



**UNIVERSITÀ  
DI PARMA**

**Informatica e Laboratorio di Programmazione**  
**Sistema Binario - Esercizi**  
*Alberto Ferrari*

- convertire in formato ***decimale*** i seguenti numeri ***binari***
  - 11, 101011, 111111, 10101010
- convertire in formato ***decimale*** i seguenti numeri ***ottali***
  - 12, 23, 345, 333, 560
- convertire in formato ***decimale*** i seguenti numeri ***esadecimali***
  - 12, DAB, 15D, FFFF, 51A
- convertire in ***binario*** i seguenti numeri ***decimali***
  - 45, 234, 67, 83, 972
- convertire in ***ottale*** e in ***esadecimale*** i numeri binari ottenuti dalla conversione dei numeri decimali di cui al punto precedente

$$11_{\text{due}} = (1x2^1 + 1x2^0)_{\text{dieci}} = (2 + 1)_{\text{dieci}} = 3_{\text{dieci}}$$

$$101011_{\text{due}} = (1x2^5 + 0x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0)_{\text{dieci}} = (32 + 8 + 2 + 1)_{\text{dieci}} = 43_{\text{dieci}}$$

$$1100_{\text{due}} = (1x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 0x2^0)_{\text{dieci}} = (8 + 4 + 0 + 0)_{\text{dieci}} = 12_{\text{dieci}}$$

$$111111_{\text{due}} = (1x2^5 + 1x2^4 + 1x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0)_{\text{dieci}} = (32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1)_{\text{dieci}} = 63_{\text{dieci}}$$

$$10101010_{\text{due}} = (1x2^7 + 0x2^6 + 1x2^5 + 0x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0)_{\text{dieci}} = (128 + 32 + 8 + 2)_{\text{dieci}} = 170_{\text{dieci}}$$

$$12_{\text{otto}} = (1x8^1 + 2x8^0)_{\text{dieci}} = (8 + 2)_{\text{dieci}} = 10_{\text{dieci}}$$

$$23_{\text{otto}} = (2x8^1 + 3x8^0)_{\text{dieci}} = (16 + 3)_{\text{dieci}} = 19_{\text{dieci}}$$

$$345_{\text{otto}} = (3x8^2 + 4x8^1 + 5x8^0)_{\text{dieci}} = (3x64 + 32 + 5)_{\text{dieci}} = 229_{\text{dieci}}$$

$$333_{\text{otto}} = (3x8^2 + 3x8^1 + 3x8^0)_{\text{dieci}} = (3x64 + 24 + 3)_{\text{dieci}} = 219_{\text{dieci}}$$

$$560_{\text{otto}} = (5x8^2 + 6x8^1 + 0x8^0)_{\text{dieci}} = (5x64 + 48 + 0)_{\text{dieci}} = 368_{\text{dieci}}$$

$$12_{\text{sedici}} = (1x16^1 + 2x16^0)_{\text{dieci}} = (16 + 2)_{\text{dieci}} = 18_{\text{dieci}}$$

$$DAB_{\text{sedici}} = (13x16^2 + 10x16^1 + 11x16^0)_{\text{dieci}} = (13x256 + 160 + 11)_{\text{dieci}} = 3499_{\text{dieci}}$$

$$15D_{\text{sedici}} = (1x16^2 + 5x16^1 + 13x16^0)_{\text{dieci}} = (256 + 80 + 13)_{\text{dieci}} = 349_{\text{dieci}}$$

$$FFFF_{\text{sedici}} = (15x16^3 + 15x16^2 + 15x16^1 + 15x16^0)_{\text{dieci}} = (15x4096 + 15x256 + 15x16 + 15)_{\text{dieci}} = (61440 + 3840 + 240 + 15)_{\text{dieci}} = 65535_{\text{dieci}}$$

$$51A_{\text{sedici}} = (5x16^2 + 1x16^1 + 10x16^0)_{\text{dieci}} = (5x256 + 16 + 10)_{\text{dieci}} = 1306_{\text{dieci}}$$

**45**<sub>dieci</sub>

$$45/2 = 22 \text{ con resto } 1$$

$$22/2 = 11 \text{ con resto } 0$$

$$11/2 = 5 \text{ con resto } 1$$

$$5/2 = 2 \text{ con resto } 1$$

$$2/2 = 1 \text{ con resto } 0$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$45_{\text{dieci}} = 101101_{\text{due}}$$

