

## Fórmulas útiles en el análisis de algoritmos.

### 1. Exponentes

$$X^a X^b = X^{a+b}$$

$$X^a / X^b = X^{a-b}$$

$$(X^a)^b = X^{a \cdot b}$$

$$X^n + X^n = 2X^n \neq X^{2n}$$

$$2^n + 2^n = 2^{n+1}$$

### 2. Logaritmos. Si no se especifica, se considera que los logaritmos son en base 2.

$$X^a = b \text{ si y solo si } \log_X b = a$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad c > 0$$

$$\log a \cdot b = \log a + \log b$$

$$\log a / b = \log a - \log b$$

$$\log(X^Y) = Y \cdot \log X$$

$$X^{\log_a Y} = Y^{\log_a X}$$

$$\log X < X \text{ para todo } X > 0$$

$$\log 1 = 0$$

$$\log 2 = 1$$

### 3. Sumatorias

**3.1.** La sumatoria de una suma es la suma de las sumatorias.

$$\sum (a + b) = \sum a + \sum b$$

**3.2.** Cuando el cuerpo de la sumatoria es independiente de los índices, el valor es el número de valores diferentes que toma el índice multiplicado por el valor del cuerpo.

$$\sum_{i=0}^{n-1} a = an$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} (a + f(i)) = \sum_{i=0}^{n-1} a + \sum_{i=0}^{n-1} f(i)$$

**3.3.** Cuando el cuerpo de la sumatoria se puede expresar como una constante independiente de los índices multiplicada por una expresión, el valor es el valor de la constante multiplicada por la sumatoria de la expresión.

$$\sum_{i=0}^{n-1} af(i) = a \sum_{i=0}^{n-1} f(i)$$

## 4. Series

$\sum_{i=0}^{n-1} a_i = \frac{(a_0 + a_{n-1})n}{2}$ <p>Suma de los valores de una <b>progresión aritmética</b>.</p>	<p>Ejs: (1+2+3+4+5), (4+6+8+10)  <math>a_0</math> = primer elemento  <math>a_{n-1}</math> = último elemento  <math>n</math> = nº de elementos  <math>\Delta</math> = incremento  <b>progresión aritmética:</b> <math>a_n = a_0 + \Delta \cdot n</math></p>
$\sum_{i=0}^{n-1} a_i = \sum_{i=0}^{n-1} a_0 r^i = a_0 \sum_{i=0}^{n-1} r^i = \frac{a_0(r^n - 1)}{(r - 1)}$ <p>Suma de los valores de una <b>progresión geométrica</b>.</p>	<p>Ejs: (1+2+4+8+16), (2+6+18+54)  <math>a_0</math> = primer elemento  <math>n</math> = nº de elementos  <math>r</math> = razón  <b>progresión geométrica:</b> <math>a_n = a_0 r^n</math>  <math>(r - 1)(1 + r + \dots + r^{n-1}) = r^n - 1</math></p>
$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$	
$\sum_{i=0}^n a^i = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$	
$\sum_{i=0}^n a^i \leq \frac{1}{1 - a}$	<b>si <math>0 &lt; a &lt; 1</math></b>
$\sum_{i=p}^q i = \frac{(q + p)(q - p + 1)}{2}$	
$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n + 1)}{2}$	
$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6} \approx n^3 / 3$	
$\sum_{i=1}^n i^k \approx \frac{n^{k+1}}{ k + 1 }$	<b>Para <math>k \neq -1</math></b>
$\sum_{i=1}^n i(i + 1) = \frac{n(n + 1)(n + 2)}{3}$	
$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \approx \log_e n$	