

problem solving

dall'analisi del problema alla definizione di algoritmo

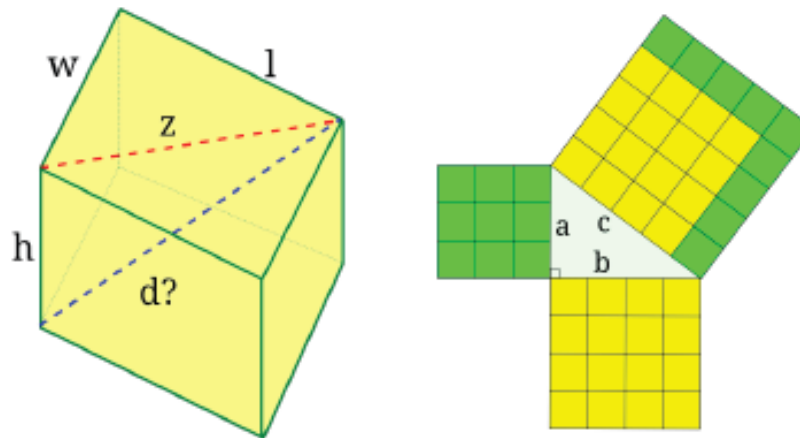
problem solving

- **George Polya** matematico ungherese
 - «how to solve it» (1945)
- primo importante tentativo sistematico di ***insegnare a risolvere problemi***
- identifica ***strategie*** generali (***euristiche***) che possono aiutare chiunque si cimenti con la soluzione di problemi
[di matematica]



un primo esempio di problema

- *“Esempio. Trovare la diagonale di un parallelepipedo rettangolo, di cui sono note lunghezza, larghezza e altezza. (Polya, pag. 23)”*



problema

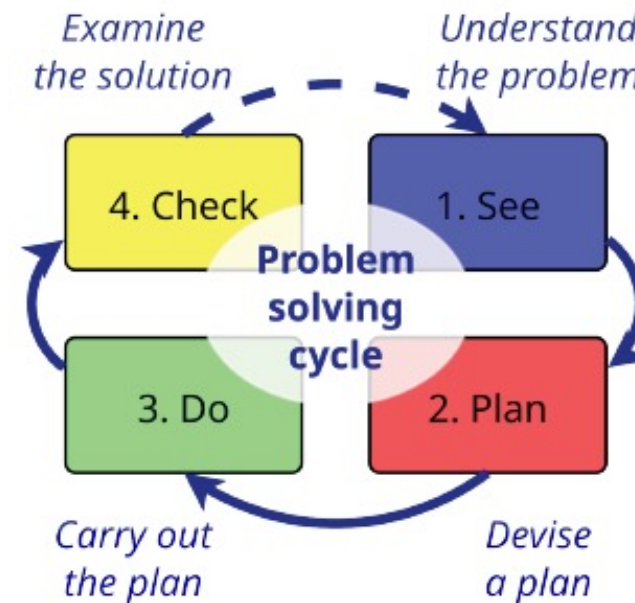
- risolvere un problema:
 - passare da uno stato iniziale
 - a uno stato finale
 - attraverso stati intermedi



problem solving

(1) **See** - capire il problema

- quali sono i dati, quali le incognite, le condizioni?
- figure, notazione ... **modello**
- *nel nostro problema*
 - *disegno del parallelepipedo*
 - *etichettatura delle misure*



Make things as simple as possible, but not simpler. (A. Einstein)

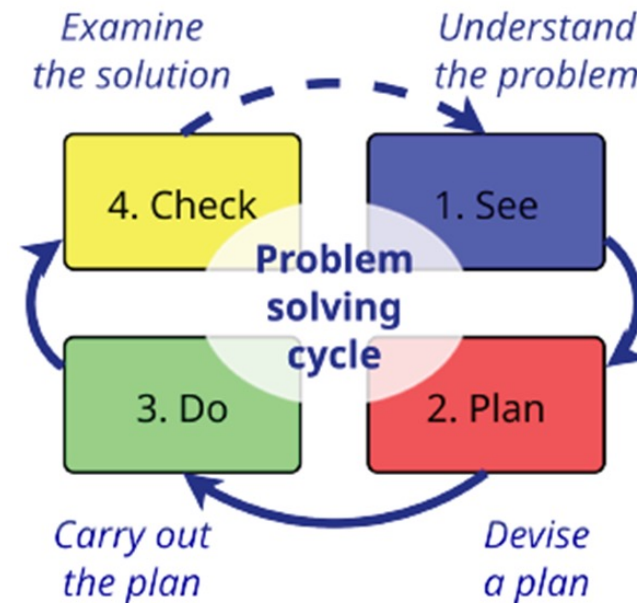
For every complex problem there is an answer that is clear, simple, and wrong.

