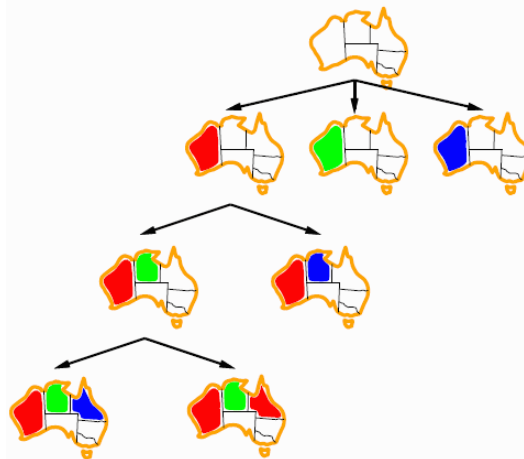




UNIVERSITÀ
DI PARMA

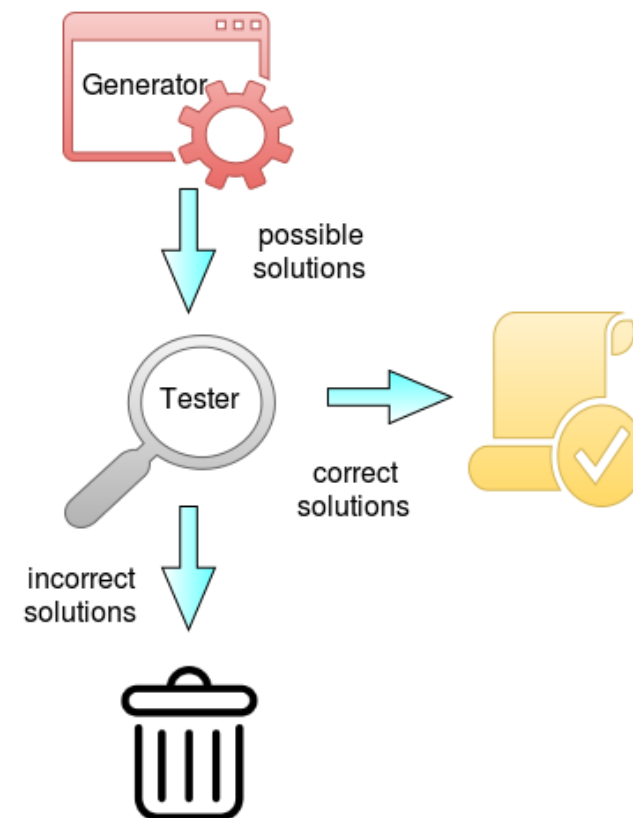
csp & backtracking

informatica e laboratorio di programmazione



- **CSP** = problemi di soddisfacimento di vincoli
- caratteristiche
 - i problemi di soddisfacimento di vincoli sono caratterizzati da:
 - un insieme di **variabili** che possono assumere **valori** in un certo **dominio**
 - un insieme di **vincoli** che devono essere rispettati dai **valori** delle variabili

- **G&T** è una semplice tecnica per risolvere problemi CSP
 - si assegna un **valore** ad **ogni variabile**
 - si verifica se tutti i **vincoli** sono soddisfatti
 - se i vincoli sono **soddisfatti** -> è stata trovata una **soluzione**
 - **altrimenti** si **prova** con valori **diversi**
 - il procedimento **continua**
 - finché **non ci sono più** assegnamenti nuovi da testare
 - **tutte** le soluzioni sono testate

