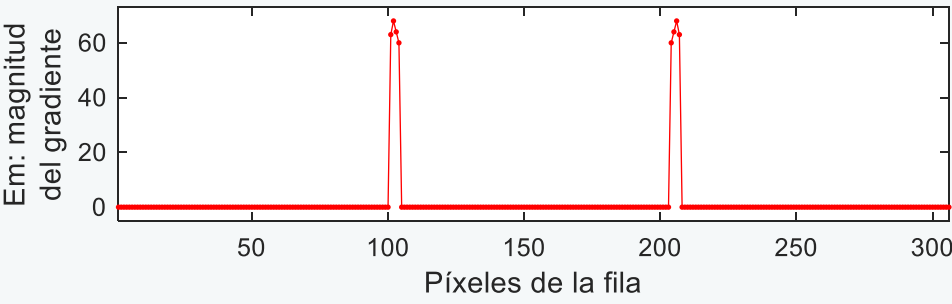
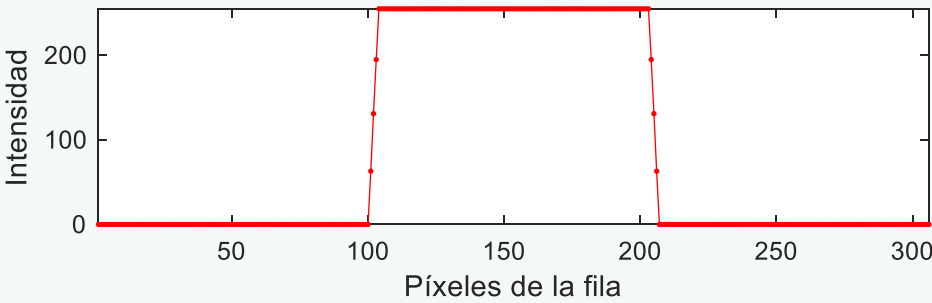
Binarizacion de Em con Supresion No Máxima



*Detector de bordes de Canny: Módulos*

2. Supresión no máxima a la magnitud del gradiente

❑ Ejemplo



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

### 4.2. Operadores primera derivada

#### 4.2.1. Gradiente de una imagen

#### 4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

#### 4.2.3. Detector de bordes de Canny

### 4.3. Operadores segunda derivada

### 4.4. Extracción de esquinas

## Detector de bordes de Canny: Módulos

### 2. Supresión no máxima a la magnitud del gradiente

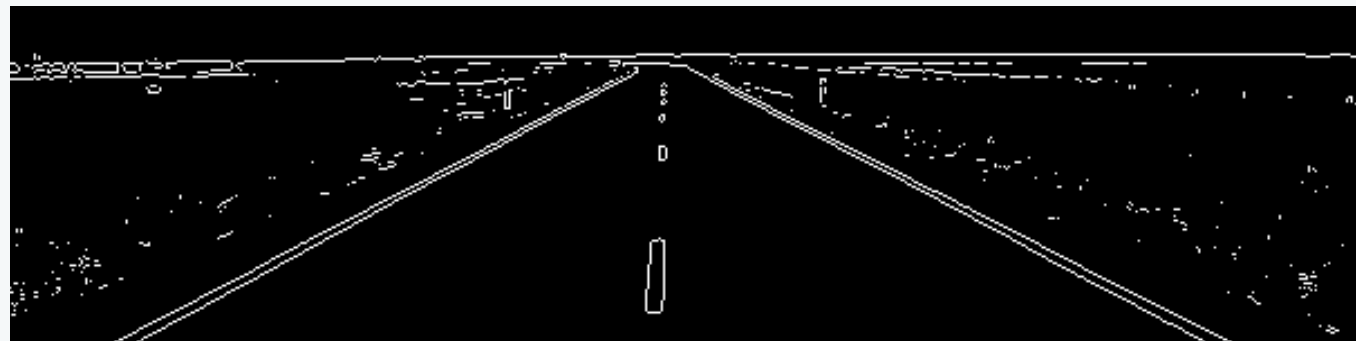


Imagen de Bordes obtenidas  
con el Detector de Sobel

Imagen de Bordes obtenidas  
con el Detector de Sobel,  
aplicando Supresión No  
Máxima a la magnitud del  
Gradiente

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

### 4.2. Operadores primera derivada

#### 4.2.1. Gradiente de una imagen

#### 4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

#### 4.2.3. Detector de bordes de Canny

### 4.3. Operadores segunda derivada

### 4.4. Extracción de esquinas

**Objetivo: detectar todos los bordes de interés**

→ Umbral “Bajo”

→ Detección de ruido (bordes debidos a variaciones de elementos de la escena de no interés)

**Objetivo: no detectar ruido**

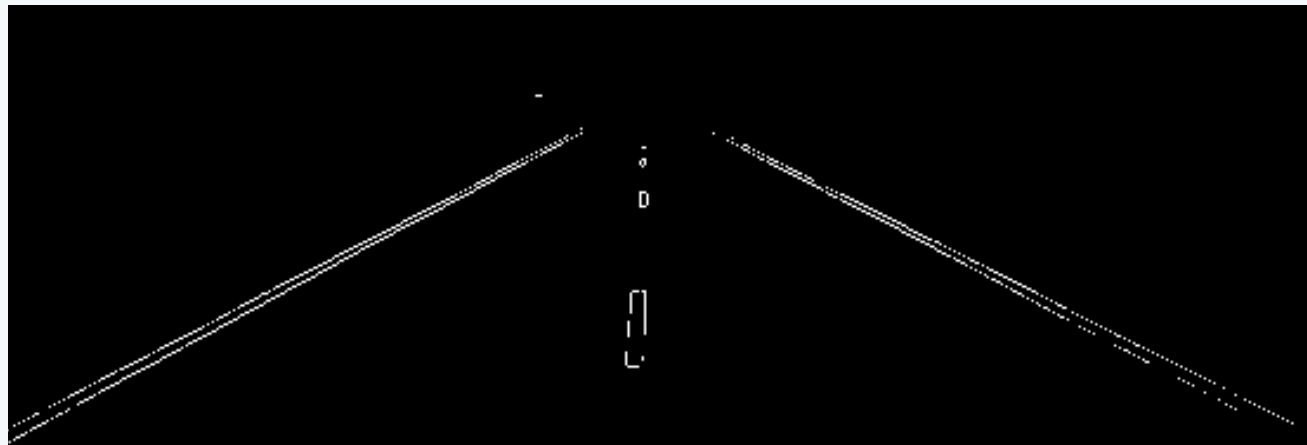
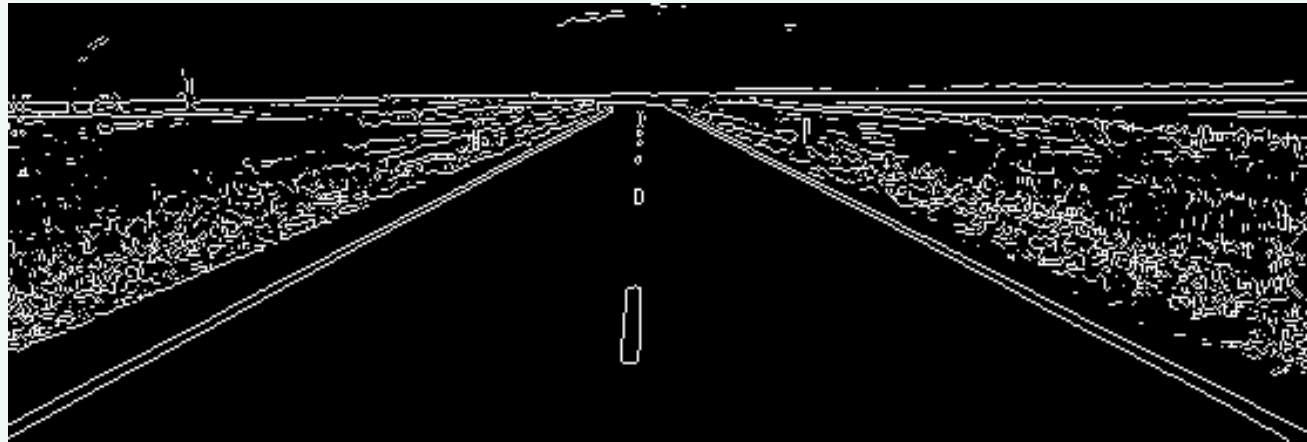
→ Umbral “Alto”

