

Specifiche per l'esercitazione sui sistemi lineari.

- 1) Realizzare una m-function

[nor]=function norma(A,flag)

che preso in input un vettore o una matrice **A**, ne calcoli, a scelta dell'utente, la norma 1 o la norma infinito, in base al valore di flag. (se flag=0, calcola norma infinito, se flag=1, calcola la norma 1).

- 2) Realizzare una m-function che presa in input una matrice quadrata ne calcoli l'indice di condizionamento in norma p, p=1, oppure p=infinito (per il calcolo dell'inversa della matrice A fare uso della function di Matlab inv(A), che presa in input una matrice A ne restituisce l'inversa).

Condizionamento=function ind_cond(A,p)

- 3) Realizzare una m-function che preso in input l'ordine della matrice, restituisca in output la matrice di Wilkinson.

A=function wilk(n);

- 4) Realizzare una m-function che preso in input l'ordine della matrice, gli estremi dell'intervallo [a,b], costruisca la matrice di Vandermonde di ordine n a partire dal vettore x di n valori equidistanti nell'intervallo [a,b].

A=function vander(n,a,b)

- 5) Realizzare una m-function che presa in input una matrice triangolare inferiore L ed il termine noto b, restituisca in output

la soluzione del sistema $Lx=b$, calcolata mediante l'algoritmo di sostituzione in avanti.

$x=\text{function Forward_sostitution (L,b);$

- 6) Realizzare una m-function che presa in input una matrice triangolare superiore R ed il termine noto b restituisca in output la soluzione del sistema $Rx=b$, calcolata mediante l'algoritmo di sostituzione all'indietro.

$x=\text{function Backward_sostitution (R,b);$

- 7) Realizzare una m-function che presa in input una matrice A quadrata di ordine n restituisca in output i fattori L ed R della fattorizzazione di Gauss di A con pivotaggio a perno massimo per colonne e la matrice di permutazione P

$[L,R,P]=\text{function fatt_lu(A)}$

- 8) Costruire una m-function che presa in input una matrice A di ordine n, il termine noto b, restituisca in output la soluzione del sistema $Ax=b$, facendo uso della fattorizzazione LU con pivotaggio a perno massimo per colonne e della sostituzione in avanti e all'indietro

$x=\text{function risolvi_sistema(A,b);$

Nota importante: Poiché nel caso di fattorizzazione di Gauss con pivotaggio a perno massimo per colonne si ha che $P \cdot A = L \cdot R$, il sistema da risolvere diventa $P \cdot A x = P \cdot b$, cioè $LRx = P \cdot b$, che equivale a risolvere i due sistemi lineari

$$\begin{cases} Ly = Pb \\ Rx = y \end{cases}$$

Alcune note guida

1) Algoritmo per la costruzione della matrice di Wilkinson di ordine n

$$A_{ii} = 1 \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$A_{i+1,i} = 1 \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$A_{i,n} = (-1)^i \quad i = 1, \dots, n$$

$$A_{i,j} = (-1)^{i+j-1} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, n-1 \\ i = j+2, \dots, n \end{array}$$

Ad esempio, per n=5 si ha

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2) **Matrice di Vandermonde:** dato un vettore \mathbf{x} , di componenti $(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ la matrice di Vandermonde ad esso associata è una matrice di ordine n il cui generico elemento di posto (i,j) è dato da

$$a_{i,j} = (x_i)^j, \quad i=0, \dots, n-1 \text{ e } j=0, 1, \dots, n-1$$