

# ulm university universität UUUIM

Diplomarbeit von Stefan Wabra

zum Thema

# Kleinsignalmodulationsverhalten von Vertikallaserdioden

Institut für Optoelektronik Universität Ulm

Betreuer: Prof. Dr. Karl Joachim Ebeling

Zeitraum: 1. September 2009 bis 27. Februar 2010

### Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel und Quellen verfasst habe. Wörtlich oder inhaltlich übernommene Stellen sind als solche kenntlich gemacht. Die Satzung der Universität Ulm zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis ist berücksichtigt.

Ulm, den 27. Februar 2010

Stefan Wabra

# Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung		leitung			
2		dellbil	S .		
	2.1		u einer Vertikallaserdiode		
	2.2	Elektr	risches Modell (Kleinsignalersatzschaltbild)		
		2.2.1	Vergleich verschiedener Kleinsignalersatzschaltbilder		
		2.2.2	Elemente des Ersatzschaltbildes		
			2.2.2.1 Kontaktierungsflächenkapazität		
			2.2.2.2 Kapazitäten im Innern der Mesa		
			2.2.2.3 Widerstände im Innern der Mesa		
	2.3	Modul	lationsverhalten		
		2.3.1	Übertragungsfunktion der parasitären Elemente eines VCSELs .		
		2.3.2	Elektrooptische Konversion		
,	Mes	$\mathbf{ssmeth}$	aode		
	3.1	Vorüb	erlegungen zur Messplatzrealisierung		
	3.2	Messplatzaufbau			
	3.3	Wiederholpräzision des Messsystems			
Į.	Par	ametei	r Extraktion		
	4.1		are zur Messplatzansteuerung und Datenverarbeitung		
	4.2	Impedanz des VCSELs			
	4.3	-	lten des Empfängers		
		4.3.1			
		4.3.2	Charakterisierung		
	4.4		ragungsfunktion des Messsystems		
	4.5	Startwerte für die Anpassung			
ó	Unt	ersuch	nungen		
	5.1		bspunktabhängigkeit		
	J.1	5.1.1	Betriebspunktabhängigkeit der parasitären Elemente		
		0.1.1	5.1.1.1 Widerstände von Bragg-Spiegel und aktiver Zone		
			5.1.1.2 Kapazitäten		
		5.1.2	Betriebspunktabhängigkeit von Modulationsverhalten und Band-		
		0.1.2			
			breitenbegrenzung		

		5.1.3 Betriebspunktabhängigkeit von D- und K-Faktor	61
	5.2	Geometrieabhängigkeit	64
	5.3	On-Wafer-Variation	68
	5.4	Vergleich von verschiedenen Designs	74
	5.5	Wafer-zu-Wafer-Variation	76
6	Zus	ammenfassung und Ausblick	79
$\mathbf{A}$	For	melzeichen	83
В	$\mathbf{Ber}$	echnungen	87
	B.1	Übertragungsfunktion der parasitären Elemente der Laserdiode	87
	B.2	Übertragungsfunktion der parasitären Elemente der Photodiode	89
	В.3	Elektrooptische Konversion	91
$\mathbf{C}$	Erg	änzende Abbildungen zu 5.1 Betriebsnunktabhängigkeit	97

# Überblick

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung des Kleinsignalmodulationsverhaltens von Vertikallasern. Zu diesem Zweck wird zunächst ein geeignetes Modell erarbeitet, welches das Modulationsverhalten des Lasers beschreibt und aus physikalisch sinnvollen Elementen besteht. Zur Charakterisierung einiger Laser und zur Verifizierung dieses Modells wird außerdem ein Messsystem entworfen und aufgebaut, mit dessen Hilfe vollautomatisierte Messungen erfolgen. Der Aufbau des Systems beinhaltet die Inbetriebnahme eines gebraucht erworbenen Netzwerkanalysators, die Programmierung der Messgeräte sowie eine Untersuchung der Wiederholpräzision der Messungen. Aus letzterer ergibt sich in verschiedenen Messdurchgängen eine relative Variation der Messwerte von 1 % bis 5 %. Zur Extraktion der Modellparameter wird ein Algorithmus entwickelt und implementiert, der die Modellfunktionen an die Messdaten angleicht und die gewünschten Parameter zurückliefert.

Mit den Messdaten zahlreicher VCSEL verschiedener Wafer wird aus der Abhängigkeit der Modellparameter vom Betriebspunkt das Modulationsverhalten der einzelnen VCSEL charakterisiert und die parasitären Elemente des VCSELs als bandbreitenbegrenzender Mechanismus identifiziert. Zusammen mit der Abhängigkeit von den Geometriedaten, die durch die Untersuchung von Bauelementen verschiedener Größen erfolgt, werden Wafer-Parameter, wie beispielsweise Kapazitäts- und Widerstandsbeläge, gewonnen und die Elemente des Modells verifiziert. Darüber hinaus wird die Variation dieser Modellparameter auf einem Wafer untersucht und festgestellt, dass die Hauptursache für diese Variationen die Ortsabhängigkeit des Blendenöffnugsdurchmessers ist und nicht, wie vermutet, die epitaxiebedingte Variation der Schichtdicken und Dotierprofile. Zum Schluss folgt eine Darstellung der Modulationsparametervariation zwischen verschiedenen Wafern mit gleicher Struktur. Diese kommt zu dem Ergebnis, dass der K-Faktor relativ konstant bleibt, während sich der D-Faktor aufgrund einer Verringerung des differentiellen Wirkungsgrades bei einigen Wafern absenkt.

# Kapitel 1

# Einleitung

Vertikallaserdioden (engl. vertical-cavity surface-emitting laser oder VCSEL) sind aufgrund ihrer hohen Modulationsgeschwindigkeit bei niedrigen Strömen, der guten Strahlqualität und der geringen Herstellungskosten eine gute Lichtquelle für die optische Datenübertragung. Weitere Vorteile des VCSELs sind sein niedriger Energieverbrauch und seine Zuverlässigkeit. Die Möglichkeit, VCSEL in zweidimensionalen Anordnungen zu integrieren, ermöglicht eine starke Erhöhung der Datenrate einer Übertragungsstrecke. VCSEL mit einer Wellenlänge von 850 nm sind insbesondere für die Datenübertragung über kurze Distanzen interessant, wie beispielsweise in lokalen Netzwerken (LAN) [1] oder zwischen einzelnen Prozessoren eines Systems (Projekt Light Peak von Intel).

Mit dem Wunsch nach immer höheren Datenraten wächst der Bedarf an immer schnelleren VCSELn. Während VCSEL für eine Datenrate von  $10 \, \frac{\mathrm{GBit}}{\mathrm{s}}$  bereits kommerziell erhältlich sind, wird mit Hochdruck an einer weiteren Erhöhung der Bandbreite gearbeitet. Durch Einbringen von Indium in die Quantenfilme (In $_{0.072}\mathrm{Ga}_{0.928}\mathrm{As}$ ) wurde bereits eine Datenrate von  $25 \, \frac{\mathrm{GBit}}{\mathrm{s}}$  mit einer Grenzfrequenz von über  $20 \, \mathrm{GHz}$  erreicht [2]. Eine Datenrate von  $40 \, \frac{\mathrm{GBit}}{\mathrm{s}}$  bei  $850 \, \mathrm{nm}$  wurde mit Quantenfilmen aus Indiumaluminiumgalliumarsenid (InGaAlAs) demonstriert [3].

Aus dem Kleinsignalmodulationsverhalten kann ermittelt werden, welche Mechanismen die Bandbreitenbegrenzung verursachen. Eine Untersuchung des Kleinsignalmodulationsverhaltens kann also wertvolle Informationen für die Optimierung des Lasers liefern, weswegen sie Gegenstand dieser Arbeit ist.

Vor der geplanten Untersuchung wird ein Modell zur Beschreibung des Modulationsverhaltens erarbeitet. Bevor jedoch mit Charakterisierung der Laser begonnen werden kann, muss zunächst ein Messsystem zur Streuparametermessung aufgebaut werden. Die Realisierung des Messsystems schließt die Programmierung einer Software zur Steuerung der Messgeräte und Auswertung der Messergebnisse ein.

Gemessen werden schließlich die Streuparameter des aufgebauten Übertragungssystems. Die VCSEL sind zum Zeitpunkt der Messung noch nicht vereinzelt, sondern werden direkt auf dem Wafer kontaktiert. Dies ermöglicht eine Automatisierung der Messungen sowie die zusätzliche Betrachtung von Variationen der Modulationseigenschaften auf einem einzelnen und zwischen verschiedenen Wafern. Aus den Messergebnissen wird anschließend das Kleinsignalmodulationsverhalten der VCSEL be-

stimmt und analysiert.

Im Kapitel *Modellbildung* wird zunächst der Aufbau der in dieser Arbeit verwendeten VCSEL beschrieben und aus dem Vergleich verschiedener Kleinesignalersatzschaltbilder ein passendes Modell für die verwendeten Laser erarbeitet. Nach einer näheren Betrachtung der Elemente dieses Modells erfolgt dann die Berechnung der Übertragungsfunktion der parasitären Elemente und der elektrooptischen Konversion.

Das nächste Kapitel beschäftigt sich mit dem Aufbau des Messplates und den vorangegangenen Abwägungen verschiedener Realisierungsmöglichkeiten für die Art der Übertragungsstrecke und den Aufbau des Empfängers. Anschließend findet eine Untersuchung der Wiederholpräzision der Messergebnisse statt, die als Standardabweichung einer Normalverteilung abgeschätzt wird.

Darauf folgt im nächsten Kapitel eine Darstellung der Extraktionmethode mit der die Modellparameter aus den Messdaten gewonnen werden und eine Vorstellung des zugehörigen Fehlermaßes. Daraufhin wird zunächst die die Verbindung zwischen Modell und den Messgrößen aufgezeigt und das Verhalten der Übertragungsstrecke analysiert. Daraus erfolgt dann die Aufstellung der anzupassenden Gleichung für das Übertragungsverhalten des Messsystems und die Auswahl geeigneter Startwerte für die Anpassrutine.

Mit der Darstellung der Modellparameter und deren Variation in Abhängigkeit von Betriebspunkt und Geometriegrößen beschäftigt sich das vorletzte Kapitel. Hier wird außerdem neben der Bandbreitenbegrenzung der Laser untersucht, wie sich die Modellparameter auf einem Wafer mit der Position auf ihm verändern. Abgeschlossen wird dieses Kapitel mit einem Vergleich der Eigenschaften von unterschiedlich strukturierten VCSELn und einer Analyse der Schwankungen der Parameter bei wiederholter Herstellung von Wafern mit identischer struktur.

Im Anschluß daran folgt im letzten Kapitel eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse dieser Arbeit und ein Ausblick auf geplante Weiterentwicklungen des Messsystems.

# Kapitel 2

# Modellbildung

### 2.1 Aufbau einer Vertikallaserdiode

Aufbau und Funktionsweise von VCSELn sind in der Fachliteratur bereits sehr detailiert beschrieben worden. Aus diesem Grund soll in dieser Arbeit auf eine ausführliche Darstellung dieser Dinge verzichtet und stattdessen nur ein kurzer Abriss geboten werden. Für ein ausführliche Darstellungen sei auf die entsprechende Literatur verwiesen (siehe z.B. [4], [5] und [6]).

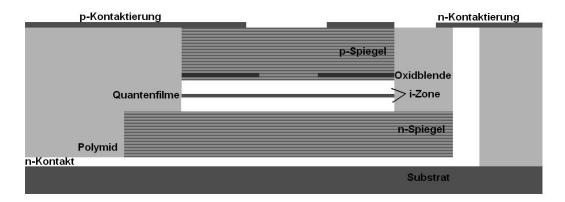


Abbildung 2.1: Querschnitt eines VCSELs (entspricht der Struktur des späteren VCSEL Nummer 2). Die Zugehörigen Abmessungen sind in Tabelle 2.1 aufgelistet.

Dicke der Epitaxie	$\approx 8  \mu \mathrm{m}$	37 n-Spiegel	$3.8\mu\mathrm{m}$
i-Zone	$159\mathrm{nm}$	Quatenfilme	3x 8 nm
Abstand i-Zone Oxid	83 nm	Oxiddicke	$30.6\mathrm{nm}$
27 p-Spiegel	$1.4\mu\mathrm{m}$	Barrieren	$5\mathrm{nm}$
Durchmesser Mesa (Gr.8)	$31.3\mu\mathrm{m}$	Kontaktierungsfläche	$8400  \mu { m m}^2$
Polyimiddicke	$2.9\mu\mathrm{m}$ bis $3.3\mu\mathrm{m}$		

Tabelle 2.1: Strukturdaten des Wafers 2.

Die in dieser Arbeit betrachteten VCSEL basieren auf dem Materialsystem aus Galliumarsenid (GaAs) und Aluminiumgalliumarsenid ( $Al_xGa_{1-x}As$ ). Die Schichtstruktur dieser VCSEL, zu sehen in Abbildung 2.1, wird durch Molekularstrahlepitaxie auf einen GaAs-Wafer aufgebaut. Auf dieses Halbleitersubstrat werden nacheinander der n-Bragg-Spiegel, die Quantenfilme und der p-Bragg-Spiegel aufgewachsen.

