

TEMA III : IMPLEMENTACIÓN DE SIMULACIÓN

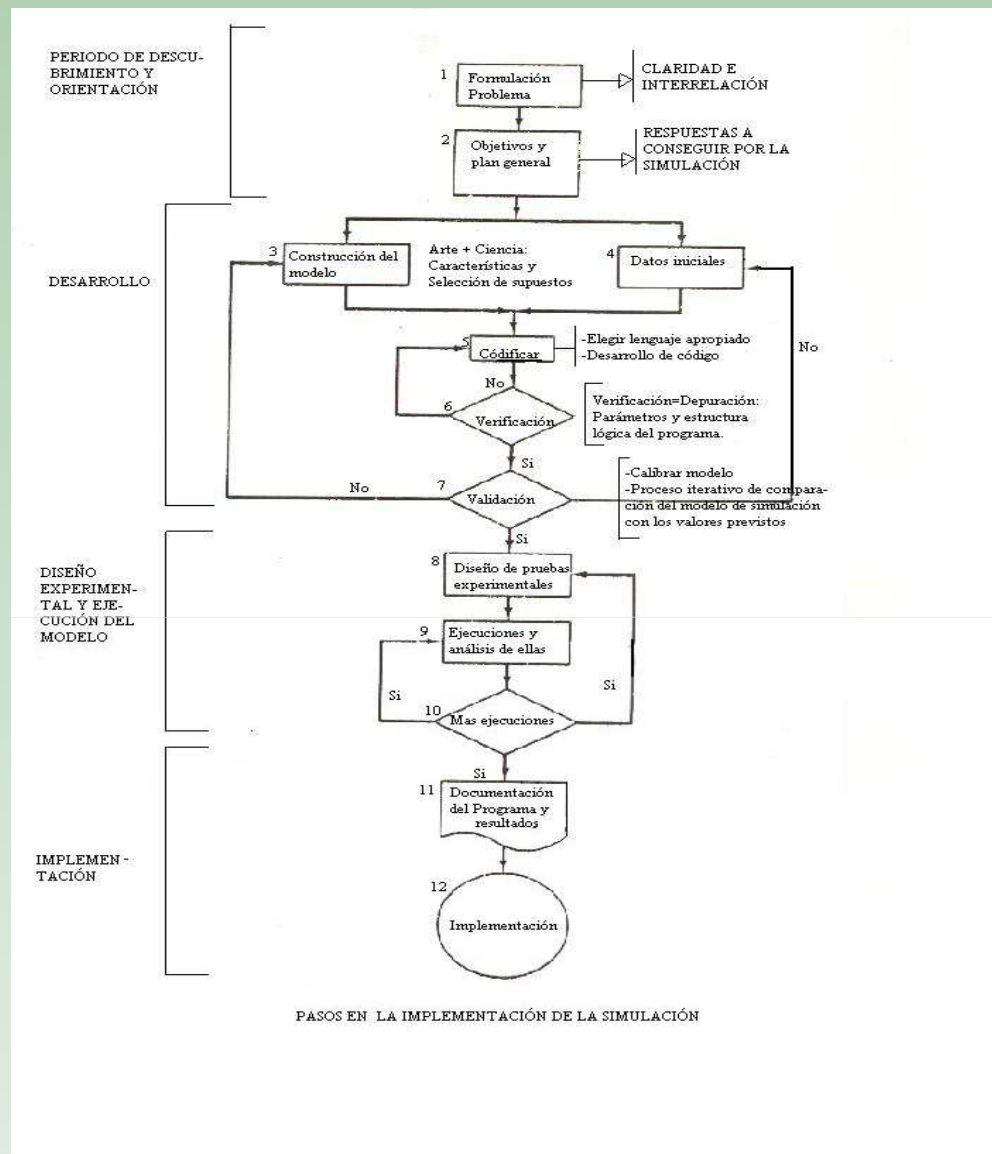
1. Introducción
2. Simulación numérica
3. Verificación y Validación

INTRODUCCIÓN

Tras haber estudiado con detenimiento qué es un sistema y cómo se modela, vamos a proceder a estudiar la simulación.

Ésta es realmente la que usa el ordenador como herramienta principal y es la que a continuación vamos a intentar desarrollar.

Una definición más académica de la simulación sería: “Es la técnica de construir y poner en funcionamiento el modelo de un sistema real con la intención de estudiar su comportamiento sin irrumpir en el entorno del sistema real” (Koskossidis y Brennan).



¿Qué es un sistema?.

“una combinación de elementos o componentes interrelacionados entre sí y con el global que actúan juntos para obtener un fin.”

