Esercitazione in Laboratorio di Algoritmi Numerici
23 Aprile 2015

Esercizio 1

Realizzate uno script matlab che :

a. costruisca la matrice di Wilkinson di ordine n=10,
b. utilizzi la funzione spy(A) per visualizzare la struttura della matrice
c. Ne realizzi la fattorizzazione di Gauss con pivotaggio a perno massimo per colonne;
d. Effettui una perturbazione dello 0.1% sull'elemento di posizione (n,n) della matrice R, Sia Rp la matrice R con l'elemento R(n,n) perturbato.
e. Effettui il prodotto Ap=L*Rp e stimi l'errore relativo commesso sull'elemento Ap(n,n), rispetto al valore esatto A(n,n).

Commentare i risultati e giustificarli alla luce della teoria.

Esercizio 2:

Sia Dato il sistema lineare

Ax=b

con A matrice di hilbert di ordine n (il cui elemento a(i,j) è dato da 1/(i+j-1) che potete costruire usando la funzione matlab a=hilb(n) con n specificato dall'utente); e b termine noto la cui esima componente è data da $b_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}$ i=1,..,n (questa scelta i garantisce che la soluzione calcolata con l'aritmetica reale del sistema lineare è il vettore le cui componenti sono tutte 1);

Risolvete il sistema lineare in questione al variare di n tra 2 e 15 e calcolate l'errore relativo della soluzione calcolata con l'aritmetica finita rispetto a quella calcolata con l'aritmetica reale, che è il vettore con tutte le componenti uguali ad 1).
Completate la seguente tabella, calcolando l'indice di condizionamento di A al crescere di n e giustificarte i risultati alla luce della teoria.

n	$\frac{\lVert x_{reale} - x_{calc} \rVert}{\lVert x_{reale} \rVert}$	Cond(A)

Esercizio 3

Sia dato il sistema lineare

$$Ax=b$$

con A matrice di Vandermonde di ordine n generata dal vettore x costituito da n valori equispaziati nell'intervallo [0,1] e b termine noto la cui esima componente è data da $b_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}$ i=1,..,n (questa scelta i garantisce che la soluzione calcolata con l'aritmetica reale del sistema lineare è il vettore le cui componenti sono tutte 1);

Risolvete il sistema lineare in questione al variare di n tra 2 e 15 e calcolate l'errore relativo della soluzione calcolata con l'aritmetica finita rispetto a quella calcolata con l'aritmetica reale).
Completate la seguente tabella, calcolando l'indice di condizionamento di A al crescere di n e cercate di giustificare i risultati alla luce della teoria.

n	$\frac{\lVert x_{reale} - x_{calc} \rVert}{\lVert x_{reale} \rVert}$	Cond(A)

Ripetete lo stesso esperimento nel caso il vettore x sia costituito da n valori equispaziati nell'intervallo [0,4].

n	$\frac{\lVert x_{reale} - x_{calc} \rVert}{\lVert x_{reale} \rVert}$	Cond(A)

Esercizio 4

Costruire uno script Matlab che risolva il sistema lineare Ax=b, dove A=hilb(12)+eye(12), essendo eye(12) la matrice identità di ordine 12. b è il termine noto scelto in maniera tale che la soluzione del sistema lineare sia il vettore unitario. Calcolare l'indice di condizionamento della matrice e l'errore relativo sulla soluzione.

Perturbare l'elemento b(1) del termine noto dello 2% e risolvere nuovamente il sistema lineare. Calcolare l'errore relativo sulla soluzione e confrontarlo con l'errore relativo sul termine noto.

Commentare i risultati e giustificarli alla luce della teoria.

Esercizio 5

Costruire uno script Matlab che risolva il sistema lineare Ax=b, dove

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 10 & 5 & -1 \\ 4 & 5 & 10 & 7 \\ 0 & -1 & 7 & 9 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \\ 26 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Calcolare l'indice di condizionamento della matrice A e risolvere il sistema lineare facendo uso della fattorizzazione di Gauss con pivotaggio a perno massimo per colonne.

Perturbare l'elemento b(1) del termine noto dell'0.01% e risolvere nuovamente il sistema lineare. Calcolare l'errore relativo sulla soluzione e confrontarlo con l'errore relativo sul termine noto.

Commentare i risultati e giustificarli alla luce della teoria.