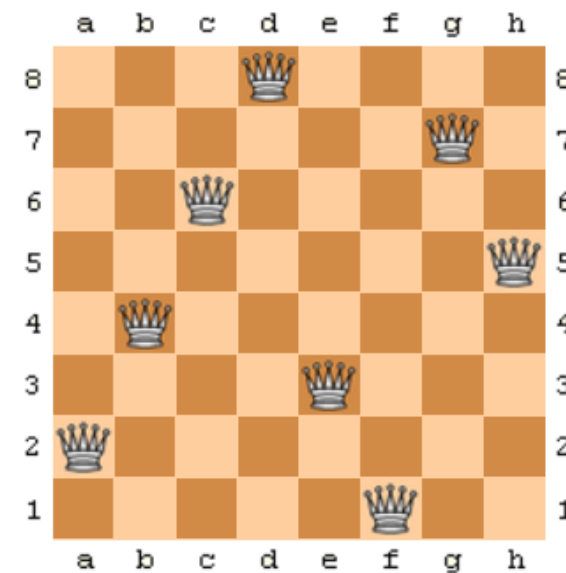
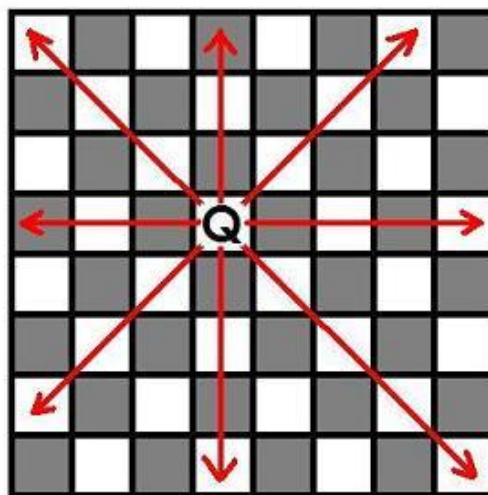


```
def controlla(t,w,o,f,u,r):  
    # tutti diversi --- (vincolo 1)  
    if t==w or t==o or t==f or t==u or t==r:  
        return False  
    if w==o or w==f or w==u or w==r:  
        return False  
    if o==f or o==u or o==r:  
        return False  
    if f==u or f==r:  
        return False  
    if u==r:  
        return False  
    # -----  
    # verifica somma --- (vincolo 2)  
    two = t*100 + w*10 + o  
    four = f*1000 + o*100 + u*10 + r  
    if two + two != four:  
        return False  
    return True
```

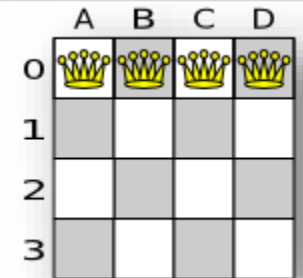
```
def main():  
    # generazione valori  
    for t in range(1,10):  
        for w in range(10):  
            for o in range(10):  
                for f in range(1,10):  
                    for u in range(10):  
                        for r in range(10):  
                            # verifica vincoli  
                            if controlla(t,w,o,f,u,r):  
                                print()  
                                print(' ',t,w,o,'+')  
                                print(' ',t,w,o,'=')  
                                print('-----')  
                                print(f,o,u,r)
```

	T	W	O
+	T	W	O
<hr/>			
F	O	U	R

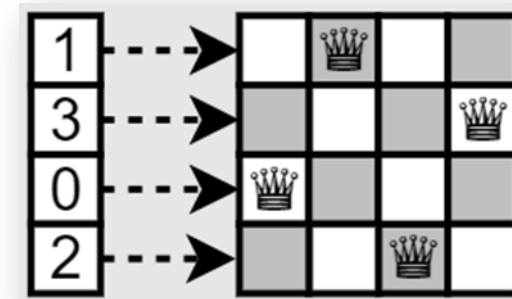
- posizionare **8 regine** su una scacchiera **8x8** in modo che nessuna di esse possa catturarne un'altra
 - nessuna regina deve avere una colonna, riga o diagonale in comune con un'altra regina
- il problema è un esempio del più generale problema delle ***n regine*** su una scacchiera ***n × n***



- generate
 - inserire 8 regine in tutte le possibili combinazioni in una scacchiera 8x8
- test
 - per ogni combinazione verificare se nessuna regina può catturarne un'altra

