

# Febrero-2016.pdf



CarlosGarSil98



Algorítmica y Modelos de Computación



3º Grado en Ingeniería Informática



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Huelva





Universidad de Huelva. Escuela Técnica de Ingeniería. Departamento de Tecnologías de la Información.

ALGORÍTMICA Y MODELOS DE COMPUTACIÓN. 3º Grado Ingeniería Informática. La Rábida 9 de febrero del 2016.

APELLIDOS, NOMBRE GASCIA SILVA, Carlos

#### Ejercicio 1. (2 puntos).

- Analizar el algoritmo de la Búsqueda del k-ésimo menor elemento. Dado un vector de n elementos, el problema de la selección consiste en buscar el k-ésimo menor elemento.
- Supongamos que disponemos de la siguiente definición de tipo:

```
CONST n = ...;
```

TYPE vector = ARRAY [1..N] OF INTEGER;

Y supongamos que primero y último indican los límites del array (inicialmente primero=1 y último=n)

Para la solución del problema utilizamos la idea del agoritmo Partition (utilizado en Quicksort): El vector A[p...r] se particiona(reorganiza) en dos subvectores A[p..q] y A[q+1..r] de forma que los elementos de A[p..q] son menores o iguales que el pivote(por ej: primer elemento) y los de A[q+1..r] mayores o iguales.

- El algoritmo de la Búsqueda del k-ésimo menor elemento puede ser implementado:
- 1. Versión iterativa de la Búsqueda del k-ésimo menor elemento puede ser implementado:

```
funcion SelectIt(A : vector, primero, ultimo, k : entero)
mientras (primero < ultimo) hacer
q = Partition(A, primero, ultimo)
si (k ≤ q) entonces
ultimo = q
sino
primero = q + 1
fsi
fmientras
devuelve A[primero]
ffuncion
```

2. Versión recursiva de la Búsqueda del k-ésimo menor elemento

```
 \begin{aligned} & \textbf{funcion SelectRc}(A: vector, primero, ultimo, k: entero) \\ & \textbf{si } (primero == ultimo) \textbf{ entonces} \\ & \textbf{ devuelve A}[primero] \\ & \textbf{fsi} \\ & q = \textbf{Partition}(A, primero, ultimo) \\ & i = q - primero + 1 \\ & \textbf{si } (k \leq i) \textbf{ entonces} \\ & \textbf{ devuelve SelectRc}(A, primero, q, k) \\ & \textbf{sino} \\ & \textbf{ devuelve SelectRc}(A, q+1, ultimo, k-i) \\ & \textbf{fsi} \\ & \textbf{ffuncion} \end{aligned}
```





- Se pide:
- a. (0,5 puntos). Calcular la complejidad del algoritmo **iterativo** propuesto para el caso **promedio** mediante el conteo del número de operaciones elementales.
- b. (0,5 puntos). Calcular la complejidad del algoritmo recursivo propuesto para el caso promedio por el método de la ecuación característica.
- c. (0,5 puntos). Calcular la complejidad del algoritmo recursivo propuesto para el caso promedio por el Teorema maestro.
- **d.** (0,5 puntos). Comprobar si ambas versiones, iterativa y recursiva, invierten el mismo tiempo.

### Apartado a:

$$T(n) = A + 4 + \sum_{i=1}^{7} \left( A + A + 2 + Tpact + 4 \right) + 2$$

$$Tpact(n) = 4 + 4 + 4 + \sum_{i=1}^{4} \left( 2 + 4 + \sum_{j=1}^{n/2} \left( 2 + 2 + 4 \right) + 2 + 4 \right)$$

$$+ \sum_{j=1}^{n/2} \left( 2 + 2 + 4 \right) + 4 + 4 + 7 \right) + 4$$

$$Tpact(n) = 7 + \left( 45 + \sum_{j=1}^{n/2} \left( 5 \right) + \sum_{j=1}^{n/2} \left( 5 \right) \right) = 5 \cdot n + 22 \in O(n)$$
En cada iteración el tamaño será la mitad:  $n/2$ ,  $n/4$ ,... potencia de dos, por tanto evando Ilaque al final de i;  $n/2^{i} = 4$ ;  $i = log(n)$ 