(H.L. Mencken)

problem solving

(2) **Plan** - elaborare un piano

- mettere in relazione dati e incognite
- metodologie: divide et impera, composizione, astrazione...
- **computational thinking**
- cominciare a risolvere un problema più semplice
 - (vincoli rilassati)
- nel nostro problema:
 - ricavare la diagonale di una faccia (soluzione di un problema più semplice)
 - ... questa diagonale rappresenta il cateto di un altro triangolo rettangolo



*If you can't solve a problem...
then there is an easier problem you can solve: find it. (G. Polya)*

problem solving

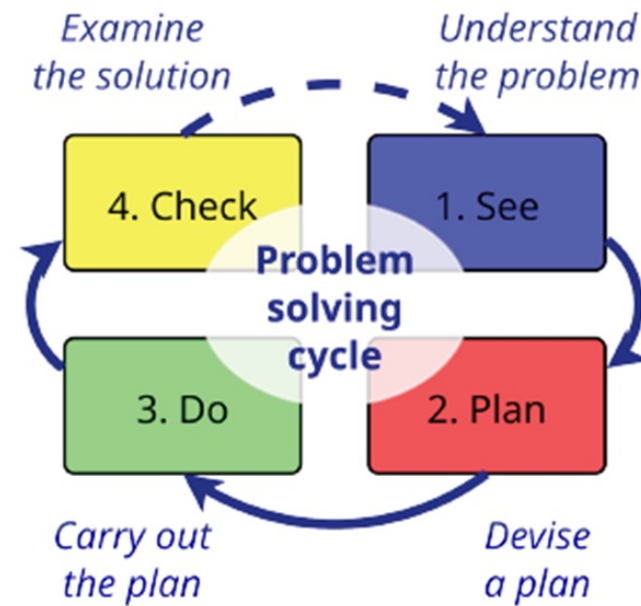
(3) **Do** – implementare il progetto

- dall'algoritmo al programma
- controllare ogni passo
- è corretto?

(4) **Check** - controllare la soluzione

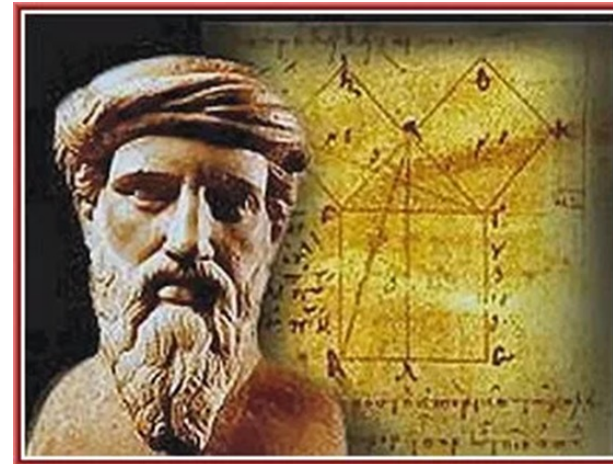
- è corretta?
- è ottenibile in altro modo?
- il metodo è utilizzabile per altri problemi?

$$\begin{cases} z^2 = w^2 + l^2 \\ d^2 = z^2 + h^2 \end{cases} \Rightarrow d^2 = w^2 + l^2 + h^2$$



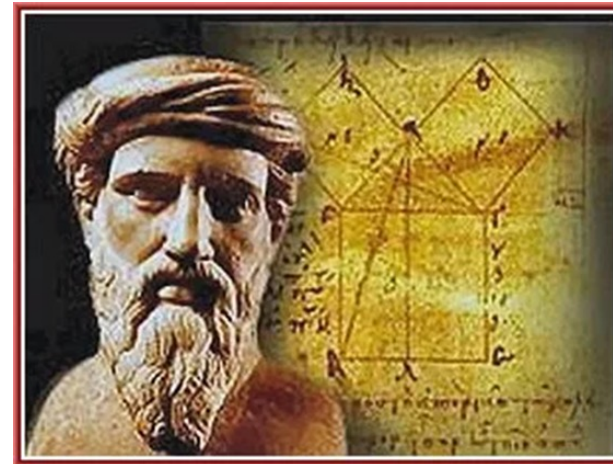
esempio: analisi

- l'*analista* deve raccogliere le informazioni necessarie per definire il problema
- individua le *informazioni iniziali* significative
- individuare le *informazioni finali* (risultato)
- *esempio*: Pitagora identifica come obiettivo la ricerca del valore dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo e come dati iniziali significativi i valori dei due cateti



