

TEMA 2

- FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES -

2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

2.2.- Modelos de color

2.3.- Relaciones básicas entre píxeles: vecindad, conectividad y concepto de distancia

2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

TEMA 2

– FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES –

2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

2.2.- Modelos de color

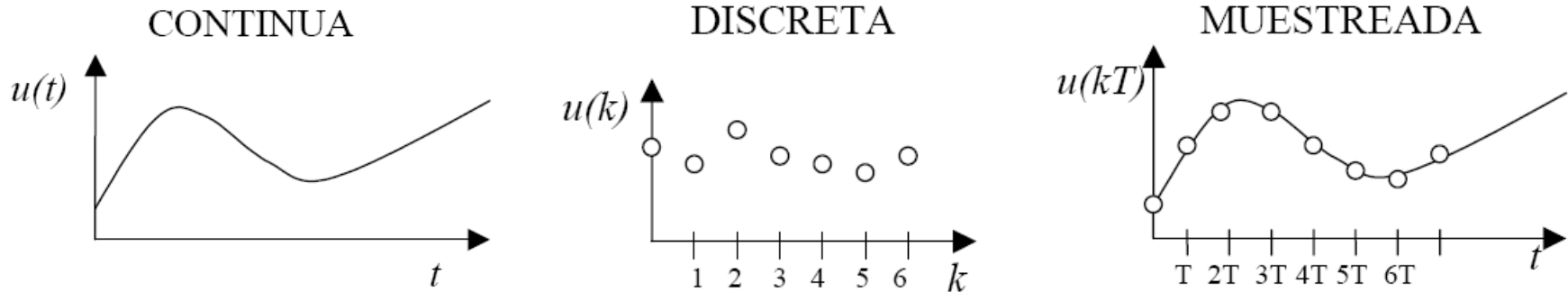
2.3.- Relaciones básicas entre píxeles: vecindad, conectividad y concepto de distancia

2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

Introducción: Breves nociones muestreo y conversión analógico/digital de señales

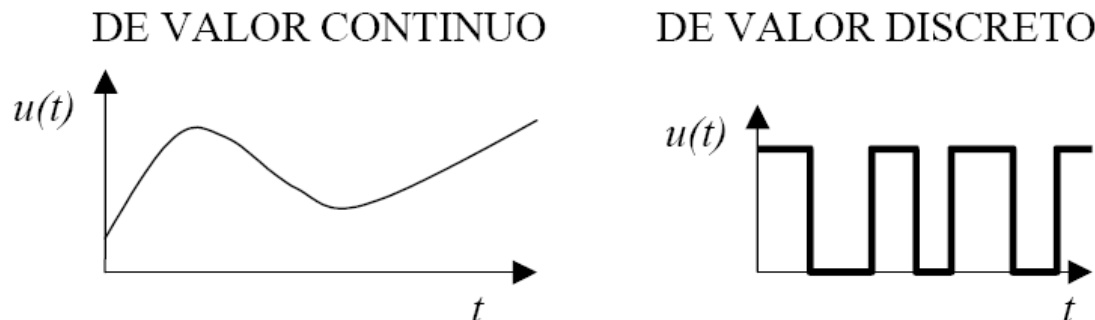
SEÑALES: Clasificación

➤ De tiempo continuo (continuas) / de tiempo discreto (discretas).



➤ De valor continuo / de valor discreto (digitales, binarias).

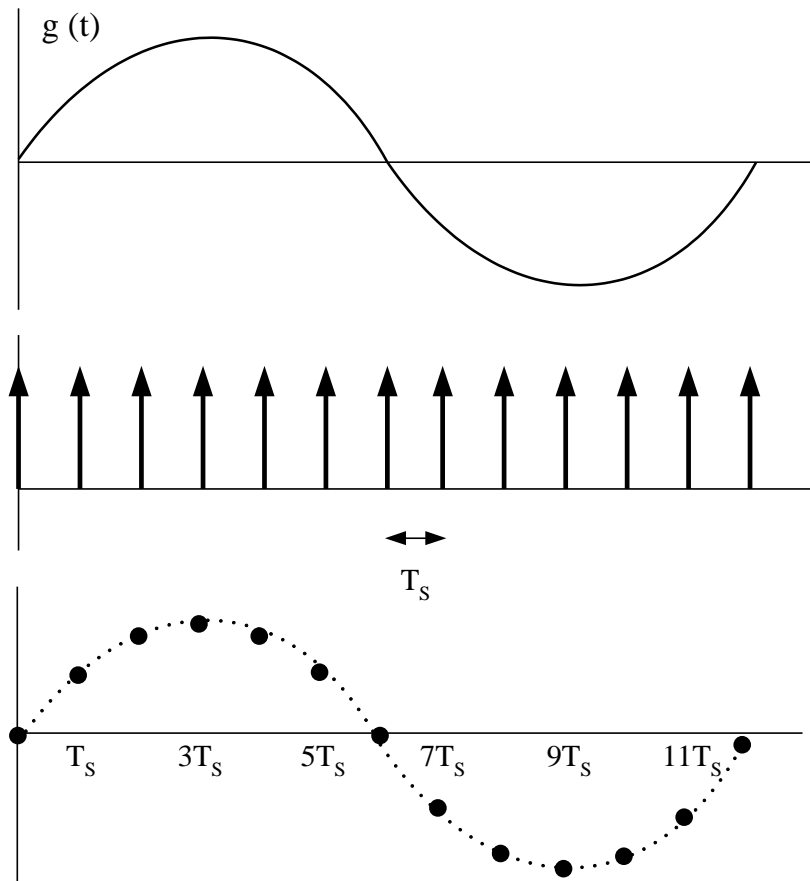
- Las de valor continuo pueden tomar cualquier valor (dentro de un rango). Ej. tensión en circuito, nivel de depósito...
- Las de valor discreto sólo pueden tomar una serie de valores discretos. Ejemplos: alumnos matriculados (número entero), señal digital (cuantificación, codificación \Rightarrow señal binaria).



Introducción: Breves nociones muestreo y conversión analógico/digital de señales

MUESTREO Y CONVERSIÓN ANALÓGICO-DIGITAL

MUESTREO DE UNA SEÑAL: \Rightarrow Una señal analógica se convierte en una señal discreta en el tiempo



Función de Muestreo Ideal o Peine de Dirac

$$\delta_{T_S}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_S)$$

$T_S \equiv$ Periodo de Muestreo

$$f_S = \frac{1}{T_S} \equiv \text{Frecuencia o Razón de Muestreo} \quad (\omega_S = 2\pi f_S)$$

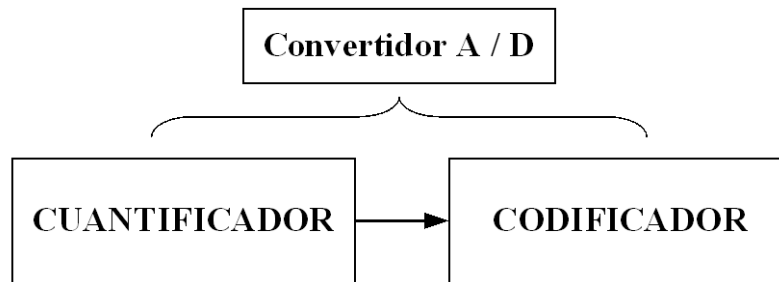
Señal Muestreada Ideal

$$g_{\delta}(t) = g(t) \delta_{T_S}(t) = \{g(nT_S)\}$$

Introducción: Breves nociones muestreo y conversión analógico/digital de señales

MUESTREO Y CONVERSIÓN ANALÓGICO-DIGITAL

CONVERSIÓN ANALÓGICO/DIGITAL (Digitalización de Señales Analógicas)

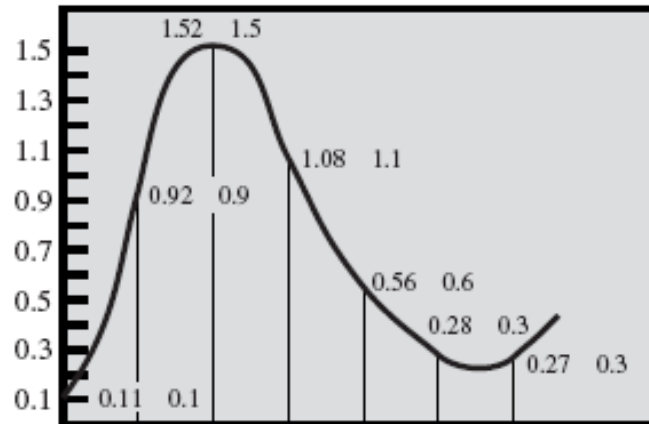


PROCESO DE CUANTIFICACIÓN: conversión de una muestra analógica a una forma digital (discreta en amplitud) → se redondea la amplitud de la muestra al más cercano de un conjunto de valores disponibles.

PROCESO DE CODIFICACIÓN: conversión de los niveles de codificación por medio de un código.

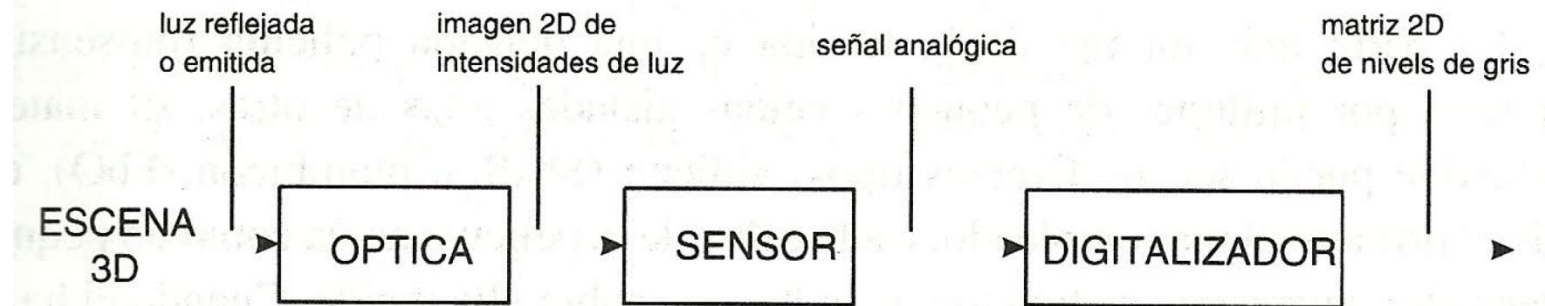
Ejemplo:

- 16 niveles de cuantización.
- Código Binario (palabras de 4 bits mínimo).
- Muestra de Valor 0.92: → 0.9 → Nivel 9: 1001

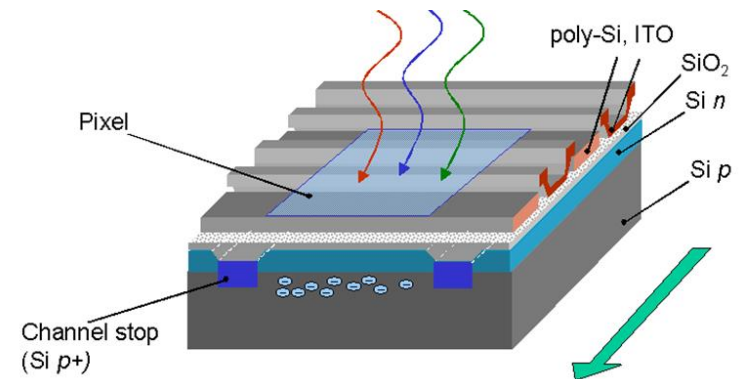
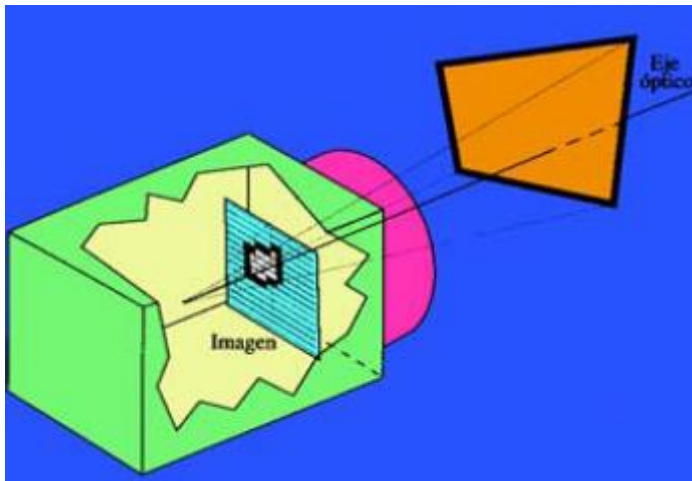


Digit	Binary Equivalent
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

PROCESO DE ADQUISICIÓN DE IMÁGENES



1. Los rayos de luz provenientes de los objetos del entorno (escena 3D) pasan a través de una óptica, que concentra los rayos un sensor visual.
2. El sensor capta la intensidad luminosa de los rayos de la escena encuadrada, dando lugar a una imagen bidimensional de intensidades de luz.
3. La señal de salida del sensor, normalmente analógica, es muestreada y cuantificada, dando lugar a una imagen digital.



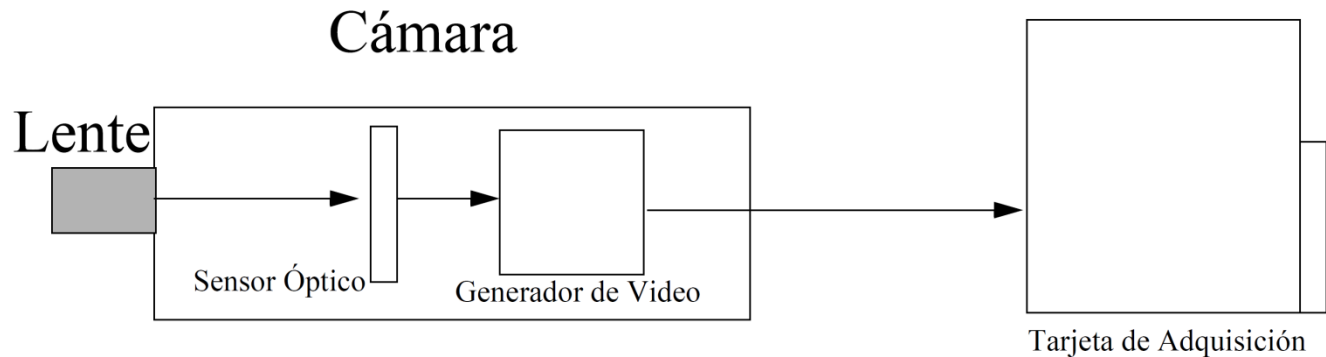
Ejemplo: Sensor CCD (*Charge Coupled Device*).

TEMA 2 – FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES

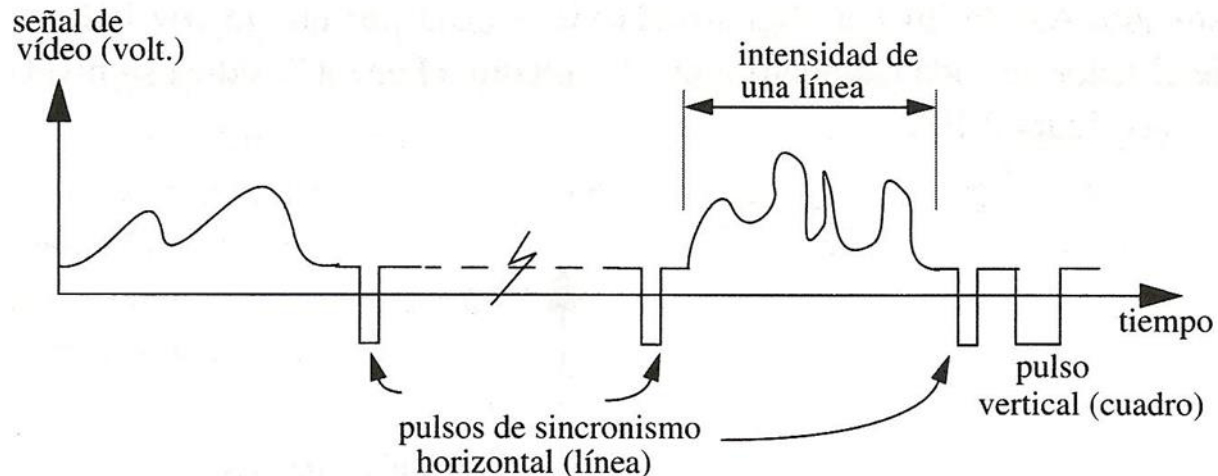
2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

➤ Digitalización de Imágenes :

⇒ **Digitalizador:** dispositivo que recibe la señal eléctrica transmitida por la cámara (señal de video) y la convierte en forma digital (proceso de muestreo y cuantificación).