$$T(n) = 4 + \sum_{i=1}^{log(n)} \left( 30 + 5 \cdot \binom{n}{2^{i}} \right) = 4 + \sum_{i=1}^{log(n)} \left( 30 \right) + 5 \cdot n \cdot \sum_{i=1}^{log(n)} \binom{4}{2^{i}}$$

$$T(n) = 4 + 30 \cdot \log(n) + 5 \cdot n \cdot \left(\frac{2(2^{i} - 4)}{2^{i}}\right) = 4 + 30 \log(n) + 5 \cdot n \left(\frac{2(n - 4)}{n}\right)$$

$$T(n) = 30 \log(n) + 40n - 6 \in O(n)$$

### Apartado b:

$$T(n) - \begin{bmatrix} 3 & \text{si } n = 4 \\ T(n/2) + \text{sn } + 36 & \text{si } n > 4 \end{bmatrix}$$

$$T(n) - T(n/2) = \text{sn } + 36 \begin{bmatrix} \text{cambio de base} \\ n = 2^K \end{bmatrix} T(2^K) - T(2^{K-1}) = \text{sin } 2^K + 36 \end{bmatrix}$$

$$T(2^K) - T(2^{K-1}) \longrightarrow (\chi - 4)$$

$$b^K \cdot p(K)^d = \text{sin } 2^K \cdot K^0; b = 2, d = 0 \longrightarrow (\chi - 2)^{0+1}$$

$$b^K \cdot p(K)^d = 36 \cdot A^K \cdot K^0; b = 4, d = 0 \longrightarrow (\chi - 4)^{0+1}$$

$$p(x) = (\chi - 4) \cdot (\chi - 2) \cdot (\chi - 4); \quad \text{Raices:} \quad \text{filed } 4 = 2 \text{ dobbs.} \quad \text{filed } 2 = 2$$

$$T(2^K) = C_0 \cdot A^K \cdot K^0 + C_1 \cdot A^K \cdot K^1 + C_2 \cdot 2^K \cdot K^0 = C_0 + C_1 \cdot K + C_2 \cdot 2^K$$

$$\begin{bmatrix} \text{cambio de base} \\ 2^K = N \end{bmatrix} T(n) = C_0 + C_1 \cdot \text{Log}(n) + C_2 \cdot N$$



```
T(n) = \begin{cases} 3 & \text{si } n = 4 \\ T(n/2) + \text{sn } + 36 & \text{si } n > 4 \end{cases}
T(4) = 3
T(2) = T(4) + 40 + 36 = 3 + 46 = 49
T(4) = T(2) + 20 + 36 = 405
T(8) = T(4) + 40 + 36 = 484
\begin{bmatrix} C_0 + C_4 \log(2) + 2C_2 = 49 \\ C_0 + C_4 \log(4) + 4C_2 = 405 \\ C_0 + C_4 \log(8) + 8C_2 = 484 \end{cases}
C_0 = -7, C_4 = 36, C_2 = 40
T(n) = -7 + 36 \log(n) + 40n \in O(n)
```

# Apartado C:

```
Segin el teorema maestro: T(n) = aT(n/b) + O(n^k \cdot Log^0(n))

En este caso: a = A, b = Z, K = A, p = O

a > b^k \longrightarrow 4 > 2^1; No se comple

a = b^k \longrightarrow 4 = 2^1; No se comple

a < b^k \longrightarrow 4 < 2^1; Si se comple \longrightarrow T(n) \in O(n)
```

# Apartado d:

Como ambos algoritmos son del mismo orden de complejidad, debemos compararcon los valores de las constantes

```
iterative = 30 Log(n) + 10h
recursive = -7 + 36 Log(n) + 10h
```

les valores del recursive son majores, portanto, no inviertan el mismo tiempo, pero sí similar y mismo orden de complejidad (O(n))





### Ejercicio 2. (3 pts)

- Resolver el problema de la mochila para el caso en que no se permita partir los objetos (es decir, un objeto se coge entero o no se coge nada).
  - □ Problema de la mochila:
    - Tenemos:
      - n objetos, cada uno con un peso (pi) y un beneficio (bi).
      - Una mochila en la que podemos meter objetos, con una capacidad de peso máximo M.
    - Objetivo: llenar la mochila con esos objetos, maximizando la suma de los beneficios (valores) transportados, y respetando la limitación dada por la capacidad máxima M.
    - Se supondrá que los objetos NO se pueden partir en trozos.