- * Entidad : objeto de interés del sistema
- * Atributo: es una propiedad de una entidad
- * Actividad: representa un periodo de tiempo de longitud específica.
- * Estado del sistema: Colección de variables, relativas a los objetos sujetos a estudio, necesario para describir al sistema en cualquier momento.
- * Evento: hecho que se produce en un instante determinado y que hace variar las condiciones del sistema. Endógenos: aquellos eventos que se producen en el interior del sistema, exógenos, son los que se producen en el exterior

SIMULACIÓN: RESOLUCIÓN E IMPLEMENTACIÓN

“Es la técnica de construir y poner en funcionamiento el modelo de un sistema real con la intención de estudiar su comportamiento sin irrumpir en el entorno del sistema real” (Koskossidis y Brennan).

De una forma más llana la simulación será el proceso de encontrar las soluciones a las ecuaciones que modelan nuestro sistema para unos valores iniciales que nosotros fijaremos. Posteriormente, con todo ese conjunto de datos obtenidos en la simulación, realizaremos las operaciones necesarias de tratamiento de datos estadístico y gráfico, para acomodar los datos para su posterior estudio.

SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DISCRETO

- * Viene descrito por su ecuación en diferencia
- * Se realiza creando un algoritmo que resuelva iterativamente la ecuación, partiendo de unas condiciones iniciales
- * Si el sistema viene descrito por su función de transferencia $G(z)$ habrá que identificar los coeficientes a_i y b_j de $G(z)$ para construir la ecuación en diferencias de la que procede.

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Una **función de transferencia** es un modelo matemático que a través de un cociente relaciona la respuesta de un sistema (modelada) a una señal de entrada o excitación (también modelada)

Ejemplo: Sistema de Suspensión de un Neumático.

La ecuación diferencial que describe el sistema viene dada por:

$$\ddot{x} + 2.\xi.w_n.\dot{x} + w_n^2 = w_n^2.F(t)$$

con:

$$2.\xi.w_n = \frac{D}{M} \Rightarrow w_n^2 = \frac{K}{M}$$

Siendo K, D y M, los valores de las constantes.

Resolviendo la ecuación se obtienen los valores de desplazamiento $x(t)$ ante una entrada $F.(t)$ de tipo escalón unidad aplicada en $t=0$, para diferentes valores de ξ .

Un caso particular de analogía se da entre circuitos eléctricos y mecánicos.

Las ecuaciones diferenciales de estos sistemas son:

$$M \ddot{x} + D \dot{x} + kx = kF(t)$$

para el circuito mecánico y:

$$L \ddot{q} + R \dot{q} + \frac{q}{C} = E(t)$$

para el circuito eléctrico.

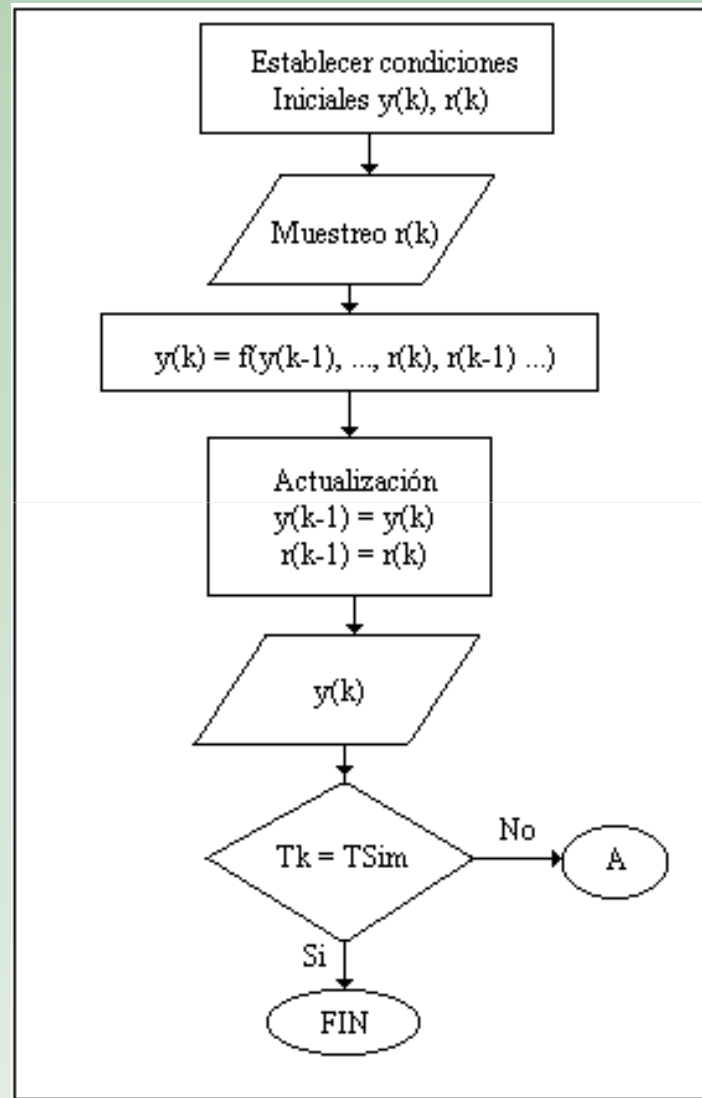
la inspección de las ecuaciones refleja una serie de equivalencias descritas a continuación:

La inspección de las ecuaciones refleja una serie de equivalencias descritas a continuación

<u>DESPLAZAMIENTO</u>	x	q	CARGA
VELOCIDAD	\dot{x}	$I(\dot{q})$	CORRIENTE
FUERZA	F	E	VOLTAJE
MASA	M	L	INDUCTANCIA
CTE. AMORTIGUACIÓN	D	R	RESISTENCIA
RIGIDEZ	K	$\frac{1}{C}$	CAPACIDAD ⁻¹

Ambos son modelos análogos entre sí y se puede estudiar el comportamiento de uno de ellos con el otro. En la práctica es más simple modificar el circuito eléctrico, por tanto, más fácil de estudiar. En general, los modelos por analogía serán obtenidos en términos de componentes eléctricas, con variables físicas que son medibles, sin necesidad de resolver las ecuaciones del circuito análogo.

ALGORITMO



Métodos de Simulación de Sistemas en Tiempo Continuo

Los sistemas continuos se caracterizan por tener variables que toman valores en todo instante de tiempo y que cambian continuamente. Dada la naturaleza discreta del computador digital, la simulación de estos sistemas tendrá que ser forzosamente de tipo discreto, en la cual solo se considerarán las variables continuas en determinados instantes de tiempo.

Por lo tanto, una señal continua $x(t)$ será transformada en una secuencia

$$x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k), \dots, x(t_n)$$

siendo $T = t_k - t_{k-1}$ el tiempo entre dos valores adyacentes.

1. Discretización de un sistema continuo:

Consiste en la aplicación de las técnicas de muestreo y reconstrucción para pasar de una descripción en tiempo continuo a una equivalente en tiempo discreto, aplicando a continuación el algoritmo de resolución iterativa de la ecuación en diferencias resultante descrito en la sección anterior.

2. Aplicación de Métodos Numéricos:

Son técnicas para la resolución de las ecuaciones diferenciales del sistema que tienen por objeto el sustituir las derivadas de las variables $x(t)$ $t = t_k$, por expresiones aproximadas que involucran a los valores de $x(t_k)$, $x(t_{k-1})$, ..., $x(t_{k+1})$, ..., etc.

MÉTODOS NUMÉRICOS DE SIMULACIÓN

El objeto de los métodos numéricos es obtener, a partir de un sistema continuo expresado mediante la ecuación diferencial de primer orden (EDO)

una secuencia de valores $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_k)$ que aproximan la solución $x(t)$ de la ecuación diferencial anterior. Al intervalo $T = t_k - t_{k-1}$ se le denomina intervalo o tiempo de integración

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u)$$

Existe una gran variedad de métodos numéricos para la resolución de la ecuación diferencial del sistema, entre los cuales

- * Fórmulas de Integración Abiertas.
- * Fórmulas de Integración Cerradas.
- * Fórmulas de Predicción – Corrección.
- * Métodos de Runge Kutta.

Métodos numéricos

Ejemplos de las leyes fundamentales escritas en términos del promedio de cambio de las variables (t = tiempo y x =posición)

Ley	Expresión matemática	Variables y parámetros
Segunda ley de Newton del movimiento	$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}$	Velocidad (v), fuerza (F) y masa (m)
Ley del calor de Fourier	$\text{Flujo de calor} = k \frac{\partial T}{\partial x}$	Conductividad térmica (k) y temperatura (T)
Ley de difusión de Fick	$\text{Flujo de masa} = -D \frac{\partial c}{\partial x}$	Coefficiente de difusión (D) y concentración (c)
Ley de Faraday (describe la caída del voltaje a través de un conductor)	$\text{Caída de voltaje} = L \frac{\partial i}{\partial t}$	Inductancia (L) y corriente (i)
Conservación de la masa	$\text{Acumulacion} = V \frac{\partial c}{\partial t}$	Volumen (V) y concentración (c)