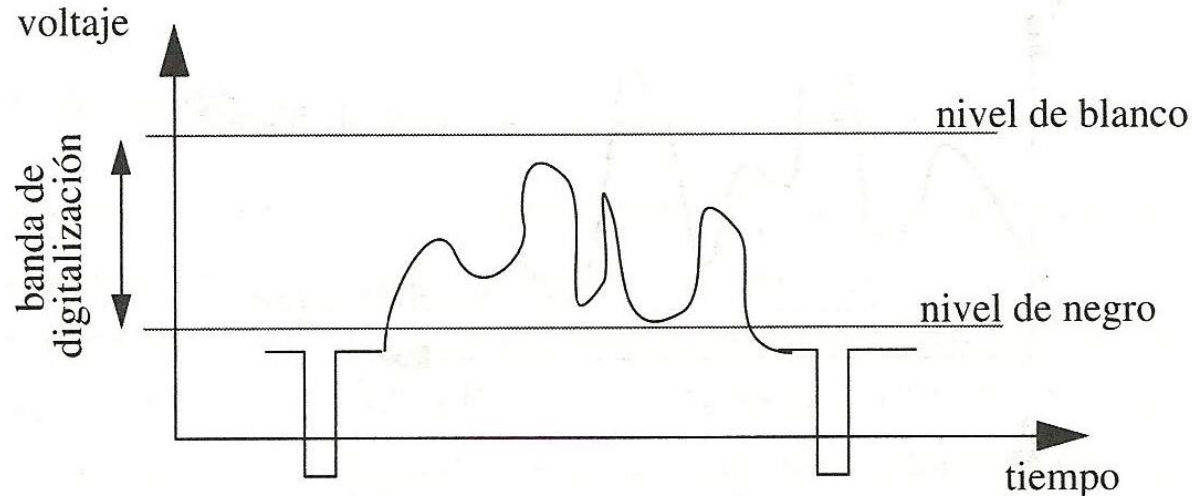


⇒ **Señal de Video:** señal analógica proporcionada por una cámara de video o televisión que se ajusta a alguno de los estándares existentes (Estados Unidos y Japón, NTSC ; En Europa, son PAL y CCIR).



Digitalización de la señal de video: ajuste de ganancia y desplazamiento u offset

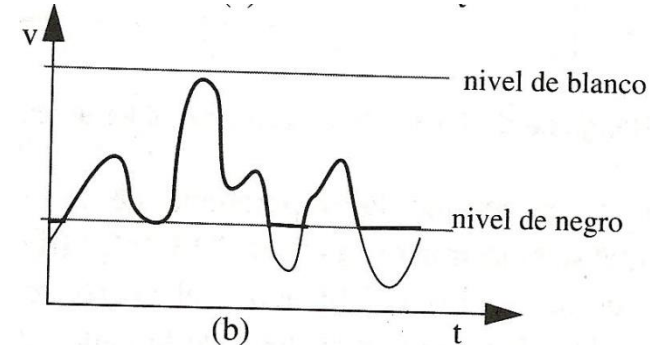
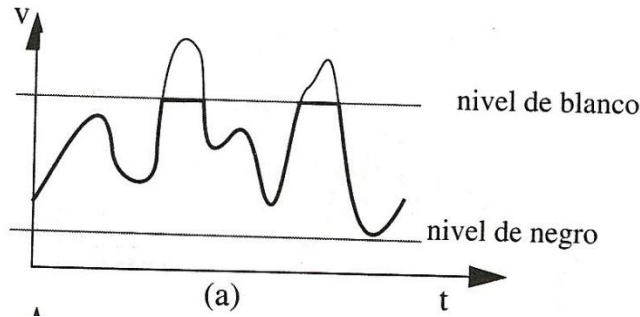
- **Parámetros característicos de un Convertidor Analógico/Digital que permiten ajustar el rango de digitalización de la señal de video: *ajuste de ganancia y desplazamiento u offset*.**



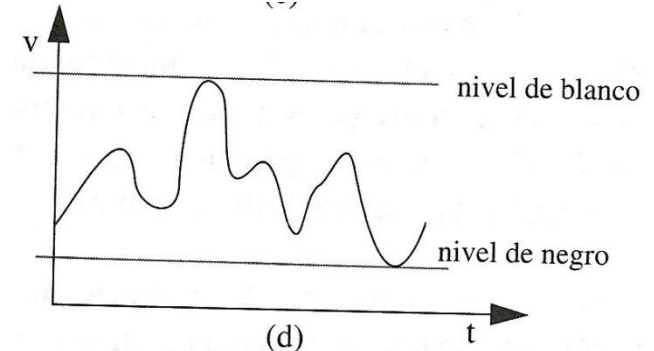
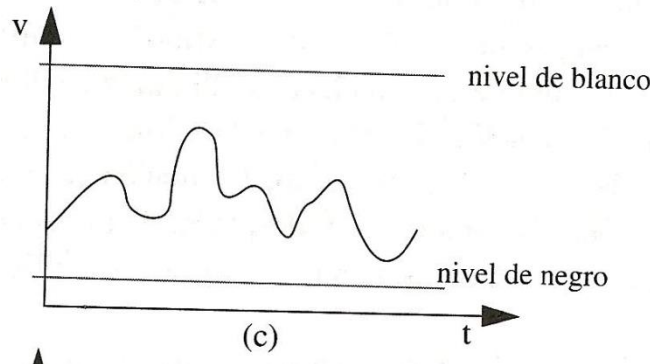
- ⇒ **Ajuste del desplazamiento u offset: ajuste el voltaje mínimo o nivel de negro, sumando una señal continua a la señal de video.**
- Equivale a actuar sobre el brillo de la imagen (nivel medio de los niveles de grises).
- ⇒ **Ajuste de ganancia: permite ajustar el rango dinámico de la señal de video a la banda de digitalización, actuando sobre la ganancia de un amplificador.**
- Equivale a modificar el contraste de la imagen (desviación media de los niveles de grises sobre el brillo).

Digitalización de la señal de video: ajuste de ganancia y desplazamiento u offset

- **Desplazamiento u offset:** Una incorrecta sintonización del desplazamiento provoca situaciones de saturación del blanco y el negro (imágenes a y b): **en ambos casos, la parte de la señal que queda fuera de la banda del digitalizador se pierde completamente, asignándoles el valor máximo o mínimo de la escala.**



- **Ajuste de ganancia:** Una incorrecta sintonización de la ganancia provoca que la señal sea cuantificada con una porción limitada de los valores disponibles de niveles de grises (imagen c): **la imagen resultante tendrá poco contraste.**



- **Por tanto, una correcta sintonización de estos parámetros (imagen d) es fundamental ya que la información perdida por una incorrecta digitalización no puede recuperarse mediante técnicas de procesamiento de imágenes.**

IMÁGENES DIGITALES: muestreo y cuantificación

- Proceso de conversión a digital de la señal analógica transmitida por la cámara. Se realiza un muestreo o digitalización de las coordenadas espaciales y una cuantificación o digitalización en niveles de gris.

1. Digitalización espacial: (*muestreo en el espacio*)

⇒ La digitalización de las coordenadas espaciales (x,y) está asociada al concepto de muestreo (conversión que sufren las dos dimensiones espaciales de la señal analógica, y que genera la noción de píxel).

⇒ La imagen que ha de ser tratada por el computador se presenta digitalizada espacialmente en forma de matriz bidimensional con una resolución de MxN elementos.

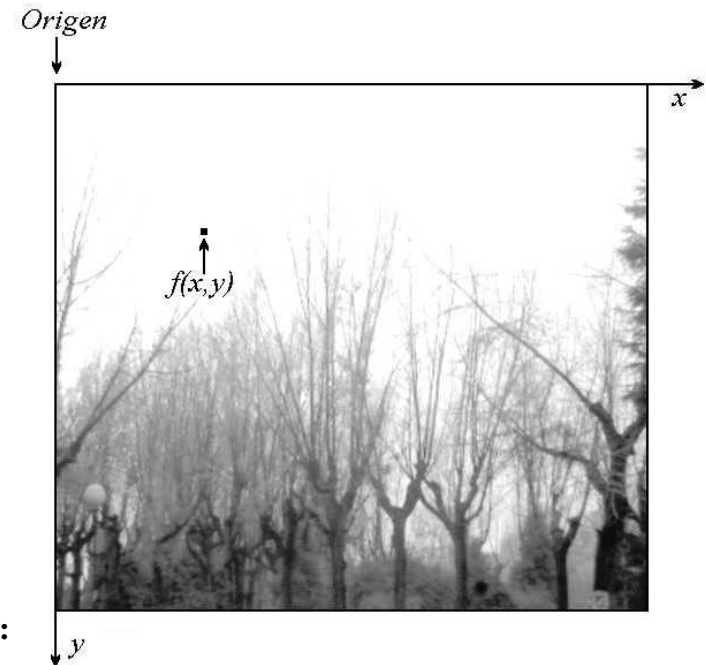
⇒ Cada elemento de la matriz se denomina píxel (picture element), y su valor $f(x,y)$ indica la intensidad o nivel de gris de la imagen en ese punto (x,y).

$$\begin{pmatrix} f(0,0) & f(1,0) & \dots & f(M-2,0) & f(M-1,0) \\ f(0,1) & f(1,1) & \dots & f(M-2,1) & f(M-1,1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ f(0,N-2) & f(1,N-2) & \dots & f(M-2,N-2) & f(M-1,N-2) \\ f(0,N-1) & f(1,N-1) & \dots & f(M-2,N-1) & f(M-1,N-1) \end{pmatrix}$$

Imagen muestreada espacialmente:

$(x_0 + x \Delta x, y_0 + y \Delta y)$ con $x = 0, 1, \dots, M-1$, $y = 0, 1, \dots, N-1$

Convención de ejes utilizada para la representación de imágenes digitales:



IMÁGENES DIGITALES: muestreo y cuantificación

2. Digitalización de la amplitud (*cuantificación discreta del valor de la amplitud, nivel de gris, en cada punto muestreado*)

⇒ Está asociada al concepto de cuantificación (conversión que sufre la amplitud de la señal analógica, y que genera el concepto de nivel de gris o intensidad).

⇒ Los valores de intensidad o nivel de gris se cuantifican en L niveles discretos: $f(x,y) \rightarrow 0, 1, \dots, L-1$.

⇒ Para codificar L niveles se necesitan n bits para su codificación ($L \leq 2^n$). Normalmente se tendrán 256 niveles de gris ($L = 256$) en el rango 0 (negro absoluto) – 255 (blanco absoluto), es decir, se necesitan 8 bits ($n = 8$) para su codificación.

➤ Ejemplo: La siguiente imagen presenta una digitalización espacial con resolución de 120x120 píxeles y con niveles de gris en el rango 0-255. ¿Cuántos bits se requieren para almacenar la imagen en un computador?



→ La imagen se almacena como una matriz de 120x120 elementos (n° total de muestras), cada uno conteniendo el nivel de gris correspondiente a esa coordenada espacial, cuyo valor se encuentra en el rango 0-255 ⇒ se necesitan 8 bits para almacenar el nivel de gris de cada píxel).

→ Se necesitan 120x120x8 bits.

$$\begin{pmatrix} f(0,0) & f(1,0) & \dots & f(118,0) & f(119,0) \\ f(0,1) & f(1,1) & \dots & f(118,1) & f(119,1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ f(0,118) & f(1,118) & \dots & f(118,118) & f(119,118) \\ f(0,119) & f(1,119) & \dots & f(118,119) & f(119,119) \end{pmatrix}$$

IMÁGENES DIGITALES: muestreo y cuantificación

- Por lo tanto, las características de digitalización de una imagen vienen dada por la expresión: $M \times N \times n$
 - ⇒ $M \times N$: resolución espacial ó tamaño de la imagen (número de píxeles).
 - ⇒ n : resolución en amplitud o número de bits empleados en la codificación.
 - El número de bits utilizados en la digitalización suele ser de 8 (1 byte) para imágenes monocromo, y de 24 bits (3 bytes) para imágenes color.
- Ejemplo *resolución espacial*: dependerá del número de píxeles del dispositivo $M \times N$



4 representaciones de la misma imagen con variación en el número de píxeles utilizados: 200x320 ; 100x160 ; 50x80 ; 25x40

El rango de niveles de intensidad es el mismo en las cuatro imágenes: 0-128

IMÁGENES DIGITALES: muestreo y cuantificación

➤ *Ejemplo resolución en amplitud:* dependerá del número de niveles de gris L utilizados.



4 representaciones de la misma imagen con variación en el número de niveles de gris utilizados:

64 ; 32 ; 8 ; 2

En todos los casos la resolución espacial es de 200x320 píxeles

TEMA 2

– FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES –

2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

2.2.- Modelos de color

2.3.- Relaciones básicas entre píxeles: vecindad, conectividad y concepto de distancia

2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

Imágenes color en aplicaciones de visión artificial

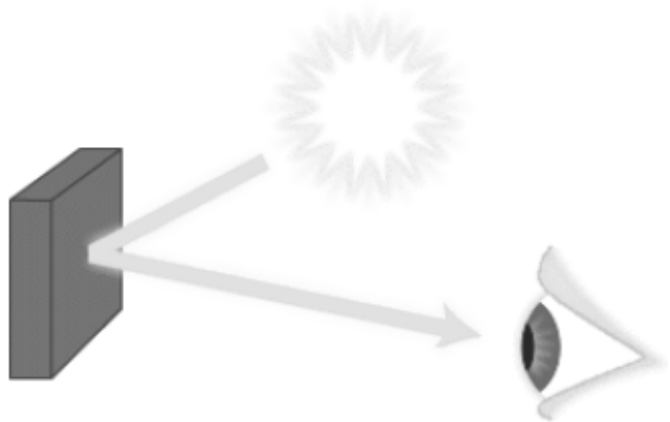
- **Los sistemas basados en color son menos utilizados que aquellos que emplean imágenes monocromo:**
 - ⇒ **Mayor volumen de datos (normalmente, 3 veces más)**
 - ⇒ **Encarecimiento del sistema (tanto de la cámara como del digitalizador).**
 - ⇒ **En muchas ocasiones, no aporta información relevante (Ej. Reconocimiento de un rostro o un modelo de un coche).**
- **Justificación uso del color en el procesamiento de imágenes:**
 - ⇒ **En aplicaciones donde los niveles de grises no son suficientes para solventar problemas que involucran directamente el color de los objetos (Ej. Clasificación de una determinada fruta en verdes y maduras).**
 - ⇒ **El color es un potente descriptor que puede simplificar la identificación y extracción de objetos en una escena.**

Fundamentos del color

➤ Básicamente, los colores que las personas perciben en un objeto están determinados por la naturaleza de la luz reflejada por el objeto:

⇒ Un cuerpo que refleja luz de todas las longitudes de onda λ se muestra blanco al observador.

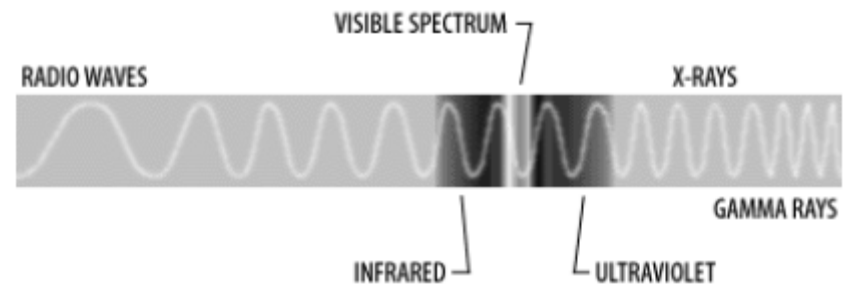
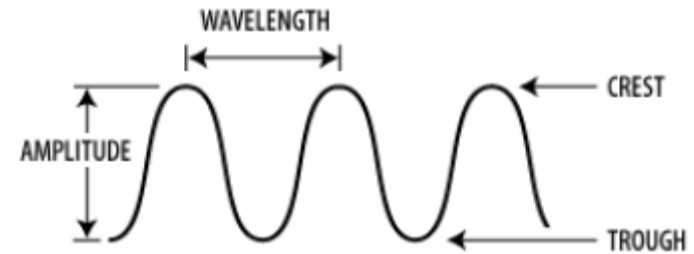
⇒ Un cuerpo que favorece la reflectancia en un rango limitado de λ en el espectro visible exhibe un determinado color (un objeto verde refleja luz con longitudes de onda en el rango 500-570 nm).



Luz como onda

Espectro electromagnético

Espectro visible (desde el violeta a 380 nm, hasta el rojo a 780 nm)



Fuente de luz emite radiación con diferentes λ .

El objeto refleja otra distribución de λ .

Los fotorreceptores del ojo son sensibles a determinadas distribuciones.

Los estímulos se envían al cerebro y se percibe el color.

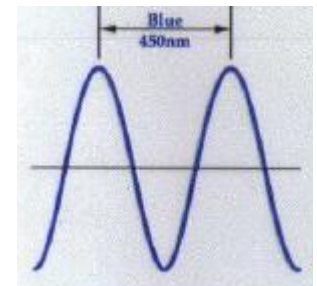
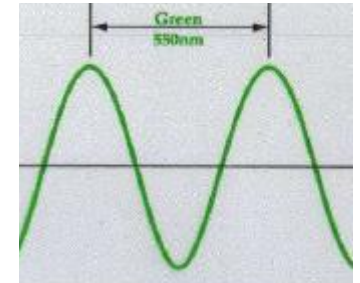
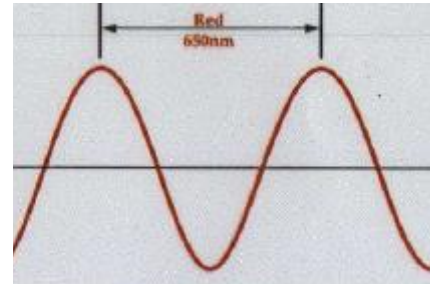


Visión humana

➤ **Percepción física del color por parte del ojo humano:** los colores son vistos como combinaciones variables de los tres colores primarios: rojo (R), verde (G) y azul (B).