esempio: progettazione

- il **progettista** fornisce una descrizione del procedimento che porta alla soluzione del problema (*algoritmo*)
- specifica le azioni da eseguire per passare dai dati iniziali ai dati intermedi ai risultati finali
- esempio:
 - calcola il quadrato del primo cateto
 - calcola il quadrato del secondo cateto
 - somma i due valori ottenuti
 - calcola la radice quadrata del valore ottenuto



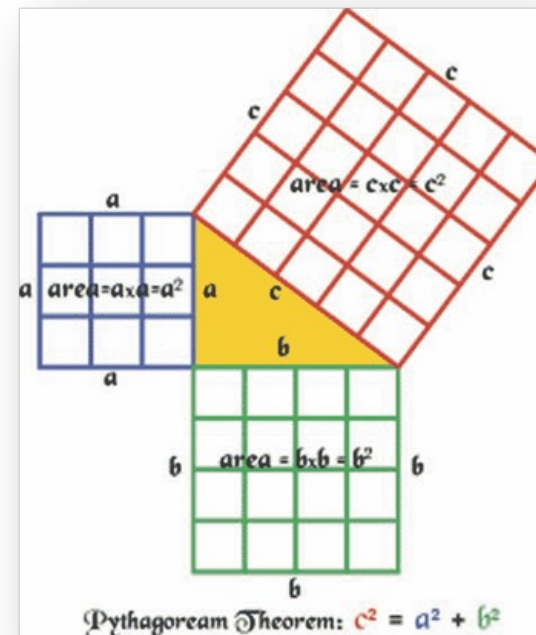
esempio: programmazione

- se il *risolutore* è un computer l'algoritmo deve essere tradotto in un *linguaggio di programmazione*

```
""" pitagora """
import math
# dati di input
c1 = float(input("primo cateto: "))
c2 = float(input("secondo cateto: "))
# calcola il quadrato del primo cateto
q1 = math.pow(c1,2)
# calcola il quadrato del secondo cateto
q2 = math.pow(c2,2)
# somma i due valori ottenuti
s = q1 + q2
# calcola la radice quadrata del valore ottenuto
ip = math.sqrt(s)
# dati di output
print("ipotenusa",ip)
```

esempio: verifica della soluzione

- il **tester** verifica che i risultati ottenuti non generino alcuna contraddizione con i dati iniziali
- in caso contrario si deve ripartire dall'analisi per poi passare di nuovo alla progettazione finché la verifica della soluzione non ha dato esito positivo

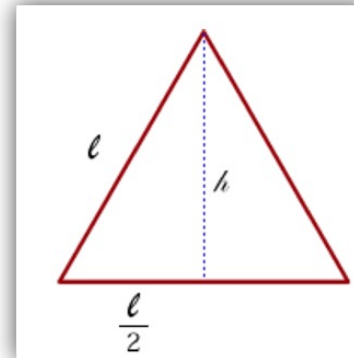
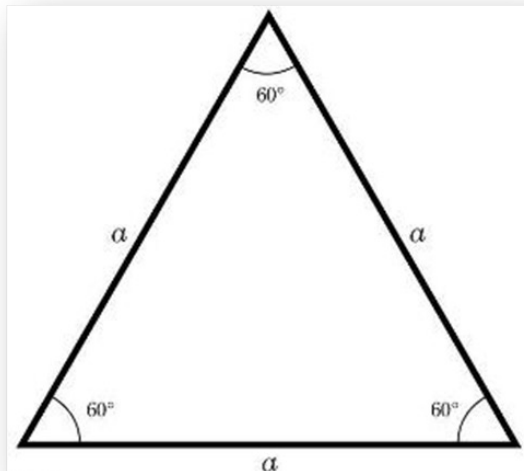


definizioni

- **algoritmo**: procedimento che risolve un determinato problema attraverso un numero *finito* di passi *elementari* (al-Khwarizmi, ابو جعفر محمد خوارزمی [matematico, astronomo e geografo persiano ~800])
- **dati**: *iniziali* (istanza problema), *intermedi*, *finali* (soluzione)
- **passi elementari**: azioni *atomiche* non scomponibili in azioni più semplici
- **processo** (esecuzione): sequenza ordinata di passi
- *proprietà dell'algoritmo*: finitezza, non ambiguità, realizzabilità, efficienza...