Die beiden Bragg-Spiegel bestehen aus einer Abfolge von Halbleiterschichten mit jeweils unterschiedlichem Brechungsindex. Trifft eine elektromagnetische Welle auf einen dieser Brechungsindexsprünge, so wird sie an diesem teilweise reflektiert und teilweise transmittiert. Dabei erfährt die reflektierte Welle bei einem Sprung von einem niedrigen auf einen hohen Brechungsindex einen Phasensprung von  $\pi$  und bei einem Sprung von einem hohen auf einen niedrigen Brechungsindex keinen Phasensprung. Die Dicke der Spiegelschichten wird so gewählt, dass sich die einzelnen an ihnen reflektierten Wellen konstruktiv überlagern. Je nach Anzahl der Schichten kann auf diese Art für eine bestimmte Wellenlänge eine sehr hohe Reflektivität des Bragg-Spiegels erreicht werden (typischerweise 99.99%). Da bei der vorliegenden Arbeit die Stromzufuhr zur aktiven Schicht durch die Bragg-Spiegel erfolgt, werden deren Schichten dotiert, was zu einer deutlichen Verringerung des elektrischen Widerstandes führt.

Über dem n-dotierten Bragg-Spiegel befindet sich die aktive Zone, deren Quantenfilme aus undotiertem GaAs bestehen. Die Quantenfilme sind in  $Al_xGa_{1-x}As$  eingebettet, das ebenfalls undotiert ist, um die Absorption von Photonen im Resonator gering zu halten. Außerdem besitzen sie einen größeren Bandabstand als das GaAs. Diese sogenannte separate confinement heterostructure (SCH) soll verhindern, dass Ladungsträger die Quantenfilme wieder verlassen können.

Der p-Bragg-Spiegel besitzt an seiner Unterseite eine Halbleiterschicht mit einer sehr hohen Aluminiumkonzentration, die in einem Oxidationsvorgang zu einer Oxidblende umgewandelt wird. Dabei wird ausgenutzt, dass die Oxidationsrate von  $\mathrm{Al}_x\mathrm{Ga}_{1-x}\mathrm{As}$  sehr stark von der Al-Konzentration im Material abhängt. Je nach Oxidationszeit oxidiert diese Schicht von der Außenseite radialsymmetrisch ins Innere der Mesa. Die so entstehende Oxidblende sorgt für eine Einschnürung des in die aktive Zone fließenden Stroms. Hierdurch wird die notwendige Schwellstromdichte schon bei kleinen Injektionsströmen erreicht.

Die Fläche um die Mesa herum wird mit einem Polyimid beschichtet, das die späteren Kontaktierungsflächen und deren Verbindung zum Ringkontakt auf der Mesa vom rückseitigen n-Kontakt trennt.

Die verwendeten Laser unterscheiden sich u. a. in der Strukturierung ihrer Oberfläche (Layout). Abbildung 2.2 zeigt Mikroskopaufnahmen von Bauelementen des jeweiligen Layouts. Das U07- und das P01-Layout haben die p- und n-Kontaktierungsfläche an der Oberseite und können somit gut mit einem Tastkopf kontaktiert werden. Beim dritten Layout befindet sich die n-Kontaktierungsfläche auf der Rückseite des Bauelements. Mithilfe eines speziellen Trägers können auch solche Laser mit dem Tastkopf kontaktiert werden.

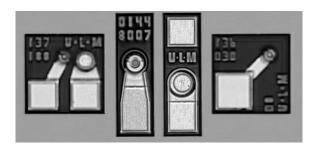


Abbildung 2.2: Layouts der in dieser Arbeit verwendeten VCSEL. Die internen Bezeichnungen sind von links nach rechts U07, P01 und U08.

### 2.2 Elektrisches Modell (Kleinsignalersatzschaltbild)

Die Idee hinter einem Ersatzschaltbild ist, das Verhalten eines komplexen Bauelements mithilfe einfacher passiver Bauelemente wie Widerstand, Kondensator und Spule darzustellen. Dieses Konzept soll dem Anwender ermöglichen, das komplexe Bauelement ohne ein tieferes Verständnis seiner Funktionalität in einer elektrischen Schaltung einsetzen zu können. In diesem Fall dient das Ersatzschaltbild also lediglich der Abstraktion.

Des weiteren kann ein Ersatzschaltbild dazu verwendet werden, das entsprechende Bauelement zu untersuchen und zu optimieren. Dabei steht nicht die optimale Wiedergabe seines Verhaltens im Vordergrund, sondern die physikalische Belegbarkeit der einzelnen Elemente des Ersatzschaltbildes.

In der vorliegenden Arbeit dient es letzterem Zweck.

### 2.2.1 Vergleich verschiedener Kleinsignalersatzschaltbilder

Das Kleinsignalersatzschaltbild dient dazu, das Verhalten des VCSELs bei einem kleinen Eingangssignal zu beschreiben. Es wird angenommen, dass durch das Eingangssignal nur geringe Abweichungen vom Arbeitspunkt des VCSELs entstehen und somit keine nichtlinearen Effekte auftreten.

In der Literatur gibt es verschiedene Varianten von Kleinsignalersatzschaltbildern, von denen im Folgenden einige kurz vorgestellt werden sollen.

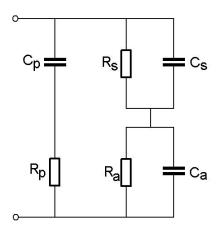


Abbildung 2.3: Kleinsignalersatzschaltbild nach C. Carlsson [7].

Abbildung 2.3 zeigt das von C. Carlsson [7] verwendete Ersatzschaltbild. In diesem wird die Kapazität der p-Kontaktierungsfläche durch einen Plattenkondensator  $C_P$  repräsentiert, wobei die Kontaktierungsfläche und das Substrat die Platten des Kondensators bilden, während das Polyimid als Dielektrikum fungiert. Der Widerstand  $R_P$  bezieht die elektrischen Verluste in der Kontaktierungsfläche mit ein. Die kapazitiven Effekte durch Ladungsträgeranhäufung in den Bragg-Spiegeln berücksichtigt die Spiegelkapazität  $C_S$ , während die Leitfähigkeit der Spiegel durch den Widerstand  $R_S$  dargestellt wird. Die Elemente  $R_A$  und  $C_A$  beschreiben die Kapazität der pin-Diode und deren Leitfähigkeit. Die Autorin kommt in ihrer Arbeit zu dem Schluss, dass der

Serienwiderstand der Kontaktierungsfläche  $R_P$  und die Kapazität der Spiegel aufgrund ihrer geringen Werte vernachlässigt werden können. Es ergibt sich also das vereinfachte Ersatzschaltbild in Abbildung 2.5.

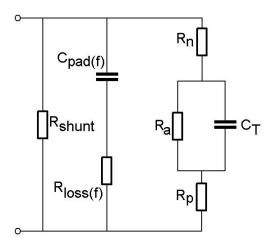


Abbildung 2.4: Kleinsignalersatzschaltbild nach A. N. Al-Omari [8].

Ein etwas anderes Ersatzschaltbild, zu sehen in Abbildung 2.4, stellt A. N. Al-Omari in seiner Arbeit vor [8]. Er zeigt mit einem Verweis auf eine seiner früheren Arbeiten, dass die Kapazität und die dielektrischen Verluste der Kontaktierungsflächen  $C_{\rm pad}$  und  $R_{\rm loss}$  von der Frequenz der Modulationsleistung abhängen. Er begründet dies unter anderem mit der Frequenzabhängigkeit der Permittivität des Polyimids. In seiner Arbeit ändert sich die Kapazität bei einer Modulationsfrequenz von 20 GHz lediglich um etwa 1.2% gegenüber der Kapazität im Gleichstrombetrieb. Aus diesem Grund wird die Kontaktierungsflächenkapazität in der vorliegenden Arbeit weiterhin als konstant angenommen. Die ohmschen Verluste in den Spiegeln werden wie schon bei C. Carlsson zu einem einzigen Widerstand zusammengefasst, während der Widerstand  $R_{\rm shunt}$  vernachlässigt wird. In der Kapazität  $C_{\rm T}$  fasst der Autor die Kapazität der oxidierten Schichten in der Mesa und die der Quantenfilme zusammen. Es ergibt sich erneut das vereinfachte Ersatzschaltbild, wie es Abbildung 2.5 zeigt. Dieses Bild entspricht dem in der Arbeit T. Ballmanns [9] verwendeten, bei dem die Autorin zu dem Schluss kommt, dass der Widerstand des rückseitigen Bragg-Spiegels ihres Ersatzschaltbildes vernachlässigt werden kann.

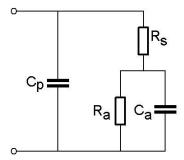


Abbildung 2.5: Vereinfachtes Kleinsignalersatzschaltbild.

Aufgrund der Ergebnisse dieser vorangegangenen Arbeiten wird im Folgenden das vereinfachte Kleinsignalersatzschaltbild aus Abbildung 2.5 verwendet. In Kapitel 2.3.2 wird dieses Modell um die elektrooptische Konversion erweitert, welche die Erzeugung von Licht durch die Ladungsträgern miteinbezieht.

### 2.2.2 Elemente des Ersatzschaltbildes

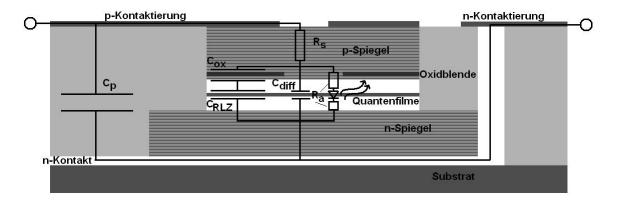


Abbildung 2.6: Kleinsignalersatzschaltbild des VCSELs.

Abbildung 2.6 zeigt die Ersatzschaltbildelemente im Querschnitt des VCSELs. Sie werden in den kommenden Unterkapiteln näher beschrieben und analysiert.

### 2.2.2.1 Kontaktierungsflächenkapazität

Die Kapazität der Kontaktierungsfläche kann unter Vernachlässigung der Streukapazität durch das Modell des Plattenkondensators abgeschätzt werden. Dabei entspricht  $A_{\rm pad}$  der Fläche des Kontakts,  $d_{\rm pad}$  der Dicke und  $\varepsilon_{\rm poly}$  der Permittivität des Polyimids:

$$C_{\rm p} = \varepsilon_0 \varepsilon_{\rm poly} \frac{A_{\rm pad}}{d_{\rm pad}}.$$
 (2.1)

#### 2.2.2.2 Kapazitäten im Innern der Mesa

Im Kondensator  $C_a$  in Abbildung 2.5 sind alle Kapazitäten im Innern der Mesa zusammengefasst (vgl. Abbildung 2.6): Die Diffusionskapazität  $C_{\text{diff}}$ , die Oxidkapazität  $C_{\text{ox}}$  und die Raumladungskapazität  $C_{\text{RLZ}}$ .

Zur Berechnung der Kapazität  $C_{ox}$  wird das Modell des Plattenkondensators gewählt. Die Halbleiterschichten ober- und unterhalb der Oxidblende übernehmen dabei die Rolle der Platten, deren Fläche sich aus der der Mesa abzüglich der der Blendenöffnung ergibt:

$$A_{\rm ox} = \frac{\pi}{4} (d_{\rm Mesa}^2 - d_{\rm Blende}^2).$$

Da der Oxidationsvorgang nicht ausschließlich parallel zur Mesaoberfläche stattfindet, ist die Dicke der Oxidblende nicht über die gesamte Breite der Mesa konstant. Aus

diesem Grund wird im Modell von einer mittleren Oxiddicke  $d_{ox}$  ausgegangen, sodass erneut das Plattenkondensatormodell verwendet werden kann, wobei  $\varepsilon_{ox}$  die Permittivität des Oxids ist:

$$C_{\rm ox} = \varepsilon_0 \varepsilon_{\rm ox} \frac{\pi}{4d_{\rm ox}} (d_{\rm Mesa}^2 - d_{\rm Blende}^2).$$

Die Kapazität  $C_{\rm RLZ}$  wird durch die Raumladungszone der pin-Diode verursacht. Beim Anlegen einer negativen Vorspannung werden Ladungsträger aus den Grenzschichten abgezogen, wodurch diese mehr und mehr an Ladungsträgern verarmen. Die Raumladungszone wird hierdurch mit steigender Vorspannung breiter.

Im Modell des Plattenkondensators bilden die ortsfesten Atomrümpfe der Raumladungszone die im Kondensator gespeicherte Ladung. Der Abstand  $d_{\rm pin}$  der Platten entspricht in diesem Fall der Länge der Raumladungszone und ist damit von der angelegten Spannung abhängig [10]. Aus einer exemplarischen Berechnung zeigt sich, dass sich  $d_{\rm pin}$  beim Anlegen einer positiven Vorspannung nur um wenige Nanometer verkleinert (von 156 nm bei 0 V auf 149 nm bei 3 V) und somit kaum eine Stromabhängigkeit der Raumladungszonenkapazität zu erwarten ist. Die Fläche der Kondensatorplatten entspricht der der Blendenöffnung, wodurch sich mit der Permittivität  $\varepsilon_{\rm HL}$  des Halbleitermaterials

$$C_{\mathrm{RLZ}} = \varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{HL}} \frac{A_{\mathrm{ox}}}{d_{\mathrm{pin}}}$$

ergibt.

Der dritte Beitrag zur Gesamtkapazität ist die Diffusionskapazität der pin-Diode. Wird an die Diode eine positive Vorspannung angelegt, so verkleinert sich die Weite der Verarmungszone. Ladungsträger werden in die Verarmungszone injiziert und durch das elektrische Feld zur gegenüberliegenden Kontaktfläche transportiert. Dort bildet sich dadurch ein Überschuss an Minoritätsladungsträgern, der durch Diffusion abgebaut wird und somit einen Nettostrom durch die Diode verursacht. Bei der Modulation des Stroms muss also der Überschuss an Minoritätsladungsträgern umgeladen werden. Für die Diffusionskapazität gilt als Näherung [11]

$$C_{\rm diff} pprox rac{ au_{
m diff}}{U_{
m T}} I_{
m VCSEL}.$$

Hierduch ist  $C_{\text{diff}}$  proportional zum Gleichstrom des eingestellten Arbeitspunktes (vgl. [12]).