⇒ La retina contiene dos tipos de receptores:

- **Bastones:** no son sensibles al color únicamente a las intensidades luminosas.
- **Conos:** son los responsables de la percepción del color, existiendo conos sensibles al rojo, verde y azul (⇒ el color que percibe el ser humano es una combinación de tres estímulos distintos procedentes de los conos de la retina).



➤ **Percepción psicológica del color:** cuando los seres humanos describimos un determinado color, lo hacemos mediante tres características distintas:

⇒ **Brillo:** sensación acromática de la intensidad de la luz que indica si un área está más o menos iluminada.

⇒ **Matiz o tonalidad (“Hue”):** atributo asociado con la λ dominante en la mezcla de λ de luz (sensación que indica si un área parece similar a un determinado color).

⇒ **Saturación:** mide la carencia de luz blanca en el color percibido (tonalidad – λ dominante): color muy saturado, color puro; color muy poco saturado, ausencia de color (escala de grises).

Modelos de color

➤ **Modelo de color:** método basado en la especificación de un sistema de coordenadas 3-D y un subespacio dentro de dicho sistema donde cada color se representa por un punto. Permite especificar, crear o visualizar cualquier color.

➤ **Dependiendo del tipo de sensor y la aplicación se han desarrollado diversos modelos de color:**

⇒ **Modelo RGB** (*Red, Green, Blue* ≡ rojo, verde, azul): utilizado para monitores en color y una amplia gama de video cámaras.

⇒ **Modelo CMY** (*Cyan, Magenta, Yellow* ≡ cian, magenta, amarillo): utilizado para impresión y fotografías (impresoras en color).

⇒ **Modelo HSI** (*Hue, Saturation, Intensity* ≡ matiz, saturación, brillo). Utilizado en el desarrollo de algoritmos de procesamiento de imágenes basados en algunas sensaciones de color del sistema visual humano.

⇒ **Modelo HSV:** V: Valor del Color. ,

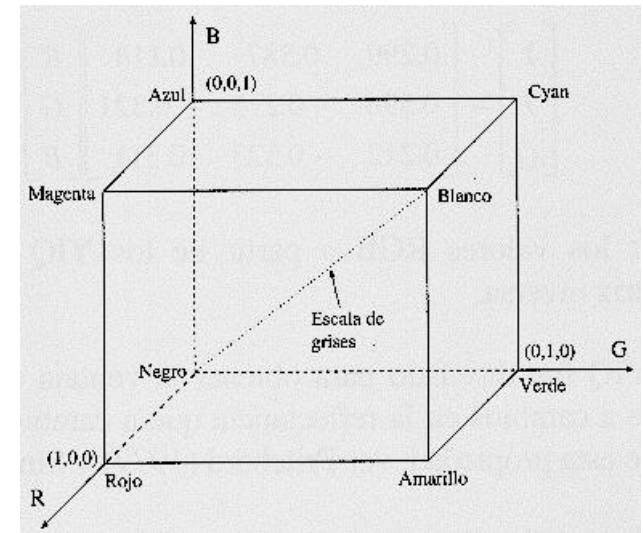
⇒ **Modelo YUV ; YIQ** (Y, reflectancia ; U, V: componentes cromáticas diferencias de color ; I y Q, componentes cromáticas llamadas *infase* y *cuadratura* respectivamente). (Utilizado en la transmisión para TV en color).

⇒ **Modelo YCbCr:** Sistemas de transmisión digital de video.

⇒ **Modelos CIE** (Comisión Internacional de la Iluminación) (CIE-XYZ, CIE-Luv ; CIE Lab): Modelos de color perceptualmente uniformes (el modelo de color mantiene a distancia uniforme los colores que desde la percepción humana se observan igualmente separados)

Modelo de color RGB

- Modelo que se corresponde con una percepción física del color por parte del ojo humano.
- Se basa en la combinación de tres señales de luminancia cromática distinta: el rojo, el verde y el azul.
 - ⇒ Un color concreto viene determinado por la combinación en diferentes proporciones de cada uno de los colores primarios rojo, verde y azul: $X = R + G + B$.
- El subespacio de color de interés dentro de sistema de coordenadas RGB es un hexaedro regular (cubo):
 - ⇒ Los valores RGB están en tres vértices; cian, magenta y amarillo se sitúan en otros tres vértices, el negro corresponde al origen (0,0,0) y el blanco se sitúa en el vértice más alejado del origen (1,1,1).
 - ⇒ La escala de grises se extiende desde el negro al blanco a lo largo de la diagonal que une esos dos puntos: las tres componentes RGB son iguales.
 - ⇒ Los colores son puntos del tetraedro definidos por vectores desde el origen.
- Cuando un sistema (por ejemplo, una cámara) adquiere y digitaliza una imagen en color, para cada píxel en color se tienen en realidad tres, uno para cada componente:
 - ⇒ Si se digitaliza la imagen con 24 bits de resolución, los valores máximos de R, G y B serán igual a 255.

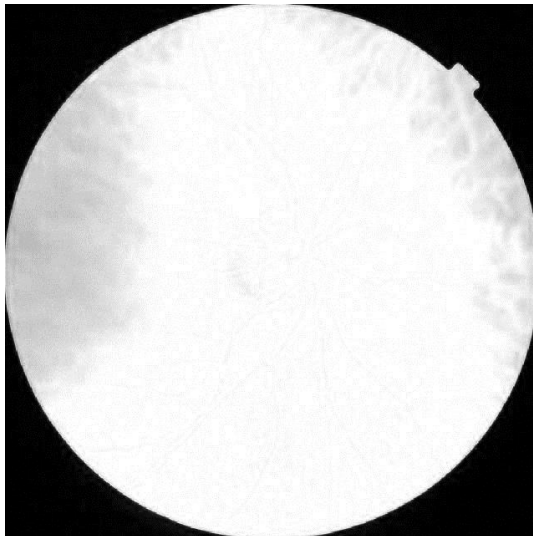
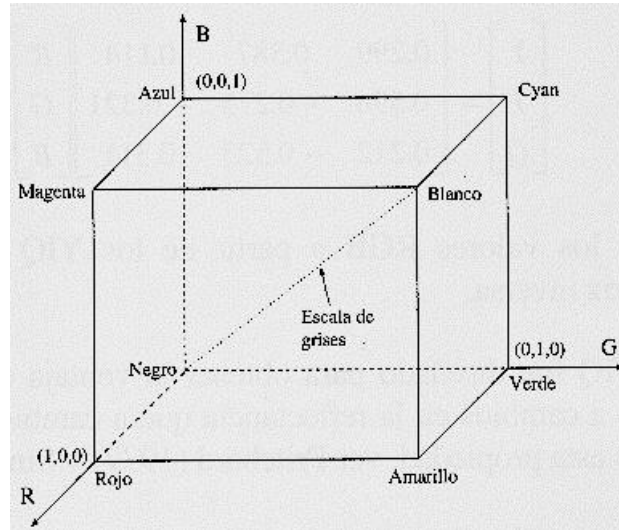


Hexaedro de color RGB. Los valores RGB han sido normalizados en el rango [0,1].

TEMA 2 – FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES

2.2.- Modelos de color

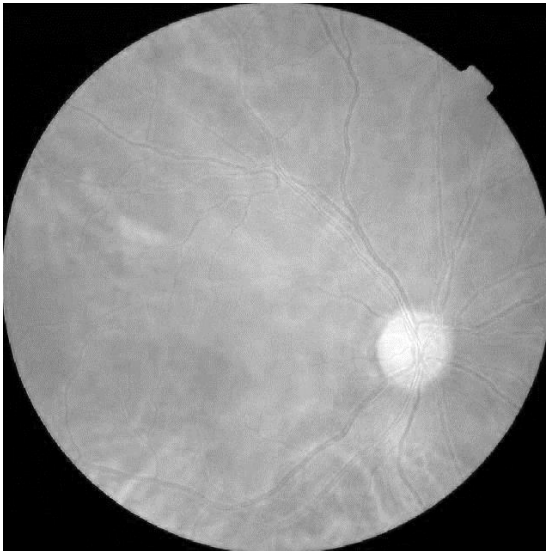
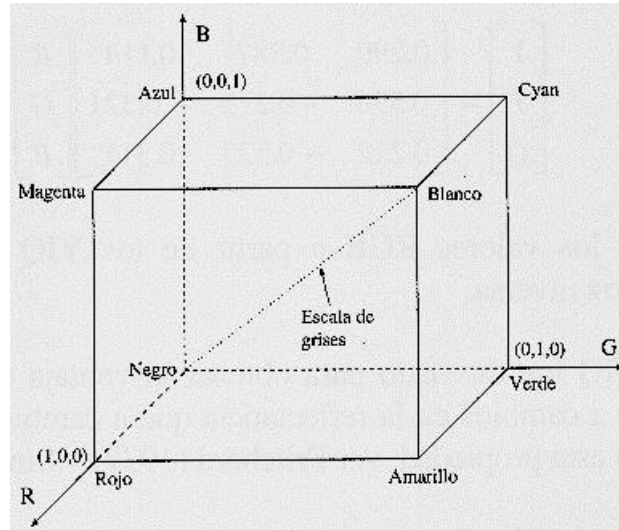
Ejemplos



TEMA 2 – FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES

2.2.- Modelos de color

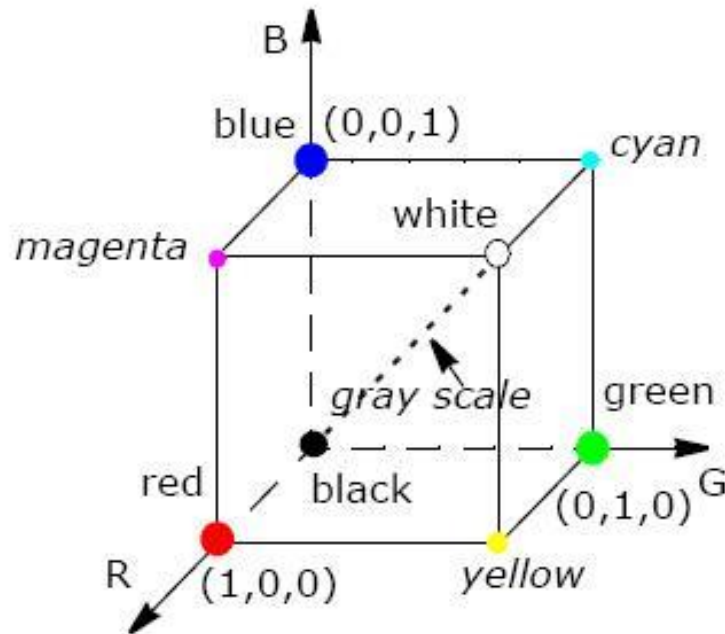
Ejemplos



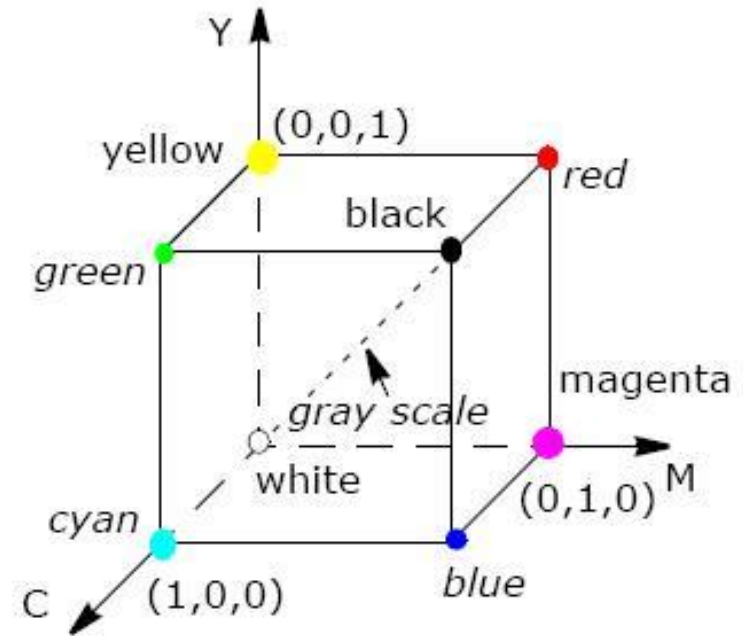
Modelo de color CMY – K: Cyan, Magente, Amarillo y Negro (Producción de Impresión a Color)

➤ Modelo de color substractivo, los distintos colores se obtienen de extraer del blanco combinaciones de C, M, Y.

a) RGB



b) CMY



➤ Teóricamente: Negro = C + M + Y completamente saturados. Sin embargo, en la realidad esto no ocurre y el negro hay que incluirlo aparte.

Modelo de color HSV (Procesamiento de imágenes: el valor o intensidad del color por una parte, componentes de color por otra)

➤ Modelo de color desarrollado para ser más intuitivo al manipular el color – se diseña para simular la forma en la que los humanos perciben e interpretan el color.

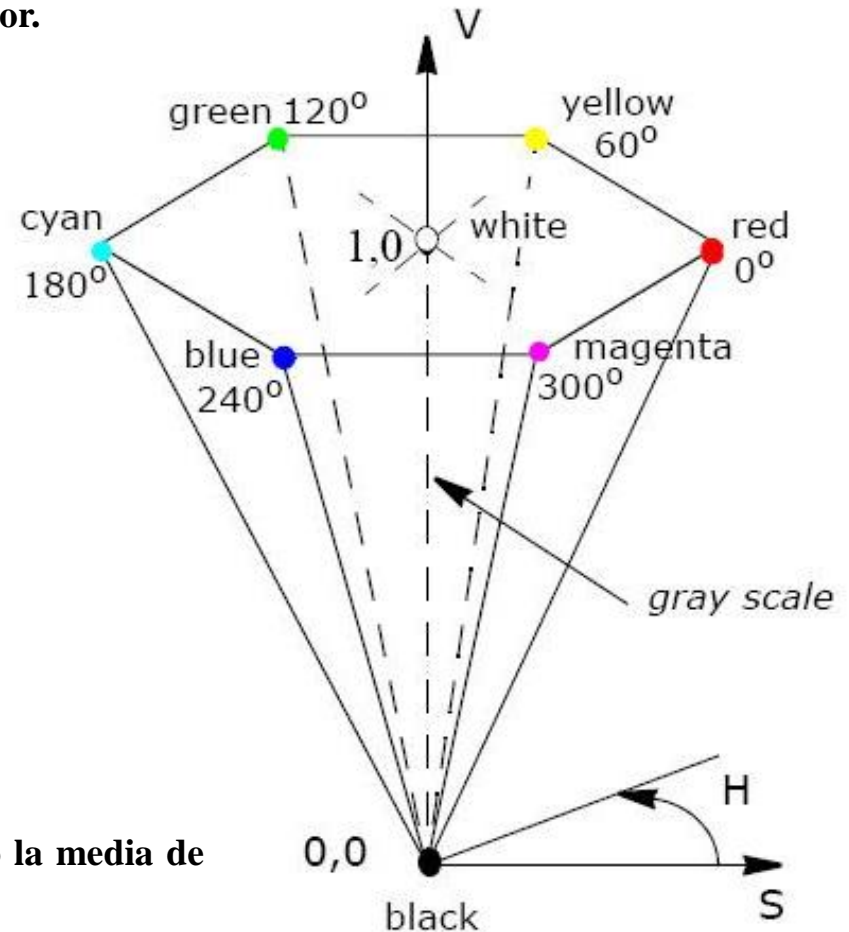
- **H, Hue:** define el color en sí mismo (rango de 0 a 360°).
- **S, Saturation:** mide la carencia de luz blanca (rango de 0 (ausencia de color) a 1 (color puro)).
- **V, Value:** indica el nivel de iluminación.

Matlab: funciones `rgb2hsv` y `hsv2rgb`

(`rgb2hsv` devuelve valores *h*, *s* y *v* normalizados entre 0 y 1)

Modelo de color HSI

- Igual, pero el nivel de iluminación *I* se calcula como la media de las intensidades en los canales *R*, *G* y *B*.



Modelo de color YUV (Transmisión Color en TV)

➤ Modelo de color desarrollado para optimizar la eficiencia de la transmisión en color en señales de TV.