problema

- data la lunghezza di un lato di un triangolo equilatero trovare il perimetro e l'area



classi di problemi

- molti problemi hanno **radice comune**, appartengono alla stessa classe
- uno stesso elenco di istruzioni può servire per la soluzione di problemi specifici che **differiscono** solo per le informazioni iniziali
- la sequenza di istruzioni che permette di trovare l'ipotenusa del triangolo con cateti di cm 3 e cm 4 (**problema specifico**) è la stessa che permette di trovare l'ipotenusa di un qualsiasi triangolo rettangolo con cateti di dimensione x , y .
 - i cateti x , y sono i **parametri** che caratterizzano questa classe di problemi
- è importante quindi non trattare un problema specifico ma una classe di problemi

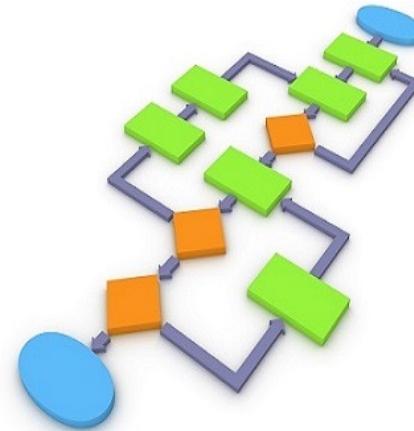
esempi di algoritmi

- sono esempi di ***algoritmi*** le procedure che permettono di:
 - effettuare le quattro operazioni matematiche
 - ordinare di una sequenza di numeri
 - verificare la presenza di una parola in un testo
 - simulare il volo di un aereo
 - far diventare il computer un grande giocatore di scacchi
- e ...
 - la ricetta per la torta al cioccolato ?
 - le istruzioni di IKEA per montare la libreria MALSJÖ ?

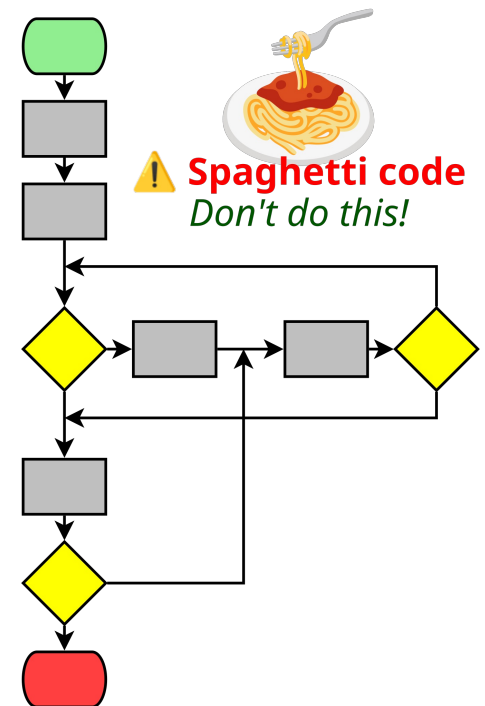
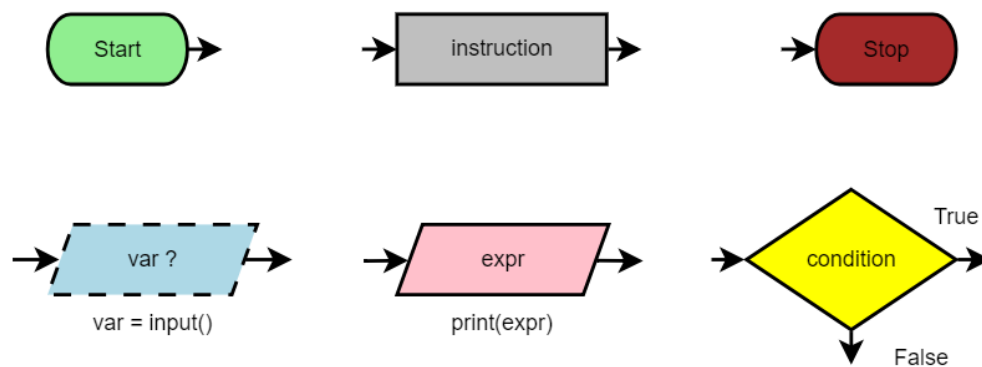
- caratteristiche di un linguaggio algoritmico
 - *non ambiguità*
 - capacità di esplicitare il *flusso* di esecuzione delle istruzioni
- deve contenere istruzioni di tipo:
 - *operativo* (fare qualcosa)
 - *input/output* (comunicare con il mondo esterno)
 - *decisionale* (variare il flusso di esecuzione)