Es común a todos estos métodos la resolución de la ecuación diferencial:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)) = f(t)$$

por integración de la misma entre los puntos t_{i-r} y t_{i+1} , según:

$$\int_{x_{i-r}}^{x_{i+1}} dx = \int_{t_{i-r}}^{t_{i+1}} f(t).dt \quad \longrightarrow \quad x(t_{i+1}) = x(t_{i-r}) + \int_{t_{i-r}}^{t_{i+1}} f(t).dt$$

Por lo tanto:

$$x_{i+1} = x_{i-r} + \int_{t_{i-r}}^{t_{i+1}} f(t).dt$$

Introducción a los métodos de un paso

Los métodos de un paso se emplean en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

La ecuación empleada, expresada de forma general es

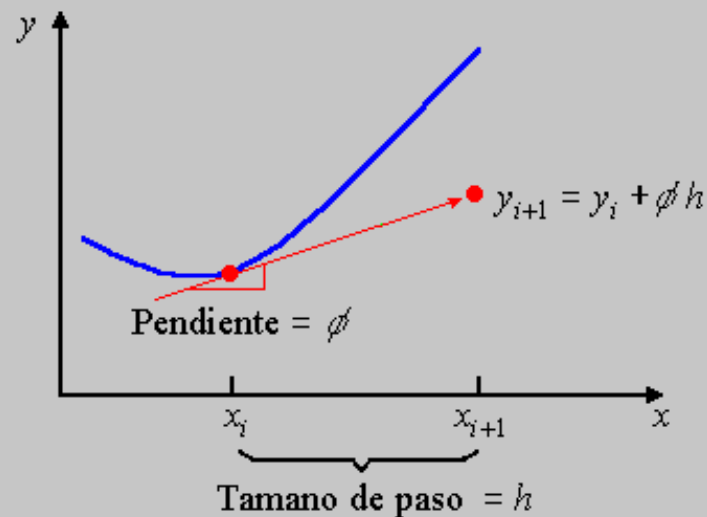
$$\text{Valor actual} = \text{valor anterior} + \text{pendiente} \times \text{tamaño del paso}$$

o, en terminos matemáticos

$$y_{i+1} = y_i + \Theta h$$

De acuerdo a esta ecuación, se usa la aproximación a la pendiente para calcular el valor siguiente a partir del anterior, siendo 'h' la distancia entre ambos. Esta fórmula se aplica paso a paso para trazar la trayectoria de la solución.

En la siguiente figura se muestra el esquema gráfico del método de un paso.



Todos los métodos de un paso se pueden expresar de esta forma general ya que la única diferencia entre ellos es cálculo de la pendiente.

Método de Euler

El método de Euler utiliza la primera derivada como aproximación directa a la pendiente en X_i

$$\Theta = f(x_i, y_i)$$

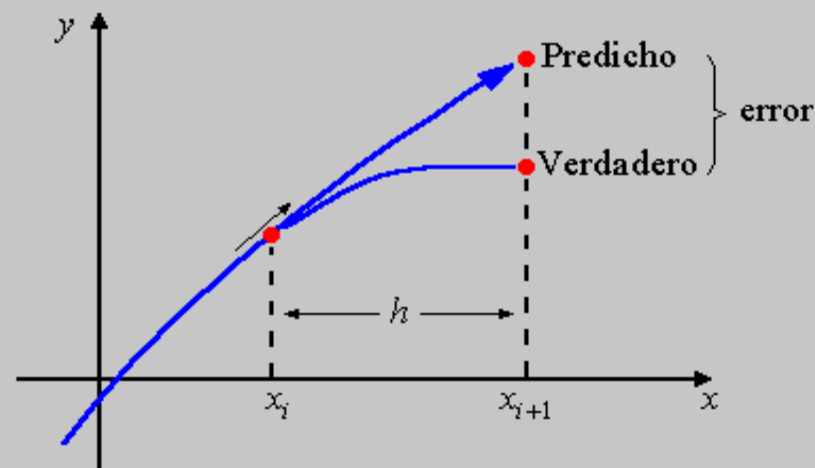
donde $f(X_i, Y_i)$ es la ecuación diferencial evaluada en X_i y Y_i . Sustituyendo esta aproximación en la ecuación general de los métodos de un paso

$$y_{i+1} = y_i + \Theta h$$

se obtiene

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$$

A esta fórmula se le conoce como método de Euler; se predice el nuevo valor de Y usando la pendiente (que es igual a la primera derivada en el valor original X) para extrapolar linealmente sobre el tamaño de paso ' h '.