Y: Luminancia ; U, V: componentes cromáticas, diferencias de color obtenidas eliminando la luminancia del azul y rojo. Conversión a YUV (asume valores RGB normalizados en 0-1):

$$Y = 0.299 \cdot R + 0.587 \cdot G + 0.114 \cdot B$$

$$U = 0.492 \cdot (B - Y)$$

$$V = 0.877 \cdot (R - Y)$$

En ocasiones, se calcula la conversión sobre R' , G' y B' , corrección gamma de RGB:

for $R, G, B < 0.018$:

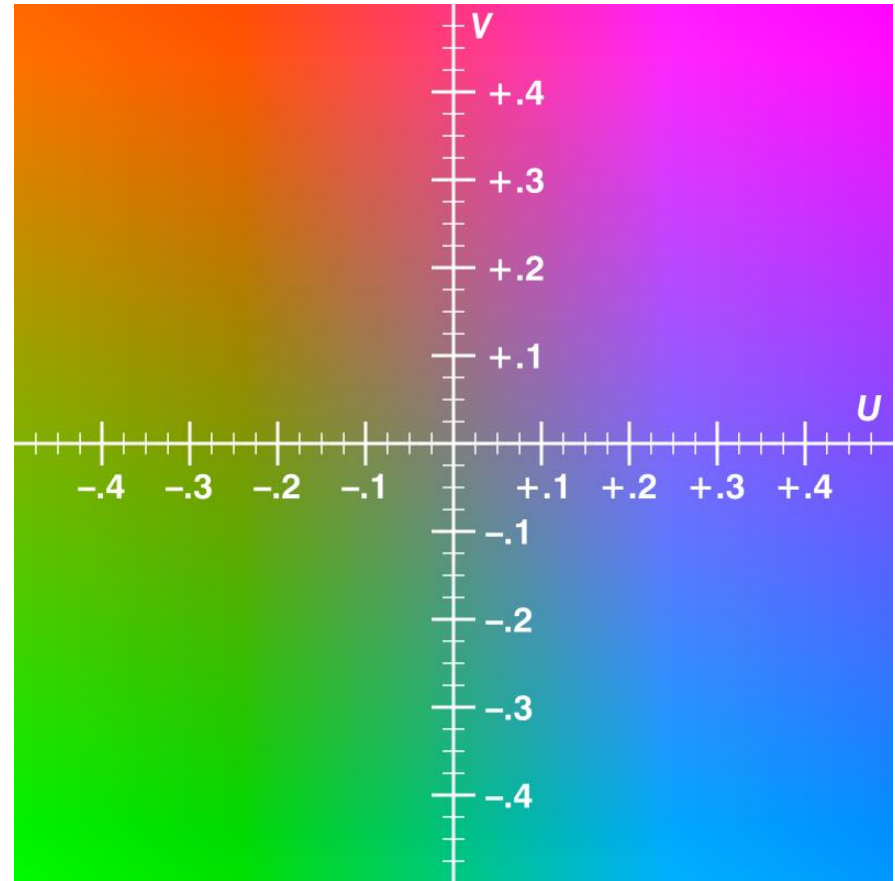
$$R' = 4.5R, \quad G' = 4.5G, \quad B' = 4.5B$$

for $R, G, B \geq 0.018$:

$$R' = 1.099R^{0.45} - 0.099$$

$$G' = 1.099G^{0.45} - 0.099$$

$$B' = 1.099B^{0.45} - 0.099$$



Conversión a RGB: $R = Y + 1.140 \cdot V$; $G = Y - 0.394 \cdot U - 0.581 \cdot V$; $B = Y + 2.032 \cdot U$

2.2.- Modelos de color

Modelo de color CIE-Lab. (*Commission Internationale de l'Éclairage*, organización sin fines de lucro de reconocido prestigio en la ciencia de la luz y el color)

- CIE-XYZ (1931): 3 colores primarios imaginarios con caracterización espectral (X, Y y Z), que son los que representan el color (ondas electromagnéticas). Éstos se combinan para formar todos los colores visibles por el “observador estándar”. (Modelo RGB: colores primarios aditivos).

Observación: el color corresponde a una percepción e interpretación subjetiva. Dos personas mirando un mismo objeto pueden usar puntos de referencia distintos y expresar el mismo color con una gran variedad de palabras diferentes. Para definir al “observador estándar” y su respuesta al color, la CIE hizo una serie de pruebas sobre una amplia muestra de personas, utilizando tres tipos de sensores de color que responden a diferentes gamas de longitud de onda.

- CIE-LAB ($L^*a^*b^*$)(1976): cambia la forma de notación y representa un avance sobre los modelos anteriores, a diferencia de ellos este modelo dimensiona la totalidad del espectro visible.
 - Este espacio de color es ampliamente usado porque correlaciona los valores numéricos de color consistentemente con la percepción visual humana.
 - No depende del dispositivo. Una misma combinación de a , b y L sirve para describir siempre el mismo color de forma exacta. Crea colores coherentes con independencia de los dispositivos concretos, como monitores, impresoras u ordenadores utilizados para crear o reproducir la imagen.
 - Los instrumentos de medición de color (espectrofotómetros), pueden cuantificar éstos atributos de color fácilmente. Ellos determinan el color de un objeto dentro del espacio de color y muestran los valores para cada coordenada L^* , a^* , y b^*

Modelo de color CIE-Lab:

2.2.- Modelos de color

El espacio de color $L^*a^*b^*$ fue modelado en base a una teoría de color oponente que establece que dos colores no pueden ser rojo y verde al mismo tiempo o amarillo y azul al mismo tiempo

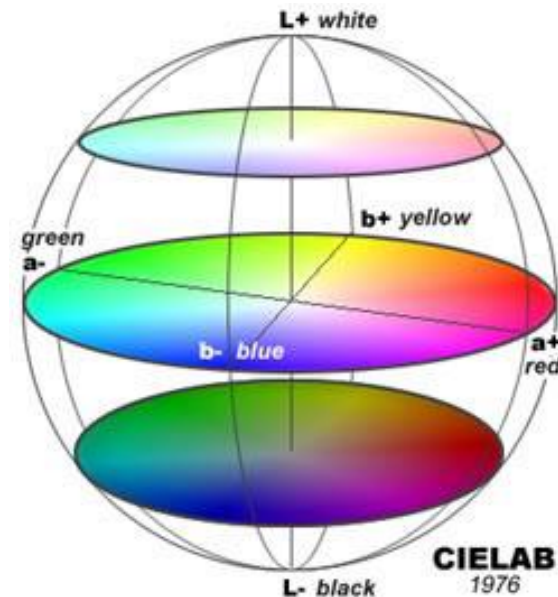
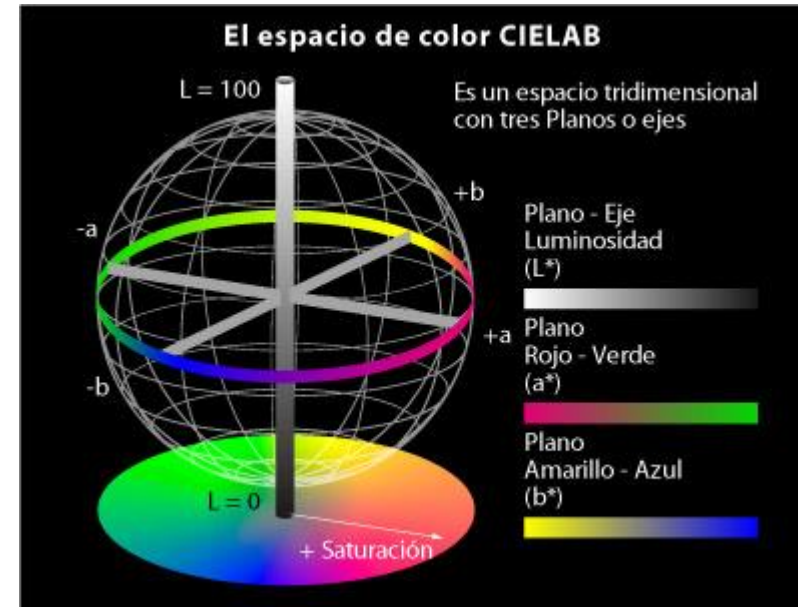
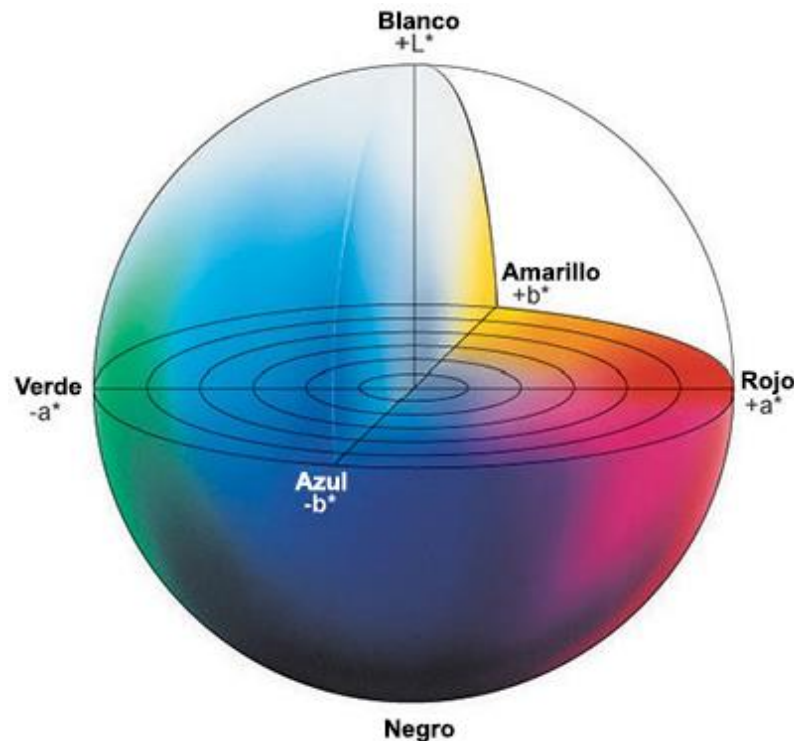
❖ L^* : luminosidad del color ($L^*=0$ negro y $L^*=100$ indica blanco)

❖ a^* y b^* , coordenadas cromáticas

a^* = coordenadas rojo/verde (+a indica rojo, -a indica verde).

b^* = coordenadas amarillo/azul (+b indica amarillo, -b indica azul).

(valores comprendidos entre -128 y +127). (Matlab: `rgb2lab`)



TEMA 2

– FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES –

2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

2.2.- Modelos de color

2.3.- Relaciones básicas entre píxeles: vecindad, conectividad y concepto de distancia

2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

RELACIONES BÁSICAS ENTRE PÍXELES

➤ Vecindad:

- **Entorno de vecindad de tipo 4 del píxel $p(x,y)$, $E_4(p)$:** son los cuatro vecinos del píxel p en el plano vertical y horizontal;

$$E_4(p) = \{ (x-1, y), (x+1, y), (x, y-1), (x, y+1) \}$$

- **Vecindad $E_D(p)$:** son los cuatro vecinos del píxel p asociados a las diagonales;

$$E_D(p) = \{ (x-1, y-1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x+1, y+1) \}$$

- **$E_8(p) = E_4(p) + E_D(p)$:** vecinos-8 de p .

$(x-1, y-1)$	$(x, y-1)$	$(x+1, y-1)$
$(x-1, y)$	(x, y)	$(x+1, y)$
$(x-1, y+1)$	$(x, y+1)$	$(x+1, y+1)$

RELACIONES BÁSICAS ENTRE PÍXELES

- **Conectividad:** dos píxeles p y q están conectados si son vecinos (establecerá el tipo de conectividad) y sus niveles de gris satisfacen algún criterio de especificación (por ejemplo: ser iguales, pertenecer a $V = (80, 81 \text{ y } 83)$).

Tipos de Conectividad:

- **Conectividad-4:** dos píxeles p y q con sus niveles de gris cumpliendo algún criterio de especificación, están *4-conectados* si q está en el conjunto $E_4(p)$
- **Conectividad-8:** dos píxeles p y q con sus niveles de gris cumpliendo algún criterio de especificación, están *8-conectados* si q está en el conjunto $E_8(p)$
- **Conectividad-m (mixta):** dos píxeles p y q con sus niveles de gris cumpliendo algún criterio de especificación, están *m-conectados* si:
 - ✓ q está en el conjunto $E_4(p)$, o
 - ✓ q está en $E_D(p)$ y no haya ningún píxel del conjunto $E_4(p) \cap E_4(q)$ cuyos niveles de gris satisfagan el criterio de especificación seleccionado para la conectividad.

Ejemplo: píxeles conectados al píxel central según conectividad-4, conectividad-8 y conectividad-m. En el ejemplo, para que dos píxeles estén conectados sus niveles de gris han de ser iguales.

1	<u>1</u>	1	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	1	<u>1</u>	1
<u>1</u>	1	0	<u>1</u>	1	0	<u>1</u>	1	0
0	0	1	0	0	<u>1</u>	0	0	<u>1</u>

RELACIONES BÁSICAS ENTRE PÍXELES

➤ **Concepto de distancia entre dos píxeles:** dados 3 píxeles p_1, p_2 y p_3 de coordenadas (x_1, y_1) , (x_2, y_2) y (x_3, y_3) respectivamente, se dice que D es una función distancia si verifica:

1. $D(p_1, p_2) \geq 0$ $[D(p_1, p_2) = 0 \text{ si } p_1 = p_2]$
2. $D(p_1, p_2) = D(p_2, p_1)$
3. $D(p_1, p_3) \leq D(p_1, p_2) + D(p_2, p_3)$

Funciones de distancia usadas comunmente:

- **Distancia Euclídea entre p_1 y p_2 :** $D_E(p_1, p_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
2	1	0	1	2
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$

✓ Distancias D_E respecto al píxel central:

- **Distancia rectangular o Manhattan:** $D_R(p_1, p_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

✓ Distancias D_R respecto al píxel central:

✓ Los vecinos de tipo 4 están a la distancia unidad.

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

4	3	2	3	4
3	2	1	2	3
2	1	0	1	2
3	2	1	2	3
4	3	2	3	4

- **Distancia Tchebichev:** $D_T(p_1, p_2) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$

✓ Distancias D_T respecto al píxel central:

✓ Los vecinos de tipo 8 están a la distancia unidad.

TEMA 2

– FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES –

2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

2.2.- Modelos de color

2.3.- Relaciones básicas entre píxeles: vecindad, conectividad y concepto de distancia

2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

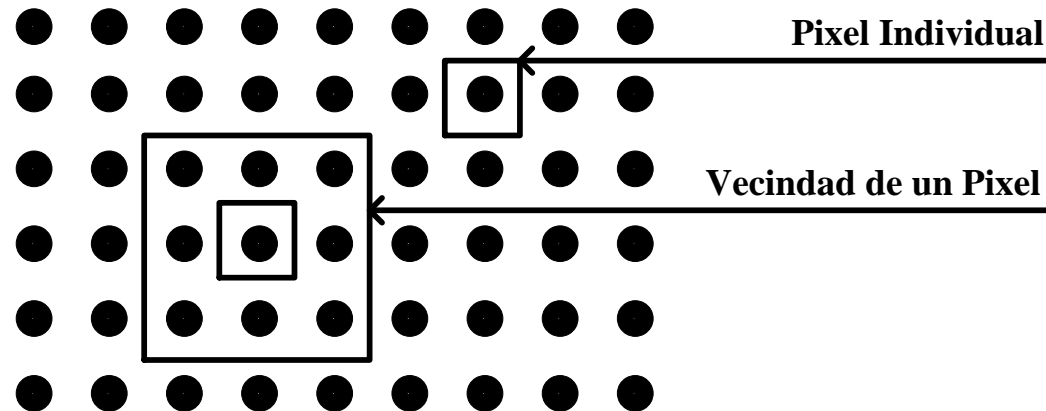
- Operaciones Individuales.
- Operaciones de Vecindad: Convolución, Filtrado de Imágenes.
- Transformaciones geométricas.

PROCESAMIENTO BÁSICO DE IMÁGENES

El procesamiento de una imagen puede enfocarse desde dos perspectivas:

- Alteración píxel a píxel de los niveles de gris de la imagen *mediante operaciones basadas en el nivel de gris del píxel en cuestión (operaciones individuales)*.
- Alteración píxel a píxel de los niveles de gris de la imagen *mediante operaciones basadas en los niveles de gris de los píxeles que integran la vecindad del píxel en cuestión (operaciones de vecindad)*.

La generación de un nuevo valor de intensidad en el píxel de la imagen procesada será una función bien del valor de cada píxel en su localización individual o bien de los valores de los píxeles en la vecindad de un píxel dado:



TEMA 2

– FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES –

2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

2.2.- Modelos de color

2.3.- Relaciones básicas entre píxeles: vecindad, conectividad y concepto de distancia

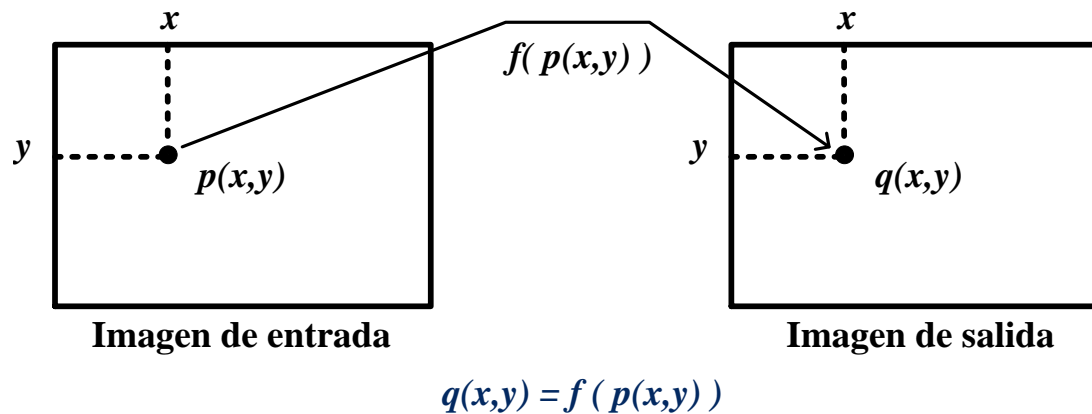
2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

- *Operaciones Individuales.*
- Operaciones de Vecindad: Convolución, Filtrado de Imágenes.
- Transformaciones geométricas.