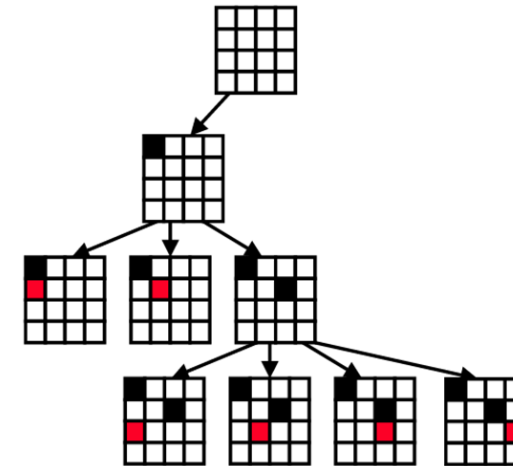
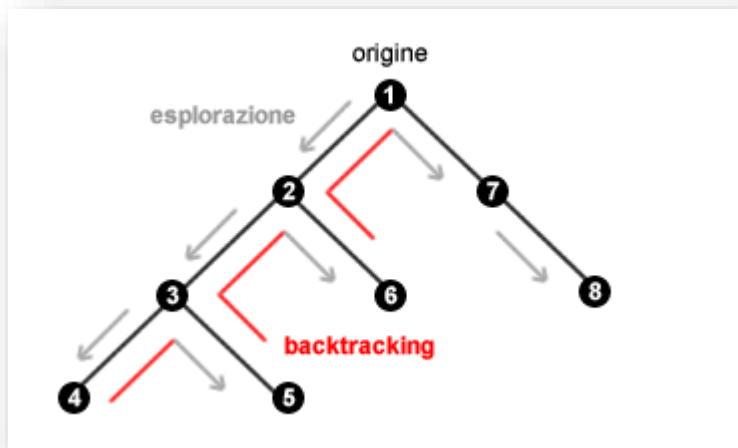


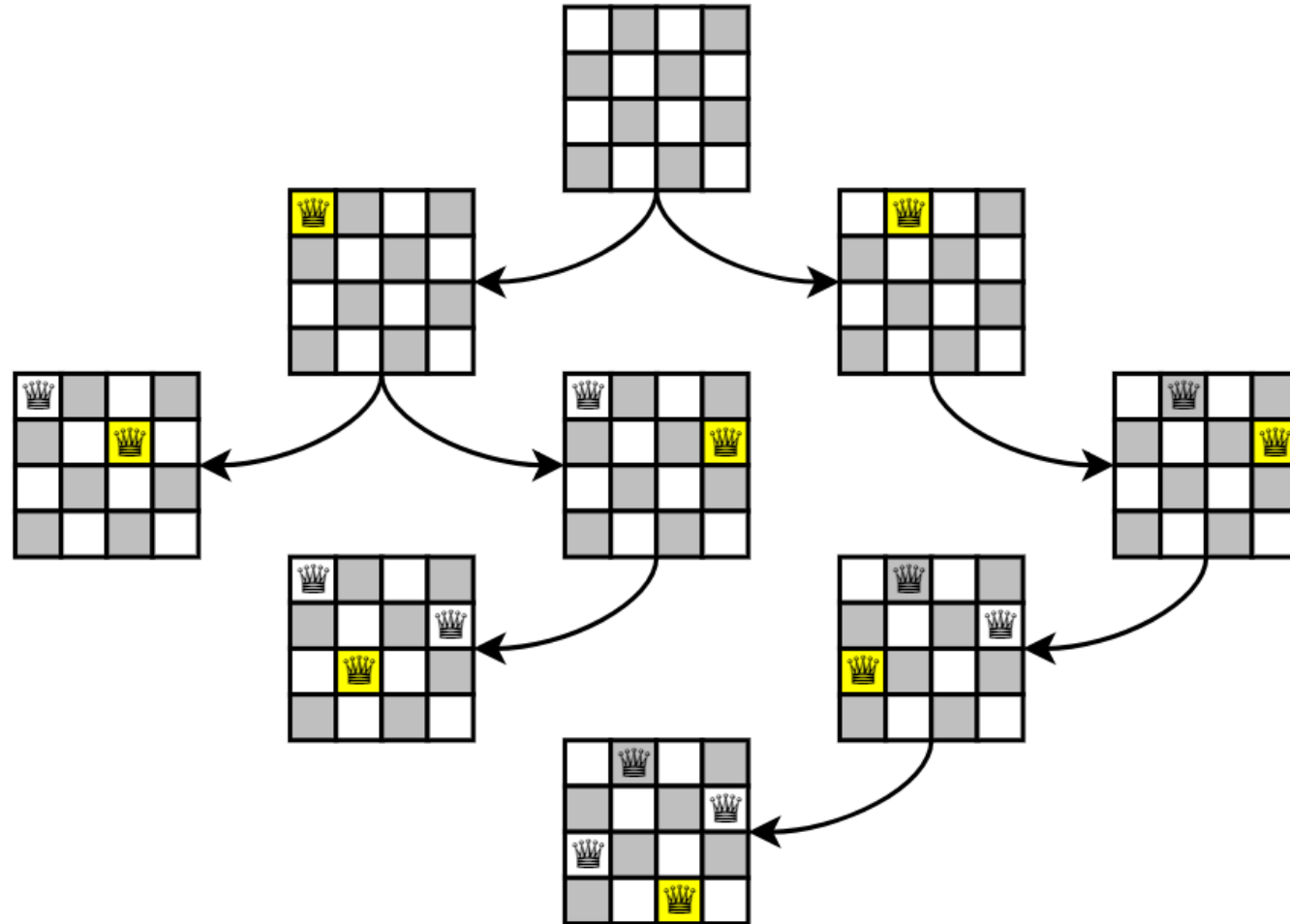
- dai vincoli si evince che ogni ***riga*** può contenere al massimo ***una regina***
 - deve contenere ***esattamente*** una regina
- è possibile quindi rappresentare una ***lista*** di 8 elementi con indici 0..7 (*n elementi con indice 0..n-1*) che contengono valori compresi fra 0 e 7 (*0 e n-1*) che rappresentano la colonna in cui è posizionata la regina sulla riga
- ***generate***
 - tutte le possibili combinazioni di 8 valori in posizioni
 - $8^8 = 16777216 \cong 16$ milioni
- ***test***
 - per ogni combinazione verificare se nessuna regina può catturarne un'altra