El resto de los métodos de un paso que se estudian a continuación se pueden expresar en esta forma. La única diferencia es el cálculo de la pendiente que persigue mejores aproximaciones.

Modificaciones y mejoras al método de Euler

Una fuente fundamental de error en el método de Euler se debe a que la derivada al principio del intervalo se aplica a través del intervalo entero. Existen dos modificaciones simples que ayudan a evitar este inconveniente, el método de Heun y el del polígono mejorado (Euler modificado).

Método de Heun

La mejora del método de Heun consiste en la aproximación a la pendiente mediante la aplicación de dos derivadas del intervalo, una en el punto inicial y otra en punto final. La aproximación mejorada de la pendiente será el promedio de las dos derivadas.

Recordando el método de Euler, la pendiente al principio del intervalo es

$$y'_i = f(x_i, y_i)$$

que se emplea en extrapolar linealmente el valor de 'y' al final del intervalo:

$$y_{i+1}^0 = y_i + f(x_i, y_i) h$$

Este valor no es la solución final sino una predicción intermedia, por lo que se ha distinguido a ésta con el superíndice 0. Esta ecuación se denomina ecuación predictora y proporciona una aproximación del valor de 'y' al final del intervalo. Este valor nos permite a su vez calcular la pendiente aproximada en dicho punto.

$$y'_{i+1} = f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)$$

Combinando las dos pendientes obtenemos el promedio del intervalo:

$$\bar{y}' = \frac{y'_i + y'_{i+1}}{2} = \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2}$$

Esta pendiente promedio se usa para extrapolar linealmente el valor de la función en el siguiente punto usando el método de Euler:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2} h$$

Esta ecuación se denomina ecuación correctora.

El método de Heun sigue un esquema 'predictor-corrector' que es el mismo de los métodos de pasos múltiples y se expresa como:

Predictor:	$y_{i+1}^0 = y_i + f(x_i, y_i) h$
Corrector:	$y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2} h$

Método mejorado del polígono (Euler modificado)

El método mejorado del polígono emplea el método de Euler para predecir un valor de 'y' en el punto medio del intervalo.

$$y_{i+1/2} = y_i + f(x_i, y_i) \frac{h}{2}$$

Entonces esta predicción del valor de 'y' se utiliza en la aproximación de la pendiente en el punto medio:

$$y'_{i+1/2} = f(x_{i+1/2}, y_{i+1/2})$$

la cual es una aproximación válida de la pendiente promedio en el intervalo completo. Esta pendiente se usa para extrapolar linealmente el valor de la función en el siguiente punto mediante el método de Euler:

la cual es una aproximación válida de la pendiente promedio en el intervalo completo. Esta pendiente se usa para extrapolar linealmente el valor de la función en el siguiente punto mediante el método de Euler:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_{i+1/2}, y_{i+1/2}) h$$

Métodos de Runge-Kutta

Los métodos de Runge-Kutta tienen la exactitud del esquema de la serie de Taylor sin necesitar el cálculo de derivadas superiores. Existen muchas variaciones pero todas ellas se pueden ajustar a la forma general de la ecuación:

$$y_{i+1} = y_i + \Theta(x_i, y_i, h) h \quad (1)$$

donde a

$$\Theta(x_i, y_i, h)$$

se le llama función de incremento y puede interpretarse como el promedio de la pendiente sobre el intervalo. La función de incremento se puede escribir de forma general como

$$\Theta = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n$$

en donde las 'a' son constantes y las 'k' son

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h)$$

⋮

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h)$$

Se puede observar que las 'k' son relaciones recurrentes, es decir, 'k1' aparece en la ecuación 'k2', que a su vez aparece en la ecuación de 'k3', etc. Esta recurrencia hace que este método sea muy adecuado para su uso con computadoras.

Se pueden desarrollar métodos de Runge-Kutta empleando una cantidad diferente de términos en la función de incremento especificados por 'n'. El método de RK de primer orden con n=1 es, de hecho, el método de Euler. Una vez escogido 'n', los valores de las 'a', de las 'p' y de las 'q' se evalúan igualando la ecuación 1 a los términos en una expansión de la serie de Taylor. En general, el número de términos 'n' representa el orden del método.