diagrammi di flusso

- diagramma di flusso (*flow-chart*):
 - rappresentazione grafica di algoritmi
 - più *efficace* e *meno ambigua* di una descrizione a parole
- è un grafo orientato
- due tipi di entità:
 - *nodì*
 - *archi*

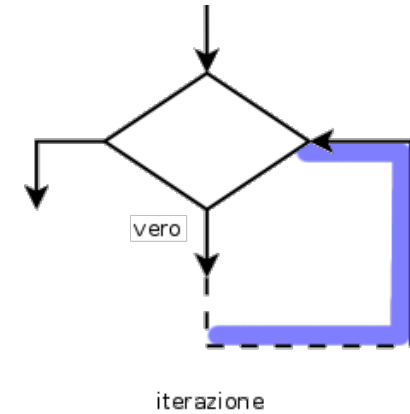
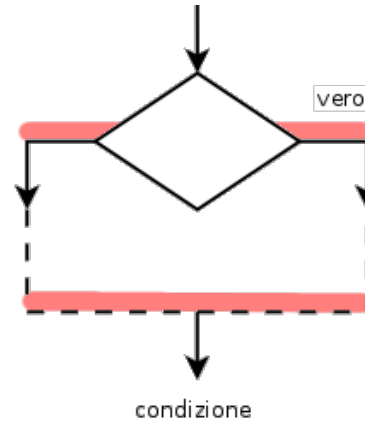
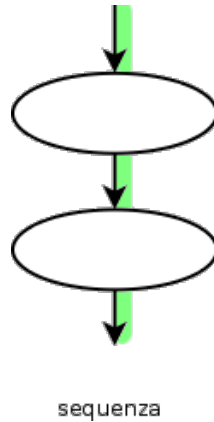


tipi di nodi



programmazione strutturata

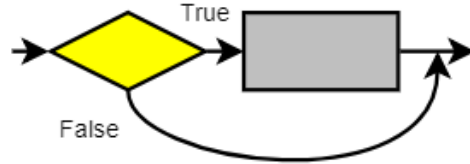
- strutture di controllo:
 - *sequenza*
 - *condizione (selezione)*
 - *iterazione*
- *hanno un solo ingresso e una sola uscita*



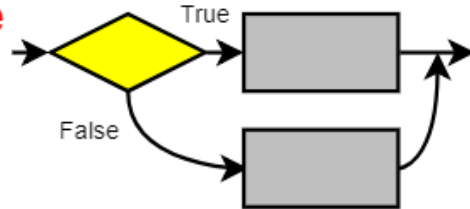
Qualunque algoritmo può essere implementato utilizzando queste tre sole strutture (*Teorema di Böhm-Jacopini, 1966*)

strutture di controllo

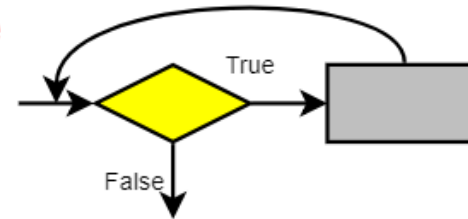
if



if-else



while



esempi quotidiani di if e while:
“se non c'è il lievito, usare due cucchiaini di bicarbonato”
“battere gli albumi finché non montano”

The image shows a sequence of Scratch code blocks for a robot simulation:

- not** block connected to **wall ahead** block.
- repeat while** block containing a **do** block with **move forward** block.
- if** block with a **+** sign, containing a **then** block.
- turn left** block connected to an **and** block.
- turn right** block (highlighted with a yellow border).
- true** block.
- repeat while** block containing a **do** block.