Beim VCSEL wird eine der Kondensatorplatten von  $C_{\rm ox}$  durch die untersten Schichten des p-Bragg-Spiegels gebildet, wodurch die Kapazität der Oxidblende direkt an  $R_{\rm s}$  angeschlossen ist. Die Oxidblende bewirkt eine Einschnürung des Stromes durch die pin-Diode, sodass nur der Teil direkt unter der Oxidblendenöffnung stromdurchflossen ist. Zwar findet auf der Strecke zwischen der Blende und den Quantenfilmen eine gewisse Aufweitung des Stroms statt. Im stromdurchflossenen Teil der pin-Diode tritt die bereits erläuterte Diffusionskapazität auf. Da diese in einer Diode typischerweise größer ist als die Raumladungszonenkapazität [13], soll die Kapazität der Raumladung in diesem Bereich vernachlässigt werden. Im übrigen Teil der Diode fließt dagegen kein

Strom, wodurch dort die Raumladungszonenkapazität dominiert. Durch die Stromeinschnürung findet unter der Oxidblende praktisch kein Ladungsträgertransport parallel zur Blende statt, da der Abstand zwischen der Oxidblende und den Quantenfilmen um einige Größenordnungen kleiner ist als der Durchmesser des VCSELs. Daher soll angenommen werden, dass es keine Ladungsträger gibt, die durch die Oxidblendenöffnung hindurch zum Kondensator  $C_{\rm RLZ}$  fließen. Demnach wird  $C_{\rm RLZ}$  im Ersatzschaltbild nur über  $C_{\rm ox}$  an  $R_{\rm s}$  angeschlossen. Der Strom durch  $C_{\rm diff}$  kommt dann ausschließlich durch die Oxidblendenöffnung, wodurch die Diffusionskapazität direkt an den Spiegelwiderstand angeschlossen ist. Die Diffusionskapazität ist somit der Serienschaltung von  $C_{\rm ox}$  und  $C_{\rm RLZ}$  parallel geschaltet. Die Gesamtkapazität ergibt sich damit zu

$$C_{\rm a} = C_{\rm diff} + \frac{1}{\frac{1}{C_{\rm ox}} + \frac{1}{C_{\rm RLZ}}} = C_{\rm diff} + \frac{A_{\rm ox} \cdot \varepsilon_0}{\frac{d_{\rm ox}}{\varepsilon_{\rm ox}} + \frac{d_{\rm pin}}{\varepsilon_{\rm HL}}}$$

Die unterschiedlichen Blendenöffnungsdurchmesser der Laser werden hier erreicht, indem der Durchmesser der Mesa von einer Größe zur nächsten um  $1\,\mu$ m variiert. Dadurch ist die Differenz von Mesa- und Blendendurchmesser für jede Größe die selbe:  $d_{\text{Mesa}} - d_{\text{Blende}} = \alpha = const.$  Damit lässt sich die Gesamtkapazität zu

$$C_{\rm a} = C_{\rm diff} + \alpha^2 \cdot \beta_{\rm C} + 2 \cdot \alpha \cdot \beta_{\rm C} \cdot d_{\rm Blende}$$

mit

$$\beta_{\rm C} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\varepsilon_0}{\frac{d_{\rm ox}}{\varepsilon_{\rm ox}} + \frac{d_{\rm pin}}{\varepsilon_{\rm HL}}}$$

umschreiben.

Bei einer normalen pin-Diode wird beim Auftreten einer Diffusionskapazität die Raumladungszonenkapazität vernachlässigt. Da im VCSEL aber nur in einem extrem kleinen Teil der Diode die Diffusionskapazität auftritt, ist hier diese Vereinfachung nicht zulässig. Vielmehr zeigt sich, dass beim VCSEL aufgrund der unterschiedlichen geometrischen Abmessungen beider Kapazitäten der Anteil der Raumladungszone überwiegt. Die Diffusionskapazität beträgt bei den betrachteten VCSELn typischerweise 10 fF bis 200 fF, die Raumladungskapazität etwa 700 fF.

Unter positiver Vorspannung ist die Kapazität  $C_{\rm a}$  damit durch  $C_{\rm diff}$  proportional zum Strom  $I_{\rm VCSEL}$  sowie durch  $C_{\rm ox}$  und  $C_{\rm RLZ}$  proportional zum Durchmesser der Oxidblendenöffnung. Beim Anlegen einer negativen Vorspannung erstreckt sich die Raumladungszone über die gesamte Mesafläche, wobei sich die Weite der Raumladungszone mit steigender Vorspannung vergrößert. Da in diesem Fall kein Diffusionsstrom durch die pin-Diode fließt, ist  $C_{\rm diff}=0$ .

### 2.2.2.3 Widerstände im Innern der Mesa

Der Widerstand  $R_{\rm s}$  repräsentiert die Leitfähigkeit der Bragg-Spiegel vom Ringkontakt an der Oberseite der Mesa bis zur letzten Spiegelschicht vor der Oxidblende. Durch die relativ niedrige Dotierung der Spiegel kann ihr elektrischer Widerstand nicht vernachlässigt werden. In diesem Modell soll angenommen werden, dass sich der Strom

gleichmäßig über die gesamte Fläche des Spiegels verteilt. Die Abhängigkeit von  $R_{\rm s}$  von der Größe des Bauelements ergibt sich damit zu

$$R_{\rm s} = \rho_{\rm s} \frac{d_{\rm s}}{A_{\rm Mesa}}.$$

Aus der Auftragung von  $R_{\rm s}$  über verschiedene Bauelementgrößen bei äquivalenten Betriebsbedingungen kann bei bekannter Dicke  $d_{\rm s}$  des Bragg-Spiegels somit dessen spezifischer Widerstand  $\rho_{\rm s}$  ermittelt werden.

Der Widerstand  $R_{\rm a}$  repräsentiert die Leitfähigkeit der Struktur von der Oberseite der Blendenöffnung bis zum Anfang des n-Bragg-Spiegels. Die Leitfähigkeit der pin-Diode ist abhängig vom Diodenstrom  $I_{\rm VCSEL}$  und steigt mit wachsendem Strom. Der elektrische Widerstand hängt außerdem stark von der Temperatur des Materials ab. Da sich die aktive Schicht im Laserbetrieb stark erwärmt und im vorliegenden Messaufbau keine Temperaturregelung vorhanden ist, soll diese Abhängigkeit von  $R_{\rm a}$  hier nicht weiter untersucht werden. Wie zuvor  $R_{\rm s}$  hängt auch  $R_{\rm a}$  von der Geometrie des Bauelements ab. Da die Oxidblende eine Einschnürung des Stroms bewirkt, trägt näherungsweise nur der Bereich direkt unterhalb der Blendenöffnung zur Leitfähigkeit bei. Nimmt man für die aktive Zone einen mittleren spezifischen Widerstand  $\rho_{\rm a}$  an, so ergibt sich bei konstantem Strom mit der Schichtdicke  $d_{\rm a}$ 

$$R_{\rm a} = \rho_{\rm a} \frac{d_{\rm a}}{A_{\rm Blende}}.$$

### 2.3 Modulationsverhalten

Das Modulationsverhalten eines VCSELs kann durch die Kombination der Übertragungsfunktionen der parasitären Elemente und der der elektrooptischen Konversion beschrieben werden:

$$H_{\rm V}(j\omega) = H_{\rm VCSEL}(j\omega) \cdot H_{\rm ElOpt}(j\omega).$$

# 2.3.1 Übertragungsfunktion der parasitären Elemente eines VCSELs

Bei einer direkten Modulation des Stroms müssen die Ladungsträger zunächst zur aktiven Zone gelangen. Das Modulationsverhalten des Lasers wird daher nicht nur von der elektrooptischen Konversion bestimmt, sondern auch von den parasitären Elementen des VCSELs. Der in die aktive Zone injizierte Strom  $I_{\rm int}(\omega)$  entspricht im Kleinsignalersatzschaltbild aus Abbildung 2.6 dem Strom im Widerstand  $R_{\rm a}$  [9] [14]. Damit kann unter Verwendung der komplexen Wechselstromrechnung die Übertragungsfunktion  $H_{\rm VCSEL}(j\omega)$  zu

$$H_{\text{VCSEL}}(j\omega) = \frac{I_{\text{int}}}{U_0} = \frac{K_{\text{V}}}{1 - \omega^2 \cdot a_{\text{V}} + j\omega \cdot b_{\text{V}}}$$
(2.2)

mit

$$a_{V} = K_{V}C_{a}C_{P}R_{a}R_{s}Z_{0}$$

$$b_{V} = K_{V}(C_{a}R_{a}R_{s} + C_{a}R_{a}Z_{0} + C_{P}R_{a}Z_{0} + C_{P}R_{s}Z_{0})$$

$$K_{V} = \frac{1}{Z_{0} + R_{s} + R_{a}}.$$

berechnet werden (siehe B.1). Die parasitären Elemente verhalten sich somit wie ein Tiefpass zweiter Ordnung und verursachen folglich eine Begrenzung der Modulationsbandbreite des VCSELs.

### 2.3.2 Elektrooptische Konversion

Die elektrooptische Konversion beschreibt die Erzeugung von Photonen durch Ladungsträger. Ausgehend von den Ratengleichungen der Photonen- und Ladungsträgerdichten kann das Modulationsverhalten bei kleinen Amplituden berechnet werden. In SCH-Strukturen müssen die Ladungsträger den Barrierenbereich (= intrinsischer Bereich der Diode) durchqueren, bevor sie die Quantenfilme erreichen. Der Transport durch diesen Bereich wird durch eine zusätzliche Ratengleichung berücksichtig:

$$\frac{dN_{\rm B}}{dt} = \frac{\Gamma_{\rm qw}\eta_{\rm i}I}{qV_{\rm qw}} - \frac{N_{\rm B}}{\tau_{\rm s}} + \frac{\Gamma_{\rm qw}N}{\tau_{\rm e}}$$
(2.3)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N_{\rm B}}{\Gamma_{\rm qw}\tau_{\rm s}} - N\left[\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\rm e}}\right] - gN_{\rm P}v_{\rm gr}$$
(2.4)

$$\frac{dN_{\rm P}}{dt} = N_{\rm P} \left[ \Gamma g v_{\rm gr} - \frac{1}{\tau_{\rm P}} \right] + \Gamma R_{\rm sp}. \tag{2.5}$$

Die ausführliche Herleitung nach L. A. Coldren ist im Anhang B.3 zu finden. Das resultierende Modulationsverhalten ergibt sich zu

$$H_{\text{ElOpt}}(j\omega) = \frac{P_{\text{opt}}}{I_{\text{int}}(\omega)} = \eta_0 \eta_{\text{i}} \cdot \frac{h\nu}{q} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_{\text{s}}} \cdot \frac{\omega_{\text{r}}^2}{\omega_{\text{r}}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma_{\text{t}}}.$$
 (2.6)

 $\tau_{\rm s}$  ist hierbei die Zeitkonstante des Transports durch den Barrierenbereich,  $\omega_{\rm r}$  die Resonanzkreisfrequenz und  $\gamma_{\rm t}$  die Dämpfung. Aus dem Zusammenhang von Dämpfung und Resonanzfrequenz ergeben sich der K-Faktor und der sogenannte damping factor offset  $\gamma_0$ :

$$\gamma_{\rm t} = K \cdot f_{\rm r}^2 + \gamma_0 \tag{2.7}$$

mit 
$$K = 4 \cdot \pi^2 \cdot \tau_P \cdot \left(1 + \frac{\Gamma a_P \chi}{a}\right)$$
 (2.8)

und 
$$\gamma_0 = \frac{1}{\tau \cdot \chi} + \frac{\Gamma R_{\rm sp}}{N_{\rm P}}.$$
 (2.9)

Die Beziehung zwischen Resonanzfrequenz und Pumpstrom wird durch den D-Faktor beschrieben:

$$f_{\rm r} = D \cdot \sqrt{I_{\rm VCSEL} - I_{\rm th}}$$
 (2.10)

$$D = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{v_g a}{\chi q V_P} \eta_i}.$$
 (2.11)

# Kapitel 3

### Messmethode

### 3.1 Vorüberlegungen zur Messplatzrealisierung

Für die Übertragung des optischen Signals vom VCSELs zur Photodiode sowie für die Verbindung der Photodiode mit dem Netzwerkanalysator werden mehrere Konzepte in Betracht gezogen. Bei der Auswahl des für die angestrebten Messungen jeweils besten Konzepts spielen mehrere Faktoren eine Rolle: Es soll eine möglichst hohe Präzision der Messergebnisse erreicht werden und die Kalibrationsebenen sollen sich nah an den Bauelementen befinden. Außerdem sollen möglichst wenige Störeffekte und Unbekannte in der Strecke eingebaut werden.

Für die Übertragung des Signals vom VCSEL zur Photodiode werden drei Konzepte in Erwägung gezogen. Der erste Ansatz ist, die Photodiode möglichst direkt über dem VCSEL zu positionieren. Aus der Strahldivergenz des VCSELs und dem Durchmesser der Photodiode kann der maximale Abstand zwischen Diode und VCSEL berechnet werden, bei dem das gesamte emittierte Licht auf die Diode trifft. Dieser beträgt hier nur etwa  $100\,\mu\mathrm{m}$ . Hinzu kommt, dass die Kantenlänge des Photodiodenchips etwa  $500\,\mu\mathrm{m}$ , der Durchmesser ihrer aktiven Schicht dagegen nur 65  $\mu\mathrm{m}$  und der des VCSELs typischerweise 8  $\mu\mathrm{m}$  beträgt. Die Positionierung müsste bei diesem Ansatz also beinahe blind erfolgen.