### > Se pide:

- a. (1.5 pts). Diseñar un algoritmo voraz para resolver el problema aunque no se garantice la solución óptima. Es necesario marcar en el código propuesto a qué corresponde cada parte en el esquema general de un algoritmo voraz (criterio, candidatos, función, ...). Si hay más de un criterio posible, elegir uno razonadamente y discutir los otros. Comprobar si el algoritmo garantiza la solución óptima en este caso (la demostración se puede hacer con un contraejemplo).
  - Aplicar el algoritmo al caso: n = 3, M = 6, p = (2, 3, 4), b = (1, 2, 5).
- **b.** (1.5 pts). Resolver el problema mediante programación dinámica. Definir la ecuación recurrente, los casos base, las tablas y el algoritmo para rellenarlas y especificar cómo se recompone la solución final a partir de los valores de las tablas.
  - Aplicar el algoritmo al caso: n = 3, M = 6, p = (2, 3, 4), b = (1, 2, 5).
- NOTA: una posible ecuación recurrente es:

$$Mochila(k, m) = \begin{cases} 0 & \text{Si } k=0 \text{ ó } m=0 \\ -\infty & \text{Si } k<0 \text{ ó } m<0 \end{cases}$$

$$max \{Mochila(k-1, m), b_k + Mochila(k-1, m-p_k)\}$$







Universidad de Huelva. Escuela Técnica de Ingeniería. Departamento de Tecnologías de la Información.

ALGORÍTMICA Y MODELOS DE COMPUTACIÓN. 3º Grado Ingeniería Informática. La Rábida 9 de febrero del 2016.

APELLIDOS, NOMBRE Gaccía Silva, Carlos NOTA

#### Ejercicio 3. (2 pts)

• Dado el AFND = ({a, b, c}, {p, q, r, s, t, u, v}, f, p, {v}) donde f viene dado por la siguiente tabla de trancisiones:

f	а	b	С	λ
<b>→</b> p				{q, t}
q		{r, s}		{r, s}
r				{q, u}
S	{t, p}		{u}	
t		{v}		{q}
u	{q, s}		{v}	{q} {s}
* v				{r}

#### > Se pide:

- a. (0,25 puntos). Si son aceptadas o no por el autómata las siguientes cadenas:
  - **1.** f'(p,bbcc)
  - 2. f'(p,acbcac)
  - 3. f'(p,bcacaa)
  - 4. f'(p,caa)
  - **5.** f'(p,abac)
- **b.** (0,5 puntos). El AFD equivalente.
- c. (0,5 puntos). El AFD mínimo.
- d. (0,25 puntos). Corroborar el resultado obtenido para las palabras del apartado a con el AFD obtenido en el apartado c.
- e. (0,5 puntos). Obtener una expresión regular equivalente al AFD obtenido en el apartado c.

### Apartado a:

```
1 f'(p, bbcc)
f'(1p,q,t,r,z,ut,b) = 1r,s,v,q,ut
f'(1r,s,v,q,ut,b) = 1r,s,q,ut
f'(1r,s,q,ut,c) = 1u,v,q,r,st
f'(1u,v,q,r,st,c) = 1u,v,q,r,st
V&1u,v,q,r,st Cadena Acceptada
```

## 2.f'(p.acbcac)

```
f'(1p,q,t,r,s,uh,a) = 1p,t,s,q,r,uh
f'(1p,t,s,q,r,uh,c) = 1u,v,s,r,qh
f'(1u,v,s,r,qh,b) = 1r,s,q,uh
f'(1r,s,q,uh,c) = 1u,v,s,r,qh
f'(1u,v,s,r,qh,a) = 1q,s,t,p,r,uh
f'(1q,s,t,p,r,uh,c) = 1u,v,s,r,qh
V E 1u,v,s,r,qh Cadena Aceptada
```