**67**<sub>dieci</sub>

$$67/2 = 33 \text{ con resto } 1$$

$$33/2 = 16 \text{ con resto } 1$$

$$16/2 = 8 \text{ con resto } 0$$

$$8/2 = 4 \text{ con resto } 0$$

$$4/2 = 2 \text{ con resto } 0$$

$$2/2 = 1 \text{ con resto } 0$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$67_{\text{dieci}} = 100011_{\text{due}}$$

**234**<sub>dieci</sub>

$$234/2 = 117 \text{ con resto } 0$$

$$117/2 = 58 \text{ con resto } 1$$

$$58/2 = 29 \text{ con resto } 0$$

$$29/2 = 14 \text{ con resto } 1$$

$$14/2 = 7 \text{ con resto } 0$$

$$7/2 = 3 \text{ con resto } 1$$

$$3/2 = 1 \text{ con resto } 1$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$234_{\text{dieci}} = 11101010_{\text{due}}$$

**83**<sub>dieci</sub>

$$83/2 = 41 \text{ con resto } 1$$

$$41/2 = 20 \text{ con resto } 1$$

$$20/2 = 10 \text{ con resto } 0$$

$$10/2 = 5 \text{ con resto } 0$$

$$5/2 = 2 \text{ con resto } 1$$

$$2/2 = 1 \text{ con resto } 0$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$83_{\text{dieci}} = 1010011_{\text{due}}$$

**972<sub>dieci</sub>**

$$972/2 = 486 \text{ con resto } 0$$

$$486/2 = 243 \text{ con resto } 0$$

$$243/2 = 121 \text{ con resto } 1$$

$$121/2 = 60 \text{ con resto } 1$$

$$60/2 = 30 \text{ con resto } 0$$

$$30/2 = 15 \text{ con resto } 0$$

$$15/2 = 7 \text{ con resto } 1$$

$$7/2 = 3 \text{ con resto } 1$$

$$3/2 = 1 \text{ con resto } 1$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$\mathbf{972_{dieci} = 1111001100_{due}}$$

$$101101_{due} \rightarrow 101\ 101 = 55_{otto}$$

$$11101010_{due} \rightarrow 11\ 101\ 010 = 352_{otto}$$

$$1000011_{due} \rightarrow 1\ 000\ 011 = 103_{otto}$$

$$1010011_{due} \rightarrow 1\ 010\ 011 = 123_{otto}$$

$$1111001100_{due} \rightarrow 1\ 111\ 001\ 100 = 1714_{otto}$$

$$101101_{due} \rightarrow 10\ 1101 = 2D_{sedici}$$

$$11101010_{due} \rightarrow 1110\ 1010 = EA_{sedici}$$

$$1000011_{due} \rightarrow 100\ 0011 = 43_{sedici}$$

$$1010011_{due} \rightarrow 101\ 0011 = 53_{sedici}$$

$$1111001100_{due} \rightarrow 11\ 1100\ 1100 = 3CC_{sedici}$$

- dati i seguenti numeri *decimali* interi positivi:
  - 55, 121, 16, 42
- rappresentarli come numeri *binari* su *8 bit*
- determinare i numeri *negativi* corrispondenti in binario con le seguenti rappresentazioni:
  - *modulo e segno*
  - in *complemento a 1*
  - in *complemento a 2*

**55**<sub>dieci</sub>

$$55/2 = 27 \text{ con resto } 1$$

$$27/2 = 13 \text{ con resto } 1$$

$$13/2 = 6 \text{ con resto } 1$$

$$6/2 = 3 \text{ con resto } 0$$

$$3/2 = 1 \text{ con resto } 1$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$55_{\text{dieci}} = 00110111_{\text{due}}$$

**121**<sub>dieci</sub>

$$121/2 = 60 \text{ con resto } 1$$

$$60/2 = 30 \text{ con resto } 0$$

$$30/2 = 15 \text{ con resto } 0$$

$$15/2 = 7 \text{ con resto } 1$$

$$7/2 = 3 \text{ con resto } 1$$

$$3/2 = 1 \text{ con resto } 1$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$121_{\text{dieci}} = 01111001_{\text{due}}$$

**16**<sub>dieci</sub>

$$16/2 = 8 \text{ con resto } 0$$

$$8/2 = 4 \text{ con resto } 0$$

$$4/2 = 2 \text{ con resto } 0$$

$$2/2 = 1 \text{ con resto } 0$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$16_{\text{dieci}} = 00010000_{\text{due}}$$