Ein zweiter Ansatz ist, das Signal über eine Glasfaser zur Photodiode zu übertragen. Auch hier ergibt sich das Problem der richtigen Positionierung über dem Laser, da die Faser und deren Halterung den VCSEL verdecken würden. Um die gesamte Lichtleistung des VCSELs in die Glasfaser zu bekommen, müsste diese die nötige große numerische Apertur besitzen. Bei einer Faser muss eventuell die Dispersion in der Faser berücksichtigt werden, die aus den unterschiedlichen optischen Weglängen der einzelnen Moden in ihr resultiert. Abhilfe würde hier möglicherweise eine sogenannte lensed fibre schaffen, deren Spitze so geschliffen wird, dass sich die numerische Apertur vergrößert.

Der letzte Ansatz ist eine Freistrahlübertragung, bei der das Objektiv vor der Kamera zur Kollimierung des Laserstrahls benutzt wird. Anschließend wird der Strahl durch einen klappbaren Umlenkspiegel vor der Kamera auf ein weiteres Objektiv gelenkt, das ihn auf die Photodiode fokussiert. Der Vorteil bei diesem Aufbau ist, dass der VCSEL mithilfe der Kamera sehr gut unter dem Objektiv positioniert werden kann.

Für die Signalübertragung ist der Abstand zwischen Photodiode und Laser somit nicht mehr von großer Bedeutung. Bei der Verwendung eines Objektivs mit hoher numerischer Apertur kann zudem sichergestellt werden, dass keine Modenfilterung stattfindet.

Zur Realisierung des Empfängers stehen drei Möglichkeiten zur Auswahl. Anstatt eines fertigen Detektormoduls, wie es beispielsweise New Focus anbietet, soll eine einfache, deutlich kostengüstigere und möglichst breitbandige pin-Photodiode verwendet werden.

Ein erster Realisierungsansatz ist, die Photodiode auf einen Tastkopf aufzukleben, wodurch eine möglichst ideale Verbindung zwischen Diode und Koaxialkabel gewährleistet wird. Da die Diode nur von drei Nadeln gehalten wird, ist bei diesem Lösungsansatz die Stabilität sehr problematisch. Weitere Probleme stellen das Aufkleben der Diode selbst, bei dem weder Tastkopf noch Photodiode beschädigt werden dürfen, sowie der nötige Platz auf dem Detektorturm dar.

Der zweite Ansatz ist, die Photodiode auf das Dielektrikum einer SMA-Buchse zu kleben und die Kontaktierungsflächen mit Bonddrähten zum Außen- und zum Innenleiter zu verbinden. Die Vorteile dieser Methode liegen in der geringen Abmessung und der Stabilität. Nachteilig wirkt sich allerdings die Induktivität der Bonddrähte aus, welche die Übertragungsfunktion beeinflussen.

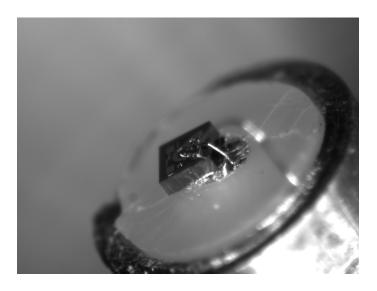


Abbildung 3.1: Photodiode auf Semi-Rigid Kabel.

Der dritte Ansatz ist die Verwendung eines Semi-Rigid-Kabels, auf dessen Innenleiter die Photodiode geklebt und mit Bonddrähten kontaktiert wird (Abbildung 3.1). Der Vorteil gegenüber der SMA-Buchse wäre ein dünneres Dielektrikum und damit ein kürzerer Bonddraht zum Außenleiter. Das Aufkleben und Kontaktieren stellten sich in der Praxis allerdings als sehr schwer heraus, sodass mit dieser Methode kein funtionstüchtiger Empfänger realisierbar war.

Nach Abwägung sämtlicher Vor- und Nachteile fällt die Entscheidung letztendlich zugunsten der Freistrahlübertragung und einer Photodiode auf einer SMA-Buchse aus. Die Gründe dafür sind die erwartete bessere Justierbarkeit bei der Freistrahlübertragung sowie die gute Stabilität und die niedrigeren Kosten bei der Photodiode.

### 3.2 Messplatzaufbau

Die Messung der Streuparameter der VCSEL erfolgt voll automatisiert auf dem noch nicht vereinzelten Wafer. Zu diesem Zweck wird ein bestehender Wafermessplatz erweitert, der aus Chuck, Positionierungsmotoren sowie einem Kameraturm mit vorgelagertem Objektiv und Umklappspiegel besteht.

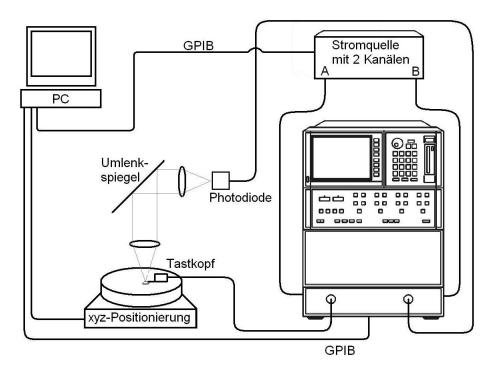


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Messaufbaus.

Der Messplatz (vgl. Abbildung 3.2 und 3.3) besteht aus einem Chuck, auf dem der Wafer mithilfe eines Vakuums festgesaugt werden kann. Der Chuck ist auf einem Präzisionsschrittmotor von Newport befestigt, um die Bauelemente unter den Tastkopf fahren zu können. Die x-, y- und z- Achse des Motors wird über das Messprogramm gesteuert, dem die Positionen der zu messenden Bauelemente übergeben werden. Senkrecht über dem Chuck befindet sich ein Objektiv (Linos HALO), das einen Ausschnitt des Wafers auf die darüber befindliche Kamera abbildet. Mit dieser Vorrichtung kann der Tastkopf sehr genau auf den Kontakten des VCSELs abgesetzt werden.

Für die Messung der Streuparameter wird ein Netzwerkanalysator vom Typ HP8510 verwendet, der einen Frequenzbereich von 45 MHz bis 20 GHz abdeckt.

Die Einstellung des Arbeitspunktes eines VCSELs erfolgt durch eine Stromquelle der Marke Keithley (Modell 2600), dessen zwei Kanäle jeweils mit einem der Bias-Tees des Testsets verbunden sind. Das Hochfrequenzsignal wird von einem Sweeper generiert und an das Testset geleitet, wo es durch die Bias-Tees mit der Gleichspannung der Stromquelle kombiniert wird. Dieses kombinierte Signal wird über ein Koaxialkabel und den daran angeschlossenen Tastkopf auf den VCSEL geleitet. Der Tastkopf (Cascade, Picoprobe oder Suess) ist nötig, da gewöhnliche Kontaktiernadeln eine hohe Induktivität besitzen und durch die fehlende Abschirmung, die Messung stören würden.

Das vom VCSEL emittierte Licht wird durch ein Objektiv kollimiert und über den Umlenkspiegel auf ein weiteres Objektiv vom selben Typ gelenkt. Das zweite Objektiv fokussiert den Laserstrahl auf den Empfänger. Die Buchse kann durch eine Justiereinrichtung in den Fokus des Objektivs gebracht werden. Bei der Photodiode handelt es sich um eine pin-Diode von Optospeed mit einer Bandbreite von  $10\,\mathrm{GHz}$  und einer aktiven Schicht mit einem Durchmesser von  $65\,\mu\mathrm{m}$ .

Vor der Messung muss der Netzwerkanalysator kalibriert werden, um die Einflüsse der Kabel und des Tastkopfs aus der Messung herauszurechnen. Für die Reflexionskalibration wird am besten ein Kalibriersubstrat verwendet [15], das anstelle des VCSELs mit dem Tastkopf kontaktiert wird. Auf diesem Substrat befinden sich die Standards für eine SOL-Kalibration ( *short, open* und *load* ), die der Netzwerkanalysator benötigt. Die Kalibration von Anschluss 2, an dem die Photodiode angeschlossen ist, wird mit Kalibrationsstandards in Form von ACP-Steckern durchgeführt, die an das Kabel angeschlossen werden, an dem sich später die Photodiode befindet.

Für die Transmissionskalibration wird das Kabel von Anschluß 1 des Testsets mit dem von Anschluß 2 verbunden. Der gemessene Streuparameter  $S_{21}$  beinhaltet demnach alles, was sich zwischen den beiden Kabelenden befindet, also Tastkopf, VCSEL, Übertragungsstrecke und Photodiode.

Laserlicht, das in den VCSEL zurückreflektiert wird, hat einen starken Einfluss auf das Verhalten des VCSELs und sollte daher vermieden werden. Aus diesem Grund wird die Photodiode verkippt, sodass der Winkel zwischen Diodenoberfläche und Strahl ungleich 90° ist. Die Objektive sind für den entsprechenden Wellenlängenbereich entspiegelt und sollten daher keinen nennenswerten Einfluss auf die Messung haben.

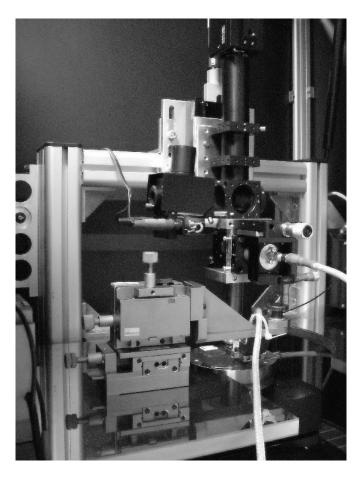


Abbildung 3.3: Übertragungsstrecke des Messsystems. Über dem Tastkopf befindet sich das Objektiv in einer Kupferhalterung. Oberhalb ist der Umlenkspiegel und das nach vorne herausragende Empfängermodul zu sehen. Darüber befindet sich die Kamera zur Betrachtung des Wafers.

### 3.3 Wiederholpräzision des Messsystems

In diesem Kapitel wird die Wiederholpräzision der Messungen untersucht. Sie bestimmt die Fähigkeit eines Messsystems, beim wiederholten Anlegen derselben Messgröße dasselbe Ergebnis zu liefern. Als Wiederholpräzision bezeichnet man die relative Standardabweichung einer Messgröße.

Die Standardabweichung einer normalverteilten Messgröße x kann durch

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

abgeschätzt werden [16]. Der empirische Mittelwert der Messgröße ergibt sich dabei aus

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} x_i.$$

Die relative Standardabweichung (Wiederholpräzision) in Prozent ist damit

$$R_{\rm ab} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100.$$

Ein Messsystem wird grundsätzlich von verschiedenen Faktoren beeinflusst, zu denen in diesem Fall vor allem die Kalibration der Messgeräte [17], die Materialrückstände am Tastkopf sowie die Kabelverbindungen am Tastkopf und an der Photodiode gehören. Um diese Einflüsse zu untersuchen wird zwischen einigen Messungen der Tastkopf gereinigt und die Messgeräte neu kalibriert. Um den Einfluss des Tastkopfes zu bestimmen, wird dieser nach einigen Durchgängen ausgetauscht. Die Abfolge der Messungen mit den jeweils vorangegangenen Maßnahmen sind in Tabelle 3.1 dargestellt und die zugehörigen Messergebnisse in den Abbildungen 3.4, 3.5 und 3.6 veranschaulicht. Da der zweite zur Verfügung stehende Tastkopf zu groß ist, um eine Messung der Transmission durchzuführen, wird die Wiederholpräzision nur bei Reflektionsmessungen untersucht.

Um die Wiederholpräzision zu bestimmen, wird derselbe Prüfling mehrfach in kurzen Abständen gemessen, wobei er zwischen den einzelnen Messungen vom Messplatzt entfernt wird.

Die relative Standardabweichung wird für jeden gemessenen Arbeitspunkt bestimmt und daraus der Mitterlwert berechnet.

Bei den letzten drei Messungen wurde bereits bei der Kalibration deutlich, dass keine brauchbaren Messergebnisse möglich sein würden. Unter Ausschluss dieser Messungen erhält man aus den Messergebnissen für den Widerstands der aktiven Schicht eine sehr gute durchschnittliche Präzision von  $1.06\,\%$ , aus denen für den Widerstand der Spiegelschichten  $2.97\,\%$  sowie aus denen für die Kapazität  $C_{\rm a}$  4.94 %. Die Reproduzierbarkeit der Messwerte ist somit bei einigermaßen guter Kalibration vorallem für die Widerstände sehr gut. Die Widerholpräzision bei der Kapazität ist zwar deutlich höher als die bei den Widerständen, liegt aber noch immer in einem durchaus akzeptablen Bereich.

Durchgang	Änderungen
1	Cascade Tastkopf gereinigt
2	Messsystem neu kalibriert
3	Tastkopf gereinigt und Messsystem neu kalibriert
4	nichts verändert
5	Messsystem neu kalibriert
6	nichts verändert
7	Tastkopf gereinigt und Messsystem neu kalibriert
8	nichts verändert
9	nichts verändert
10	Suess Tastkopf
11	Messsystem neu kalibriert
12	Messsystem neu kalibriert
13	Tastkopf gereinigt und Messsystem neu kalibriert
14	nichts verändert
15	Messsystem neu kalibriert
16	Messsystem neu kalibriert
17	nichts verändert
18	nichts verändert
19	Tastkopf gereinigt und Messsystem neu kalibriert
20	nichts verändert
21	nichts verändert

 ${\it Tabelle~3.1:~Ablauf~der~Wiederholpr\"{a}zisionsuntersuchung.}$ 

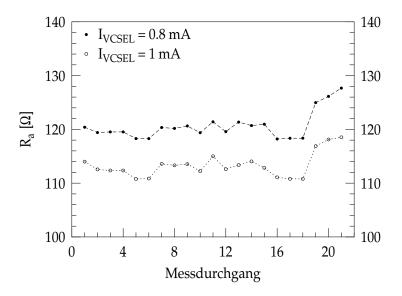


Abbildung 3.4: Widerstand  $R_{\rm a}$  bei verschiedenen Messdurchgängen.