Análisis de error

La solución numérica de los métodos de un paso incluye dos tipos de error:

- 1 Errores de truncamiento causados por la naturaleza de los métodos empleados en la aproximación de los valores de 'y'. Este error de truncamiento se descompone en dos: un error de truncamiento local que resulta al aplicar el método en cuestión de un paso y un error de programación debido a las aproximaciones producidas durante los pasos anteriores. La suma de los dos es el error de truncamiento global.
- 2 Errores de redondeo causados por el número limitado de dígitos o de cifras significativas que puede retener el ordenador.

El error global de truncamiento es proporcional al tamaño del paso, es decir, al reducir el tamaño del paso se reduce la cuantía del error.

Estudio del comportamiento del péndulo simple en GALILEO

Ecuación del movimiento

Teniendo en cuenta la fuerza de rozamiento y las dos fuerzas externas la ecuación del movimiento del péndulo simple queda

$$m L \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \operatorname{sen}(\theta) - b \left(L \frac{d\theta}{dt} \right)^n + F_{01} \operatorname{sen}(\omega_1 t + \varphi_1) + \\ + F_{02} \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \operatorname{sen}(\theta)$$

Esta ecuación se obtiene de la segunda ley de Newton y se reduce a la ecuación 1 si tomamos 'b=F₀₁=F₀₂=0' y dividimos por 'mL'.

Solución numérica a la ecuación del movimiento

El problema que queremos resolver es hallar el valor del ángulo y la velocidad del péndulo en un instante de tiempo 't', sabiendo que el ángulo satisface la ecuación

$$m L \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \operatorname{sen}(\theta) - b \left(L \frac{d\theta}{dt} \right)^n + F_{01} \operatorname{sen}(\omega_1 t + \varphi_1) + F_{02} \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \operatorname{sen}(\theta) \quad (1)$$

y las condiciones iniciales

$$\begin{aligned} \theta(t_0) &= \theta_0 \\ V(t_0) &= \frac{d\theta}{dt}(t_0) = V_0 \end{aligned} \quad (2)$$

Para resolver numéricamente este problema escribimos la ecuación 1 como un sistema de dos ecuaciones diferenciales

$$\frac{d\theta}{dt}(t) = V(t) \quad (3)$$

$$\frac{dV}{dt}(t) = \alpha(t, \theta(t), V(t)) \quad (4)$$

donde

$$\alpha(t, \theta(t), V(t)) = -\omega_0^2 \text{sen}(\theta(t)) - \frac{b}{m} L^{n-1} (V(t))^n + \frac{F_{01}}{mL} \text{sen}(\omega_1 t + \varphi_1) + \frac{F_{02}}{mL} \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \text{sen}(\theta(t)) \quad (5)$$

es la aceleración angular. Se puede observar explícitamente su dependencia con el ángulo y la velocidad.

Consideremos un instante de tiempo

$$t_1 = t_0 + \Delta t$$

suficientemente próximo a 't0' de manera que durante ese pequeño intervalo de tiempo podamos considerar que los lados derechos de las ecuaciones 3 y 4 se mantienen aproximadamente constantes e iguales a su valor en 't0'. Entonces, usando la definición de derivada podemos escribir que

$$\theta_1 \approx \theta_0 + (\Delta t) V_0 \quad (6)$$

$$V_1 \approx V_0 + \alpha(t_0, \theta_0, V_0) \Delta t \quad (7)$$

donde

$$\theta_1 = \theta(t_1) \quad \text{y} \quad V_1 = V(t_1)$$

Las expresiones 6 y 7 serán más exactas cuanto menor sea el intervalo de tiempo escogido.

Si en las expresiones 6 y 7 cambiamos 't0' por 't1' y 't1' por

$$t_2 = t_1 + \Delta t$$

podemos hallar los siguientes valores aproximados del ángulo y de la velocidad. Repitiendo este proceso hallamos los valores aproximados de

$$\theta_n = \theta(t_n) \quad \text{y} \quad V_n = V(t_n)$$

siendo

$$t_n = t_0 + n\Delta t$$

y 'n' un número entero.

Este es el método de Euler para la solución del sistema de ecuaciones 3 y 4 o, lo que es lo mismo, de la ecuación 1 con las condiciones iniciales de la expresión 2.

INTERVALO DE INTEGRACIÓN

La elección del periodo de integración T siempre es crítica de cara a obtener resultados aceptables en la simulación.

La elección de un T demasiado grande provoca:

- Errores de discretización de variables altos.
- Inestabilidad en la solución.

Mientras que un T demasiado pequeño produce:

- Aumento de cálculos, simulación lenta.
- Errores por excesivo truncamiento.