**42**<sub>dieci</sub>

$$42/2 = 21 \text{ con resto } 0$$

$$21/2 = 10 \text{ con resto } 1$$

$$10/2 = 5 \text{ con resto } 0$$

$$5/2 = 2 \text{ con resto } 1$$

$$2/2 = 1 \text{ con resto } 0$$

$$1/2 = 0 \text{ con resto } 1$$

$$42_{\text{dieci}} = 00101010_{\text{due}}$$

## CODIFICA IN MODULO E SEGNO

$$55_{\text{dieci}} = 00110111_{\text{due}}$$

$$-55_{\text{dieci}} = 10110111_{\text{due}}$$

$$16_{\text{dieci}} = 00010000_{\text{due}}$$

$$-16_{\text{dieci}} = 10010000_{\text{due}}$$

$$121_{\text{dieci}} = 01111001_{\text{due}}$$

$$-121_{\text{dieci}} = 11111001_{\text{due}}$$

$$42_{\text{dieci}} = 00101010_{\text{due}}$$

$$-42_{\text{dieci}} = 10101010_{\text{due}}$$

## CODIFICA IN COMPLEMENTO A 1

$$55_{\text{dieci}} = 00110111_{\text{due}}$$

$$-55_{\text{dieci}} = 11001000_{\text{due}}$$

$$16_{\text{dieci}} = 00010000_{\text{due}}$$

$$-16_{\text{dieci}} = 11101111_{\text{due}}$$

$$121_{\text{dieci}} = 01111001_{\text{due}}$$

$$-121_{\text{dieci}} = 10000110$$

$$42_{\text{dieci}} = 00101010_{\text{due}}$$

$$-42_{\text{dieci}} = 11010101_{\text{due}}$$

## CODIFICA IN COMPLEMENTO A 2

$$55_{\text{dieci}} = 00110111_{\text{due}}$$

$$-55_{\text{dieci}} = 11001001_{\text{due}}$$

$$16_{\text{dieci}} = 00010000_{\text{due}}$$

$$-16_{\text{dieci}} = 11110000_{\text{due}}$$

$$121_{\text{dieci}} = 01111001_{\text{due}}$$

$$-121_{\text{dieci}} = 10000111_{\text{due}}$$

$$42_{\text{dieci}} = 00101010_{\text{due}}$$

$$-42_{\text{dieci}} = 11010110_{\text{due}}$$



- eseguire la **somma** dei numeri binari in complemento a 2 codificati su 8 bit che corrispondono ai numeri  $16_{\text{dieci}}$  e  $-42_{\text{dieci}}$
- eseguire la **somma** dei numeri binari in complemento a 2 codificati su 6 bit che corrispondono ai numeri  $-5_{\text{dieci}}$  e  $-28_{\text{dieci}}$

## Somma di numeri in complemento a 2

[16]    0 0 0 1 0 0 0 0 +  
[42]    1 1 0 1 0 1 1 0  
         1 1 1 0 0 1 1 0

→

**1 1 1 0 0 1 1 0**  
**Segno:** negativo (1)  
**Modulo del numero:** si  
ottiene facendo il complemento  
a 2 di  
1 1 0 0 1 1 0 → 0 0 1 1 0 1 0  
→ 16 + 8 + 2 = 26  
Quindi **-26<sub>dieci</sub>**

## Somma di numeri in complemento a 2

5<sub>dieci</sub> = 000101<sub>due</sub> su n = 6 bit  
28<sub>dieci</sub> = 011100<sub>due</sub> su n = 6 bit

-5<sub>dieci</sub> = 111011<sub>due</sub> su n = 6 bit  
-28<sub>dieci</sub> = 100100<sub>due</sub> su n = 6 bit

[-5]    1 1 1 0 1 1 +  
[-28]   1 0 0 1 0 0  
         (1) 0 1 1 1 1 1  
         rip 1 0 → overflow

→

**0 1 1 1 1 1**  
**Segno:** positivo (0)  
**Modulo del numero:** si  
ottiene facendo il complemento  
a 2 di  
1 1 1 1 1 → 0 0 0 0 1 → 1  
Quindi: risultato = +1<sub>dieci</sub> che  
non è ciò che ci aspettavamo