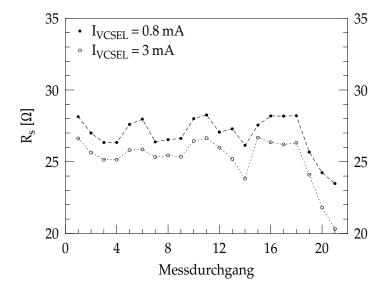


Abbildung 3.5: Widerstand  $R_{\rm s}$  bei verschiedenen Messdurchgängen.

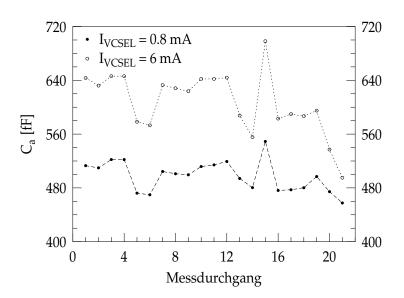


Abbildung 3.6: Kapazität  $C_{\rm a}$  bei verschiedenen Messdurchgängen.

# Kapitel 4

# Parameter Extraktion

## 4.1 Software zur Messplatzansteuerung und Datenverarbeitung

Für den Messplatz wurde im Rahmen dieser Arbeit die vorhandene Messsoftware erweitert. Diese Erweiterung umfasst die Steuerung und Konfiguration der Messgeräte sowie das Auslesen der Messdaten.

Das Kernstück der neu programmierten Software bildet eine Auswertungsumgebung (Abbildung 4.1), mit deren Hilfe die Messdaten dargestellt und die Kleinsignalparameter extrahiert werden können. Dem Programm werden zu diesem Zweck Startwerte für die einzelnen Parameter vorgegeben, woraufhin der Computer die zugehörige theoretische Übertragungsfunktion bzw. Reflexionsverläufe  $S_{\rm T}(f)$  berechnet. Die Parameter sollen nun so eingestellt werden, dass die Funktion  $S_{\rm T}(f)$  möglichst gut mit den Messdaten  $S_{\rm M}(f)$  übereinstimmt.

Da es sich um zwei komplexe Funktionen handelt, von denen sowohl der Real- als auch der Imaginärteil bei der Anpassung von  $S_{\rm T}(f)$  an  $S_{\rm M}(f)$  gleichwertig berücksichtigt werden soll, wurde ein gemeinsames Fehlermaß Er(f) eingeführt, das die Abweichung der beiden Funktionen als eine skalare Zahl darstellt. Dieses Fehlermaß ist der Abstand zwischen einem Messpunkt und seiner erwarteten Position in der komplexen Ebene bei einer bestimmten Frequenz f:

$$Er(f) = \sqrt{(\Re\{S_{\mathrm{M}}(f)\} - \Re\{S_{\mathrm{T}}(f)\})^{2} + (\Im\{S_{\mathrm{M}}(f)\} - \Im\{S_{\mathrm{T}}(f)\})^{2}}.$$

Die Anpassfunktion variiert die Parameter und versucht dabei, die Fehlerfunktion Er(f) an die Funktion y=0 anzupassen, also den Fehler zu minimieren.

Für die Qualität der Anpassung wird als Testprüfgröße die des  $\chi^2$ -Tests verwendet [18]:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(n_j - n_{j_0})^2}{n_{j_0}}.$$

m ist dabei die Anzahl der Messpunkte, was bedeutet, dass jeder Wert von j einer anderen Frequenz entspricht.  $n_j$  ist der Wert von Er(f) bei der entsprechenden Frequenz und  $n_{j_0}$  der erwartete Wert bei der selben Frequenz. Bei der Anpassung wird

der erste Parameter so lange variiert, bis  $\chi^2$  ein Minimum erreicht hat. Daraufhin werden die nächsten Parameter auf die gleiche Weise verändert. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis sich  $\chi^2$  nicht mehr weiter minimieren lässt. Um die Chance zu verringern, dass sich  $\chi^2$  in einem Minimum befindet, in dessen näherer Umgebung ein tieferes Minimum existiert, wird die Anpassung mehrmals ausgeführt. Beim ersten Durchgang werden die resultierenden Parameter gespeichert und leicht variiert für die folgenden Durchgänge als Startwerte verwendet. Die verschiedenen Ergebnisse für  $\chi^2$  werden gespeichert. Am Ende der Satz an Parametern ausgewählt mit dem niedrigsten  $\chi^2$  ausgewählt. Mit dieser Methode lassen sich die Parameter gut und verhältnismäßig schnell bestimmen.

Das gleiche Verfahren findet auch bei der Bestimmung des K- und des D-Faktors aus den Parametern der elektrooptischen Konversion Anwendung.

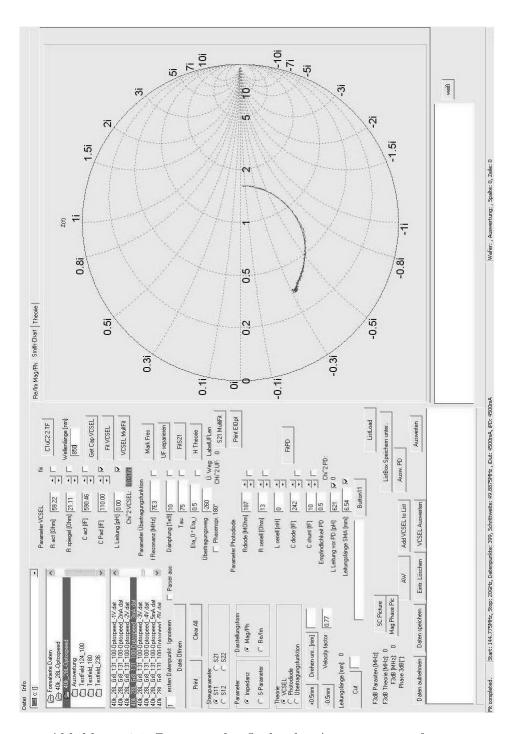


Abbildung 4.1: Benutzeroberfläche der Auswertungssoftware.

### 4.2 Impedanz des VCSELs

Der Streuparameter  $S_{11}$  wird als Reflexionsfaktor von Tor 1 bezeichnet. Er stellt das Verhältnis von einfallender Welle  $a_1$  zur rücklaufenden Welle  $b_1$  an Tor 1 dar. Die Voraussetzung dafür ist, dass an Tor 2 keine Welle einfällt:

$$S_{11}(s) = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2 = 0}. \tag{4.1}$$

Der Netzwerkanalysator misst den Real- und Imaginärteil des Reflexionsfaktors des VCSELs. Er kann aus der Impedanz Z des Messobjekts berechnet werden:

$$S_{11} = \frac{Z_{\text{VCSEL}} - Z_0}{Z_{\text{VCSEL}} + Z_0}.$$
 (4.2)

 $Z_0$  ist dabei der Wellenwiderstand des Messsystems, der hier  $50\,\Omega$  beträgt. Normiert man die Impedanz des Messobjekts auf  $Z_0$ , sodass  $z=\frac{Z}{Z_0}$  ist, ergibt sich für den Reflexionsfaktor:

$$S = \frac{z-1}{z+1}.$$

Die Impedanz des VCSELs kann nun aus dem Ersatzschaltbild in Abbildung 2.5 nach den Regeln der komplexen Wechselstromrechnung berechnet werden. Die Parallelschaltung von Gesamtkapazität  $C_A$  und Widerstand der aktiven Schicht  $R_A$  ergibt

$$Z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C_a}.$$

Für die Reihenschaltung von  $Z_1$  und dem Spiegelwiderstand  $R_{\rm S}$  gilt dann

$$Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_a} + j\omega C_a} + R_s.$$

Zuletzt wird die Parallelschaltung von  $Z_2$  und  $C_{\rm P}$  berechnet, woraus sich die Impedanz des VCSELs zu

$$Z_{\text{VCSEL}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{R_{\text{a}} + j\omega C_{\text{a}}} + R_{\text{s}}} + j\omega C_{\text{p}}}$$
(4.3)

ergibt.

### 4.3 Verhalten des Empfängers

Als Empfänger dient eine Photodiode von Optospeed mit einer Bandbreite von 10 GHz. Aufgrund dieser Bandbreite wird angenommen, dass die Konversion von optischer Leistung in elektrischen Strom im Bereich bis etwa 8 GHz nahezu ideal ist und kaum Einfluss auf die Übertragungsfunktion des Systems hat. Die parasitären Elemente der Photodiode können wie beim VCSEL mithilfe eines Ersatzschaltbildes durch eine Reflexionsmessung bestimmt werden.

### 4.3.1 Kleinsignalersatzschaltbild

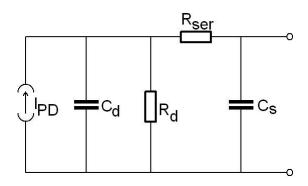


Abbildung 4.2: Vereinfachtes Ersatzschaltbild einer pin-Photodiode [19].

In diesem Ersatzschaltbild wird die pin-Diode wie schon beim VCSEL durch einen Widerstand ( $R_{\rm d}$ ) und eine Kapazität ( $C_{\rm d}$ ) dargestellt. Anders als beim VCSEL wird die pin-Diode mit einer negativen Vorspannung betrieben, wodurch sich ein sehr großer Wert für  $R_{\rm d}$  ergibt. Der Widerstand  $R_{\rm ser}$  repräsentiert die ohmschen Verluste in den Leiterbahnen, während  $C_{\rm s}$  die Kapazität der Kontaktierungsflächen berücksichtigt.

Die Impedanz der Photodiode kann analog zur Impedanz des VCSELs durch  $Z = ((R_d||C_d) + R_s)||C_s$  berechnet werden:

$$Z_{\rm PD} = \frac{1}{j\omega C_{\rm s} + \frac{1}{R_{\rm ser} + \frac{1}{j\omega C_{\rm d} + \frac{1}{R_{\rm d}}}}}.$$
 (4.4)

Daraus folgt für den Reflexionsfaktor:

$$S_{\rm PD} = \frac{Z_{\rm PD} - Z_0}{Z_{\rm PD} + Z_0}. (4.5)$$

### 4.3.2 Charakterisierung

Von der Photodiode stehen nur 3 Exemplare zur Verfügung, von denen eine bereits als Empfänger aufgebaut ist. Daher erfolgt diese Charakterisierung mithilfe einer zweiten Photodiode. Da diese zweite Diode aber baugleich ist muss nur mit geringen Abweichungen der Parameter gerechnet werden. Zunächst wird die Photodiode mit dem Tastkopf kontaktiert und eine Reflexionsmessung durchgeführt. Mithilfe der  $\chi^2$ -Anpassung

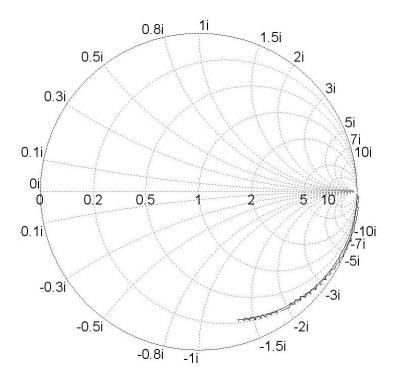


Abbildung 4.3: Impedanz der Photodiode.

Tabelle 4.1: Bauteilwerte des Kleinsignalersatzschaltbildes bei einer Vorspannung des Empfängers von  $-5\,\mathrm{V}$ .

der Gleichung (4.5) an die Messdaten können die Bauteilwerte des Ersatzschaltbildes extrahiert werden. Abbildung 4.3 zeigt das Smithdiagramm mit den Messwerten und der angepassten Funktion. Für die Bauteilwerte ergeben sich die in Tabelle 4.1 aufgeführten Werte.

