Sistemas de Percepción. Teoría.

Alberto Fernández Merchán

Valores Útiles sobre un Histograma

Los métodos de selección de umbral se aplican sobre imágenes de intensidad.
Estos métodos operan sobre el histograma. Los valores más importantes de un histograma son:

Nivel de Gris Medio ($\overline{G}$): $$\frac{\sum_{g=0}^{255}(g \cdot h(g))}{\sum_{g=0}^{255}(h(g))}$$

Varianza (σ^2): $$\frac{\sum_{g=0}^{255}((g-\overline{G})^2 \cdot h(g))}{\sum_{g=0}^{255}(h(g))}$$

Desviación Típica (σ): $\sqrt{\sigma^2}$

1. Algoritmo Máximo Entre Mínimos:

Se aplica a histogramas **bimodales** y **desbalanceados**.

1. Se encuentra el punto más alto del histograma (G1).
2. Para calcular el segundo punto, se escoge nivel de gris k que maximice el producto de la distancia al cuadrado entre ese nivel de gris y G1 y el número de instancias de ese nivel de gris: $G2 = max[(k - G1)^2 \cdot h(g)]$

Problemas: Es muy sensible al ruido y exige una separación entre ambas clases.

2. Algoritmo de Ridler y Calvard (ISODATA):

1. Estimar un umbral inicial, T. (Nivel Medio de Intensidad).
2. Establece dos agrupaciones iniciales: $G1 \leq T$; $G2 > T$
3. Calcula la media de intensidad de cada grupo (m_1 y m_2).
4. Calcula un nuevo umbral T. $\frac{T=(m_1+m_2)}{2}$
5. Repetir 2,3 y 4 hasta que $\Delta T < valor_{umbral}$

Se puede aplicar a cualquier histograma.

3. Algoritmo de OTSU:

1. Dado un histograma (h) se fija un umbral k y se divide h en dos clases (c_1 y c_2).
2. Se calcula el valor medio de intensidad de cada clase ($\overline{g_1}$ y $\overline{g_2}$).
3. Se calcula el porcentaje de píxeles que hay de cada clase: $w_1 = \frac{Pixeles_{C1}}{N}$; $w_2 = \frac{Pixeles_{C2}}{N}$
4. Calcular la varianza entre las clases c_1 y c_2 ($\sigma_B^2(k)$):

   $$\sigma_B^2(k) = w_1 \cdot (\overline{g_1} - \overline{g})^2 + w_2 \cdot (\overline{g_2} - \overline{g})^2$$
5. El nuevo umbral T será el valor k que maximice $\sigma_B^2(k)$: $T = max_k\{\sigma_B^2(k)\}$

Distribuciones Normales Multivariantes

$X = \{X_1, \ldots, X_p\}$; $p \rightarrow predictores$
$Y = \{C_1, \ldots, C_k\}$; $k \rightarrow clases$

Tenemos que definir **una** función de decisión **para cada clase**.

Para un **clasificador ideal** conocemos la media poblacional (μ) y la desviación típica poblacional (σ).

Para un **clasificador real** tenemos que calcular la media muestral ($\overline{X}$) y la desviación típica muestral (S).

Distribución Normal: $N = \frac{e^{\frac{-(x_o-\mu)^2}{2\cdot\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$

Teorema de Bayes: $p_k(x) = \frac{f_k(x) \cdot \pi_k}{\sum_{i=1}^{k}(f_i(x) \cdot \pi_i)}$

Clasificador Naive Bayes: Se aplica cuando existe independencia estadística:
$$\prod_{i=1}^{p} Pr(X_i = X_{oi}|Y = k)$$

Cuando los datos están desbalanceados se multiplica por la probabilidad de ocurrencia: $\pi_i = \frac{No.Datos_{C_i}}{No.Datos_{Total}}$

Se puede aplicar de forma:

- **Cualitativa**: Frecuencia de los valores del atributo i para la clase k.
- **Cuantitativa**: Asume que los datos provienen de una función de densidad.

Clasificador QDA

$d_k(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x-\mu_k)^T \cdot (\Sigma_k)^{-1} \cdot (x-\mu_k) - \frac{1}{2}\log(|\Sigma_k|) + \log(\pi_k)$

Si los datos están **balanceados** se pueden quitar los $\frac{1}{2}$ y $\log(\pi_k)$.

El dato x pertenecerá a $max_k\{d_k\}$

Análisis Discriminante:

Es una clasificación basada en una **distribución gaussiana multivariante** que viene descrita por:

- **Vector de Medias** (μ_k)
- **Matriz de Covarianzas** (Σ_k)
  - Σ_k es simétrica y cuadrada.
  - Se calcula:
    $\Sigma = \sum_{z=1}^{n}(x_{zi} - \mu_i) \cdot (x_{zj} - \mu_j)$
  - **Coeficiente de Correlación:** $\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$
    - $\rho_{ij} > 0$
    - $\rho_{ij} < 0$
    - $\rho_{ij} = 0$

Clasificador LDA:

Utiliza una única matriz de covarianzas.

Se calcula: $\Sigma = \dfrac{1}{n-k} \cdot \sum_{k=1}^{k}(n_k - 1)\Sigma_k$

$$d_k(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x - \mu_k)^T \cdot (\Sigma)^{-1} \cdot (x - \mu_k) + \log(\pi_k)$$

Si los datos están **balanceados** se pueden quitar el $\frac{1}{2}$ y el $\log(\pi_k)$.

Se aplica cuando las matrices de covarianza son similares.

Generación de Hiperplanos de Separación:

En un espacio bidimensional:
$d_{12} = d_1 - d_2 = Ax_1 + Bx_2 + C$

En un espacio tridimensional:
$d_{12} = d_1 - d_2 = Ax_1 + Bx_2 + Cx_3 + D$

Para calcular los valores de los coeficientes hay que darles valores a las x_i.

Distancia Euclídea:

Se utiliza cuando las variables son independientes:

$$D_E^2 = (x - \mu)^T (x - \mu)$$

Distancia de Mahalanobis:

Se utiliza cuando existe una dependencia lineal o correlación entre las variables.

$$D_M^2 = (x - \mu)^T (\Sigma)^{-1} (x - \mu)$$