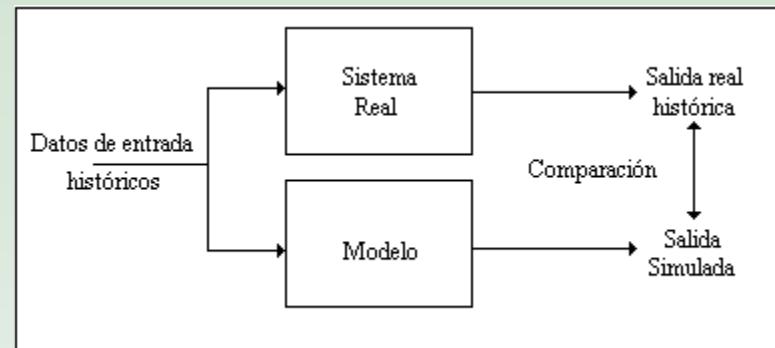
Por lo tanto existe un compromiso en el valor a elegir del tiempo de integración.

CONTRASTE DE RESULTADOS REALES

La validación consiste en determinar si una simulación es una representación válida del sistema real bajo estudio.

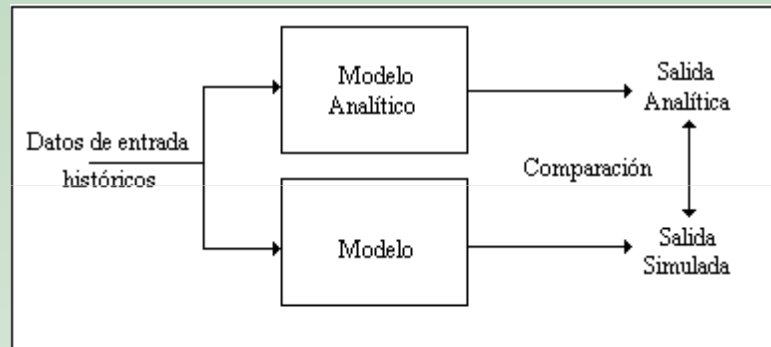
Se utilizan dos procedimientos :

1. Si describe a un sistema real del que se poseen datos históricos de salida, se pueden comparar estos con los obtenidos con la simulación bajo el mismo conjunto de condiciones de entrada:



CONTRASTE DE RESULTADOS REALES

Si el modelo bajo ciertas condiciones de entrada (restricciones) puede ser resuelto analíticamente, se compararán los resultados analíticos de salida con los obtenidos por simulación, según se ilustra en la siguiente figura:



Para los modelos que no estén en las condiciones anteriores todo lo que se puede hacer es ejecutar el modelo con diferentes datos de entrada y determinar si la salida está en el campo de la credibilidad aparente.

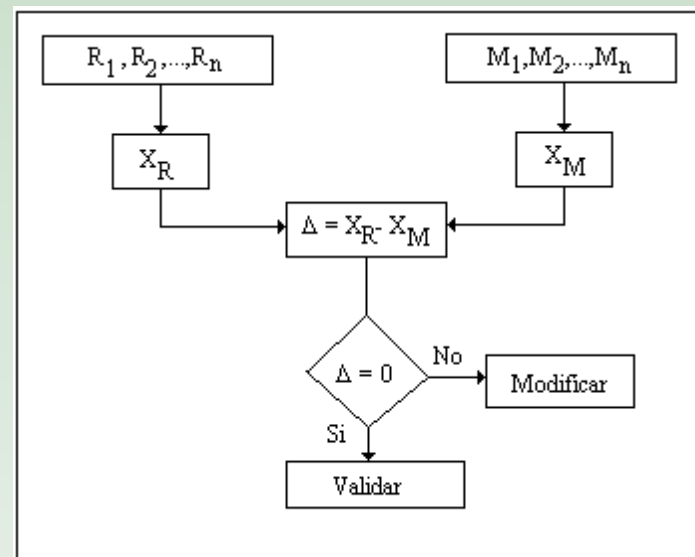
PROCEDIMIENTO DE COMPARACIÓN

La comparación de resultados de simulación con datos históricos o analíticos ha de ser realizada empleando procedimientos estadísticos debido a que la comparación no es punto a punto sino entre dos conjuntos de observaciones R_1, R_2, \dots, R_n y M_1, M_2, \dots, M_n correspondientes a diferentes ejecuciones.

Método de Inspección

Se utilizan estadísticos (media varianza) que sintetizan las informaciones relativas a los valores de datos históricos R_i y los de simulación M_i , comparándose entre sí los valores del estadístico para R_i y M_i respectivamente para asegurar la validez.