→ Pérdida de bordes de interés

## Detector de bordes de Canny: Módulos

### 3. Umbralización con dos umbrales

☐ Binarización de la magnitud del gradiente con un único umbral



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

### 4.2. Operadores primera derivada

#### 4.2.1. Gradiente de una imagen

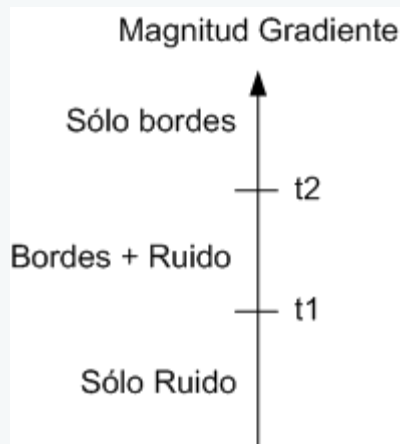
#### 4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

#### 4.2.3. Detector de bordes de Canny

### 4.3. Operadores segunda derivada

### 4.4. Extracción de esquinas

## Selección de Umbrales



## Detector de bordes de Canny: Módulos

### 3. Umbralización con dos umbrales

- ☐ **Objetivo:** reducir la posibilidad de falsos contornos.
- ☐ **Fundamento:** un píxel es de borde si su magnitud del gradiente es superior a  $t_1$  y está conectado a un píxel de borde «seguro» (aquel cuya magnitud del gradiente es mayor a  $t_2$ ).

### Algoritmo: Histéresis de umbral a la supresión no máxima

**Entrada:** imagen  $I_n$  obtenida del paso anterior  
 imagen  $E_o$  de la orientación del gradiente  
 umbral  $t_1$   
 umbral  $t_2$ , donde  $t_1 < t_2$

**Salida:** imagen  $G$  con los bordes conectados de contornos

1. Para todos los puntos de  $I_n$  y explorando  $I_n$  en orden fijo:
  - 1.1. Localizar el siguiente punto de borde no explorado previamente,  $I_n(i, j)$ , tal que  $I_n(i, j) > t_2$
  - 1.2. Comenzar a partir de  $I_n(i, j)$ , seguir las cadenas de máximos locales conectados en ambas direcciones perpendiculares a la normal de borde, siempre que  $I_n > t_1$ .
  - 1.3. Marcar todos los puntos explorados y, salvar la lista de todos los puntos en el entorno conectado encontrado.
2. Devolver  $G$  formada por el conjunto de bordes conectados de contornos de la imagen, así como la magnitud y orientación, describiendo las propiedades de los puntos de borde.



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

### TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

#### 4.2. Operadores primera derivada

4.2.1. Gradiente de una imagen

4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

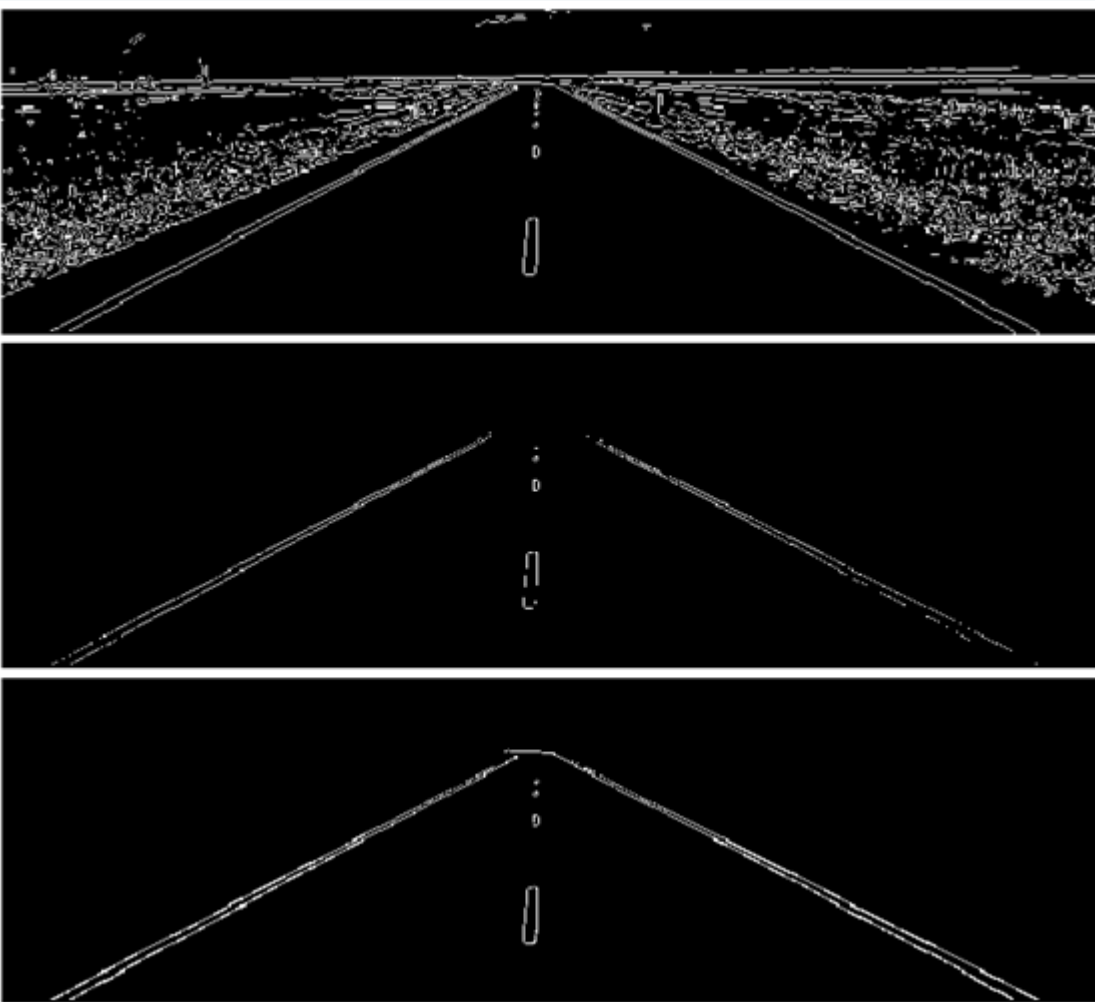
#### 4.2.3. Detector de bordes de Canny

4.3. Operadores segunda derivada

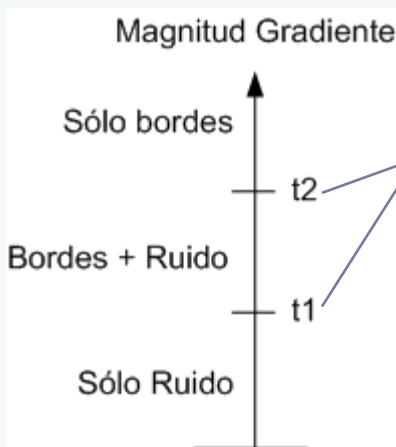
4.4. Extracción de esquinas

### Detector de bordes de Canny: Módulos

#### 3. Umbralización con dos umbrales



### Selección de Umbrales





→ Detector de Bordes de Canny: la extracción de contornos en la imagen no suelen presentarse con los contornos cerrados (para determinar si un contorno delimita o no una región, hay que determinar su cierre).