Bei der Montage auf einer SMA-Buchse müssen nun zusätzlich der Bonddraht und die Leitungslänge der Buchse miteinbezogen werden. Der Bonddraht wird durch eine in Serie geschaltete Induktivität  $L_{\rm ext}$  dargestellt, für die als Faustregel 1 nH je mm Drahtlänge gilt. Die Impedanz ergibt sich unter Verwendung des erweiterten Ersatzschaltbilds in Abbildung 4.4 zu

$$Z_{\text{PD}_{\text{erw}}} = Z_{\text{PD}} + j\omega L_{\text{ext}}.$$

und dem Reflexionsfaktor

$$S_{\text{PD}_{\text{erw}}} = \frac{Z_{\text{PD}_{\text{erw}}} - Z_0}{Z_{\text{PD}_{\text{erw}}} + Z_0}$$

Die Leitungslänge l der SMA-Buchse bewirkt eine Phasendrehung des Reflexionsfaktors, der beim Anpassen berücksichtigt werden muss [20]. Von der Kalibrationsebene

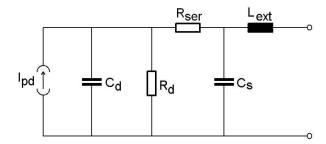


Abbildung 4.4: Erweitertes Ersatzschaltbild der Photodiode mit Bonddraht-induktivität.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline R_{\rm d} > 10\,{\rm M}\Omega & C_{\rm d} = 242\,{\rm fF} & L_{\rm ext} = 621\,{\rm pH} \\ R_{\rm s} = 13\,\Omega & C_{\rm s} = 10\,{\rm fF} & l = 6.54\,{\rm mm} \\ \hline \end{array}$$

Tabelle 4.2: Bauteilwerte des erweiterten Kleinsignalersatzschaltbildes bei einer Vorspannung des Empfängers von -5 V.

des Netzwerkanalysators aus ist somit der Reflexionsfaktor

$$S_{\rm PD_{\rm NA}} = S_{\rm PD_{\rm erw}} \cdot e^{-j \cdot 2\beta l} \tag{4.6}$$

sichtbar. Wobei  $\beta = \frac{2\pi f}{c \cdot v f}$  von der Modulationsfrequenz f und der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle  $c \cdot v f$  (c Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, v f Ausbreitungskonstante in der Leitung (engl.  $velocity\ factor$ )) abhängt. Zur Bestimmung dieser beiden Größen werden die zuvor gemessenen Bauteilwerte festgehalten und dann eine  $\chi^2$ -Anpassung an Gleichung (4.6) durchgeführt. Da es sich bei der auf dem Empfänger montierten Photodiode um eine baugleiche Diode handelt, wird in einem zweiten Anpassvorgang eine kleine Variation der Bauteilwerte zugelassen. Das zugehörige Smith-Diagramm ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Für die Parameter ergeben sich die in Tabelle 4.2 aufgelisteten Werte.

Zur Berechnung der Übertragungsfunktion der parasitären Elemente der Photodiode wird die Konversion von Lichtleistung in elektrischen Strom durch eine ideale Stromquelle dargestellt, deren Strom proportional zur einfallenden optischen Leistung ist. Die ausführliche Berechnung der Übertragungsfunktion befindet sich im Anhang B.2. Es ergibt sich

$$H_{PD}(j\omega) = \frac{U_0}{I_{PD}} = \frac{1}{d_{PD}} \cdot \frac{1}{1 - \omega^2 b_{PD} + j\omega \cdot (c_{PD} - \omega^2 a_{PD})}$$
 (4.7)

mit

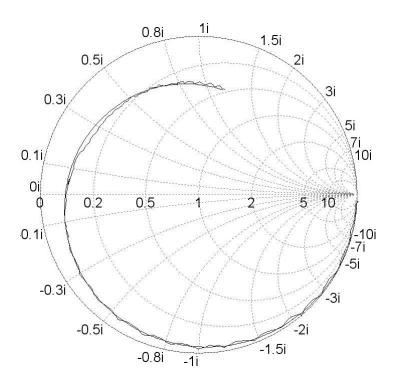


Abbildung 4.5: Impedanz des Empfängers.

$$a_{PD} = \frac{C_d C_s L_{ext} R_s}{Z_0 d_{PD}} \tag{4.8}$$

$$b_{PD} = \frac{1}{d_{PD}} \cdot \left( C_s C_d R_s + \frac{C_s L_{ext} R_s}{R_d Z_0} + \frac{C_d L_{ext}}{Z_0} + \frac{C_s L_{ext}}{Z_0} \right)$$
(4.9)

$$c_{PD} = \frac{1}{d_{PD}} \cdot \left( \frac{C_s R_s}{R_d} + C_d + C_s + \frac{C_d R_s}{Z_0} + \frac{L_{ext}}{R_d Z_0} \right)$$
(4.10)

$$d_{PD} = \frac{1}{R_d} + \frac{R_s}{R_d Z_0} + \frac{1}{Z_0}. (4.11)$$

Die normierte Übertragungsfunktion für die Werte aus Tabelle 4.2 ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Es ist leicht zu erkennen, dass im Frequenzbereich bis 8 GHz kaum eine Änderung des Betrags stattfindet. Oberhalb von 10 GHz nimmt die Dämpfung durch die parasitären Elemente stark zu. Da im Datenblatt der Photodiode eine Grenzfrequenz von 10 GHz angegeben ist, liegt die Vermutung nahe, dass die Bandbreitenbegrenzung durch die parasitären Elemente verursacht wird und die Bandbreite der optisch-elektrischen Konversion größer ist. Die Überprüfung dieser Vermutung entfällt allerdings in Ermangelung eines Lasers mit genügend großer Bandbreite. Daher wird im Folgenden angenommen, dass der Einfluss der Photodiode durch die Berücksichtigung von  $H_{\rm PD}$  in der Übertragungsfunktion des gesamten Systems im Bereich bis etwa 10 GHz soweit verringert wird, dass er vernachlässigt werden kann.

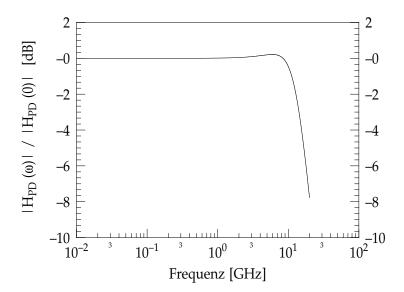


Abbildung 4.6: Normierte Übertragungsfunktion der parasitären Elemente der Photodiode.

# 4.4 Übertragungsfunktion des Messsystems

Der Netzwerkanalysator misst das Übertragungsverhalten zwischen den beiden Kalibrationsebenen. Die erste Kalibrationsebene liegt direkt auf den Kontakten des VCSELs. Die zweite Ebene befindet sich direkt vor der SMA-Buchse auf der die Photodiode aufgeklebt ist.

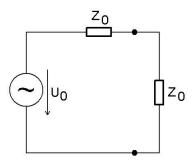


Abbildung 4.7: Beschaltung des Netzwerkanalysators zur bestimmung von  $U_0$ .

Die am Netzwerkanalysator eingestellte Modulationsleistung, ist die Leistung, die an eine  $50\,\Omega$  Last abgegeben wird (vgl. Abbildung 4.7). Die Spannung, die an der Last abfällt, ist dann  $\frac{\hat{U}_0}{2}$ , wobei  $\hat{U}_0$  die Scheitelspannung der Quelle ist. Für die Wirkleistung gilt:

$$P_{\mathbf{w}} = \frac{1}{2} \Re \{ \hat{U} \cdot \hat{I}^* \} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\hat{U}_0}{2} \cdot \frac{\hat{U}_0^*}{2 \cdot Z_0} = \frac{|\hat{U}_0|^2}{8 \cdot Z_0}$$

Für die Spannungsquelle ergibt sich damit

$$\hat{U}_0 = \sqrt{8 \cdot Z_0 \cdot P_{\text{w}}} = \sqrt{8 \cdot 50 \,\Omega \cdot 10^{\frac{-10}{10}} \cdot 10^{-3} \,\text{W}} = 0.2 \,\text{V}$$

Die Übertragungsfunktion des gesamten VCSELs setzt sich aus der Funktion der parasitären Elemente  $H_{\text{VCSEL}}(j\omega)$  und der elektrooptischen Konversion  $H_{\text{ElOpt}}(j\omega)$  zusammen (vgl. Abschnitt 2.3).

$$H_{\rm V}(j\omega) = \frac{P_{\rm opt}}{U_0} = \frac{K_{\rm V}}{1 - \omega^2 \cdot a_{\rm V} + j\omega \cdot b_{\rm V}} \cdot \frac{\eta_0 \eta_{\rm i} h \nu}{q} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \tau_{\rm s}} \cdot \frac{\omega_{\rm r}^2}{\omega_{\rm r}^2 - \omega^2 + j\omega \gamma_{\rm t}}$$

Der Laserstrahl passiert auf dem Weg zur Photodiode zwei Objektive und einen Spiegel, an denen optische Leistung durch Reflexion und Dämpfung verloren geht. Aufgrund der Laufzeit des Lichts wird das Signal durch die Länge der Übertragungsstrecke zeitverzögert. Diese beiden Effekte werden durch eine Dämpfung  $D_{\rm s}$  und eine Phasendrehung beschrieben. In der Phasendrehung wird außerdem die kurze Leitungslänge der SMA-Buchse des Empfängers mit berücksichtigt.

$$H_{Strecke}(j\omega) = \frac{P_{PD}}{P_{out}} = D_{s} \cdot e^{i2\beta l}$$

(4.12)

Das auf die Photodiode fokussierte Licht erzeugt einen Photostrom, der zur einfallenden Lichtleistung proportional ist. Der Proportionalitätsfaktor ist die Ansprechempfindlichkeit  $\eta_{PD}$  der Photodiode und kann ihrem Datenblatt entnommen werden  $(0.48 \frac{A}{W} \text{ bis } 0.52 \frac{A}{W}).$ 

$$I_{\rm PD} = \eta_{PD} \cdot P_{PD}$$

Mit der Übertragungsfunktion der Photodiode ergibt sich:

$$H_{PD}(j\omega) = \frac{U_{PD}}{P_{PD}} = \frac{\eta_{PD}}{d_{PD}} \cdot \frac{1}{1 - \omega^2 b_{PD} + j\omega \cdot (c_{PD} - \omega^2 a_{PD})}$$

Die gesamte Übertragungsfunktion  $H_{\rm ges}(j\omega)$  ist definiert als Quotient von Ausgangsgröße  $U_{\rm PD}$  und Eingangsgröße  $U_0$  [21].

$$U_{\text{PD}} = H_{\text{PD}}(j\omega) \cdot P_{\text{PD}}$$

$$= H_{\text{PD}}(j\omega) \cdot H_{\text{Strecke}}(j\omega) \cdot P_{\text{opt}}$$

$$= H_{\text{PD}}(j\omega) \cdot H_{\text{Strecke}}(j\omega) \cdot H_{\text{ElOpt}}(j\omega) \cdot I_{\text{int}}$$

$$= H_{\text{PD}}(j\omega) \cdot H_{\text{Strecke}}(j\omega) \cdot H_{\text{ElOpt}}(j\omega) \cdot H_{\text{VCSEL}}(j\omega) \cdot U_{0}$$

$$H_{\text{ges}}(j\omega) = H_{\text{PD}}(j\omega) \cdot H_{\text{Strecke}}(j\omega) \cdot H_{\text{ElOpt}}(j\omega) \cdot H_{\text{VCSEL}}(j\omega)$$

$$(4.1)$$

Trennt man die Übertragungsfunktion in einen konstanten Vorfaktor und einen Frequenzabhängigen Teil, der im Gleichstromfall den Betrag 1 hat, so ergibt sich:

$$H_{\text{ges}}(j\omega) = \frac{\eta_0 \cdot \eta_{\text{i}} \cdot \eta_{\text{PD}} \cdot h \cdot c \cdot D}{\lambda \cdot q \cdot c_{\text{VCSEL}} \cdot d_{\text{PD}}} \cdot h_{\text{VCSEL}}(j\omega) \cdot h_{\text{ElOpt}}(j\omega) \cdot h_{\text{PD}}(j\omega) \cdot h_{\text{Strecke}}(j\omega)$$

Aus den Reflexionsmessungen werden  $H_{\text{VCSEL}}(j\omega)$  und  $H_{\text{PD}}(j\omega)$  bestimmt. Da die Objektive und der Umlenkspiegel für den entsprechenden Wellenlängenbereich optimiert sind wird  $D_{\rm s}=1$  angenommen. Die Parameter der elektrooptischen Konversion und die Länge der Übertragungsstrecke werden als Variable für die Anpassung verwendet.

Tabelle 4.3: Werte für die Kapazität der Kontaktierungsflächen der verschiedenen Bauelementgrößen auf Wafer 2 und 3 (vgl. Kapitel 5).

## 4.5 Startwerte für die Anpassung

Die Ermittlung der Modulationsparameter erfolgt durch Anpassen der Gleichungen (4.2) und (4.12) an die Messdaten. Für die Anpassfunktion werden geeignete Startwerte für die einzelnen Parameter benötigt, um mehrere Minima für die Anpassfunktion möglichst ausschließen zu können.

Die Kontaktierungsflächenkapazität  $C_{\rm p}$  erhält man aus den Geometriedaten des jeweiligen Bauelements. Die Wafer 2 und 3 sind in Layout, Polyimid und dessen Dicke identisch. Tabelle 4.3 zeigt diese Kapazitäten für die verschiedenen Größen.

Auf Wafer 1 wurden bei einigen Bauelementen nur die Kontaktierungsflächen hergestellt. Abbildung 4.8 zeigt die gemessene Impedanz dieser Bauelemente im Smith-Diagramm. Da es sich dabei in guter Näherung nur um die Impedanz einer Kapazität handelt, lässt sie sich mit

$$Z_{\text{VCSEL}} = \frac{-j}{\omega C_{\text{p}}}$$

berechnen. Dazu wird  $C_p$  für jeden Messpunkt berechnet und aus den Ergebnissen der Mittelwert bestimmt, womit sich eine Kontaktierungsflächenkapazität von etwa 110 fF ergibt. Um eine sinnvolle Anpassung von Gleichung (4.2) an die Messpunkte zu erhalten, muss die Kontaktierungsflächenkapazität bei der Anpassung konstant gehalten.

