Esercitazione in Laboratorio di Algoritmi Numerici

14 Maggio 2015

1) Note le coppie (x(i),y(i)), i=0,…,n

   dove i punti x(i) possono essere

   a) equidistanti nell'intervallo [-1,1] ,
   b) scelti con la seguente formula $x_i = \cos\left(\frac{1+2\cdot i}{2\cdot(n+1)}\pi\right), \qquad i = 0,\dots,n$
   (zeri del Polinomio di Chebishev)

ed y(i), i=0,..,n sono dati da y(i)=f(x(i)), cioè il vettore ottenuto valutando nei punti x(i) le seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$$
$$f(x) = |x|$$

Realizzare uno script matlab che permetta di calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange ed il polinomio interpolatore di Newton e valutarli al crescere di n, numero di osservazioni conosciute, in m punti, m>n, scelti equidistanti dell'intervallo [-1,1]. (scegliere m=1000)

Rappresentare in un grafico, il polinomio interpolatore, la funzione che ha generato i dati negli m punti di valutazione e l'errore commesso punto per punto come differenza in valore assoluto tra il polinomio interpolatore e la funzione che ha generato i dati.

Cosa succede al crescere del numero delle osservazioni conosciute? Il tipo di scelta dei punti x(i) influenza il comportamento del polinomio interpolatore? Confrontare dei tempi di esecuzione dei due metodi per la valutazione dei polinomi in m punti.

Confrontare graficamente i risultati, con quelli che si ottenendo risolvendo, a parità di numero di punti di interpolazione gli stessi problemi, facendo uso delle spline interpolanti.

2) Realizzare uno script matlab che permetta all'utente di inserire in maniera interattiva facendo click sulla finestra grafica i punti di coordinate (x(i),y(i)), i=0,N, dei punti P(i) che si vogliono interpolare.

   L'utente valuti se:

   a) i punti P(i) sono tali da poter rappresentare punti appartenenti ad una funzione e quindi scelga di interpolarli mediante funzioni interpolanti (polinomio interpolante di Lagrange, Newton e spline interpolante)

   b) i punti P(i) sono tali da poter rappresentare punti appartenenti ad una curva e quindi scelga di interpolarli mediante curve interpolanti (mediante Lagrange, Newton e spline). In questo caso lo script deve:

      - **C**ostruire il vettore t da associare alle coordinate (x(i),y(i)) i=0,.N, secondo la regola della lunghezza della corde, cioè

        t(0)=0;

        $t(i)=t(i-1)+\|P(i)-P(i-1)\|_2$ i=1,..N

        t=t/t(N) (Si divide ciascuna valore di t per il valore massimo dei t(i), i==0,..,N, che ovviamente si trova nella posizione N-esima del vettore, per mappare i valori del parametro nell'intervallo [0,1].

      - Risolvere due problemi di interpolazione, uno per ciascuna componente parametrica della curva, scegliendo tra interpolazione polinomiale con Newton, e interpolazione con le spline, cioè

interpolare le coppie (t(i),x(i)) i=0,..,N che permette di costruire la componente parametrica $P_{N,x}(t)$ (o $s_{,x}(t)$ nel caso delle spline) e valutarla in 1000 valori equidistanti del parametro t nell'intervallo [0,1]
interpolare le coppie (t(i),y(i)) i=0,..,N, che fornisce la componente parametrica $P_{n,y}(t)$ (o $s_{,y}(t)$ nel caso delle spline)) e valutarla in 1000 valori equidistanti del parametro t nell'intervallo [0,1]
I valori ottenuti saranno le coordinate dei punti che descrivono la curva.

Effettuare il grafico con il comando
plot($P_{N,x}$, $P_{N,y}$)