- 3. f'(p, bcacaa)

  f'(1p,q,t,r,s,ut,b) = tr,s,v,q,ut

  f'(1r,s,v,q,ut,c) = tu,v,s,r,qt

  f'(1u,v,s,r,qt,a) = tq,s,t,p,r,ut

  f'(1q,s,t,p,r,ut,c) = tu,v,s,r,qt

  f'(1u,v,s,r,qt,a) = tq,s,t,p,r,ut

  f'(1q,s,t,p,r,ut,a) = tt,p,q,s,r,ut

  V&tt,p,q,s,r,ut Cadena No Acceptada
- 4. f'(p, caa)

  f'(1p,q,t,r,s,u+,c) = 1u,v,s,r,q+

  f'(1u,v,s,r,q+,a) = 1q,s,t,p,r,u+

  f'(1q,s,t,p,r,u+,a) = 1t,p,q,s,r,u+

  V & 1t,p,q,s,r,u+ Cadena No Aceptada

# Apartado b:

- $\rightarrow Q_0 = \lambda \text{Clausura} (p) = \text{Ig.t.r.s.u}$   $f'(Q_0, \alpha) = \text{It.p.g.s.r.u} + Q_0$   $f'(Q_0, b) = \text{Ir.s.u.g.u} + Q_1 \text{ Estado final}$   $f'(Q_0, c) = \text{Iu.v.s.r.g} + Q_1$ 
  - \* Q, = tr, s, v, q, u t f'(Q, , a) = tt, p, s, r, u t Q, f'(Q, , b) = tr, s, q, u t Q, Estado Normal f'(Q, , c) = tu, v, S, r, q t Q,

$$Q_c = \{r, s, q, u\}$$
  
 $f'(Q_c, a) = \{t, p, q, s, r, u\}$   $Q_c$   
 $f'(Q_c, b) = \{r, s, q, u\}$   $Q_c$   
 $f'(Q_c, c) = \{u, v, s, r, q\}$   $Q_a$ 

	f	a	Ь	C
•	→Q <sub>o</sub>	Q.	Q,	Q,
	* Q.	Q.	Q.	Q٩
	Qı	Q.	QL	Q <sub>4</sub>



### Apartado C.

Agrupamos en estados no finales y finales:

Q/E0 = (C0 = 1Q0, Qc+, C1 = 1Q1+)

f'(Q0, Q0) = C0 f'(Q1, b) = C1 f'(Q0, C) = C1

hay que dividiv

Q/E1 = (C0 = 1Q0+, C1 = 1Q1+, C1 = 1Q1+)

Como tanemos un conjunto por cada estado, podemos decir que
ya nos encontrábamos ante el AFD mínimo

# Apartado d:

### Apartado e:

Ecuación característica 
$$\begin{cases} X_0 = aX_0 + bX_1 + cX_1 + b + c \\ X_1 = aX_0 + bX_1 + cX_1 + c \\ X_2 = aX_0 + bX_2 + cX_1 + c \end{cases}$$

Utilizaremos el proceso de sustitución

 $X_1 = aX_0 + bX_1 + cX_1 + c$ ;  $X_2 = b*(aX_0 + cX_1 + c)$ ;  $X_2 = b*aX_0 + b*cX_1 + b*c$ 
 $X_1 = aX_0 + bX_1 + cX_1 + c$ ;  $X_1 = aX_0 + b(b*aX_0 + b*cX_1 + b*c) + cX_1 + c$ ;

 $X_1 = aX_0 + bA_1 + cX_1 + c$ ;  $X_1 = aX_0 + b(b*aX_0 + b*cX_1 + b*c) + cX_1 + c$ ;

 $X_1 = aX_0 + bA_1 + cX_1 + c$ ;  $X_2 = b*(aX_1 + bA_2 + cX_2 + bA_3 + c)$ ;

 $X_3 = aX_1 + aX_2 + aX_3 + aX_3 + aX_3 + aX_4 + aX_5 + a$ 



Xo = [a + b(bb\*c + c)\*a + b(bb\*c + c)\*bb\*a + c(bb\*c + c)\*a + c(bb\*c + c)\*bb\*a]\*
[b(bb\*c + c)\*bb\*C + b(bb\*c + c)\*C + c(bb\*c + c)\*bb\*c + c(bb\*c + c)\*c + b + c]

Se debería de seguir simplificando, pero no da tiempo en el
examen, mejor asegurar otros puntos.







Universidad de Huelva. Escuela Técnica de Ingeniería. Departamento de Tecnologías de la Información.

ALGORÍTMICA Y MODELOS DE COMPUTACIÓN. 3º Grado Ingeniería Informática. La Rábida 9 de febrero del 2016.