OPERACIONES INDIVIDUALES

➤ Implican la generación de una nueva imagen modificando el valor del píxel en una simple localización basándose en una regla global aplicada a cada localización en la imagen original.

➤ Consisten en obtener el valor del píxel de una localización dada en la imagen, modificándolo por una operación lineal o no lineal y colocando el valor del nuevo píxel en la correspondiente localización de la nueva imagen. El proceso se repite para todas y cada una de las localizaciones de los píxeles en la imagen original.



➤ La función transforma el valor del nivel de gris de cada píxel en la imagen obteniéndose una imagen de la misma dimensión que la original.

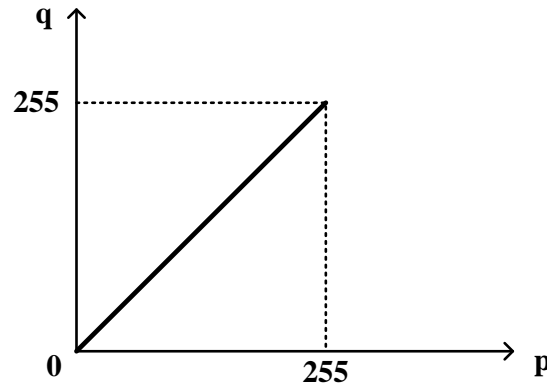
➤ Los valores de los píxeles de la imagen resultante dependen únicamente de la magnitud del correspondiente píxel de entrada (es independiente de los píxeles adyacentes).

OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador Identidad

➤ Crea una imagen de salida idéntica a la imagen de entrada.

➤ Función de transformación:

$$q = p$$

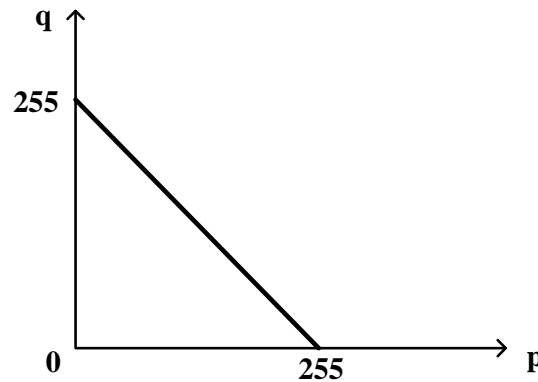


OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador Inverso o Negativo

➤ Crea una imagen de salida iversa a la imagen de entrada.

➤ Función de transformación:

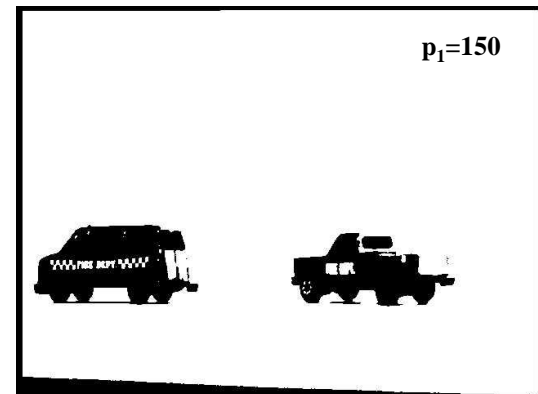
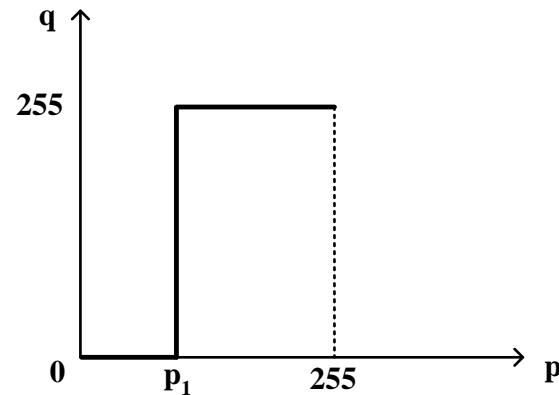
$$q = 255 - p$$



OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador Umbral

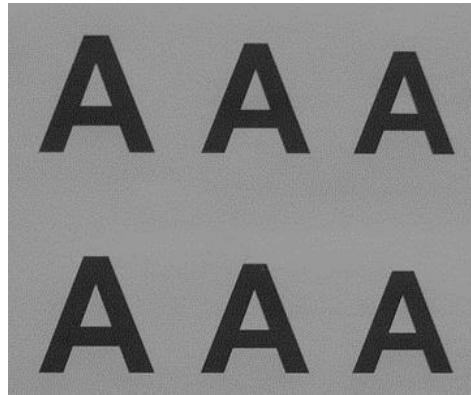
➤ Función de transformación:

$$q = \begin{cases} 0 & \text{para } p \leq p_1 \\ 255 & \text{para } p > p_1 \end{cases}$$

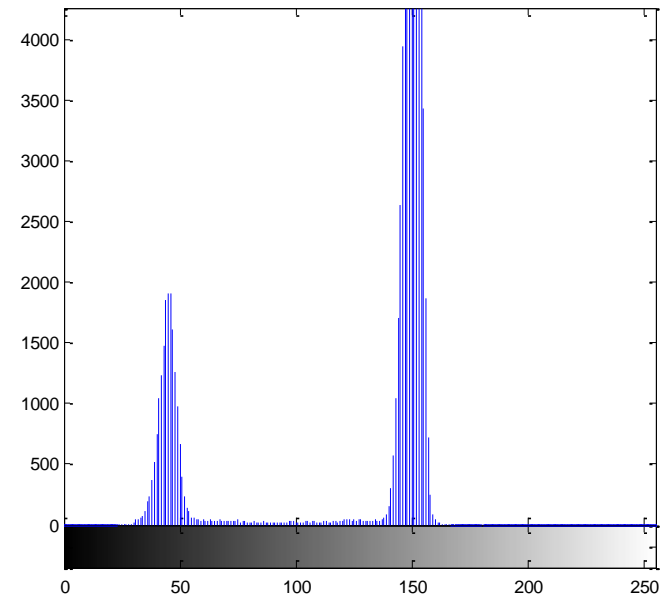


Se puede invertir el operador umbral: $q = \begin{cases} 255 & \text{para } p \leq p_1 \\ 0 & \text{para } p > p_1 \end{cases}$

EJEMPLO: Segmentación de objetos



Histograma



Función de transformación:

$$q = \begin{cases} '1' & (255 \text{ para visualización como imagen}) \text{ para } p \leq 100 \\ 0 & \text{para } p > 100 \end{cases}$$

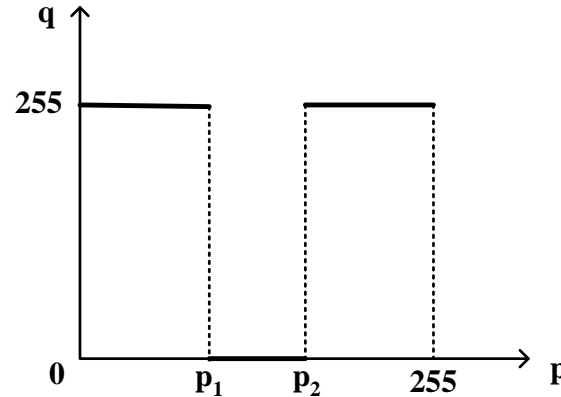
Imagen Segmentada



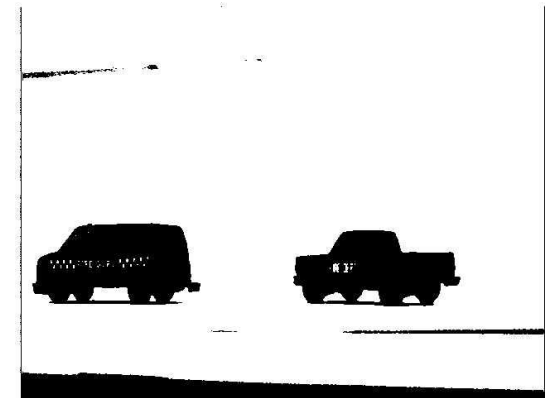
OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador Intervalo de Umbral Binario

➤ Función de transformación:

$$q = \begin{cases} 255 & \text{para } p \leq p_1 \text{ o } p \geq p_2 \\ 0 & \text{para } p_1 < p < p_2 \end{cases}$$



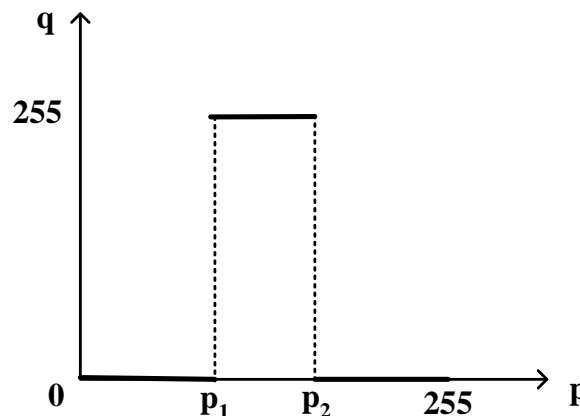
$p_1=40$; $p_2=190$



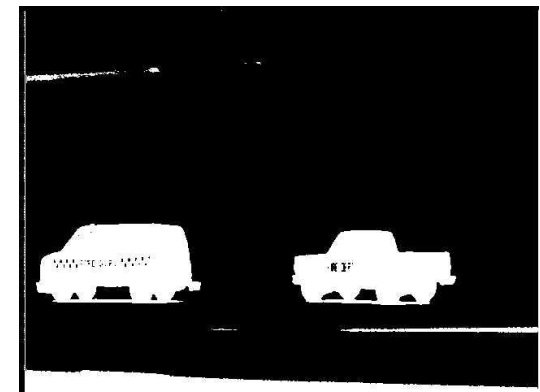
OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador Intervalo de Umbral Binario Invertido

➤ Función de transformación:

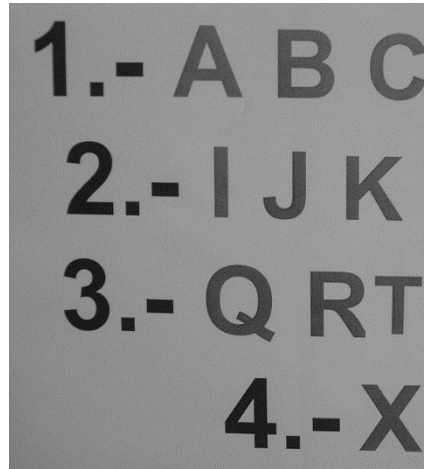
$$q = \begin{cases} 0 & \text{para } p \leq p_1 \text{ o } p \geq p_2 \\ 255 & \text{para } p_1 < p < p_2 \end{cases}$$



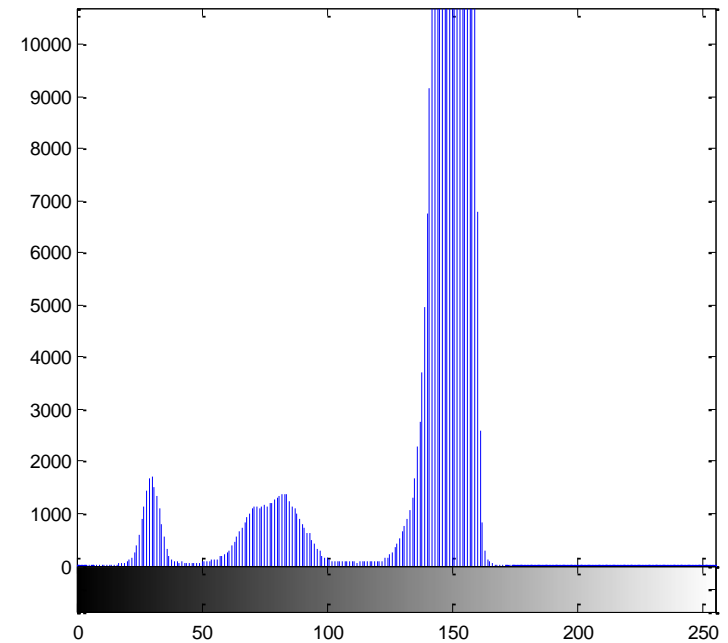
$p_1=40$; $p_2=190$



EJEMPLO: Segmentación de objetos



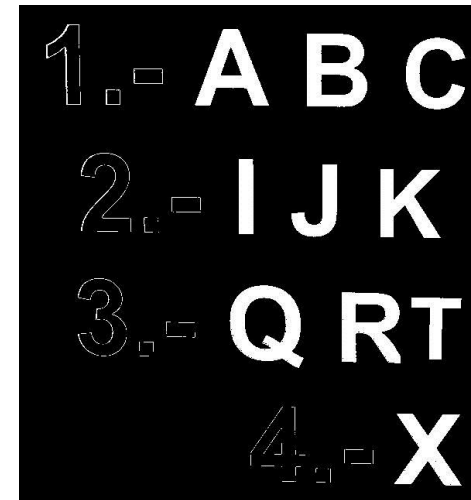
Histograma



Función de transformación:

$$q = \begin{cases} '1' & (255 \text{ para visualización como imagen}) \text{ para } 45 < p < 110 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

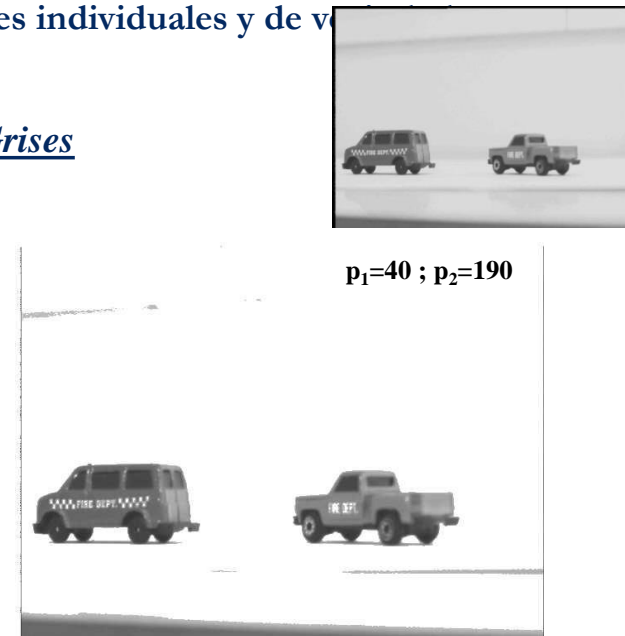
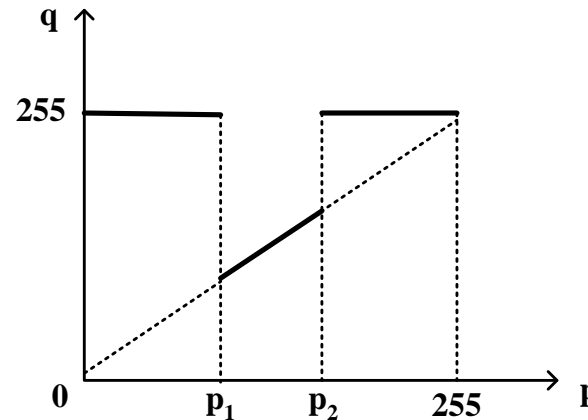
Imagen Segmentada



OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador de Umbral de la Escala de Grises

➤ Función de transformación:

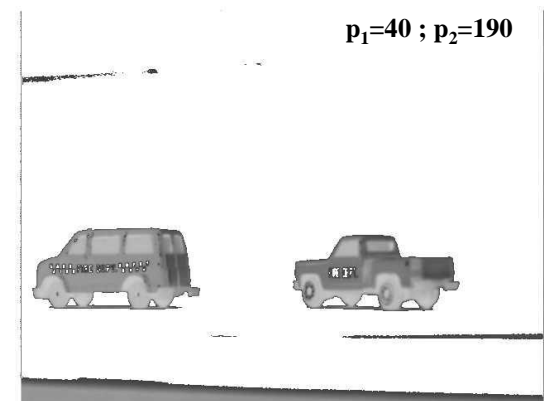
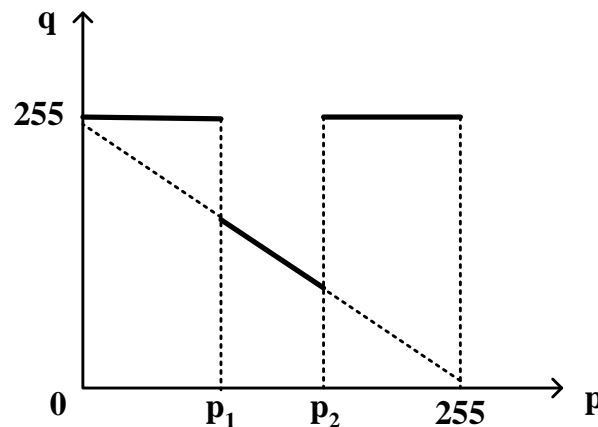
$$q = \begin{cases} 255 & \text{para } p \leq p_1 \text{ o } p \geq p_2 \\ p & \text{para } p_1 < p < p_2 \end{cases}$$



OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador de Umbral de la Escala de Grises Invertido

➤ Función de transformación:

$$q = \begin{cases} 255 & \text{para } p \leq p_1 \text{ o } p \geq p_2 \\ 255-p & \text{para } p_1 < p < p_2 \end{cases}$$

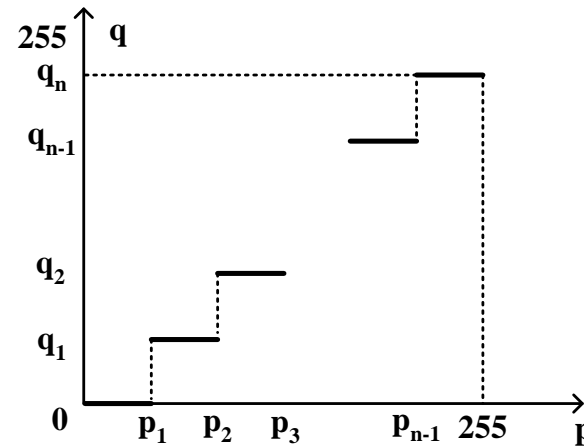


OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador Reducción del Nivel de Gris

➤ Proporciona una imagen de salida con un menor número de niveles de gris respecto de la imagen original de entrada (ésta es reducida a $n+1$ niveles de gris).