- convertire in **decimale** i seguenti numeri **frazionari** binari:
  - $0.111_{\text{due}}$ ,  $0.0101_{\text{due}}$ ,  $0.00011_{\text{due}}$
- convertire in **binario** (su 6 bit – cifre dopo la virgola) i seguenti numeri frazionari decimali:
  - $0.226_{\text{dieci}}$ ,  $0.349_{\text{dieci}}$ ,  $0.712_{\text{dieci}}$
- esprimere i numeri
  - $13.25_{\text{dieci}}$  e  $189.8123_{\text{dieci}}$   
in forma normalizzata in base 10 e in base 2

$$0.111_{\text{due}} = (1x2^{-1} + 1x2^{-2} + 1x2^{-3})_{\text{dieci}} = (0.5 + 0.25 + 0.125)_{\text{dieci}} = 0.875_{\text{dieci}}$$

$$0.0101_{\text{due}} = (0x2^{-1} + 1x2^{-2} + 0x2^{-3} + 1x2^{-4})_{\text{dieci}} = (0.25 + 0.0625)_{\text{dieci}} = 0.3125_{\text{dieci}}$$

$$0.00011_{\text{due}} = (0x2^{-1} + 0x2^{-2} + 0x2^{-3} + 1x2^{-4} + 1x2^{-5})_{\text{dieci}} = (0.0625 + 0.03125)_{\text{dieci}} = 0.09375_{\text{dieci}}$$

$$0.226_{\text{dieci}}$$

$$0.226 \times 2 = 0.452 \quad \text{p.f. } 0.452 \text{ p.i. } 0$$

$$0.452 \times 2 = 0.904 \quad \text{p.f. } 0.904 \text{ p.i. } 0$$

$$0.904 \times 2 = 1.808 \quad \text{p.f. } 0.808 \text{ p.i. } 1$$

$$0.808 \times 2 = 1.616 \quad \text{p.f. } 0.616 \text{ p.i. } 1$$


$$0.616 \times 2 = 1.232 \quad \text{p.f. } 0.232 \text{ p.i. } 1$$

$$0.232 \times 2 = 0.464 \quad \text{p.f. } 0.464 \text{ p.i. } 0$$

$$\Rightarrow 0.226_{\text{dieci}} = 0.001110_{\text{due}}$$


**0.349**<sub>dieci</sub>

$0.349 \times 2 = 0.698$	p.f. 0.698 p.i. 0
$0.698 \times 2 = 1.396$	p.f. 0.396 p.i. 1
$0.396 \times 2 = 0.792$	p.f. 0.792 p.i. 0
$0.792 \times 2 = 1.584$	p.f. 0.584 p.i. 1
$0.584 \times 2 = 1.168$	p.f. 0.168 p.i. 1
$0.168 \times 2 = 0.336$	p.f. 0.336 p.i. 0


$$0.349_{\text{dieci}} = 0.010110_{\text{due}}$$

**0.712**<sub>dieci</sub>

$0.712 \times 2 = 1.424$	p.f. 0.424 p.i. 1
$0.424 \times 2 = 0.848$	p.f. 0.848 p.i. 0
$0.848 \times 2 = 1.696$	p.f. 0.696 p.i. 1
$0.696 \times 2 = 1.392$	p.f. 0.392 p.i. 1
$0.392 \times 2 = 0.784$	p.f. 0.784 p.i. 0
$0.784 \times 2 = 1.568$	p.f. 0.568 p.i. 1


$$0.712_{\text{dieci}} = 0.101101_{\text{due}}$$

13.25 → in forma normalizzata  $0.1325 \times 10^2$

189.8123 → in forma normalizzata  $0.1898123 \times 10^3$

$$13_{\text{dieci}} = 1101_{\text{due}}$$

$$0.25_{\text{dieci}} = 0.01_{\text{due}} \text{ infatti:}$$

$$0.25 \times 2 = 0.50 \text{ p.i. } 0$$

$$0.50 \times 2 = 1.0 \text{ p.i. } 1$$

da cui

$$13.25_{\text{dieci}} = 1101.01_{\text{due}} \text{ che, in forma normalizzata, diventa } 0.110101 \times 10^{100}$$

(dove  $m = 0.110101_{\text{due}}$ ,  $e = 100_{\text{due}}$  e la base  $b = 10_{\text{due}}$ )

$189.8123_{\text{dieci}} \rightarrow$  lo trasformiamo in base due usando 8 cifre binarie per la parte intera e 4 bit per la parte frazionaria

**$189_{\text{dieci}}$**

$189/2 = 94$	con resto 1
$94/2 = 47$	con resto 0
$47/2 = 23$	con resto 1
$23/2 = 11$	con resto 1
$11/2 = 5$	con resto 1
$5/2 = 2$	con resto 1
$2/2 = 1$	con resto 0
$1/2 = 0$	con resto 1