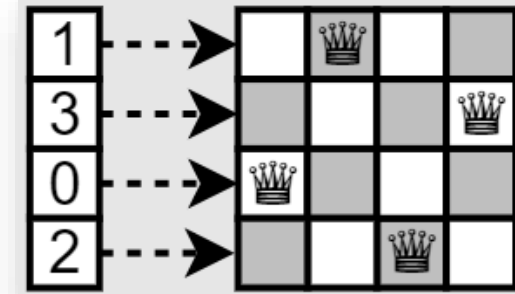
- ***Standard Backtracking***: a seguito di ***ogni assegnamento*** si ***verifica*** se tutti i vincoli sono soddisfatti
 - se sono ***soddisfatti*** si ***continua*** verso la soluzione
 - ***altrimenti*** si verifica se la variabile appena assegnata ha ancora valori da provare
 - se sì si ***prova*** con un ***nuovo valore***
 - se no si ***torna indietro*** e si sceglie una nuova variabile
- il procedimento ***continua*** finché non ci sono più assegnamenti nuovi da provare (*o si è trovata una soluzione*)
- ***tutte*** le soluzioni sono testate

- **backtracking** (monitoraggio a ritroso) tecnica di ricerca soluzioni per problemi in cui devono essere soddisfatti *vincoli*
- **enumera** tutte le *possibili soluzioni* e **scarta** quelle che non soddisfano i vincoli





```
def stampa_scacchiera(scacchiera: list):
    ''' visualizza la scacchiera '''
    for r in range(len(scacchiera)):
        for c in range(len(scacchiera)):
            if c == scacchiera[r]:
                print('|👑|', end='')      #presente regina
            else:
                print('| ', end='')      #casella vuota
        print('|')                       #fine riga
```



*scacchiera è una lista di **int**: per ogni riga della scacchiera, memorizza la posizione della regina sulla colonna*

```
def sotto_attacco(scacchiera: list, x: int, y: int) -> bool:
    ''' true se la regina in colonna x e riga y
    è sotto attacco da altre regine '''
    # controllo le righe precedenti
    for r in range(1, y + 1): # fino alla riga attuale
        # direzioni di controllo: ↖ ↑ ↗
        if scacchiera[y - r] in (x - r, x, x + r):
            return True
    return False
```

```
def posiziona_regine(scacchiera: list, r=0) -> bool:
    '''
    cerca di posizionare una regina nella scacchiera
    in riga r (le precedenti righe contengono regine)
    '''
    if r == len(scacchiera):
        return True # successo! tutte le righe contengono regine
    # prova inserimento regina in tutte le colonne
    for c in range(len(scacchiera)):
        if not sotto_attacco(scacchiera, c, r):
            scacchiera[r] = c # possibile inserire regina in colonna c
            # passaggio alla riga successiva
            if posiziona_regine(scacchiera, r + 1):
                return True

    scacchiera[r] = None # non è possibile inserire, backtrack
    return False
```