➤ Función de transformación:

$$q = \begin{cases} 0 & \text{para } p \leq p_1 \\ q_1 & \text{para } p_1 < p < p_2 \\ \vdots & \\ q_n & \text{para } p_{n-1} < p < 255 \end{cases}$$



$n=10$

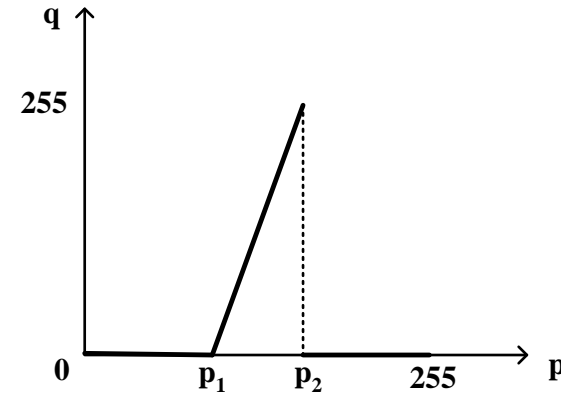


OPERACIONES INDIVIDUALES: Operador de Extensión

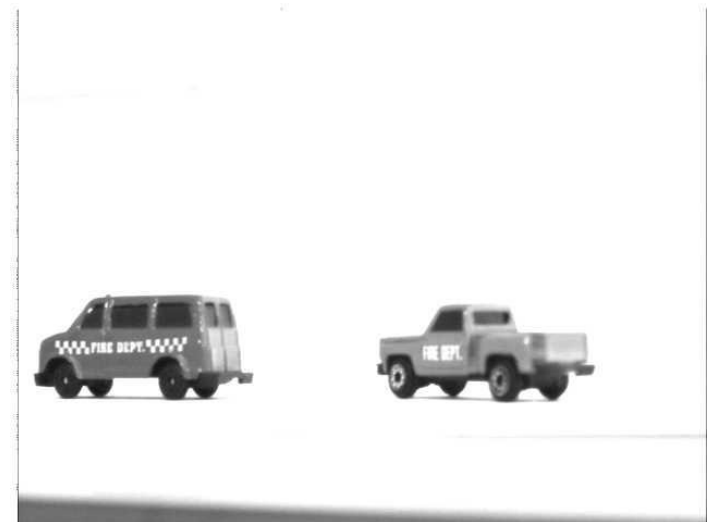
➤ Proporciona una imagen de salida con la escala de grises completa correspondiente al intervalo de entrada definido por p_1 y p_2 , y suprime todos los valores fuera de este rango.

➤ Función de transformación:

$$q = \begin{cases} 0 & \text{para } p \leq p_1 \text{ o } p \geq p_2 \\ (p - p_1) \frac{255}{p_2 - p_1} & \text{para } p_1 < p < p_2 \end{cases}$$



$p_1=40$; $p_2=190$



2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

➤ Las funciones de transformación estudiadas obtienen para un valor de nivel de gris de la imagen de entrada un nuevo valor de nivel de gris en la imagen resultante.

TABLAS DE CONSULTA – LUT (*Look-Up Table*):

➤ Es una función discreta definida sobre los números naturales comprendidos en el intervalo $[0, L-1]$, siendo L el número de niveles de gris empleados en la digitalización.

➤ Esta función define una transformación píxel a píxel entre los niveles de grises de la imagen a procesar y de la imagen resultante. Normalmente, el “0” corresponde al negro o nivel más oscuro, y el “ $L-1$ ” al blanco o nivel de gris más claro.

➤ En la práctica, puesto que los niveles son discretos, la transformada se almacena en una tabla o vector cuyos elementos son los nuevos niveles de grises correspondientes al intervalo $[0, L-1]$. La transformación, por tanto, consiste en asignar como nuevo nivel de gris el correspondiente al elemento indexado con el nivel de entrada.

➤ Tienen gran utilidad en el procesamiento de imágenes, ya que su implementación es fácil y, sobre todo, se pueden aplicar en tiempo real (todos los cálculos se pueden realizar en la parte de inicialización del algoritmo).

0	1	2	Posiciones del Vector (Niveles de Gris Imagen Entrada)	L-3	L-2	L-1
b_0	b_1	b_2	Nuevos Valores de Niveles Gris en la Imagen Resultante	b_{L-3}	b_{L-2}	b_{L-1}

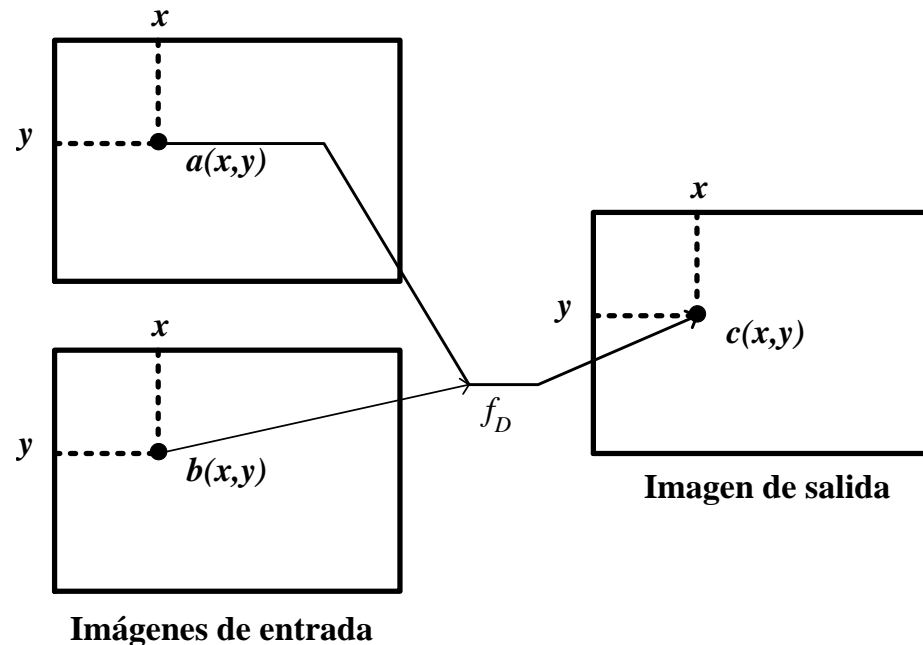
OPERACIONES INDIVIDUALES: Transformaciones de dos imágenes punto a punto

➤ Utiliza la información contenida en la misma localización (posición de los píxeles) de dos imágenes de entrada A y B para crear una nueva imagen C

- La información en una localización de píxel de una imagen se combina con la información de la correspondiente localización de la segunda para obtener el valor, también en la misma localización de píxel de la tercera imagen.
- La dimensión de las imágenes es la misma.

➤ La función de la transformación $c_{x,y} = f_D(a_{x,y}, b_{x,y})$ se aplica a todos los píxeles en las imágenes de entrada.

- f_D puede ser adición, sustracción, multiplicación, división, exponenciación, máximo, ...



OPERACIONES INDIVIDUALES: Transformaciones de dos imágenes punto a punto

• **En el procesamiento de imágenes, los niveles de gris de los píxeles son números positivos:** después de una operación y antes de escribir los valores en la imagen, hay que normalizar los valores entre 0 y 255, es decir, es necesario reescalar de tal forma que el valor más negativo se corresponda con el 0 y el más positivo con el 255.

➤ ADICIÓN

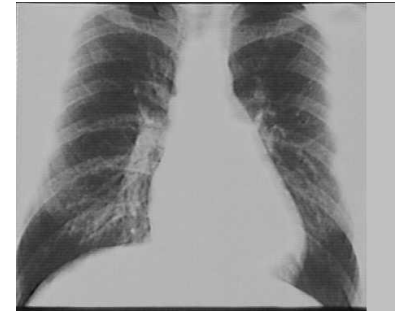
- **Media:** $c_{x,y} = (a_{x,y} + b_{x,y}) / 2$, donde los valores de salida finales deben redondearse por defecto o por exceso.
- **Técnica útil para reducir los efectos del ruido en una imagen (se promedian los niveles de gris de un número determinado de imágenes capturadas de forma continuada).**

➤ SUSTRACCIÓN

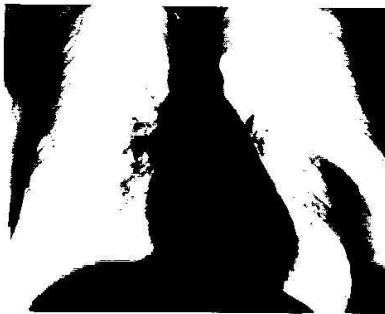
- $c_{x,y} = f(a_{x,y} - b_{x,y})$, donde f es una función de forma que el valor mínimo que toma $c_{x,y}$ es 0 y máximo 255.
- **Técnica útil para detectar el cambio producido en dos imágenes que han sido captadas en dos instantes de tiempo diferentes.**

OPERACIONES INDIVIDUALES SOBRE IMÁGENES BINARIAS: TRANSFORMACIONES LÓGICAS

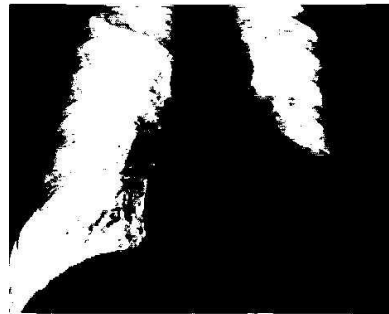
- Sólo se pueden aplicar sobre imágenes binarizadas.
- “NOT”, “OR”, “AND”, “XOR”
- Ejemplo:



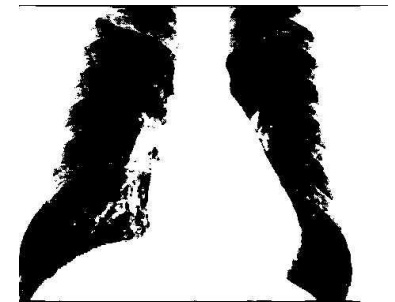
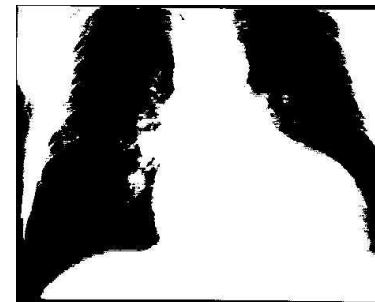
Imágenes originales con 256 niveles de gris



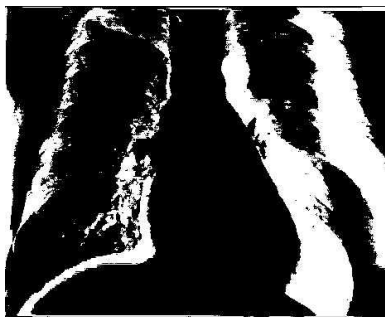
OR Lógica



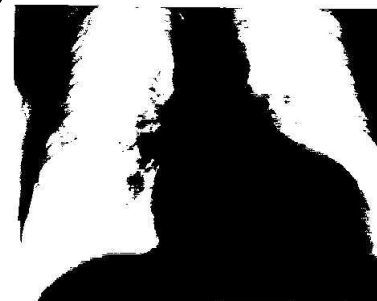
AND Lógica



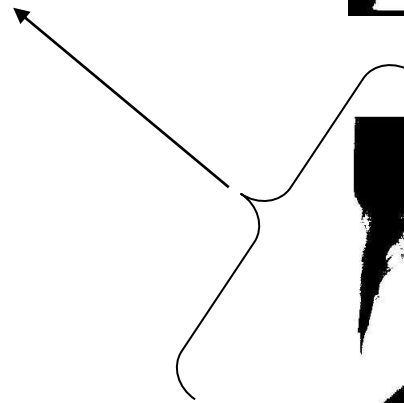
Binarización con umbral 128



XOR Lógica



Negación Lógica



TEMA 2

– FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES –

2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

2.2.- Modelos de color

2.3.- Relaciones básicas entre píxeles: vecindad, conectividad y concepto de distancia

2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

- Operaciones Individuales.
- *Operaciones de Vecindad: Convolución, Filtrado de Imágenes.*
- Transformaciones geométricas.

OPERACIONES DE VECINDAD

➤ El nuevo valor del píxel en la imagen de salida depende de una combinación de los valores de los píxeles en la vecindad del píxel de la imagen original que está siendo transformada.

Operación Lineal de Vecindad: Convolución

- Considerando un entorno de vecindad $E_8(p)$, se realiza una suma ponderada con los valores de los 8 vecinos, siendo el resultado de esa suma el valor del nuevo píxel q de la imagen de salida en la misma posición (x,y).
- Los valores de ponderación se definen por medio de una máscara con valores constantes (filtros).
- La imagen de salida es de dimensión menor a la original: esta operación no se puede realizar sobre los píxeles extremos de la imagen original al no tener los 8 vecinos.

w1	w2	w3
w4	w5	w6
w7	w8	w9

Máscara

0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
0,1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1
0,2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2
0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3
0,4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4
0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5

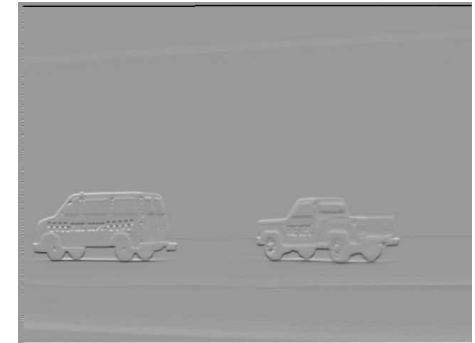
Imagen

$$G(2,2) = f(1,1)*w1 + f(2,1)*w2 + f(3,1)*w3 + f(1,2)*w4 + f(2,2)*w5 + f(3,2)*w6 + f(1,3)*w7 + f(2,3)*w8 + f(3,3)*w9$$

OPERACIÓN LINEAL DE VECINDAD: Ejemplos

1.-

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$



$$q(x, y) = 1 \times p(x-1, y-1) + 2 \times p(x, y-1) + 1 \times p(x+1, y-1) + \\ + 0 \times p(x-1, y) + 0 \times p(x, y) + 0 \times p(x+1, y) - \\ - 1 \times p(x-1, y+1) - 2 \times p(x, y+1) - 1 \times p(x+1, y+1)$$

Se marcan los bordes respecto al resto de la imagen
(la máscara utilizada es uno de los operadores de Sobel)

2.-

$$\begin{bmatrix} -0.1667 & -0.6667 & -0.1667 \\ -0.6667 & 4.3333 & -0.6667 \\ -0.1667 & -0.6667 & -0.1667 \end{bmatrix}$$



FILTRADO EN EL DOMINIO ESPACIAL: Operación de convolución de la función imagen por $h(x,y)$

$$fo(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$

- En Visión por Computador, se habla, en lugar de convolucionar la imagen $f(x,y)$ con la transformación $h(x,y)$, de convolucionar la imagen con una máscara h .
 - ✓ $fo(x,y)$ = *imagen filtrada*.
 - ✓ $f(x,y)$ = *imagen a procesar o filtrar*.
 - ✓ $h(x,y)$ = *máscara o núcleo de convolución*: su tamaño puede ser muy variado: desde 3x3 (ejemplo anterior) hasta dimensiones mucho mayores (por ejemplo, 63x63).
- Por definición, antes de desplazar la máscara hasta el punto donde se va a calcular la convolución, hay que realizar dos giros para obtener $h(-m,-n)$ (ver ejemplo convolución de imagen $f(x,y)$ con Máscara de dimensiones 3x3). Muy a menudo, las máscaras son simétricas y estas rotaciones no son necesarias.
- En el caso de imágenes digitales, la operación de convolución se realiza para todos los píxeles de la imagen menos para los píxeles del borde, en los que no es posible aplicar la convolución al no solaparse totalmente la máscara y la imagen. Para imágenes de dimensiones $M \times N$ y máscaras $m \times n$, la convolución resulta en una imagen más pequeña de dimensiones $M-(m-1) \times N-(n-1)$

- TEOREMA DE CONVOLUCIÓN:

Producto de Convolución de dos funciones unidimensionales continuas:

$$f(x) * h(x) = [f * h](x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(m)h(x - m)dm$$

Producto de Convolución de dos funciones unidimensionales discretas:

$$f(x) * h(x) = [f * h](x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f(m)h(x - m)$$