### Cierre de contornos abiertos: Algoritmo de Deriche y Cocquerez

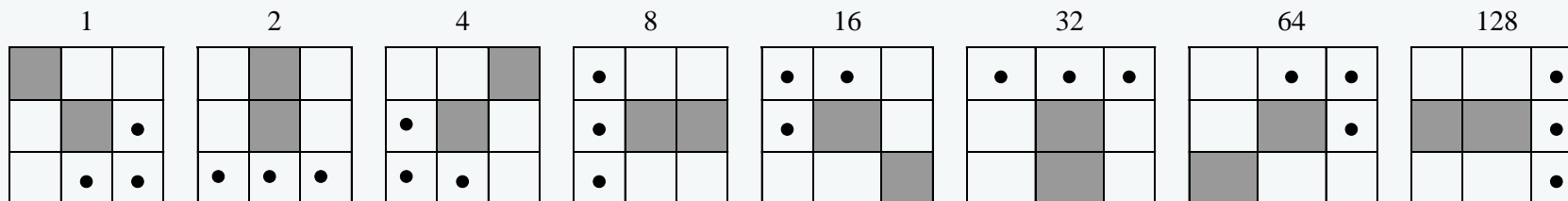
→ El algoritmo busca los extremos de los contornos abiertos y sigue la dirección del máximo gradiente hasta cerrarlos con otro extremo abierto.

- Entrada: imagen de contornos de borde binarizada (puntos de borde se codifican con valor 1 y el resto con valor 0), e imagen magnitud del gradiente.
- Para cada punto de borde perteneciente al extremo de un contorno abierto de la imagen de entrada, determinar cuál de los ocho patrones de puntos extremos corresponde al borde de dicho punto:

➤ A cada patrón se le asigna un código que codifica las coordenadas de los píxeles que determinan tres posibles direcciones por las que se debe buscar el cierre del contorno.

➤ Para asignar el código a los píxeles de borde pertenecientes a contornos abiertos, se realiza la convolución de dichos puntos con la máscara:

$$\begin{bmatrix} 2^0 & 2^1 & 2^2 \\ 2^7 & 0 & 2^3 \\ 2^6 & 2^5 & 2^4 \end{bmatrix}$$



Cuadrados grises indican la presencia de puntos de borde, los puntos indican las tres direcciones de búsqueda para el cierre de contorno y los cuadros blancos expresan ausencia de puntos de borde.

*Detector de bordes de Canny**4. Cierre de contornos abiertos: Algoritmo de Deriche y Cocquerez*

- c) Cuando algunos de los tres píxeles que marcan la dirección de búsqueda es ya un píxel de borde, se asume que el contorno se ha cerrado.
- d) En caso contrario, se examina el valor del gradiente en los píxeles que definen las tres direcciones posibles y se elige el píxel con el valor del máximo gradiente. Dicho píxel se marca como nuevo píxel de borde.
- e) Se repiten los pasos anteriores para este nuevo extremo abierto hasta encontrar el cierre del contorno.



Imagen original y resultado de la extracción de bordes mediante la técnica de supresión no máxima y el método de cierre de bordes

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

4.1.1. Definición de bordes

4.1.2. Pasos en la detección de bordes

4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes

### 4.2. Operadores primera derivada

4.2.1. Gradiente de una imagen

4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

4.2.3. Detector de bordes de Canny

### 4.3. Operadores segunda derivada

4.3.1. Operador Laplaciana

4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana

### 4.4. Extracción de esquinas

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

#### TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

4.2. Operadores primera derivada

**4.3. Operadores segunda derivada**

4.3.1. Operador Laplaciana

4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana

4.4. Extracción de esquinas

### DETECCIÓN DE BORDES BASADA EN SEGUNDA DERIVADA

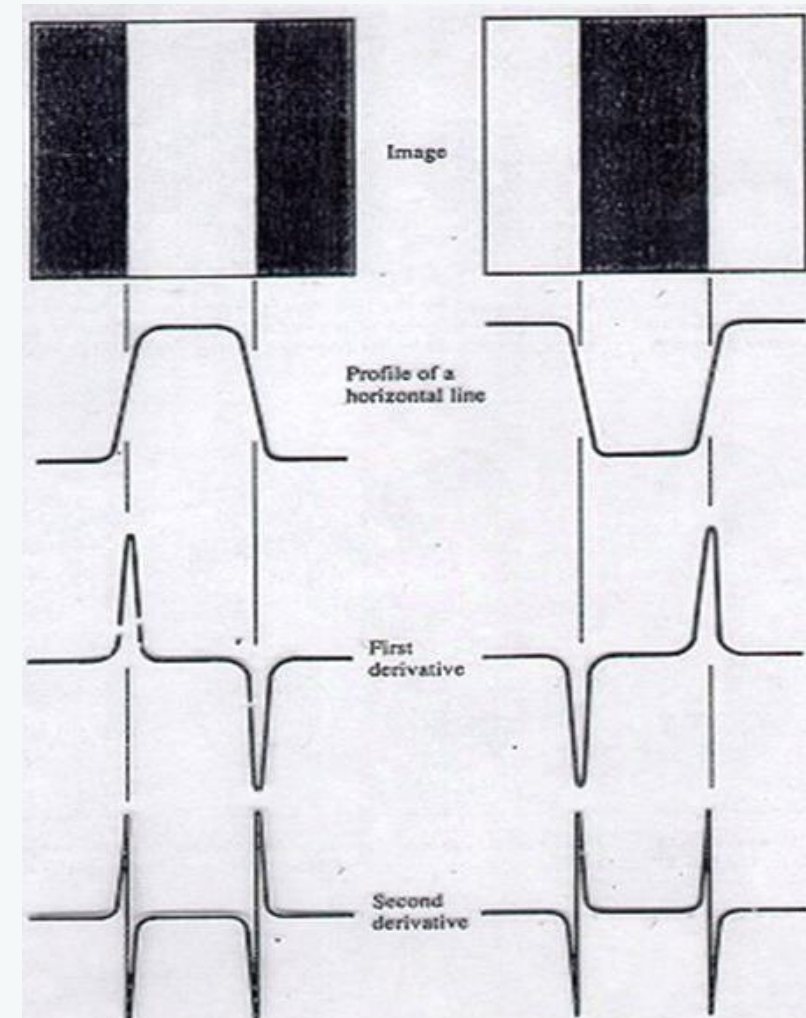
#### PLANTEAMIENTO

Segunda derivada de una imagen en una determinada dirección:

- Vale cero si los valores de la imagen son constantes o cambian linealmente su amplitud en esa dirección.
- Un cambio de intensidades a lo largo de una determinada dirección en la imagen (borde) produce un máximo en la primera derivada a lo largo de dicha dirección y, consecuentemente, un paso por cero en la segunda derivada.

Operadores segunda derivada:

- Detección de cruces por cero en la segunda derivada.



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
4.1. Introducción
4.2. Operadores primera derivada
<b>4.3. Operadores segunda derivada</b>
<b>4.3.1. Operador Laplaciana</b>
4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana
4.4. Extracción de esquinas

## OPERADOR SEGUNDA DERIVADA DE UNA IMAGEN $f(x,y)$

### LAPLACIANA DE $f(x,y)$

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y)$$

⌞ Función definida en el dominio espacial (dominio bidimensional discreto,  $x-y$ )

⇒ **SISTEMA DE DETECCIÓN DE BORDES BASADO EN SEGUNDA DERIVADA**

*1. Implementación de la Laplaciana de la imagen:*

*2. Implementación de un Sistema de detección de cruces por cero:*

⇒ Detección de cambios de signo.

❑ Al tratar con una función discreta, es poco probable que el paso por cero coincida con un píxel de la imagen.

❑ Píxel de borde:

→ Píxel cuyo valor de la Laplaciana sea más próximo a cero, teniendo como vecino, al menos, un píxel con nivel de gris de signo contrario.

→ Diferencia del cambio de signo es superior a un determinado umbral.

**TEMA 4.- Detección de bordes**

4.1. Introducción

4.2. Operadores primera derivada

**4.3. Operadores segunda derivada**

**4.3.1. Operador Laplaciana**

4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana

4.4. Extracción de esquinas

**IMPLEMENTACIÓN DE LA LAPLACIANA  
DE UNA IMAGEN  $f(x,y)$**

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y)$$

⇒ Hay que utilizar aproximaciones basadas en diferencias finitas para implementar el concepto de derivada.