APELLIDOS, NOMBRE García Silva, Carlos

#### Ejercicio 4. (3 pts)

• Dada la siguiente gramática:

 $S \rightarrow -S | (S) | AB$ 

 $A \rightarrow i C$ 

 $B \rightarrow$  -  $S \mid \lambda$ 

 $C \rightarrow (S) | \lambda$ 

#### Se pide:

- a. (0.25 pts). Comprobar si es LL(1) mediante el cálculo de los conjuntos Primero y Siguiente.
- b. (0.25 pts). Convertir la gramática del apartado anterior en un autómata con pila que acepte el mismo lenguaje por pila vacía.
- c. (0.5 pts). Analizar, teniendo en cuenta el principio de preanálisis (lectura de un símbolo de la entrada con anticipación) la entrada "i - i ((i))" según el AP especificado en el apartado b anterior.
- d. (0.75 pts). Implementar la tabla de análisis sintáctico y especificar el pseudocódigo de análisis sintáctico tabular.
- e. (0.75 pts). Construir la traza correspondiente al reconocimiento de la frase "i - i (( i ))" según el pseudocódigo especificado en el apartado d anterior.
- f. (0.5 pts). Especificar el pseudocódigo de análisis sintáctico dirigido por la sintaxis para la gramática obtenida LL(1).

### Apartado a.

S → - S
$S \longrightarrow (S)$
$S \rightarrow AB$
A→ic
$B \longrightarrow -5$
lλ
$C \rightarrow (S)$
l۵

	Primeros	Siguientes	Predicción
5	-		-
	(	) \$	(
	i	·	i
A	i	- λ	i
B	_	14	-
	λ	1 +	) \$
C	(	_ \	(
	λ	- 1	- λ

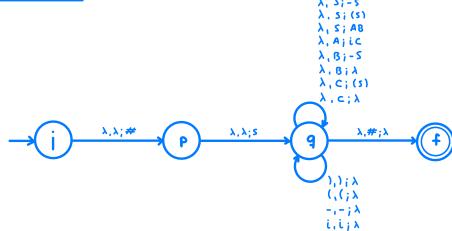
inter sección
vacía

inter sección
vacía

inter sección

Como lodas las intersecciones son vacías, podemos decir que nos encontramos con la gramática equivalente LL(1),

### Apartado b:



## Apartado c:

Estado	Pila	Entrada	Acción	Indetermina	Acción
i	λ	ii((i))i\$	<b>ί λλ;ρ#</b>		
P	#	ii((i))i\$			
q		ii((i))i\$			S::= AB
9		ii((i))i\$			A:=iC
q		i i((i)) i\$			Reconoce (i)
q	C 8 #		9 x c;9 (s)	9 x c;9 x	c::= λ
9	B #	i((i))i\$	9 x B; 9 - 5		B::= -5
9	- S #	i((i))i\$	9 ; 9 A		Reconoce (-)
9	\$ #	- i((i)) i\$	9 x 5; 9 - 5		s::= - s
9	- 5 #	-i((i))i\$	9; 9 A		Reconoce (-)
9	5 #	i((i))i\$	9 X S; 9 AB		S:= A8
9	A B #	i((i))i\$	q \ A;qic		A::= iC
9	i c B #	i((i))i\$	q i i ; q $\lambda$		Reconoce (i)
9	c B #	((i))i\$	9 x c i 9 (s)		c::= (s)
9	(5)8#	((i))i\$	9 ((19 h		Reconoce (( )
9	5 ) B #	(i))i\$	9 x s;9 (s)		S::= (s)
9	( S ) ) B #	(i))i\$	9 ( ( ; 9 )		Reconoce (()
9	5 ) ) B #	ini\$	9 y 2 ; 4 b		S::= AB
9	A B ) ) B #	i 11 i \$	9 A A; 9 ic		A:= iC
9	i < B 1 ) B #	i 11 i\$	9 li;9 λ		Reconoce (i )
q	C 8 ) ) 8 #	))i\$	9 x c; 9 (s)	3 y c; 3 y	C::= λ
9	B ) ) B #		9 x B; 9 - 5	9 x 8;9 x	B::= \(\lambda\)
9	) ) B #		9 ) );		Reconoce ())
q	) 8 #		9 ) );		Reconoce ())
9	B #	i\$	9 x B; 9 - 5	9 x B; 9 x	<b>β</b> ::= λ
9	#	i\$	Recha zar		

