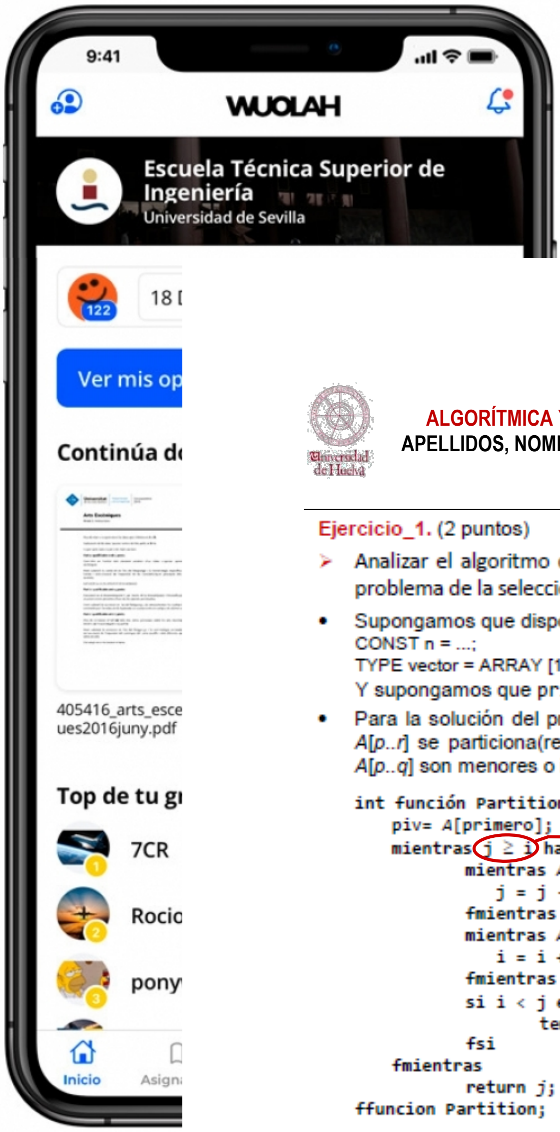
Febrero-2019.pdf

CarlosGarSil98

Algorítmica y Modelos de Computación

3º Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Huelva



APELLIDOS, NOMBRE García Silva, Carlos NOTA_______

Ejercicio_1. (2 puntos)

➢ Analizar el algoritmo de la **Búsqueda del *k*-ésimo menor elemento:** dado un vector de *n* elementos, el problema de la selección consiste en buscar el *k*-ésimo menor elemento.

- Supongamos que disponemos de la siguiente definición de tipo:
  CONST n = ...;
  TYPE vector = ARRAY [1..n] OF INTEGER;
  Y supongamos que `primero` y `último` indican los límites del array (inicialmente `primero=1` y `ultimo=n`)
- Para la solución del problema utilizamos la idea del algoritmo **Partition** (utilizado en Quicksort): El vector *A*[*p*..*r*] se particiona(reorganiza) en dos subvectores *A*[*p*..*q*] y *A*[*q*+1..*r*], de forma que los elementos de *A*[*p*..*q*] son menores o iguales que el pivote(por ej. primer elemento) y los de *A*[*q*+1..*r*] mayores o iguales.

```
int función Partition (A:vector;, primero,ultimo:int)
   piv= A[primero]; i= primero;j= ultimo;
   mientras j ≥ i hacer                Fallo en el examen, se dijo
                                       cambiar a j>i
        mientras A[j] > piv hacer
           j = j - 1;
        fmientras
        mientras A[i] < piv hacer
           i = i + 1;
        fmientras
        si i < j entonces  /* A[i] ↔ A[j] */
              temp: int; temp= A[j]; A[j]=A[i]; A[i]=temp;
           fsi
   fmientras
        return j; /* retorna el índice para la división (partición) */
ffuncion Partition;
```

➢ El algoritmo de la **Búsqueda del *k*-ésimo menor elemento** puede ser implementado:

1. Versión iterativa de la **Búsqueda del *k*-ésimo menor elemento**.

```
int función SelectIterativa (A:vector;, primero,ultimo, k:int)
   mientras primero < ultimo hacer
      q = Partition(A,primero,ultimo);
      si K ≤ q entonces
         ultimo = q          /*buscamos en A[primero..q]*/
      sino
         primero = q + 1     /*buscamos en A[q + 1.. ultimo]*/
      fsi
   fmientras
   return A[primero];
ffuncion SelectIterativa;
```

2. Versión recursiva de la **Búsqueda del *k*-ésimo menor elemento**.

```
int función SelectRecursiva (A:vector;, primero,ultimo, k:int)
   si (primero == ultimo)
        return A[primero];
   fsi
   q = Partition(A,primero,ultimo);
   i = q-primero+1;           /*i es el número de elementos en el primer subvector*/
   si (k ≤ i)
        return SelectRecursiva (A,primero,q,k);    /*buscamos en A[primero..q]*/
   sino
        return SelectRecursiva(A,q+1,ultimo,k-i); /*buscamos en A[q + 1.. ultimo]*/
   fsi
ffuncion SelectRecursiva
```

➢ **Se pide**:

a. (1 puntos). Realizar una traza de `SelectRecursiva` y `SelectIterativa` con

A = {31, 23, 90, 0, 77, 52, 49, 87, 60, 15} y *k*=7

b. (0,5 puntos).Calcular la complejidad del algoritmo iterativo propuesto mediante el conteo del número de operaciones elementales.

c. (0,5 puntos). Calcular la complejidad del algoritmo recursivo propuesto por el método de la **ecuación característica**.

Apartado a: iterativo

Select IT(A, 1, 10, 7)

mientras (1 < 10) →

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	23	90	0	77	52	49	87	60	15

q = 4 ← Partition (A, 1, 10) →

15	23	0	31	77	52	49	87	60	90

Pivote = 31

si $7 \leq 4$ False

primero = 4 + 1

mientras (5 < 10) →

5	6	7	8	9	10
77	52	49	87	60	90

q = 8 ← Partition (A, 5, 10) →

60	52	49	77	87	90

Pivote = 77

si $7 \leq 8$ True

ultimo = 8

mientras (5 < 8) →

5	6	7	8
60	52	49	77

q = 7 ← Partition (A, 5, 8) →

49	52	60	77

Pivote = 60

si $7 \leq 7$ True

ultimo = 7

mientras (5 < 7) →

5	6	7
49	52	60

q = 5 ← Partition (A, 5, 7) →

49	52	60

Pivote = 49

si $7 \leq 5$ False

primero = 5 + 1

mientras (6 < 7) →

6	7
52	60

q = 6 ← Partition (A, 6, 7) →

52	60

Pivote = 52

si $7 \leq 6$ False

primero = 6 + 1

mientras (7 < 7)

devolver A[7] → 60

7
60

Apartado a: recursivo

select RC (A, 1, 10, 7)

si 1 = 10 False

q = 4 Partition (A, 1, 10)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	23	90	0	77	52	49	87	60	15
15	23	0	31	77	52	49	87	60	90

Pivote = 31

i = 4 - 1 + 1 = 4

si $7 \leq 4$ False

devuelve select RC (A, 4 + 1, 10, 7 - 4)

select RC (A, 5, 10, 3)

si 5 = 10 False

q = 8 Partition (A, 5, 10)

5	6	7	8	9	10
77	52	49	87	60	90
60	52	49	77	87	90

Pivote = 77

i = 8 - 5 + 1 = 4

si $3 \leq 4$ True

devuelve select RC (A, 4 + 1, 8, 3)

select RC (A, 5, 8, 3)
si 5 = 8 False
q = 7 Partition (A, 5, 8)
i = 7 - 5 + 1 = 3
si 3 $\leq$ 3 True
devuelve select RC (A, 5, 7, 3)

5	6	7	8
60	52	49	77
49	52	60	77

Pivote = 60

select RC (A, 5, 7, 3)
si 5 = 7 False
q = 5 Partition (A, 5, 7)
i = 5 - 5 + 1 = 1
si 3 $\leq$ 1 False
devuelve select RC (A, 5+1, 7, 3-1)