<http://www.ce.unipr.it/~aferrari/codowood/maze.html>

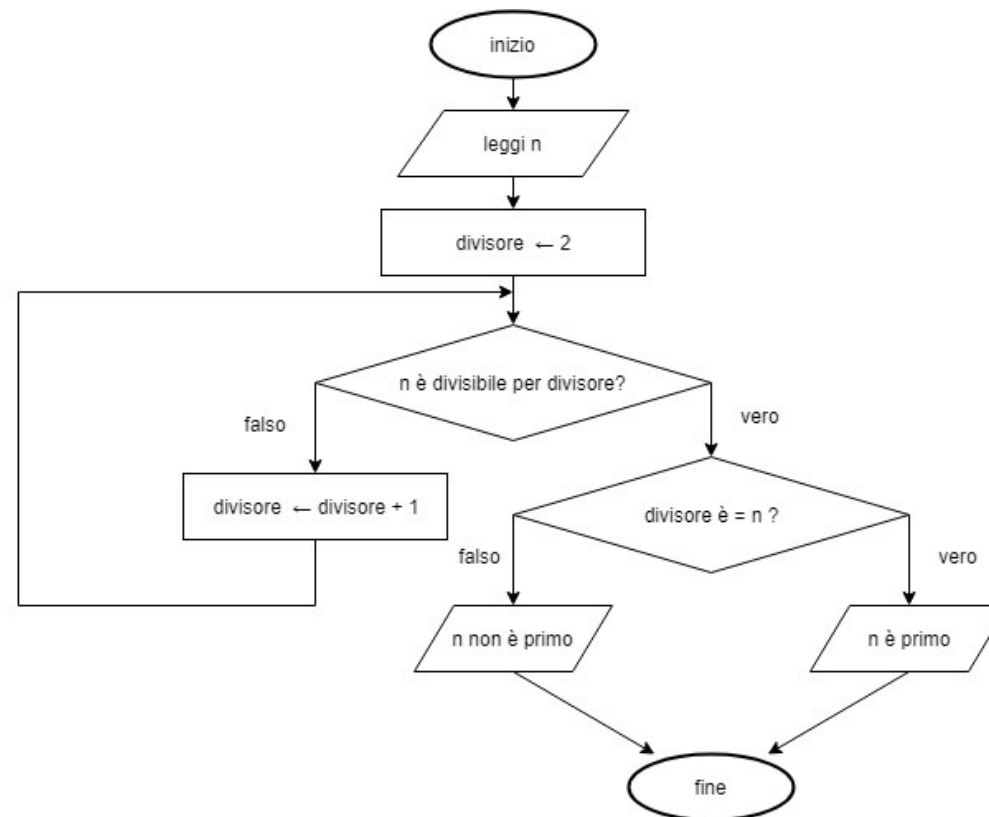
problema

- ***determinare se un numero è primo***
- ***analisi:***
 - un numero è primo se è divisibile esattamente solo per 1 e per se stesso
 - si cerca il minimo divisore intero maggiore di 1 del numero
 - se è uguale al numero stesso allora questo è primo
- ***dato iniziale:***
 - un qualsiasi numero intero
- ***dato finale:***
 - «primo» o «non primo»

progettazione

- provare a dividere il numero per 2, per 3, per 4 e così fino a che il resto della divisione intera è diverso da zero
- i tentativi si esauriscono quando il resto è uguale a zero (si è individuato un divisore esatto del numero)
- se il divisore è uguale al numero stesso allora questo è un numero primo

flow chart



memoria

- per poter eseguire le istruzioni che compongono l'algoritmo è necessario poter **memorizzare**
 - i **dati** iniziali
 - i **dati** intermedi
 - i **risultati** finali
 - ma anche le **istruzioni** stesse
- è necessaria una **memoria**, indipendentemente dal fatto che l'esecutore sia umano o una macchina



risolvere i problemi

1. dato il raggio calcolare la circonferenza e l'area del cerchio
2. date le coordinate di due punti A e B trovare le coordinate del punto medio del segmento AB
3. per il lavoro di un operaio sono registrati l'orario di entrata e l'orario di uscita sia al mattino che al pomeriggio: calcolare il totale delle ore e dei minuti lavorati e, data la paga oraria, calcolare la paga giornaliera
4. per la vendita di un prodotto si deve applicare uno sconto progressivo in base al numero di pezzi ordinati in base alla regola: fino a 3 pezzi 5%, fino a 5 pezzi 10%, fino a 10 pezzi 20%, oltre 10 pezzi 30%. Dato il prezzo del prodotto e il numero di pezzi ordinati calcolare il prezzo da pagare.