# Apartado d:

```
La tabla se obtiene mediante el sigviente algoritmo:

\[
\begin{align*}
\lambda & \to \times \times
```



```
Analisis_tabular()
 procedimiento
    Apilar (#)
    Apilar (5)
                     S = arioma
    Leer (simbolo); preanalisis = simbolo
    mientras NOT pila_vacia hacer
      switch cima_pila
          case terminal:
           rsi cima_pila == simbolo entonces
               Desapilar (simbolo);
               Leer (simbolo);
           -Sino
               error_ sintactico();
           Lfsi
          case No_terminal:
           「si Tabla (cima_pila, simbolo) != error entonces
               Desapilar (cima-pila);
               Apilar (Tabla (cima_pila, simbolo));
               error_ sintactico();
                                              Pila
                                                             Entrada
                                                                           Acción
     L fswitch
   L fmientras
                                                        λ
                                                           i--i((i))$
                                                                         Apilar(井)
   rsi cima_pila == # entonces
                                                       # i--i((i))$
                                                                          Apilar (S)
       Desapilar (#);
                                                     S #
                                                           i--i((i))$
                                                                          S ::= AB
       Escribir (cadena_aceptada);
                                                  A B #
                                                           i--i((i))$
                                                                        A::= ic
                                                icB#
                                                                         Leec(i)
                                                           i--i((i))$
       error_ sintactico ();
                                                  < B #
                                                                          C := \lambda
                                                           -- i ((i)) $
                                                                         B::=-5
                                                     B #
                                                            -- i ((i)) $
 forocedimiento
                                                   - 5 #
                                                                         Leer(-)
                                                            -- i ((i)) $
                                                     5 #
                                                                         S::= - S
                                                            -i((i))$
Apartado e:
                                                  - 2 #
                                                                          Leer(-)
                                                             -i((i))$
                                                     5 #
                                                                         S::= AB
                                                               i ((i)) $
Construir traza
                                                  A B #
                                                                          A ::= iC
                                                               i ((i))$
                                                                         Leer(i)
                                                L C B #
                                                               i ((i)) $
                                                  C B #
                                                                         C ::= (5)
                                                                ((i))$
                                             ( S ) B #
                                                                         Leer(()
                                                                ((i))$
                                                     B #
                                                                         S::=(S)
                                                S )
                                                                 (i))$
                                               ) ) B #
                                                                 (i))$
                                                                         Leer(()
                                                     B #
                                                                  in$
                                                                         S :: = AB
                                                                  in $
                                                                          A :: = iC
                                       icB
                                                                  2113
                                                                         Leer (i)
                                                                  1) $
                                               ) )
                                                     B #
                                                                         C :: = \
                                                                  211
                                                                         B :: = \lambda
                                                     B #
                                                ) ) B #
                                                                   2) $
                                                                         Leer())
                                                  ) B #
                                                                   2 (c
                                                                         Lecr ())
                                                       #
                                                                         B::=\lambda
                                                     В
                                                                   2 ((
```

21101()

11\$

# Apartado f:

```
programa _ Principal ()
   SLA = (eer_simbolo();
                                          [funcion A()
   S();
                                              switch SLA
   si SLA != $ entonces
                                                 case i:
      Error ();
                                                   Reconoce (i);
   fsi
                                                   C();
fprograma
                                                 de fault:
                                                   error_sintactico();
procedimiento Reconocer (simbolo T)
   Si SLA == T entonces
                                           ffuncion
      leer_simbollo();
                                          function B()
      error _ Sintactico();
                                              switch SLA
   fsi
                                                case -:
 foroce dimiento
                                                   Reconoce (-);
                                                   5();
funcion S()
                                                 case ), $:
  Switch SLA
                                                 de fault:
      case -:
                                                   error_Sintactico();
         Reconoce (-);
                                             fswitch
         5();
                                           ffuncion
      casc (:
         Reconoce (();
                                          funcion c()
         5(1)
                                             switch SLA
         Reconoce ());
                                                 case (:
      case i:
                                                   Reconoce (();
        A();
                                                   5();
         5(1)
                                                   Reconoce ());
      de fault:
                                                case -:
        error_sintactico();
                                              f switch
   fswitch
                                           ffuncion
ffuncion
```