El problema presentado por este método es que Δ varía de experimento a experimento



Construcción del Intervalo de Confianza

Dado dos conjuntos de observaciones R_i y M_i correspondientes a los resultados del sistema real o analítico y los de simulación respectivamente, se calculan las medias

$$\mu_r = E(R_i)$$

$$\mu_m = E(M_i)$$

y se construye un intervalo de confianza para la variable ξ definida por:

$$\xi = \mu_r - \mu_m$$

para comparar las dos muestras.

Para ello se usará la variable Z_i diferencia de muestras:

$$Z_i = R_i - M_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Y se calculará la media y la desviación de esta nueva variable:

$$Z = \sum \frac{Z_i}{n}, \sigma_Z = \frac{\sqrt{(Z_i - Z)^2}}{n - 1}$$

Construcción del Intervalo de Confianza

Si la variable se distribuye normal o el tamaño de la muestra n es suficientemente alto para aplicar el teorema central del límite, el intervalo de confianza viene dado por:

$$IC \cong Z \pm t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma_2}{\sqrt{n}}$$

que da un intervalo que acota la diferencia entre las medias ' ξ ' en el ' $1 - \alpha\%$ ' de los casos en el caso de muestras independientes. Si el intervalo descrito contiene al 0 ($\mu_r = \mu_m$) se dirá que la diferencia ' α ' no es significativa y por tanto se puede validar el modelo.

Para el caso de muestras no independientes hay que incluir el efecto de la correlación en las fórmulas del cálculo de la desviación típica ' σ_2 '.

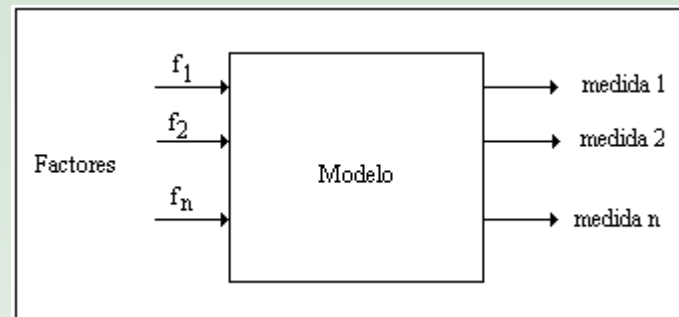
Diseño de Experimentos

El diseño de experimentos de simulación sobre un modelo comprende un conjunto de reglas y principios con objeto de determinar los efectos de varios factores (variables de entrada) sobre las medidas de funcionamiento (variables de salida).

El interés del diseño de experimentos radica en la posibilidad de evaluar sistemas alternativos e incluso de optimizar el funcionamiento de un sistema.

El diseño comprende tres tareas diferenciadas como son:

- Elección de parámetros de entrada.
- Selección de la longitud de simulación.
- Determinación del número de réplicas



ANÁLISIS DE HERRAMIENTAS PARA EL DESARROLLO DE LABORATORIOS VIRTUALES

Lenguajes de Programación

Son de propósito generales tales como el FORTRAN, PASCAL, C, etc..., requieren menos tiempo de ejecución que los lenguajes de simulación, y están disponibles en cualquier computador.

ANÁLISIS DE HERRAMIENTAS PARA EL DESARROLLO DE LABORATORIOS VIRTUALES

Lenguajes de Simulación

Están diseñados específicamente para los fines de simulación y requieren un menor tiempo de programación. Están especialmente creados para resolver sistemas en tiempo continuo, discreto y eventos discretos, pudiendo algunos simular conjuntamente más de uno de estos tipos de sistemas.

ANÁLISIS DE HERRAMIENTAS PARA EL DESARROLLO DE LABORATORIOS VIRTUALES

Paquetes de Simulación

Los Paquetes de Simulación son colecciones de rutinas que pueden ser incluidas en otros programas de uso general. Son en realidad herramientas que dotan de un carácter interactivo al proceso de modelado y simulación de sistemas, siendo empleadas en CAD, CAM y CAE, control de sistemas y diseño de sistemas en Ingeniería.

CARACTERÍSTICAS DEL LENGUAJE

- Objetivo de lenguaje
- Código de base del lenguaje
- Grado de documentación
- Mecanismo de avance del tiempo
- Inicialización del programa
- Entrada de datos
- Salida de informes
- Métodos para análisis de datos

Entre los lenguajes de simulación utilizados destacan :
MATLAB-SIMULINK. DYNAMO, SIMAN y SIMSCRIPT, ANSYS etc.. .

Sistemas Expertos y Redes Neuronales como herramienta de simulación en el caso de sistemas cuyo comportamiento viene expresado por un conjunto de reglas heurísticas y datos de funcionamiento.