5	6	7
49	52	60
49	52	60

Pivote = 49

select RC (A, 6, 7, 2)
si 6 = 7 False
q = 6 Partition (A, 6, 7)
i = 6 - 6 + 1 = 1
si 2 $\leq$ 1 False
devuelve select RC (A, 6+1, 7, 3-1)

6	7
52	60
52	60

Pivote = 52

select RC (A, 7, 7, 2)
si 7 = 7 True
devuelve A[7] devuelve 60

7
60

APELLIDOS, NOMBRE García Silva, Carlos NOTA

Ejercicio_2. (1,5 puntos)

- La sucesión de Fibonacci se define como
  fib(0) = fib (1) = 1;
  fib(n) =fib (n – 1) + fib (n – 2) si n ≥ 2.
- **Se pide**:

a. (0,75 puntos) Escribir tres posibles implementaciones, **simples y cortas**, para el cálculo del n-ésimo número de **fib** con las siguientes estrategias:
1. procedimiento directo
2. divide y vencerás
3. programación dinámica

b. (0,75 puntos).Realizar una estimación del orden de complejidad de los tres algoritmos del apartado anterior. Comparar los órdenes de complejidad obtenidos, estableciendo una relación de orden entre los mismos.

APELLIDOS, NOMBRE García Silva, Carlos NOTA_______

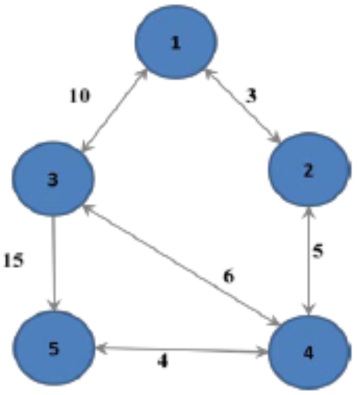
Ejercicio_3. (3 puntos)

El algoritmo de Floyd determina la ruta más corta entre dos nodos cualesquiera de la red. Una posible implementación consiste en:

- Representar la red de *n* nodos como una matriz cuadrada de orden *n*, la llamaremos **matriz** *C*. De esta forma, el valor **C[i , j]** representa **el coste de ir desde el nodo** *i* **al nodo** *j*, inicialmente en caso de no existir un arco entre ambos, el valor **C[i , j]** será infinito.
- Definir otra **matriz** *D*, también cuadrada de orden *n*, cuyos elementos van a ser los **nodos predecesores en el camino hacia el nodo origen**, es decir, el valor **D[i , j] representará el nodo predecesor a** *j* **en el camino mínimo desde** *i* **hasta** *j*. Inicialmente son caminos de **longitud** *1*, por lo que **D[i , j]= i**
- Los pasos a dar en la aplicación del algoritmo de Floyd son los siguientes:
  1. Formar las matrices iniciales *C* y *D*.
  2. Se toma *k=1*.
  3. Se selecciona la fila y la columna *k* de la matriz *C* y entonces, para *i* y *j*, con $i \neq k$, $j \neq k$ e $i \neq j$, hacemos:
     - Si (C[i , k] + C[k , j]) < C[i , j] ⇒ D[i , j] = D[k, j] y C[i , j] = C[i , k] + C[k , j]
     - En caso contrario, dejamos las matrices como están.
  4. Si $k \leq n$, aumentamos *k* en una unidad y repetimos el paso anterior(3.), en caso contrario paramos las iteraciones.

➢ Se pide:

a. (1.5 puntos). Aplicar el algoritmo de Floyd sobre el siguiente grafo para obtener las rutas más cortas entre cada dos nodos.



b. (1.5 puntos).Escribir posibles implementaciones de algoritmos para calcular:

1. **Distancia más corta**, Aplicar por ej, a la distancia más corta del nodo 1 al nodo 5.
2. **La ruta asociada del camino mínimo**. Aplicar por ej, entre el nodo 1 y el nodo 5

Ejercicio_4. (1,5 puntos)

Consideremos el problema de la mochila modificado en el que tenemos:

- n objetos, cada uno con un peso (p_i) y un valor o beneficio (b_i)
- Una mochila en la que podemos meter objetos, con una capacidad de peso máximo **M**.
- Cada objeto puede **meterse** dentro de la mochila, **no meterse**, o meterse la **mitad** del objeto obteniendo la mitad del beneficio.
- **Objetivo:** llenar la mochila con esos objetos, maximizando la suma de los beneficios (valores) transportados, y respetando la limitación de capacidad máxima **M**.
- Se supondrá que los objetos se **pueden partir en la mitad** ($x_i = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{x}_i = \frac{1}{2}$, $\boldsymbol{x}_i = \mathbf{1}$).