**$189_{\text{dieci}} = 1011\ 1101_{\text{due}}$**

**$0.8123_{\text{dieci}}$**

$0.8123 \times 2 = 1.6246$	p.f. 0.6246	p.i. 1
$0.6246 \times 2 = 1.2492$	p.f. 0.2492	p.i. 1
$0.2492 \times 2 = 0.4984$	p.f. 0.4984	p.i. 0
$0.4984 \times 2 = 0.9968$	p.f. 0.9968	p.i. 0

**$0.8123_{\text{dieci}} = 0.1100_{\text{due}}$**

Da cui  $189.8123_{\text{dieci}} = 10111101.1100_{\text{due}}$  che, in forma normalizzata, diventa  $0.1011110111 \times 10^{1000}$

- convertire il numero **decimale** **-30,375** in formato a virgola mobile IEEE 754 (precisione singola)
  - *IEEE 754 single precision 32 bit (1 x segno, 8 x esponente, 23 x frazione)*

## **soluzione**

$$\begin{aligned} -30.375 &= (-11110.011)_{\text{binario}} = (-1.1110011)_{\text{binario}} \times 2^4 \\ &= (-1)1 \times (1 + 0.1110011) \times 2^{(131-127)} \end{aligned}$$

- *il formato IEEE 754 utilizza lo schema di rappresentazione*  
 $(-1)\text{segno} \times (1 + \text{significando}) \times 2^{(\text{esponente}-127)}$
- *Abbiamo:*  
segno = 1  
esponente = 131 = (10000011)<sub>binario</sub>  
signif icando = (111001100000000000000000)<sub>binario</sub>
- $\Rightarrow (-30.375)_{10} = (\mathbf{1\ 10000011\ 111001100000000000000000})_{\text{binario}}$



- che numero rappresenta **01000110010001100000000000000000** in forma to IEEE 754 (*single precision*)?
- ***soluzione***
- ***segno*** 0  $\Rightarrow$  segno +
- ***esponente*** 10001100  $\rightarrow$  140<sub>decimale</sub>
  - (bisogna sottrarre la polarizzazione (127) per ottenere il vero esponente, cioè 13)
- ***significando*** 100011000000000000000000
  - $1 + 2^{-1} + 2^{-5} + 2^{-6} = 1,546875$
- il numero è  $+1 \times 1,546875 \times 2^{13} = 12672,0$

## ○ riferimenti

- <https://www.utf8-chartable.de/unicode-utf8-table.pl>
- <http://www.endmemo.com/unicode/unicodeconverter.php>

Intervallo Unicode esadecimale	UTF-16	UTF-8 binario	Note
0x000000- 0x00007F	00000000 0XXXXXXX	0XXXXXXX	Caratteri equivalenti al codice ASCII; i byte iniziano con 0 e da soli indicano un carattere
0x000080- 0x0007FF	00000XXX XXXXXXXX	110XXXXX 10XXXXXX	il primo byte inizia per 110 o 1110, il successivo(i) con 10 e devono essere concatenati per formare un carattere
0x000800- 0x00FFFF	XXXXXXXX XXXXXXXX	1110XXXX 10XXXXXX 10XXXXXX	
0x010000- 0x10FFFF	110110XX XXXXXXXX 110111XX XXXXXXXX	11110XXX 10XXXXXX 10XXXXXX 10XXXXXX	Confronto tra UTF-16 e UTF-8: UTF-16 richiede l'uso di coppie surrogate: viene sottratto il valore esadecimale 0x10000, in modo che la sequenza dei bit non coincida con quella usata da UTF-8

esercizi

# ALGEBRA DI BOOLE

- costruire la tavola di verità della funzione  $F(a, b) = ab + \neg c$

a	b	c
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

a	b	c	ab
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

a	b	c	ab	$\bar{c}$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	0

a	b	c	ab	$\bar{c}$	$ab + \bar{c}$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1

- data la tabella di verità di  $F$ :
  - ricavare l'espressione logica in *prima forma canonica*  
**somma di prodotti**
  - ricavare l'espressione logica in *seconda forma canonica*  
**prodotti di somme**
- *soluzione*
  - **somma di prodotti (SP): si considerano le righe a 1**
    - $F(a, b, c) = (\neg a \neg b c) + (\neg a b \neg c) + (\neg a b c) + (a b c)$
  - **prodotti di somme (PS): si considerano le righe a 0**
    - $F(a, b, c) = (a + b + c) (\neg a + b + c) (\neg a + b + \neg c) (\neg a + \neg b + c)$

a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1