Einen Startwert für den Widerstand der aktiven Zone  $R_a$  erhält man durch die Annahme, dass bei niedrigen Frequenzen  $Z_{\text{VCSEL}}(\omega) \approx Z_{\text{VCSEL}}(0)$  gilt. Das bedeutet, dass die Impedanz rein reell ist und somit

$$Z_{\text{VCSEL}}(\omega) \approx R_{\text{a}} + R_{\text{s}}$$

gilt. Der Spiegelwiderstand  $R_{\rm s}$  ist im Allgemeinen deutlich kleiner als  $R_{\rm a}$  und beträgt bei den hier betrachteten VCSELn rund 20 $\Omega$ . Der Startwert berechnet sich somit zu

$$R_{\rm a} \approx Z_{\rm VCSEL}(0) - 20\Omega.$$

Die Wahl eines guten Startwertes für die Länge der Übertragungsstrecke l ist für die Anpassung der gesamten Übertragungsfunktion  $H_{\rm ges}(j\omega)$  an die Messdaten entscheidend. Eine erste grobe Abschätzung kann durch das Abmessen der Streckenlänge am Messplatz geschehen. Bei einer Betrachtung des Phasengangs einer Transmissionsmessung kann damit bereits durch kurzes Ausprobieren ein guter Startwert gefunden werden. Für die Resonanzfrequenz und die Dämpfung haben sich 7 GHz und  $10 \, \frac{1}{\rm ns}$  als Startwert für alle ausgewerteten Bauelemente bewährt.

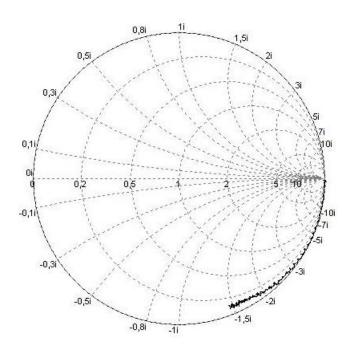


Abbildung 4.8:  $S_{11}\text{-}\mathrm{Messung}$ der Kontaktierungsfläche auf Wafer 1.

# Kapitel 5

# Untersuchungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zahlreiche VCSEL auf verschiedenen Wafern mit unterschiedlicher Schichtstruktur gemessen. Die Wafer sind im Folgenden durchnummeriert (Tabelle 5.1). Auf jedem der Wafer befinden sich einige Testfelder, in denen Bauelemente verschiedener Größe strukturiert wurden. Diese unterscheiden sich im Durchmesser von Mesa und Oxidblendenöffnung. Im Folgenden stellen die Bauteilgrößen (0 bis 14) den Sollwert des Durchmessers der Oxidblendenöffnung in Mikrometern dar. Der reale Durchmesser der Blendenöffnung hängt von der Dauer und Geschwindigkeit des Oxidationsprozesses ab und kann daher von Wafer zu Wafer variieren. Der absolute Unterschied der Öffnung zwischen den einzelnen Lasern ist aber dennoch die Differenz der Größen.

Die wichtigsten Strukturdaten der drei Wafer sind in den Tabellen 2.1, 5.2 und 5.3 aufgeführt. Bei allen drei Wafern bestehen die drei Quantenfilme aus GaAs. Die Wafer 2 und 3, deren Barrierenbereiche aus  $Al_{0.29}Ga_{0.71}As$  bestehen, unterscheiden sich nur geringfügig. Bei Wafer 3 fehlt im Vergleich zu Wafer 2 ein Spiegelpaar, während der n-Spiegel vorgezogen ist. Außerdem sind die Spiegel insgesamt etwas kurzwelliger ausgelegt und der Al-Gehalt im Bereich um die Quantenfilme etwas verändert. Wafer 1 besitzt eine deutlich andere Schichtstruktur. Bei ihm ist der intrinsische Bereich größer und die Zahl der Spiegelpaare deutlich geringer. Außerdem besitzten die Spiegel eine geringere Dotierung als die der Wafer 2 und 3. Der Barrierenbereich von Wafer 1 besteht aus  $Al_{0.30}Ga_{0.70}As$ .

Wafernummer	interne Bezeichnung	Layout	Ausgewählter Laser	$I_{\rm th} [{ m mA}]$
1	40000 028L	P01	Laser 1: 131 100	0.6
2	00002 430A	U07	Laser 2: 140 150	0.41
3	00002 436A	U07	Laser 3: 140 150	0.61

Tabelle 5.1: Ausgewählte Wafer und Laser.

Durchmesser Mesa (Gr.8) Polyimiddicke	$31 \ \mu \text{m}$ $2.9 \ \mu \text{m}$ bis $3.3 \ \mu \text{m}$	Kontaktierungsfläche	$12000  \mu \mathrm{m}^2$
27 p-Spiegel	$2.7\mu\mathrm{m}$	Barrieren	8 nm
Abstand i-Zone Oxid	82 nm	Oxiddicke	$30.6\mathrm{nm}$
i-Zone	$259\mathrm{nm}$	Quatenfilme	3x 8 nm
Dicke der Epitaxie	$8.2\mu\mathrm{m}$	34 n-Spiegel	$4.386\mu\mathrm{m}$

Tabelle 5.2: Strukturdaten des Wafers 1.

Dicke der Epitaxie	$8\mu\mathrm{m}$	36 n-Spiegel	$3.52\mu\mathrm{m}$
i-Zone	$161\mathrm{nm}$	Quatenfilme	3x 8 nm
Abstand i-Zone Oxid	$54\mathrm{nm}$	Oxiddicke	$30\mathrm{nm}$
27 p-Spiegel	$3.4\mu\mathrm{m}$	Barrieren	$5\mathrm{nm}$
Durchmesser Mesa (Gr.8)	$31.3\mu\mathrm{m}$	Kontaktierungsfläche	$8400  \mu \text{m}^2$
Polyimiddicke	$2.9\mu\mathrm{m}$ bis $3.3\mu\mathrm{m}$		

Tabelle 5.3: Strukturdaten des Wafers 3.

## 5.1 Betriebspunktabhängigkeit

#### 5.1.1 Betriebspunktabhängigkeit der parasitären Elemente

In diesem Abschnitt wird die Stromabhängigkeit der Ersatzschaltbildelemente untersucht, was am Beispiel der drei zuvor genannten Wafer geschieht.

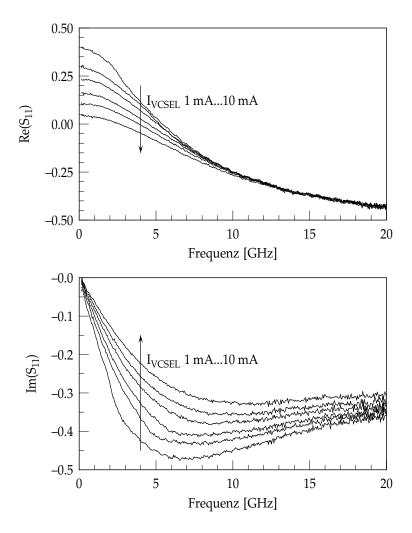


Abbildung 5.1: Streuparameter  $S_{11}$  von Laser 1 in verschiedenen Arbeitspunkten.

Die vom Netzwerkanalysator gelieferten Rohdaten sind für einen Laser aus der Mitte von Wafer 1 in Abbildung 5.1 veranschaulicht.

Die Rohdaten können auch im Smith-Diagramm dargestellt werden (Abbildung 5.2). Dieses Diagramm lässt einen besseren Überblick über das Hochfrequenzverhalten des einzelnen Bauelements zu und hat für die Praxis eine große Bedeutung, da mit ihm recht einfach eine Impedanzanpassung errechnet werden kann. Die Qualität der Anpassfunktion ist im Smith-Diagramm allerdings nicht eindeutig ersichtlich, da eine direkte

$I_{ m VCSEL}  [ m mA]$	$R_{\rm a}\left[\Omega\right]$	$R_{\rm s}\left[\Omega\right]$	$C_{\rm a}$ [fF]
0.75	104	22.2	564
1	93	22	570
2	70	21	582
3	60	21.1	591
5	49	20.8	615
7	41	21	640
10	34	20.1	681

Tabelle 5.4: Bauteilwerte für Laser 1.

Zuordnung des Messwerts zur entsprechenden Frequenz nicht möglich ist.

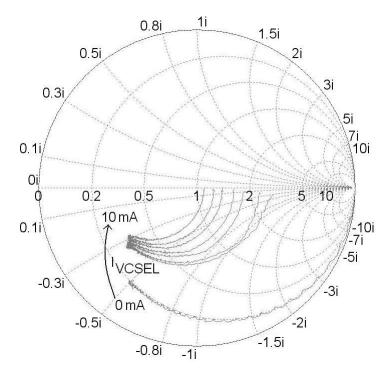


Abbildung 5.2: Impedanz von Laser 1 für die Ströme 0 mA, 0.75 mA, 1 mA, 2 mA, 3 mA, 5 mA, 7 mA und 10 mA im Smith-Diagramm.

Bei den Reflexionsmessungen werden zwischen 101 und 801 Messpunkte aufgenommen. Zur besseren Unterscheidung von Anpasskurve und Messdaten (in den Diagrammen als Punkte dargestellt) werden in den folgenden Abbildungen davon bei weitem nicht alle Messpunkte dargestellt.

In den Abbildungen 5.3, C.1 und C.2 sind der Real- und der Imaginärteil von  $S_{11}$  in verschiedenen Arbeitspunkten für die Laser 1, 2 und 3 abgebildet. Die drei Bauelemente der gleichen Größe befinden sich jeweils auf verschiedenen Wafern in der Wafermitte. Die Abbildungen lassen eine gute Übereinstimmung der Messdaten mit dem Modell erkennen. Die Ersatzschaltbildparameter für einige Betriebspunkte sind in den Tabellen 5.4, 5.5 und 5.6 aufgeführt.

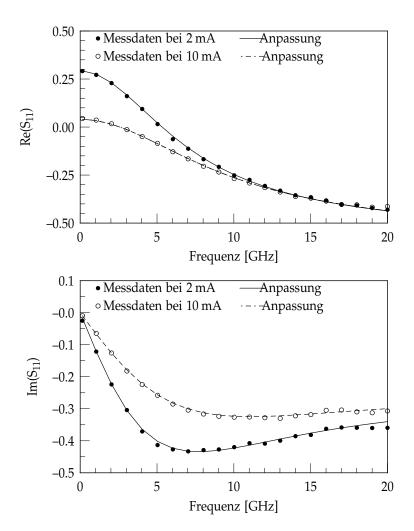


Abbildung 5.3: Real- und Imaginärteil des Streuparameters  $S_{11}$  eines Größe-8-Bauelements aus der Mitte von Wafer 1.

$I_{ m VCSEL}  [{ m mA}]$	$R_{\rm a}\left[\Omega\right]$	$R_{\mathrm{s}}\left[\Omega\right]$	$C_{\rm a}  [{ m fF}]$
0.5	111	26	472
3	63	23	536
8	44	22	609
14	36	22	751

Tabelle 5.5: Bauteilwerte für Laser 2.

$I_{ m VCSEL}  [ m mA]$	$R_{\rm a}\left[\Omega\right]$	$R_{\rm s}\left[\Omega\right]$	$C_{\rm a}  [{\rm fF}]$
$0.7\mathrm{mA}$	85	26	572
2	63	24	584
3	56	23	609
7.5	39	23	735

Tabelle 5.6: Bauteilwerte für Laser 3.

#### 5.1.1.1 Widerstände von Bragg-Spiegel und aktiver Zone

Wie in den Abbildungen 5.4, C.3 und C.4 unschwer zu erkennen ist, zeigt der Widerstand  $R_{\rm a}$  die erwartete starke Abhängigkeit vom Betriebspunkt (vgl. Abschnitt 2.2.2.3). Die Summe aus  $R_{\rm s}$  und  $R_{\rm a}$  ist bei Laser 2 und 3 im jeweiligen Arbeitspunkt etwa  $10\,\Omega$  größer als der differentielle Widerstand aus der Gleichstrommessung. Bei Laser 1 stimmt diese Summe deutlich besser mit dem differentiellen Widerstand überein. Hier ergibt sich eine Abweichung von etwa  $5\,\Omega$ . Damit steht das Modell mit dem Gleichstromverhalten im Einklang.

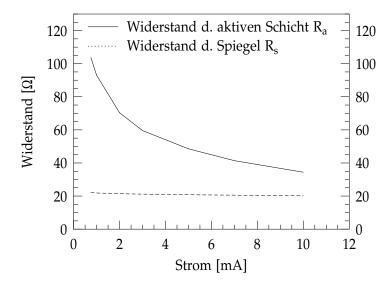


Abbildung 5.4: Widerstand der aktiven Schicht und der Bragg-Spiegel in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt des Lasers 1.

Beim Spiegelwiderstand  $R_s$  handelt es sich um einen ohmschen Widerstand, weshalb

er ebenfalls temperaturabhängig ist. Allerdings ist die Temperaturerhöhung in den Spiegeln deutlich geringer als in der aktiven Zone, wodurch  $R_{\rm s}$  praktisch konstant bleibt: Die Änderung beträgt bei Laser 1 bei einer Stromänderung von 0.75 mA auf 10 mAetwa 2  $\Omega$ . Eine ähnlich geringe Änderung tritt bei den Lasern 2 und 3 auf, wo sich bei einer Stromvariation um 9.25 mA bzw. 13.5 mA der Spiegelwiderstand nur um 4  $\Omega$  bzw. 3  $\Omega$  ändert.

#### 5.1.1.2 Kapazitäten

In Abschnitt 2.2.2.2 wird erläutert, aus welchen Teilen sich die Kapazität des VCSELs zusammensetzt. Dabei ist der Anteil der Diffusionskapazität vom Arbeitspunkt mit positiver Vorspannung abhängig, während die Kapazität der Raumladungszone praktisch konstant bleibt.

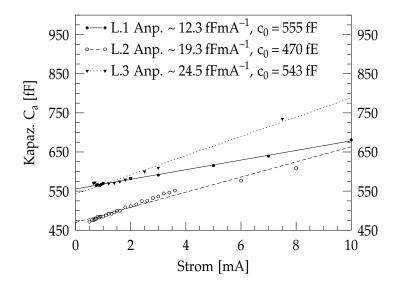


Abbildung 5.5: Kapazität  $C_a$  der Laser in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt.