**Ejemplo: aproximación basada en diferencia de píxeles adyacentes**

⇒ Se obtiene realizando un operación de convolución sobre la imagen :

$$\nabla^2 f(x,y) = f(x,y) * H$$

⇒ Definiciones más frecuentes del operador Laplaciana:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Si } G_x(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) \approx f(x+\Delta x, y) - f(x,y) \text{ y } G_y(x,y) = \frac{\partial}{\partial y} f(x,y) \approx f(x, y+\Delta y) - f(x,y)$$

(se ha omitido el factor de escala - no afecta al cruce por cero)

⇓

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} G_x \approx G_x(x+\Delta x, y) - G_x(x,y) = f(x+\Delta x, y) - 2f(x,y) + f(x-\Delta x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} G_y \approx G_y(x, y+\Delta y) - G_y(x,y) = f(x, y+\Delta y) - 2f(x,y) + f(x, y-\Delta y)$$

⇓

$$\text{Laplaciana}[f(x,y)] = f(x,y) * H \text{ con } H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

TEMA 4.- Detección de bordes

- 4.1. Introducción
- 4.2. Operadores primera derivada
- 4.3. Operadores segunda derivada
  - 4.3.1. Operador Laplaciana
  - 4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana
- 4.4. Extracción de esquinas

EJEMPLO DE APLICACIÓN DETECTOR DE BORDES LAPLACIANA

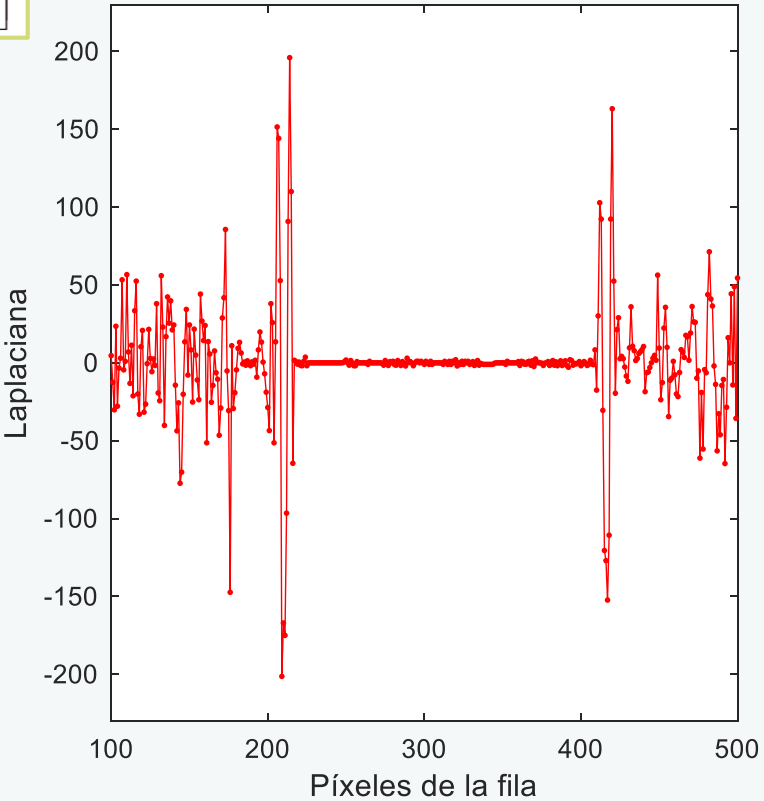
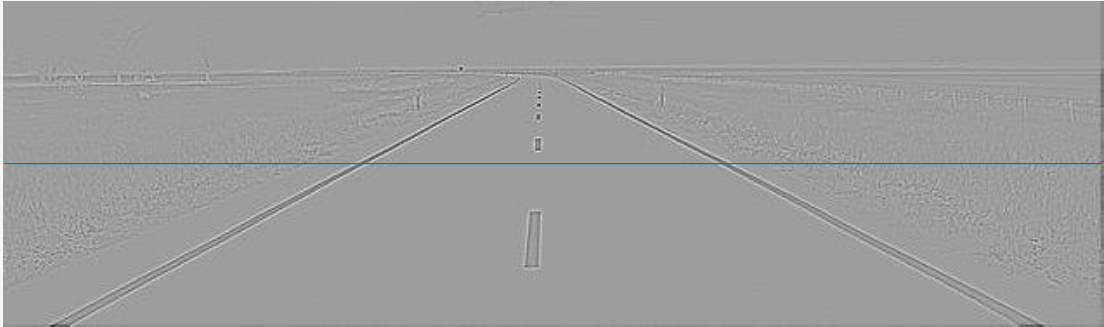
1. Implementación de la Laplaciana de la imagen:

$$\nabla^2 f(x,y) = f(x,y) * H$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



Imagen Laplaciana 4-vecinos





Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

4.2. Operadores primera derivada

4.3. Operadores segunda derivada

4.3.1. Operador Laplaciana

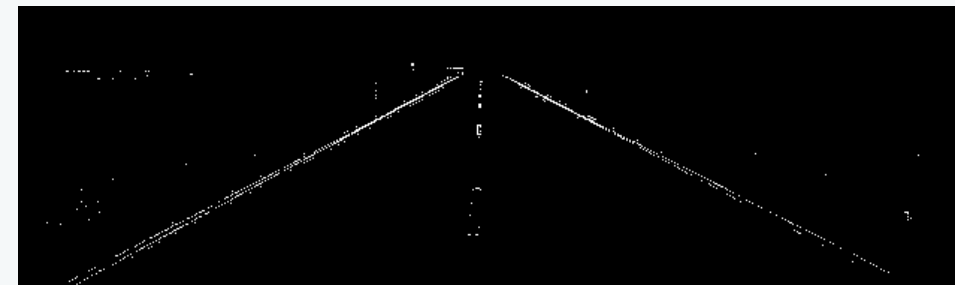
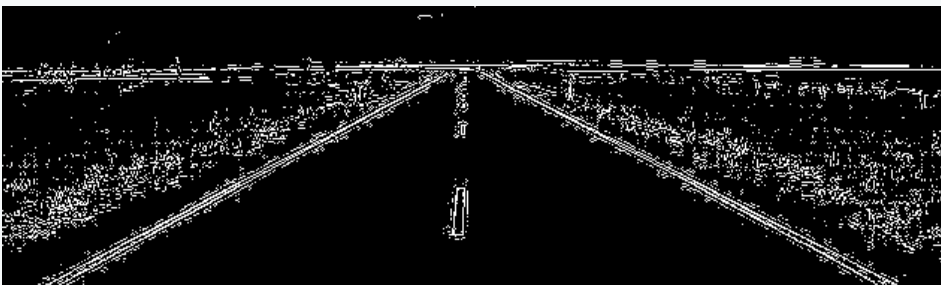
4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana

4.4. Extracción de esquinas

## EJEMPLO DE APLICACIÓN DETECTOR DE BORDES LAPLACIANA

### 2. Sistema de detección de cruces por cero:

Efecto del umbral aplicado a las amplitudes de los cambios de signo detectados



⇒ CONCLUSIÓN: OPERADOR MUY SENSIBLE AL RUIDO



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

### 4.2. Operadores primera derivada

### 4.3. Operadores segunda derivada

#### 4.3.1. Operador Laplaciana

#### 4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana

### 4.4. Extracción de esquinas

## Operador Laplaciana de la Gaussiana

- El operador Laplaciana es muy sensible al ruido, por lo cual es prácticamente imprescindible su utilización de forma combinada con un operador de suavizado.

Aplicar un filtro gaussiano para suavizar la imagen antes de obtener la Laplaciana

$f_s(x, y) = f(x, y) * H_{Gauss}$  (núcleo gaussiano discreto de media cero y desviación estándar  $\sigma$ )

$\nabla^2 f_s(x, y) = f_s(x, y) * H_L$  (Laplaciana de la imagen suavizada)

- Operador Laplaciana de la Gaussiana (Marr-Hildreth , 1980)

→ Implementación del concepto segunda derivada: convolución de la imagen con la Laplaciana de la Gaussiana

$\nabla^2 f_s(x, y) = \nabla^2(f(x, y) * H_{Gauss}) \Rightarrow f(x, y) * \nabla^2(G(x, y)), \quad G(x, y): \text{función bidimensional discreta de Gauss}$

$$G(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right)\right] \Rightarrow \nabla^2 G(x, y) = \frac{1}{\pi\sigma^4} \left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} - 1\right) \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right)\right]$$

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
4.1. Introducción
4.2. Operadores primera derivada
<b>4.3. Operadores segunda derivada</b>
4.3.1. Operador Laplaciana
<b>4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana</b>
4.4. Extracción de esquinas

### Implementación del Operador Laplaciana de la Gaussiana

$$\nabla^2(G(x, y)) \rightarrow H_{LoG}$$

$$G(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right)\right] \Rightarrow \nabla^2 G(x, y) = \frac{1}{\pi\sigma^4} \left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} - 1\right) \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right)\right]$$

1. Fijar el valor de  $\sigma$  (controla el grado de suavizado y por tanto, la detección de bordes y ruido).
2. Calcular el tamaño del operador  $W$  (impar).