- il sudoku (数独) è un gioco di logica nel quale al giocatore viene proposta una griglia di 9×9 celle, ciascuna delle quali può contenere un numero da 1 a 9, oppure essere vuota
- la griglia è suddivisa in 9 righe orizzontali, nove colonne verticali e in 9 "sottogriglie", chiamate regioni, di 3×3 celle contigue
- le griglie proposte al giocatore hanno da 20 a 35 celle contenenti un numero
- scopo del gioco è quello di riempire le caselle bianche con numeri da 1 a 9, in modo tale che in ogni riga, colonna e regione siano presenti tutte le cifre da 1 a 9 senza ripetizioni

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

- si inserisce un numero in ogni cella vuota
- si verifica che le regole del gioco siano rispettate
- se qualche regola non è rispettata si prova con altri numeri
- complessità
 - il numero totale di celle è 81
 - supponendo riempite 31 celle ne rimangono 50
 - il numero di combinazioni possibili da provare è 9^{50} (circa $5 \cdot 10^{47}$)
- supponendo 1 nanosecondo per formulare una combinazione il tempo previsto è circa . . .

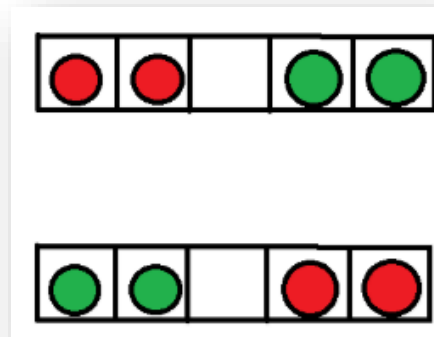
- 1 anno = 365 giorni
- 1 anno = 8760 ore
- 1 anno = 525600 minuti
- 1 anno = 3.154×10^7 secondi
- 1 anno = 3.154×10^{16} nanosecondi
- $5 \times 10^{47} / 3.154 \times 10^{16} = 10^{31}$ anni
- età dell'universo ... 10^{10} anni :(

backtracking
esercizi



○ 11.1 puzzle di Cindy

- piano di gioco: $2n+1$ celle allineate
- si parte con n pedine rosse tutte a sinistra, n pedine verdi tutte a destra, ed una cella libera in mezzo
- le pedine **rosse** si possono spostare solo a **destra**, quelle **verdi** solo a **sinistra** (senza poter tornare indietro)
- ad ogni mossa, una qualsiasi pedina può:
 - **avanzare** di una posizione, se davanti ha una cella libera
 - oppure **scavalcare** esattamente una pedina dell'altro colore, se c'è una cella libera subito dopo
- l'applicazione deve trovare **automaticamente** le mosse per **invertire** la posizione di tutte le pedine



- ***11.2 8 regine***

- modificare il codice proposto che trova tutte le soluzioni del problema delle 8 regine visualizzando il numero di tentativi effettuati e il numero di soluzioni trovate

- ***11.3 8 regine generate & test***

- realizzare un'applicazione che risolve il problema delle 8 regine secondo la metodologia generate & test (versione semplificata – una sola regina per riga)
- visualizzare il numero di tentativi effettuati e il numero di soluzioni trovate

- **11.4 sudoku (verifica)**

- verificare se una soluzione parziale di un sudoku è ammissibile (soddisfa i vincoli)

- **11.5 sudoku (applicazione)**

- realizzare un'applicazione che legge da file la situazione iniziale di un sudoku
- permette ripetutamente all'utente
 - di inserire un valore specificando la cella
 - accetta il valore solo se rispetta i vincoli
 - di 'cancellare' un valore da una cella
- verifica se il sudoku è completo