Producto de Convolución de dos funciones bidimensionales continuas:

$$f(x, y) * h(x, y) = [f * h](x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x - m, y - n)h(m, n)dmdn$$

Producto de Convolución de dos funciones bidimensionales discretas:

$$f(x, y) * h(x, y) = [f * h](x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(m, n)h(x - m, y - n)$$

$$\{T.F.[h(x, y) * f(x, y)] = T.F.[h(x, y)] \times T.F.[f(x, y)] = H(u, v) \times F(u, v)\}$$

2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

Convolución de dos funciones bidimensionales discretas: $f(x, y) * h(x, y) = [f * h](x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(m, n) h(x - m, y - n)$

⇒ Ejemplo: Convolución en un punto (x,y) de una imagen digitalizada f(x,y) de dimensiones MxN elementos y una función h(x,y) de dimensiones 3x3:

$$\begin{bmatrix} f(0,0) & f(1,0) & \dots & f(M-2,0) & f(M-1,0) \\ f(0,1) & f(1,1) & \dots & f(M-2,1) & f(M-1,1) \\ & & f(x-1,y-1) & f(x,y-1) & f(x+1,y-1) \\ & \vdots & f(x-1,y) & f(x,y) & f(x+1,y) \\ & & f(x-1,y+1) & f(x,y+1) & f(x+1,y+1) \\ f(0,N-2) & f(1,N-2) & \dots & f(M-2,N-2) & f(M-1,N-2) \\ f(0,N-1) & f(1,N-1) & \dots & f(M-2,N-1) & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} h(-1,-1) & h(0,-1) & h(1,-1) \\ h(-1,0) & h(0,0) & h(1,0) \\ h(-1,1) & h(0,1) & h(1,1) \end{bmatrix}$$

1. Obtención de h(-m,-n):

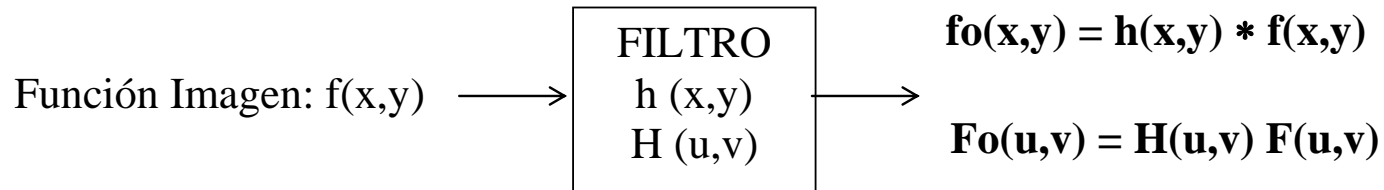
$$h(m, n) = \begin{bmatrix} h(-1,-1) & h(0,-1) & h(1,-1) \\ h(-1,0) & h(0,0) & h(1,0) \\ h(-1,1) & h(0,1) & h(1,1) \end{bmatrix}; h(m, -n) = \begin{bmatrix} h(-1,1) & h(0,1) & h(1,1) \\ h(-1,0) & h(0,0) & h(1,0) \\ h(-1,-1) & h(0,-1) & h(1,-1) \end{bmatrix}; h(-m, -n) = \begin{bmatrix} h(1,1) & h(0,1) & h(-1,1) \\ h(1,0) & h(0,0) & h(-1,0) \\ h(1,-1) & h(0,-1) & h(-1,-1) \end{bmatrix}$$

2. Desplazar h(-m,-n) al punto (x,y) y sumar los productos de aquellas celdas donde f(x,y) y h(x-m,y-n) se solapan:

$$f_0(x, y) = f(x, y) * h(x, y) = \begin{cases} = & h(1,1) f(x-1,y-1) & + & h(0,1) f(x,y-1) & + & h(-1,1) f(x+1,y-1) & + \\ + & h(1,0) f(x-1,y) & + & h(0,0) f(x,y) & + & h(-1,0) f(x+1,y) & + \\ + & h(1,-1) f(x-1,y+1) & + & h(0,-1) f(x,y+1) & + & h(-1,-1) f(x+1,y+1) \end{cases}$$

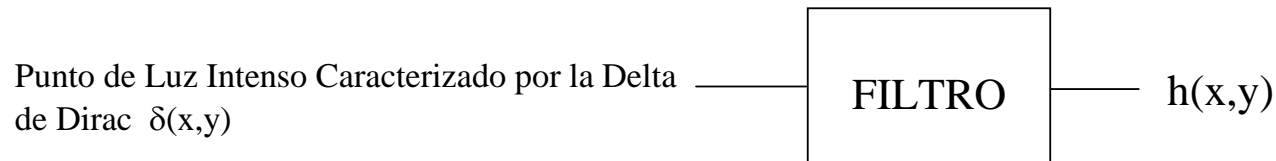
OPERACIÓN LINEAL DE VECINDAD

FILTRADO DE IMÁGENES: Interpretación basada en la teoría aplicada al tratamiento de señales



⇒ $f_0(x,y)$: Imagen filtrada ; $Fo(u,v) = T.F.[fo(x,y)]$

⇒ $h(x,y)$: Respuesta impulso del filtro.



⇒ $H(u,v) = T.F.[h(x,y)]$: Función de transferencia del filtro

- **FILTRADO EN EL DOMINIO ESPACIAL:** Operación de convolución de la función imagen por $h(x,y)$ (convolucionar la imagen $f(x,y)$ con la transformación $h(x,y)$)
- **FILTRADO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA:** Multiplicación de las transformadas de la función imagen y de la función $h(x,y)$.

FILTRADO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA ($F_o(u,v) = H(u,v) * F(u,v)$)

FILTRADO PASO BAJO

- Los bordes y otras transiciones bruscas (ruido) en los niveles de gris de una imagen contribuyen significativamente al contenido de alta frecuencia de su transformada de Fourier.
- *El suavizado de bordes y transiciones bruscas (ruido) en los niveles de gris de una imagen se consigue mediante la atenuación o supresión de un rango específico de componentes de alta frecuencia en la transformada de una imagen dada, es decir, por medio de un Filtrado Paso Bajo en el dominio de la frecuencia.*
- El problema consiste en seleccionar una función de transferencia $H(u,v)$ que proporcione una $F_o(u,v)$ que no contenga las componentes de alta frecuencia de $F(u,v)$. La T.F inversa de $F_o(u,v)$ proporcionará la imagen suavizada deseada $f_o(x,y)$.



Ejemplo de filtrado paso bajo. La imagen resultante se muestra difuminada al haberse atenuado las componentes de alta frecuencia de la transformada de Fourier de la imagen original.

FILTRADO PASO BAJO $F_o(u,v) = H(u,v) * F(u,v)$

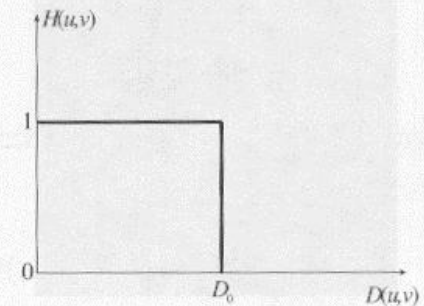
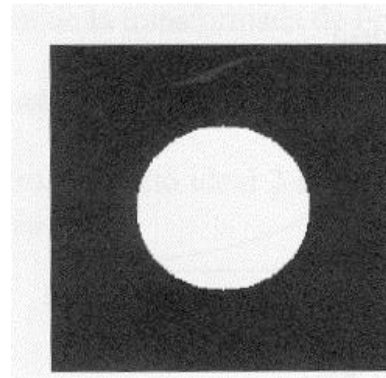
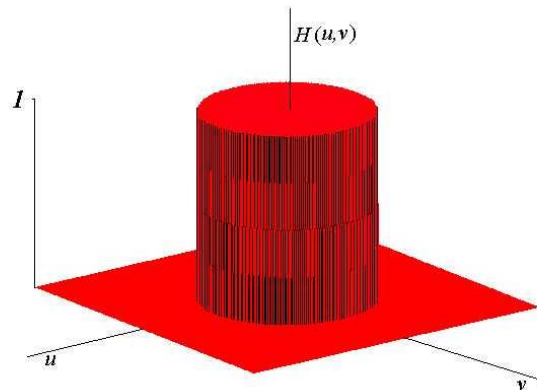
Filtrado ideal paso bajo

- Todas las frecuencias dentro de un círculo de radio D_0 se pasan sin atenuación, mientras que todas las frecuencias fuera de este círculo son eliminadas.
- La función de transferencia que caracteriza un filtro paso de bajo ideal:

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u,v) \leq D_0 \\ 0 & \text{si } D(u,v) > D_0 \end{cases}, \quad D(u,v) = (u^2 + v^2)^{1/2} \quad \text{donde } D_0 \text{ es una cantidad especificada no negativa, y } D(u,v) \text{ es la}$$

distancia desde el punto (u,v) al origen del plano de frecuencias.

- Frecuencias de Corte: conjunto de frecuencias (u,v) que delimitan el círculo de transición entre $H(u,v)=1$ y $H(u,v)=0$.



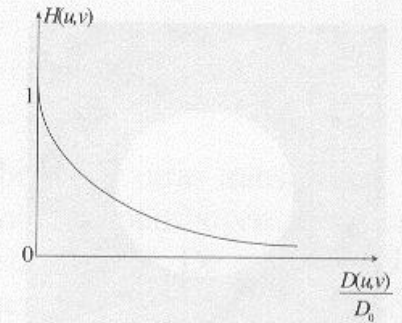
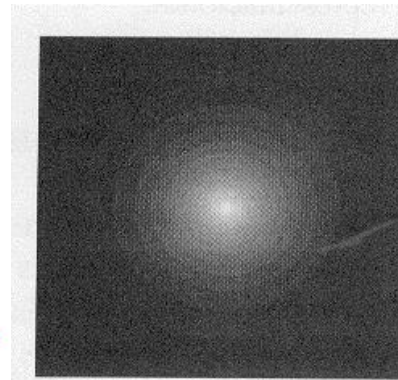
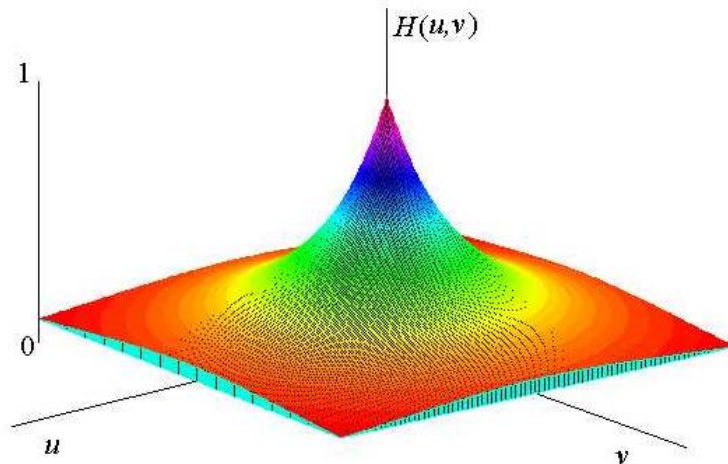
Perspectiva de $H(u,v)$ como una función de u y v . Representación en niveles de gris (valores de 0 a 255, normalizados de 0 a 1). Sección transversal del filtro.

FILTRADO PASO BAJO $F_0(u,v) = H(u,v) * F(u,v)$

Filtrado paso bajo de Butterworth

- Su función de transferencia no presenta una discontinuidad que permita establecer un corte entre claro entre frecuencias filtradas o eliminadas y frecuencias pasadas sin atenuación.
- La función de transferencia que caracteriza un filtro paso bajo de Butterworth:

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + [D(u,v)/D_0]^{2n}} \quad , \quad D(u,v) = (u^2 + v^2)^{1/2} \quad , \quad \text{donde } D_0 \text{ es una cantidad especificada para que } H(u,v) \text{ alcance un determinado valor por debajo de su máximo y } D(u,v) \text{ es la distancia desde el punto } (u,v) \text{ al origen del plano de frecuencias.}$$



Perspectiva de $H(u,v)$ como una función de u y v . Representación en niveles de gris (valores de 0 a 255, normalizados de 0 a 1). Sección transversal del filtro para $n = 2$.

FILTRADO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA ($F_o(u,v) = H(u,v) * F(u,v)$)

FILTRADO PASO ALTO

- Los bordes y otros cambios abruptos en los niveles de gris se asocian con las componentes de alta frecuencia de su transformada de Fourier (una imagen puede difuminarse atenuando estas componentes de alta frecuencia).
- *La extracción de bordes puede lograrse en el dominio de la frecuencia mediante un proceso de Filtrado Paso Alto que atenúa las componentes de baja frecuencia sin alterar la información de alta frecuencia en la transformada de Fourier.*



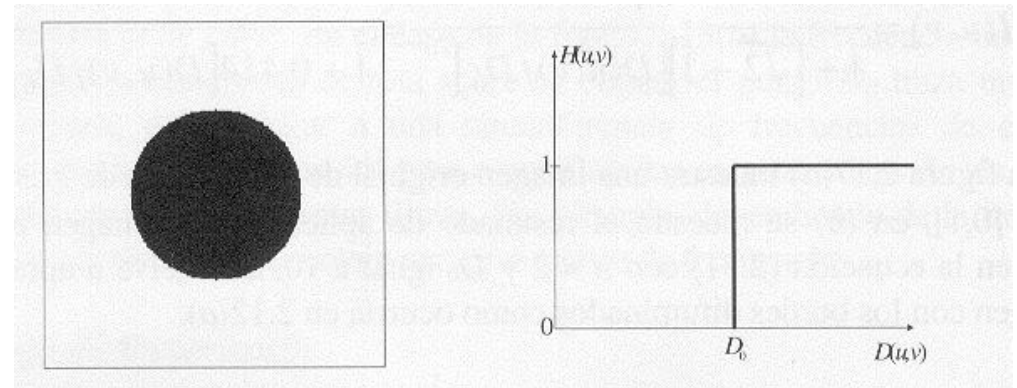
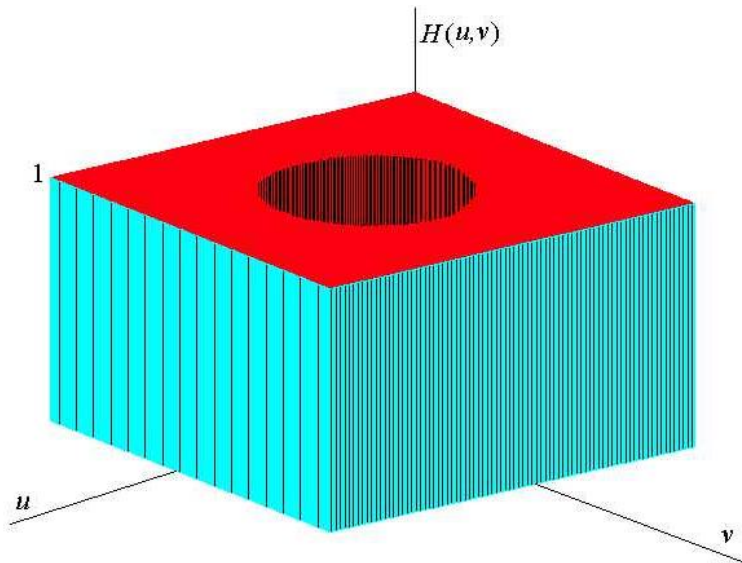
Ejemplo de filtrado paso alto. Se aprecia una imagen resultante con los bordes marcados.

FILTRADO PASO ALTO $F_o(u,v) = H(u,v) * F(u,v)$

Filtrado ideal paso alto

- El filtro atenúa completamente todas las frecuencias dentro de un círculo de radio D_0 , mientras que todas las frecuencias fuera de este círculo pasan sin atenuación.
- La función de transferencia que caracteriza un filtro paso de bajo ideal:

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{si } D(u,v) \leq D_0 \\ 1 & \text{si } D(u,v) > D_0 \end{cases}, \quad D(u,v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$$
 donde D_0 es la distancia de corte, y $D(u,v)$ es la distancia desde el punto (u,v) al origen del plano de frecuencias.