→ Para reducir el efecto de truncado de la función, el tamaño de la máscara debe ser :

$$W \geq 3c, \quad c \equiv \text{tamaño del lóbulo central } 2\sqrt{2} \sigma$$

3. Calcular una matriz  $H$  de tamaño  $W \times W$ , con los valores de la ecuación  $\nabla^2 G$  para los distintos valores  $x-y$ :

$$x, y = -\text{Entero}\left[\frac{W}{2}\right], \dots, -1, 0, 1, \dots, \text{Entero}\left[\frac{W}{2}\right]$$

4. Calcular el operador  $H_{LoG}$ , máscara Laplaciana de la Gaussiana, restando por la media para que la suma de sus valores sea 0:

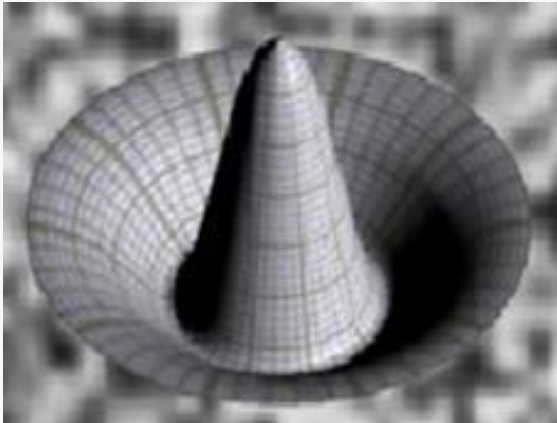
$$H_{LoG} = H - \bar{H}$$

TEMA 4.- Detección de bordes

- 4.1. Introducción
- 4.2. Operadores primera derivada
- 4.3. Operadores segunda derivada
  - 4.3.1. Operador Laplaciana
  - 4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana
- 4.4. Extracción de esquinas

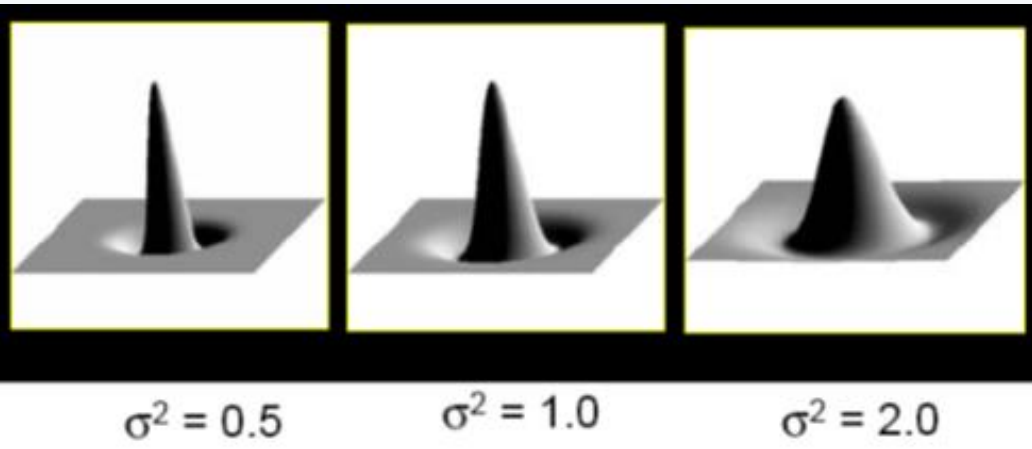
Operador Laplaciana de la Gaussiana

→ Operador “Sombrero Mejicano”



$$H_{LoG} (\sigma = 2 \rightarrow W = 17)$$

0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0
0	0	-1	-1	-1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-1	-1	-1	0	0
0	0	-1	-1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-1	-1	0	0
0	-1	-1	-2	-3	-3	-3	-2	-3	-2	-3	-3	-3	-2	-1	-1	0
0	-1	-2	-3	-3	-3	0	2	4	2	0	-3	-3	-3	-2	-1	0
-1	-1	-3	-3	-3	0	4	10	12	10	4	0	-3	-3	-3	-1	-1
-1	-1	-3	-3	-2	2	10	18	21	18	10	2	-2	-3	-3	-1	-1
-1	-1	-3	-3	-3	4	12	21	24	21	12	4	-3	-3	-3	-1	-1
-1	-1	-3	-3	-2	2	10	18	21	18	10	2	-2	-3	-3	-1	-1
-1	-1	-3	-3	-3	0	4	10	12	10	4	0	-3	-3	-3	-1	-1
0	-1	-2	-3	-3	-3	0	2	4	2	0	-3	-3	-3	-2	-1	0
0	-1	-1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-1	-1	0
0	0	-1	-1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-1	-1	0	0
0	0	-1	-1	-1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-1	-1	-1	0	0
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0



**TEMA 4.- Detección de bordes**

- 4.1. Introducción
- 4.2. Operadores primera derivada
- 4.3. Operadores segunda derivada**
  - 4.3.1. Operador Laplaciana
  - 4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana**
- 4.4. Extracción de esquinas

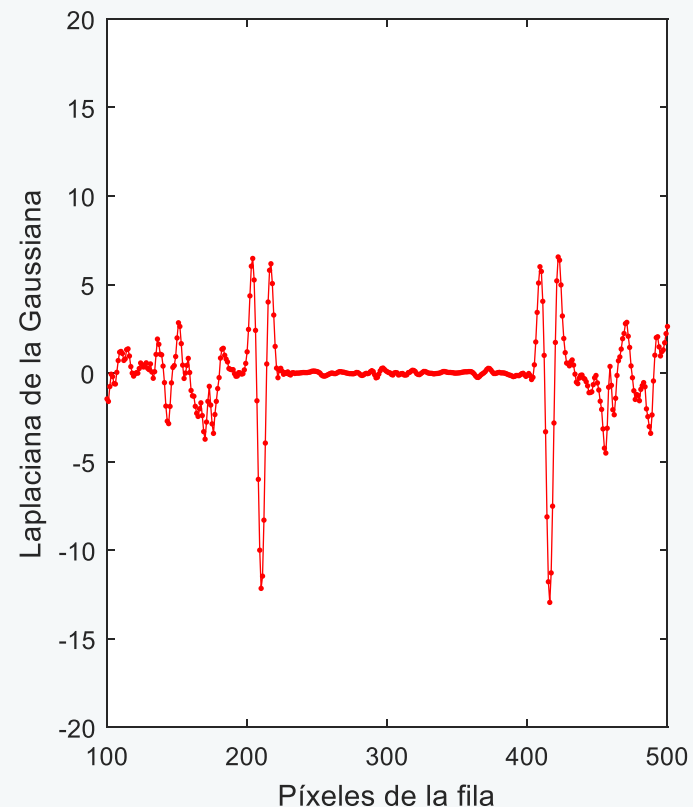
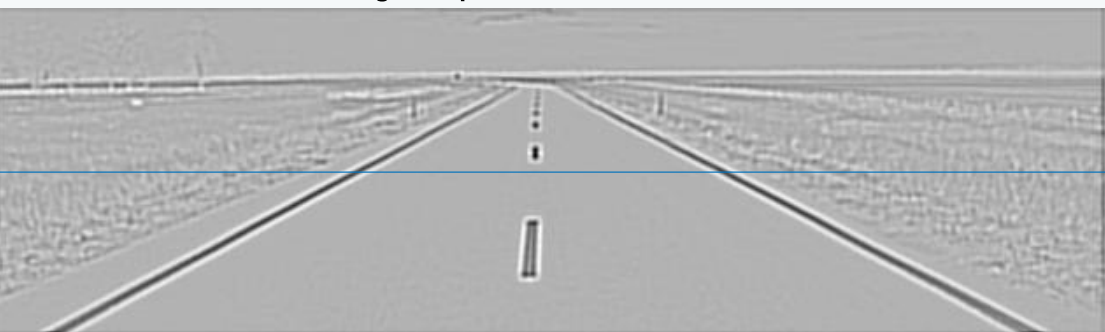
**EJEMPLO DE APLICACIÓN DETECTOR DE BORDES  
LAPLACIANA DE LA GAUSSIANA**