➢ **Se pide**:

a) (1 punto). Diseñar un algoritmo **voraz** para resolver el problema aunque no se garantice la solución óptima. Es necesario marcar en el código propuesto a que corresponde cada parte en el esquema general de un algoritmo voraz (criterio, candidatos, función......). Si hay más de un criterio posible elegir uno razonadamente y discutir los otros. Comprobar si el algoritmo garantiza la solución óptima en este caso (la demostración se puede hacer con un contraejemplo). Calcular su tiempo de ejecución.

b) (0,5 puntos). Aplicar el algoritmo para n = 2; M = 5; p = (8, 5); b = (10, 6)

Ejercicio_5. (2 puntos)

- Dado el AFND = ({a,b,} , {p,q,r,s}, f, p, {s}) donde *f* viene dada por la siguiente tabla de transiciones:

	a	b	λ
→p	{q,s}	{p}	{q,r}
q		{q,r}	{r}
r		{p,s}	{q}
*s	{s}	{q,r,s}	

➤ **Se pide:**

a. (0,5 puntos). El AFD equivalente
b. (0,5 puntos). El AFD mínimo
c. (0,5 puntos).La gramática regular equivalente al AFD obtenido en el apartado b
d. (0,5 puntos). Obtener una expresión regular equivalente al AFD obtenido en el apartado b

Apartado a:

$Q_0 = p.q.r$
$f'(Q_0, a) = q.s.r$ Q_1 estado final
$f'(Q_0, b) = p.q.r.s$ Q_2 estado final

$Q_1 = q.s.r$
$f'(Q_1, a) = s$ Q_3 estado final
$f'(Q_1, b) = q.r.s.p \longrightarrow Q_2$

$Q_2 = p.q.r.s$
$f'(Q_2, a) = q.s.r \longrightarrow Q_1$
$f'(Q_2, b) = p.q.r.s \longrightarrow Q_2$

$Q_3 = s$
$f'(Q_3, a) = s \longrightarrow Q_3$
$f'(Q_3, b) = q.r.s \longrightarrow Q_1$

	a	b
$\rightarrow Q_0$	Q_1	Q_2
$* Q_1$	Q_3	Q_2
$* Q_2$	Q_1	Q_2
$* Q_3$	Q_3	Q_1

Apartado b:

Agrupamos los estados finales y no finales:
$Q/E_0 = (C_0 = (Q_0), C_1 = (Q_1, Q_2, Q_3))$

$f'(Q_1, a) = C_1$ $f'(Q_1, b) = C_1$
$f'(Q_2, a) = C_1$ $f'(Q_2, b) = C_1$
$f'(Q_3, a) = C_1$ $f'(Q_3, b) = C_1$

Todos coinciden
no es necesario
seguir simplificando

	a	b
$\rightarrow C_0$	C_1	C_1
$* C_1$	C_1	C_1

Apartado c:

La gramática equivalente es de tipo 3:

$G = \langle \{C_0, C_1\}, \{a, b\}, C_0, P \rangle$

$$P \begin{cases} C_0 ::= aC_1 \mid bC_1 \\ C_1 ::= aC_1 \mid bC_1 \end{cases}$$

Apartado d:

Ecuación característica $\begin{cases} X_0 = aX_1 + bX_1 + a + b \\ X_1 = aX_1 + bX_1 + a + b \end{cases}$

A partir del método de sustitución:

$X_1 = aX_1 + bX_1 + a + b$; $X_1 = (a+b)^*(a+b)$

$X_0 = aX_1 + bX_1 + a + b$;
$X_0 = a((a+b)^*(a+b)) + b((a+b)^*(a+b)) + a + b$;
$X_0 = a(a+b)^*(a+b) + b(a+b)^*(a+b) + a + b$;