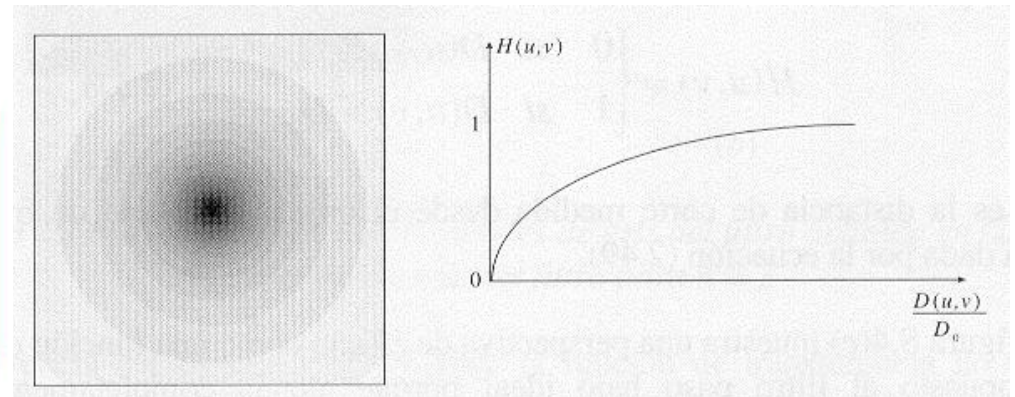
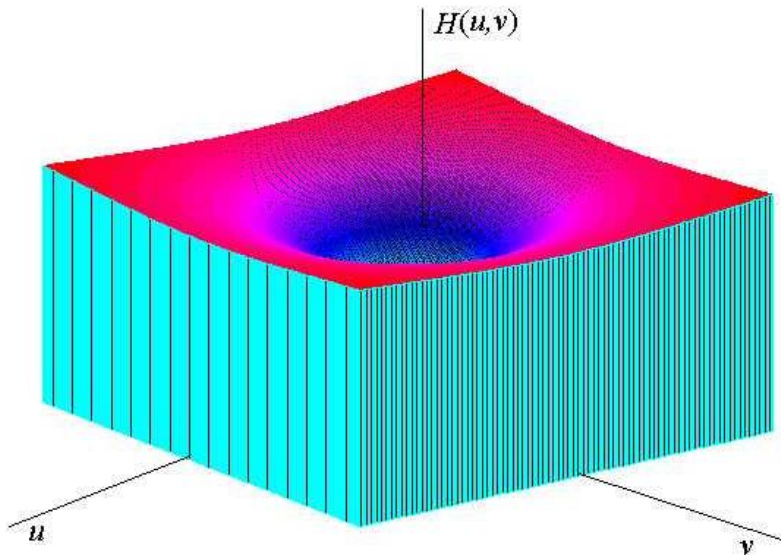
FILTRADO PASO ALTO $F_o(u,v) = H(u,v) * F(u,v)$

Filtrado paso alto de Butterworth

- Su función de transferencia no presenta una discontinuidad que permita establecer un corte entre claro entre frecuencias bajas filtradas o eliminadas y frecuencias altas pasadas sin atenuación.
- La función de transferencia que caracteriza un filtro paso bajo de Butterworth:

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u,v)]^{2n}} \quad , \quad D(u,v) = (u^2 + v^2)^{1/2} \quad , \quad \text{donde } D_0 \text{ es una cantidad especificada para que } H(u,v) \text{ alcance un}$$

determinado valor por debajo de su máximo y $D(u,v)$ es la distancia desde el punto (u,v) al origen del plano de frecuencias.

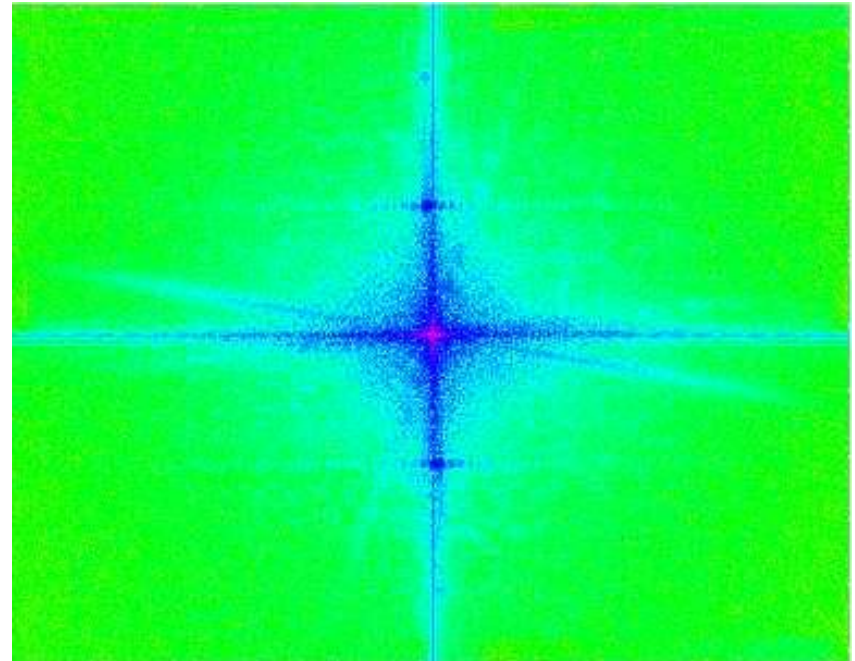


Perspectiva de $H(u,v)$ como una función de u y v . Representación en niveles de gris (valores de 0 a 255, normalizados de 0 a 1). Sección transversal del filtro para $n = 2$.

EJEMPLO DE FILTRADO DE IMÁGENES DIGITALES

Imagen a Filtrar

- **Figura 1: imagen original de 512x512 píxeles y con 256 niveles de gris (desde el cero, negro, hasta el 255, blanco).**
- **Figura 2: Espectro en frecuencias de la imagen 1 (los mayores valores de magnitud se muestran en tonos azules)**
 - ✓ La transformada tiene alta magnitud a lo largo de los ejes u y v (originado por la existencia de marcados bordes horizontales y verticales).
 - ✓ Regiones diagonales en la transformada (originadas por la existencia de bordes inclinados en la imagen original).
 - ✓ Valores de magnitud alta cerca del origen –centro de la imagen– (debido a que la imagen original contiene extensas regiones de intensidad aproximadamente uniforme).



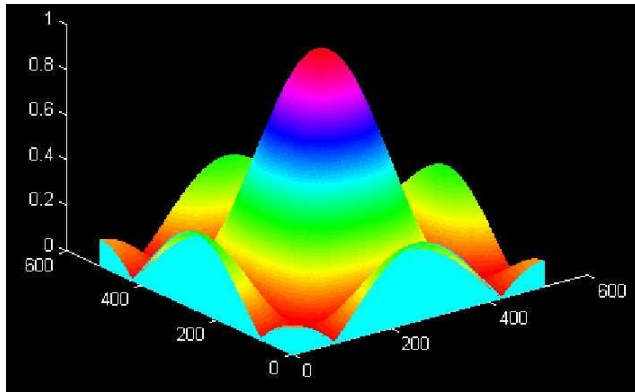
EJEMPLO DE FILTRADO DE IMÁGENES DIGITALES

Ejemplo 1:

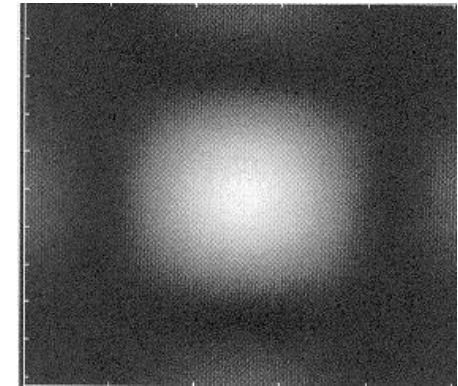
➤ Filtrado con Máscara de Convolución: $h \equiv \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

⇒ Es un filtro de suavizado, que promedia el entorno de vecindad.

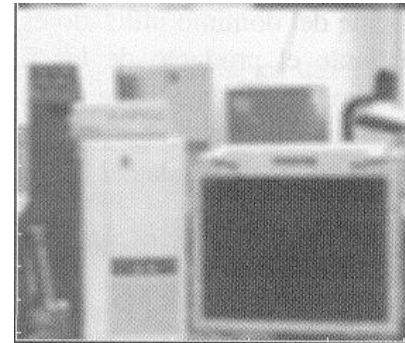
⇒ Filtro con características paso bajo (los valores de la transformada de Fourier son más altos con frecuencias próximas al origen del espectro).



Función de transferencia del filtro
(transformada de Fourier de h),
representada en forma tridimensional y
en forma de imagen de grises.



➤ Resultado del Filtrado: imagen suavizada, se muestra borrosa con los bordes difuminados.



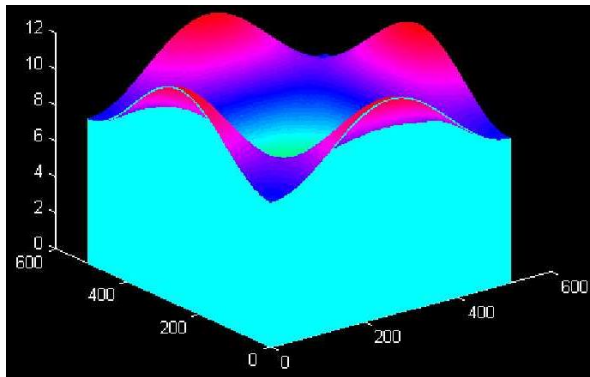
EJEMPLO DE FILTRADO DE IMÁGENES DIGITALES

Ejemplo 2:

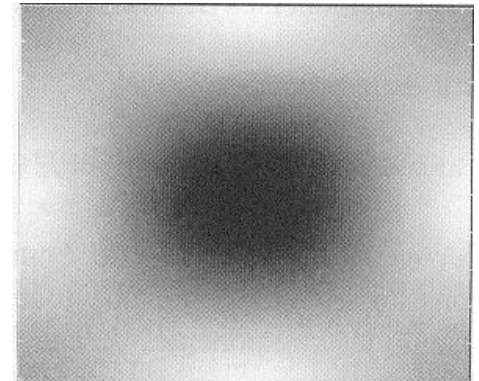
➤ Filtrado con Máscara de Convolución: $h \equiv \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$.

⇒ Es un filtro Laplaciana utilizado para la extracción de bordes.

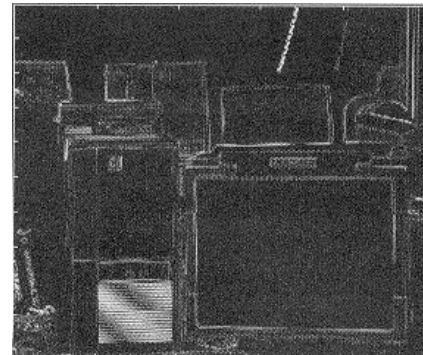
⇒ Filtro con características paso alto (los valores más bajos de la transformada de Fourier están próximas al origen del espectro).



Función de transferencia del filtro
(transformada de Fourier de h),
representada en forma tridimensional y
en forma de imagen de grises.



➤ Resultado del Filtrado: imagen de bordes obtenida mediante filtrado paso alto.



TEMA 2

– FUNDAMENTOS DE IMÁGENES DIGITALES –

2.1.- Imágenes digitales: muestreo y cuantificación

2.2.- Modelos de color

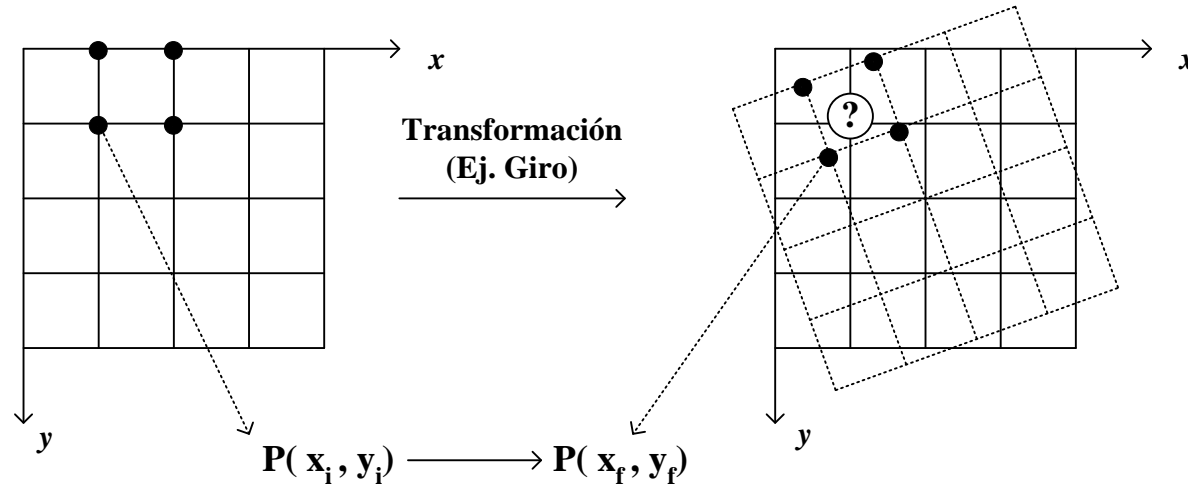
2.3.- Relaciones básicas entre píxeles: vecindad, conectividad y concepto de distancia

2.4.- Transformaciones básicas en el dominio espacial: operaciones individuales y de vecindad

- Operaciones Individuales.
- Operaciones de Vecindad: Convolución, Filtrado de Imágenes.
- *Transformaciones geométricas.*

TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS

➤ Operaciones que modifican las coordenadas espaciales de los píxeles de una imagen.



Se necesitan dos tipos de algoritmos:

- La imagen digital es discreta, no existen valores de intensidad entre los valores discretos de las coordenadas x e y , que coinciden con las intersecciones de los valores discretos horizontales y verticales. Mediante una transformación, se modifican las coordenadas de los píxeles, por lo que los valores de éstos ya no tienen por qué quedar sobre tales intersecciones \Rightarrow **Transformación geométrica**.
- La imagen final debe asumir una estructura similar a la de la imagen inicial, por lo que es necesario calcular los valores de los píxeles en las coordenadas x e y donde estaban definidos antes de la transformación \Rightarrow **Interpolación**.

Transformaciones Geométricas:

➤ **Traslación** : si se quiere trasladar el origen de la imagen, se trasladan los valores de los píxeles en coordenadas x_i e y_i de la imagen original, a las coordenadas x_i+x_0 e y_i+y_0 de la imagen resultante.

$$\begin{aligned} x_f &= x_i + x_0 \\ y_f &= y_i + y_0 \end{aligned} \quad ; \quad \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

➤ **Magnificación:**

$$\begin{aligned} x_f &= \frac{x_i}{a} \\ y_f &= \frac{y_i}{b} \end{aligned} \quad ; \quad \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 & 0 \\ 0 & 1/b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

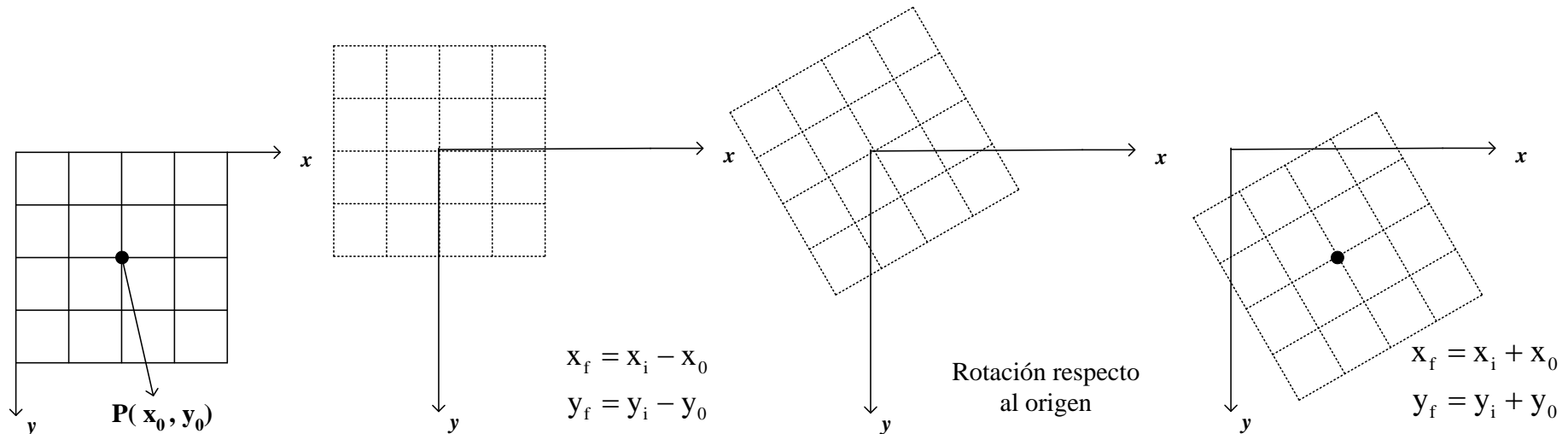
➤ **Rotación respecto al origen:**

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

Transformaciones Geométricas:

➤ Rotación respecto a un punto cualquiera: equivale a trasladar la imagen de forma que el punto desde el que se quiere rotar se sitúe en el origen, realizar una rotación respecto al origen y deshacer la traslación.

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$



Interpolación:

➤ Puede considerarse como el cálculo del valor de intensidad de un píxel en función de los valores de intensidad de los píxeles que le rodean:

Distintas formas de hacerlo:

- Suponer que el píxel toma el mismo valor que el más cercano de entre los cuatro que le rodean (para decidir cuál es el más cercano se puede utilizar la distancia Euclídea).
- Asociar la intensidad media de los dos píxeles más cercanos.
- **Interpolación bilineal:** Asignar al píxel en cuestión un valor medio ponderado de las intensidades de los cuatro píxeles que le rodean. Los factores de ponderación vienen dados por la distancia entre el píxel y los del entorno:

$$P(x,y) = a_1P_1 + a_2P_2 + a_3P_3 + a_4P_4$$

$$a_1 = \left(1 - \frac{dx}{\Delta x}\right) \left(1 - \frac{dy}{\Delta y}\right) ; a_2 = \frac{dx}{\Delta x} \left(1 - \frac{dy}{\Delta y}\right) ; a_3 = \left(1 - \frac{dx}{\Delta x}\right) \frac{dy}{\Delta y} ; a_4 = \frac{dx}{\Delta x} \frac{dy}{\Delta y}$$