1. *Convolución la imagen con la Laplaciana de la Gaussiana:*

$$f_{LoG}(x, y) = f(x, y) * H_{LoG}$$



Imagen Laplaciana de la Gaussiana



## TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

4.2. Operadores primera derivada

4.3. Operadores segunda derivada

4.3.1. Operador Laplaciana

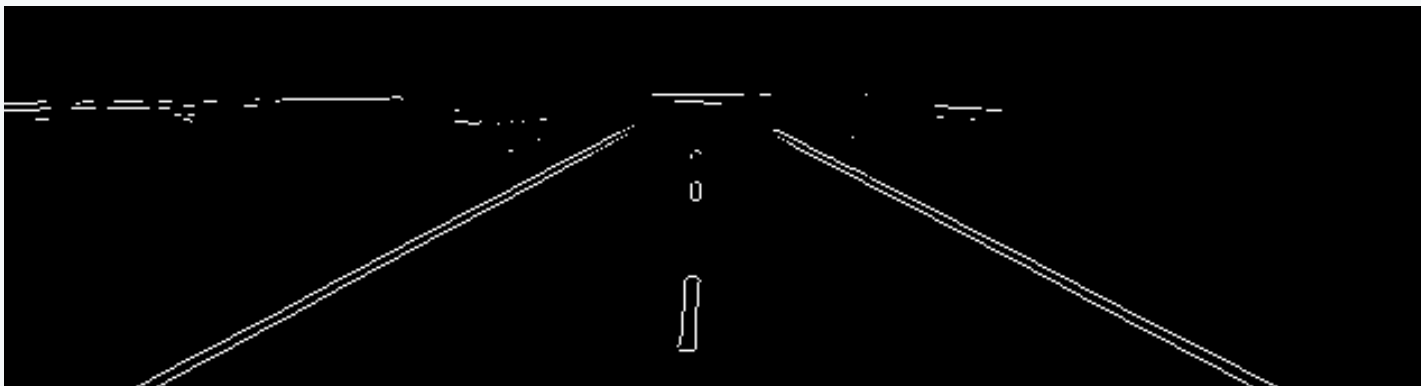
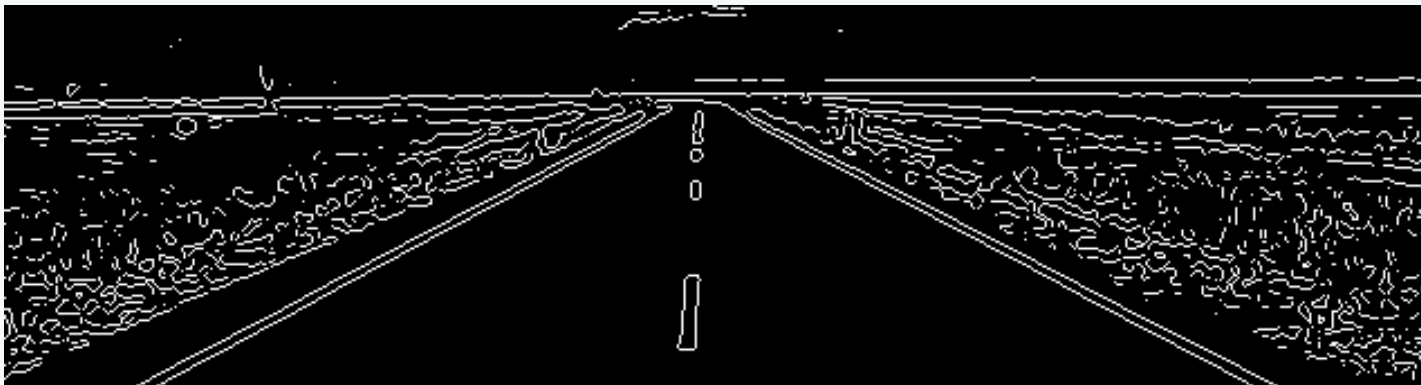
4.3.2. Operador Laplaciana  
de la Gaussiana

4.4. Extracción de esquinas

## EJEMPLO DE APLICACIÓN DETECTOR DE BORDES LAPLACIANA DE LA GAUSSIANA

### 2. Sistema de detección de cruces por cero:

Efecto del umbral aplicado a las  
amplitudes de los cambios de signo  
detectados



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

## TEMA 4.- Detección de bordes

### 4.1. Introducción

#### 4.1.1. Definición de bordes

#### 4.1.2. Pasos en la detección de bordes

#### 4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes

### 4.2. Operadores primera derivada

#### 4.2.1. Gradiente de una imagen

#### 4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch

#### 4.2.3. Detector de bordes de Canny

### 4.3. Operadores segunda derivada

#### 4.3.1. Operador Laplaciana

#### 4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana

### 4.4. Extracción de esquinas

#### TEMA 4.- Detección de bordes

4.1. Introducción

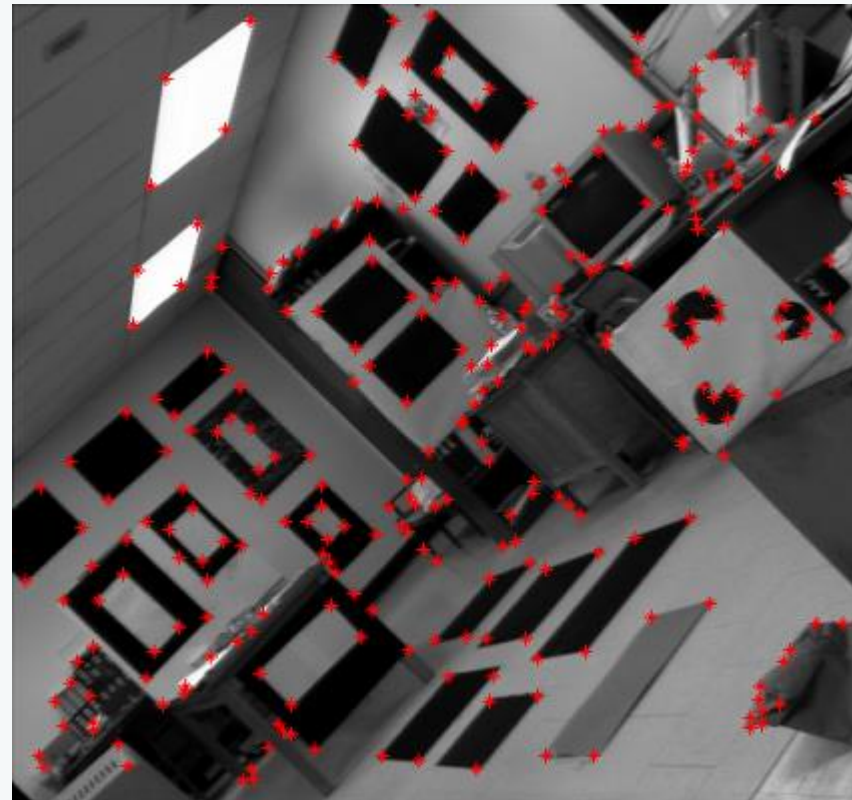
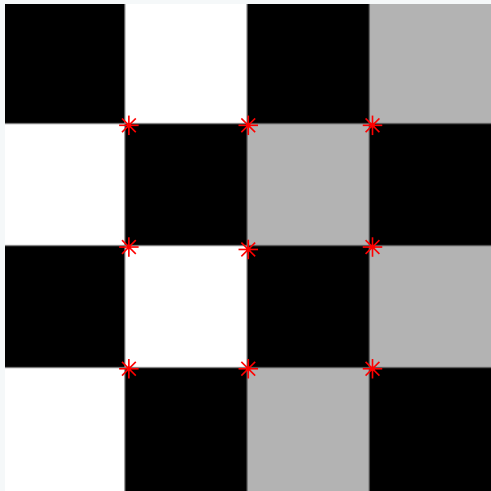
4.2. Operadores primera derivada

4.3. Operadores segunda derivada

4.4. Extracción de esquinas

#### Extracción de esquinas

- **Punto de esquina:** puntos de borde para los que la curvatura varía de forma rápida
- **Métodos basados en derivadas de primer** (respuesta elevada al gradiente horizontal y vertical al mismo tiempo) **y segundo orden** (variación significativa en la dirección del gradiente).





Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
4.1. Introducción
4.2. Operadores primera derivada
4.3. Operadores segunda derivada
<b>4.4. Extracción de esquinas</b>

## Extracción de esquinas

### Detector de esquinas de Kitchen y Rosenfeld (1982):

- ❑ Para cada píxel, se mide una magnitud que refleje la razón de cambio de la dirección del gradiente (E) (expresadas a partir de derivadas de segundo orden).
- ❑ Una esquina se declara como si E supera a un umbral determinado:

$$E = \frac{f_{xx}f_y^2 + f_{yy}f_x^2 - 2f_{xy}f_xf_y}{(f_x^2 + f_y^2)^{3/2}} \geq U$$

→  $U$ : umbral utilizado para determinar si el punto bajo consideración es o no un punto de esquina.

→  $f_x$  y  $f_y$ : primeras derivadas en la dirección x e y respectivamente para la función de intensidad de la imagen  $f(x,y)$  en el píxel de la imagen  $(x,y)$ .

→  $f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}$ : segundas derivadas .

$$f_x \equiv \frac{\partial f}{\partial x}, \quad f_y \equiv \frac{\partial f}{\partial y}, \quad f_{xx} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right), \quad f_{yy} \equiv \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right), \quad f_{xy} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

→ Las primeras derivadas pueden calcularse por convolución con los núcleos siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial x} \equiv \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial}{\partial y} \equiv \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
4.1. Introducción
4.2. Operadores primera derivada
4.3. Operadores segunda derivada
<b>4.4. Extracción de esquinas</b>

- *Detector de esquinas de Tomasi y Kanade (1991)* (evita el cálculo de segundas derivadas)
- Consiste en determinar qué zonas de la imagen tienen una respuesta elevada al gradiente horizontal y vertical al mismo tiempo.

Para cada píxel  $p(x,y)$  en la imagen original, y teniendo en cuenta una ventana cuadrada  $W$  de dimensión  $(2N+1) \times (2N+1)$  ( $N = 1, 2, \dots$ ) (normalmente  $N=1 \Rightarrow$  dimensión  $3 \times 3$  o  $N=2 \Rightarrow$  dimensión  $5 \times 5$ ):

1. Calcular  $f_x$  y  $f_y$ .
2. Calcular las tres cantidades:  $f_x^2$ ,  $f_y^2$  y  $f_x f_y$ .
3. Para el entorno de vecindad  $W$  del píxel  $p$ , determinar la matriz:  $C(p) = \begin{bmatrix} \sum_W f_x^2 & \sum_W f_x f_y \\ \sum_W f_x f_y & \sum_W f_y^2 \end{bmatrix}$
4. Evaluar los autovalores  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  de la matriz: al ser simétrica y semidefinida positiva, es diagonalizable a una matriz de la forma:

$$D[C(p)] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \lambda_1 = 0$  y  $\lambda_2 = 0$ , estamos en una región plana (niveles de gris de la imagen constantes).

$\Rightarrow \lambda_1 = 0$  y  $\lambda_2 > 0$  (por encima de un determinado umbral) o viceversa, estamos en una frontera.

$\Rightarrow \lambda_1 > 0$  y  $\lambda_2 > 0$  (el menor de ellos por encima de un determinado umbral), estamos en una esquina.

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
4.1. Introducción
4.2. Operadores primera derivada
4.3. Operadores segunda derivada
<b>4.4. Extracción de esquinas</b>

➤ *Detector de esquinas de Tomasi y Kanade: algoritmo*

La entrada está formada por la imagen  $f(x,y)$ , el umbral para el menor autovalor de la matriz  $C(p)$ ,  $\tau$ , y una ventana cuadrada  $(2N+1) \times (2N+1)$ .

- ⇒ Calcular el gradiente de la imagen  $f(x,y)$ ,  $f_x$  y  $f_y$ , y las cantidades  $f_x^2$ ,  $f_y^2$  y  $f_x f_y$ .
- ⇒ Para cada punto  $p$ :
  - ✓ Calcular la matriz  $C(p)$  para la ventana considerada.
  - ✓ Calcular  $\lambda_{<}$ , el menor autovalor de  $C(p)$ .
  - ✓ Si  $\lambda_{<} > \tau$  salvar las coordenadas de  $p$  en un conjunto que notaremos  $L$ .
- ⇒ Ordenar los elementos de  $L$  en orden decreciente de  $\lambda_{<}$ .
- ⇒ Para cada píxel en  $L$  borrar todos sus vecinos que aparezcan en  $L$ .

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

<b>TEMA 4.- Detección de bordes</b>
4.1. Introducción
4.1.1. Definición de bordes
4.1.2. Pasos en la detección de bordes
4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes
4.2. Operadores primera derivada
4.2.1. Gradiente de una imagen
4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch
4.2.3. Detector de bordes de Canny
4.3. Operadores segunda derivada
4.3.1. Operador Laplaciana
4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana
4.4. Extracción de esquinas

## FUENTES Y REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### LIBROS

**Pajares G., de la Cruz J.M. , Visión por Computador: Imágenes digitales y aplicaciones, Ra-Ma, Año: 2001**

**González J., Visión por Computador, Paraninfo, 1999**

**Escalera A., Visión por Computador: Fundamentos y Métodos Prentice Hall, 2000**

### ARTÍCULOS

**Canny, J.; “A computational approach to edge detection”, IEEE Trans. on PAMI, 8(6): 344-371, 1986**

**Marr, D. and Hildreth, E.; “Theory of edge detection”, Proc. of the Royal Society of London, Series B, vol. 207: 187-217, 1980**

**Kirsch, R. "Computer determination of the constituent structure of biological images". Computers and Biomedical Research. 4: 315–328, 1971**

**Kitchen, P.W. and Rosenfeld, A.; “Grey-level corner detection”. Pattern Recognition Letters, 1, 95-102, 1982**

**Tomasi T. and Kanade T. Detection and Tracking of Point Features. Carnegie Mellon University Technical Report CMU-CS-91-132, April 1991**

## TEMA 4.- DETECCIÓN DE BORDES (VISIÓN POR COMPUTADOR)

1. CONTEXTO
2. INTRODUCCIÓN
3. OPERADORES PRIMERA DERIVADA
4. OPERADORES SEGUNDA DERIVADA
5. EXTRACCIÓN DE ESQUINAS
6. APLICACIÓN

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

### TEMARIO DE VISIÓN POR COMPUTADOR

- ❑ TEMA 1 – INTRODUCCIÓN A LA VISIÓN POR COMPUTADOR
- ❑ TEMA 2 – FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES
- ❑ TEMA 3 – PROCESAMIENTO DE IMÁGENES: REALCE Y SUAVIZADO
- ❑ **TEMA 4 – DETECCIÓN DE BORDES**
- ❑ TEMA 5 – SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES
- ❑ TEMA 6 – INTRODUCCIÓN A LA DESCRIPCIÓN Y RECONOCIMIENTO DE OBJETOS

### OBJETIVOS:

- Conocer los fundamentos y saber implementar detectores de bordes basados en primera y segunda derivada.

### TEMA 4.- Detección de bordes

#### Contenido teórico:

- 4.1. Introducción
  - 4.1.1. Definición de bordes
  - 4.1.2. Pasos en la detección de bordes
  - 4.1.3. Concepto de derivada en la extracción de bordes
- 4.2. Operadores primera derivada
  - 4.2.1. Gradiente de una imagen
  - 4.2.2. Operador de Roberts, Prewitt, Sobel, máscaras de Kirsch
  - 4.2.3. Detector de bordes de Canny
- 4.3. Operadores segunda derivada
  - 4.3.1. Operador Laplaciana
  - 4.3.2. Operador Laplaciana de la Gaussiana
- 4.4. Extracción de esquinas

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

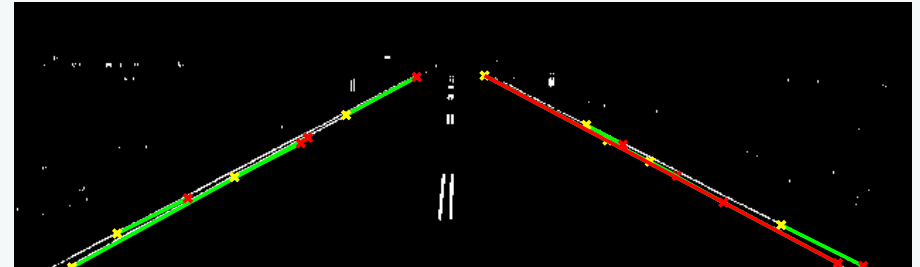
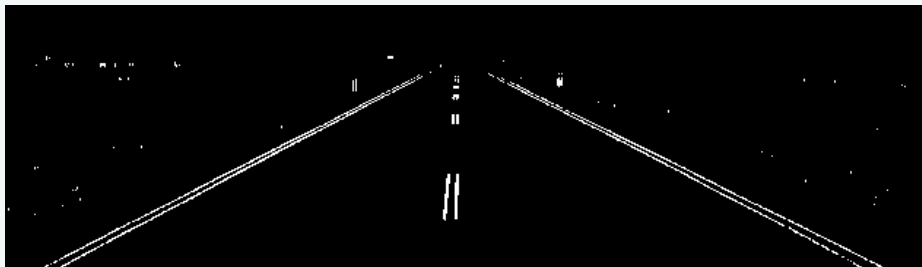
### TEMARIO DE VISIÓN POR COMPUTADOR

- ❑ TEMA 1 – INTRODUCCIÓN A LA VISIÓN POR COMPUTADOR
- ❑ TEMA 2 – FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES
- ❑ TEMA 3 – PROCESAMIENTO DE IMÁGENES: REALCE Y SUAVIZADO
- ❑ **TEMA 4 – DETECCIÓN DE BORDES**
- ❑ **TEMA 5 – SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES**
- ❑ TEMA 6 – INTRODUCCIÓN A LA DESCRIPCIÓN Y RECONOCIMIENTO DE OBJETOS

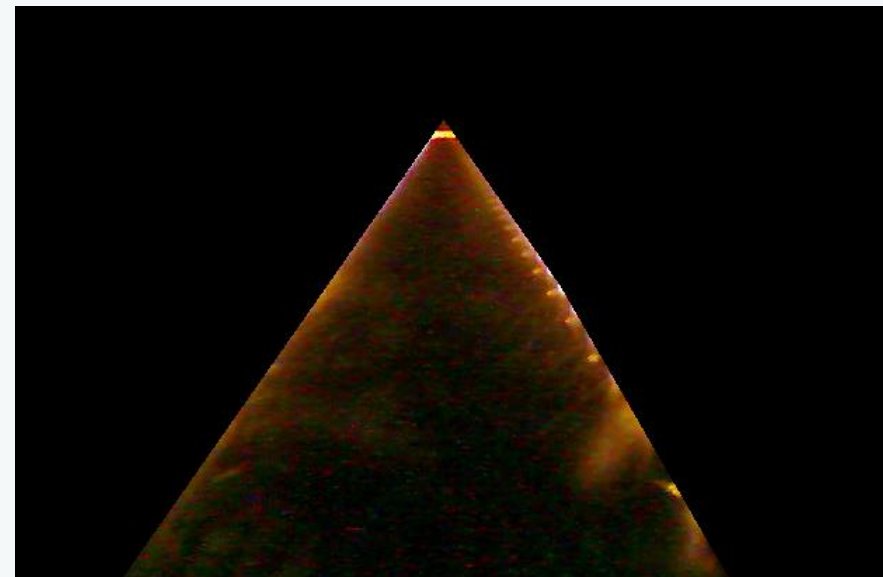
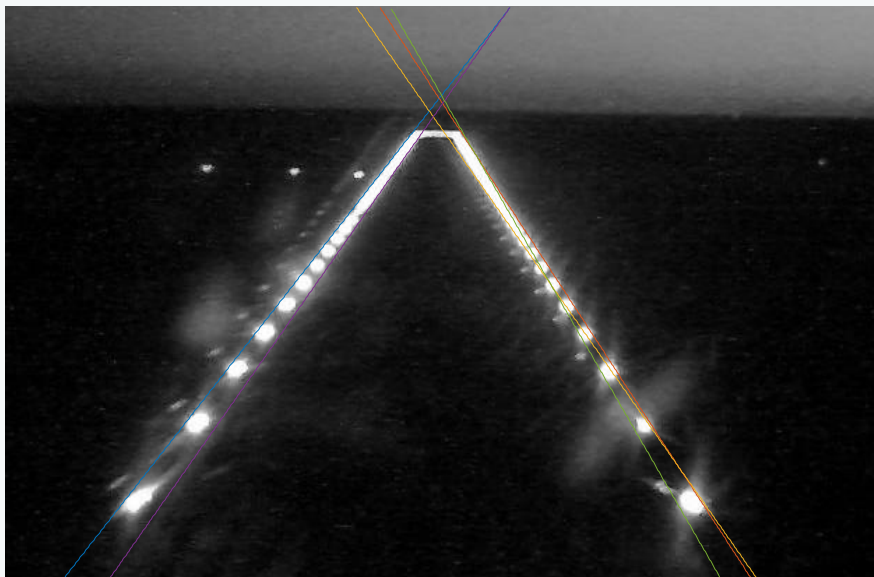
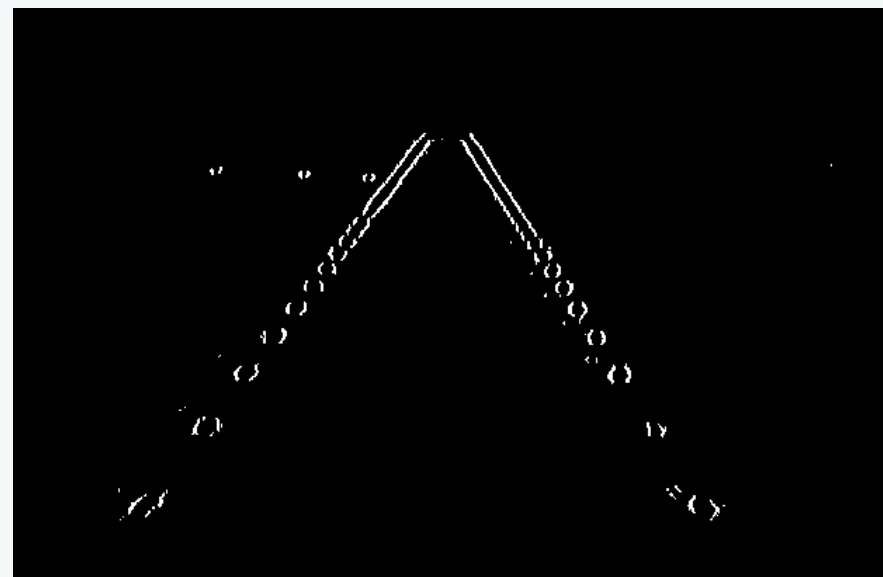
### TEMA 5.- Segmentación de imágenes

- 5.1. Segmentación basada en la detección de bordes
  - 5.1.1. Transformada de Hough
- 5.2. Segmentación mediante umbralización
- 5.3. Segmentación basada en regiones

Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------



Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------





Tema 4 (VC) Detección de Bordes	Contexto	Introducción	Operadores Primera Derivada	Operadores Segunda Derivada	Extracción de esquinas	Aplicación
------------------------------------	----------	--------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------	------------