In Abbildung 5.5 ist die Kapazität der pin-Diode des jeweiligen Lasers dargestellt. Es ist deutlich der erwartete lineare Zusammenhang zwischen Kapazität und Strom zu sehen. Der konstante Anteil der Funktionen stellt im Modell die Serienschaltung von Oxid- und Raumladungszonenkapazität dar. Mit einer Oxidkapazität von 1.56 pF ergibt sich bei Laser 1 für  $C_{\rm RLZ}$  etwa 861 fF; mit dem Plattenkondensatormodell und einer Permittivität von  $\epsilon_{\rm HL}=12$  folgt daraus eine Raumladungszonenweite von 89 nm. Laser  $2 (C_{ox} = 1.51 \,\mathrm{pF})$  besitzt mit 682 fF eine deutlich niedrigere Raumladungskapazität, woraus sich eine Weite von 113 nm ergibt. Mit 857 fF liegt Laser 3 ( $C_{ox} = 1.48 \,\mathrm{pF}$ ) zwischen den beiden anderen und besitzt eine Weite von 90 nm. Die Kapazitäten sind größer als zunächst angenommen wurde. Bei Laser 1 könnte die Ursache dafür möglicherweise bei der Kapazität der Oxidblende liegen, falls diese durch Oberflächenzustände stark verändert wird. Auf das selbe Problem stößt auch T. Ballmann in ihrer Arbeit [9]. Sie erklährt diese Abweichung durch eine mögliche Eindiffusion des Dotiermaterials in die nominell undotierte Schicht während des Wachstums. Da Laser 1 mit dem MOCVD-Verfahren hergestellt wurde, ist diese Annahme durchaus realistisch. Da die Herstellung der Laser 2 und 3 durch Molekularstrahlepitaxie erfolgte, scheint diese Ursache bei ihnen unwahrscheinlich. Der Grund liegt bei ihnen vermutlich darin, dass die Quantenfilme aus dem sie umgebenden Material mobile Ladungsträger einfangen, welche die Raumladung in diesem Bereich abschirmen. Damit würde der Bereich der Quantenfilme nicht zur Ladung von  $C_{RLZ}$  beitragen und somit den effektiven Plattenabstand von 160 nm auf etwa 110 nm verringern, was relativ gut zu den Ergebnissen passt.

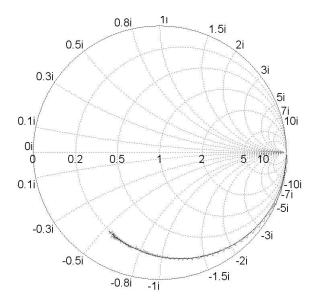


Abbildung 5.6: Impedanz von Laser 2 mit einer Vorspannung von  $-10 \,\mathrm{V}$ .

In Abbildung 5.6 ist die Impedanz von Laser 2 bei negativer Vorspannung abgebildet. Für die Kapazität  $C_{\rm a}$  ergibt sich durch die Anpassung ein Wert von 242 fF. Dies ist deutlich niedriger als  $C_{\rm RLZ}$  bei positiver Vorspannung. Die Ursache dafür liegt vermutlich zum Einen in der Vergrößerung der Raumladungszone bei steigender negativer Vorspannung. Zum Anderen könnten hier die Kapazitäten in den Bragg-Spiegeln eine weitere Verringerung der Kapazität bewirken: Zwischen den einzelnen Spiegelschichten könnten sich ebenfalls Raumladungszonen ausbilden, deren Kapazität mit der Kapazität der pin-Diode in Serie geschaltet wäre und somit die Gesamtkapazität absenken würden.

Die Messung unter negativer Vorspannung sollte ursprünglich zur Bestimmung der Kontaktierungsflächenkapazität verwendet werden. Der Grundgedanke war, dass der Widerstand  $R_{\rm a}$  so groß wird, dass er vernachlässigt werden kann. Durch die negative Vorspannung wäre  $C_{\rm diff}=0$ . Gleichzeitig würde die Vorspannung die Weite der Raumladungszone so weit vergrößern, dass sie bei der Parallelschaltung mit der Kontaktierungsflächenkapazität ebenfalls vernachlässigbar wäre, wodurch nur noch  $C_{\rm p}$  den Imaginärteil von  $Z_{\rm VCSEL}$  bestimmt würde. Allerdings stellte sich heraus, dass die Kapazität im Inneren des Lasers noch immer deutlich größer war als die gesuchte Kapazität der Kontaktierungsfläche, wodurch diese Näherung nicht gültig war. Die Ursache dafür, dass  $C_{\rm RLZ}$  nicht klein genug wird, liegt in der pin-Diode und den angrenzenden Schichten: Die Halbleiterschichten um den intrinsischen Bereich sind so hoch dotiert, dass sich die Raumladungszone nicht sehr weit in das dotierte Halbleitervolumen ausdehnen kann. Dadurch reicht die maximale Weite der Zone nicht aus, um  $C_{\rm RLZ}$  klein genug werden zu lassen.

# 5.1.2 Betriebspunktabhängigkeit von Modulationsverhalten und Bandbreitenbegrenzung

Die Bandbreite eines VCSELs wird im wesentlichen durch drei Mechanismen begrenzt [22], die im Folgenden beschrieben werden.

Bei einer Erhöhung des Stroms steigt die Resonanzfrequenz und damit die Bandbreite so lange an, bis die Dämpfung zu groß wird und eine weitere Erhöhung der Bandbreite nicht mehr möglich ist. Ab diesem Punkt führt eine Erhöhung des Stroms zu einer Verringerung der Bandbreite. Dieser Mechanismus wird als intrinsische Bandbreitenbegrenzung bezeichnet.

Die aktive Schicht erwärmt sich bei einer Erhöhung des Stroms, was wiederum die differentielle Verstärkung des VCSELs verringert und gleichzeitig den Schwellstrom erhöht. Infolgedessen kann die Photonendichte im Resonator einen Sättigungswert erreichen. Da diese nach Gleichung (B.20) ungefähr proportional zur Resonanzfrequenz ist, geht auch sie in Sättigung. Man bezeichnet dies als thermische Bandbreitenbegrenzung.

Die dritte Begrenzung entsteht durch die parasitären Elemente des VCSELs, die sich wie ein RC-Tiefpass verhalten und damit die parasitäre Bandbreitenbegrenzung bestimmen.

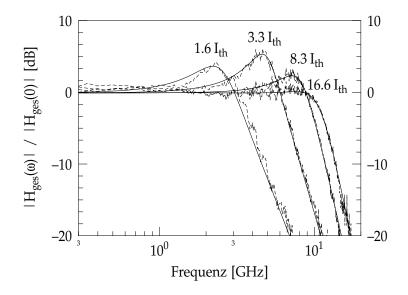


Abbildung 5.7: Unkorrigierte Messdaten von Laser 1 bei verschiedenen Arbeitspunkten.

Abbildung 5.7 zeigt die Messdaten von Laser 1 und die angepasste Funktion bei verschiedenen Betriebspunkten. Durch die Vorfaktoren  $\frac{\eta_0 \cdot \eta_i \cdot \eta_{\text{PD}} \cdot h \cdot c}{\lambda \cdot q \cdot c_{\text{VCSEL}} \cdot d_{\text{PD}}}$  in der Übertragungsfunktion liegt eine starke frequenzunabhängige Dämpfung von 15dB bis 20dB im System vor, die für jeden Laser verschieden ist. In den Diagrammen sind die Messdaten daher auf ihren Betrag bei der niedrigsten Frequenz normiert, um sie besser mit denen anderer VCSEL vergleichen zu können.

Bei hohen Strömen wird Laser 1, wie Abbildung 5.7 zeigt, sehr breitbandig. Wie zuvor bereits erläutert, hat die Photodiode an dieser Stelle vermutlich schon einen

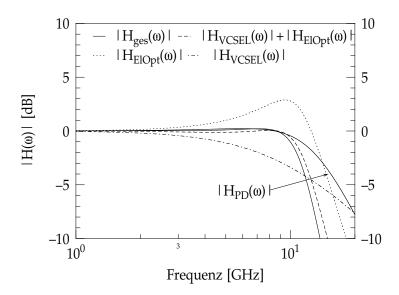


Abbildung 5.8: Vergleich der berechneten Teilfunktionen von  $H_{\rm ges}(j\omega)$  bei Laser 1  $(I_{\rm VCSEL}=16.6\cdot I_{\rm th})$ .

nicht vernachlässigbaren Einfluss auf die Übertragung. Um dies zu untersuchen, sollen nun die einzelnen Übertragungsfunktionen betrachtet werden.

In Abbildung 5.8 sind die aus den extrahierten Parametern berechneten Übertragungsfunktionen dargestellt.  $|H_{\rm ges}(\omega)|$  ist die an die Messdaten angepasste Gleichung (4.12). Es ist deutlich erkennbar, dass der Verlauf von  $|H_{\rm ges}(\omega)|$  größtenteils durch die Summe aus  $|H_{\rm VCSEL}(\omega)|$  und  $|H_{\rm Elopt}(\omega)|$  bestimmt wird. Der Einfluss der Photodiode auf die Übertragung des Systems ist in diesem Fall vernachlässigbar klein, wodurch das gemessene Übertragungsverhalten in etwa dem des gesamten VCSELs entspricht.

Um das Verhalten des intrinsischen VCSELs besser untersuchen zu können, werden die Messdaten um die parasitären Elemente bereinigt dargestellt. Die so erhaltenen Messdaten weichen bei niedrigen Frequenzen nur noch um etwa 1dB von der 0dB-Linie ab, wodurch zur Normierung nur geringe Änderungen nötig sind. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.9 veranschaulicht. Einige der extrahierten Parameter sind in Tabelle 5.7 aufgeführt.

Die Zeitkonstante  $\tau_s$  liegt im Bereich weniger Pikosekunden und ist damit vernachlässigbar klein. Tatsächlich ergeben sich für die anderen Parameter bei gleicher Anpassungsqualität noch immer praktisch dieselben Werte, wenn  $\tau_s = 0$  gesetzt wird. Damit scheint der Transporteffekt für diesen Laser nicht von Bedeutung zu sein.

Bei einem Vergleich mit dem Schaubild der unkorrigierten Messdaten in Abbildung 5.7 fällt das Verhalten beim höchsten Strom auf  $(I=16.6\cdot I_{\rm th})$ : Der gesamte VCSEL ist in diesem Arbeitspunkt bei 10 GHz bereits stark gedämpft, wodurch die Bandbreite bei einer weiteren Erhöhung des Stroms wieder sinken würde. Beim intrinsischen Laser dagegen ist die Resonanzüberhöhung noch deutlich sichtbar, d.h. mit einer Erhöhung des Stroms würde die Bandbreite weiter steigen. Die Begrenzung der Bandbreite wird folglich von den parasitären Elementen bestimmt.

$I_{\text{VCSEL}}[mA]$	$f_{\rm r}[GHz]$	$\gamma[\frac{1}{ns}]$	$ au_{ m s}[ps]$
1	2.53	10.4	1
3	6.39	17.62	12.3
5	8.3	26.54	12
7	9.57	34.26	11.73
10	10.77	41.64	11.9

Tabelle 5.7: Kleinsignalparameter von Laser 1.

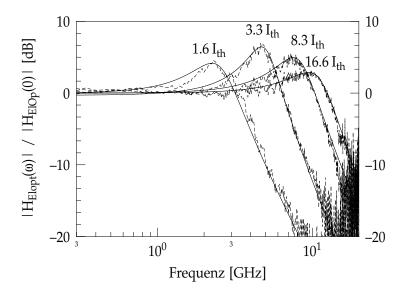


Abbildung 5.9: Modulationsverhalten des intrinsischen VCSELs von Laser 1.

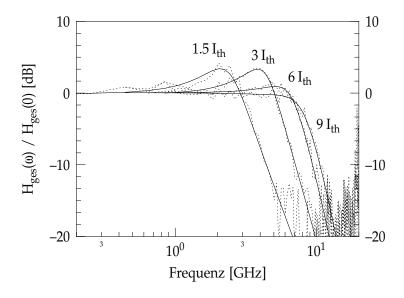


Abbildung 5.10: Unkorrigierte Messdaten von Laser 2 bei verschiedenen Arbeitspunkten.

$I_{\text{VCSEL}}[mA]$	$f_{\rm r}[GHz]$	$\gamma[\frac{1}{ns}]$	$\tau_{\rm s}[ps]$
0.6	2.41	10.34	2.4
2.4	6.725	27.7	19.12
3.6	8.21	37.53	18.7
12	10.28	62.15	16.75

Tabelle 5.8: Kleinsignalparameter von Laser 2.

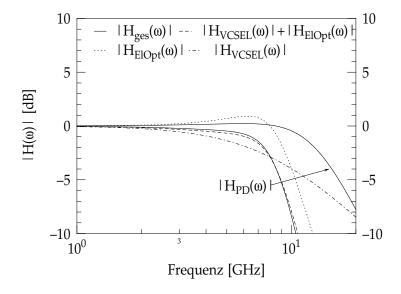


Abbildung 5.11: Vergleich der berechneten Teilfunktionen von  $H_{\rm ges}$  des Lasers 2 bei  $I_{\rm VCSEL}=9\cdot I_{\rm th}.$ 

Die Messdaten des Streuparameters  $S_{21}$  und die jeweils angepasste Übertragungsfunktion von Laser 2 sind in Abbildung 5.10 gezeigt. Einige der dazugehörigen Kleinsignalparameter der elektrooptischen Konversion sind in Tabelle 5.8 aufgelistet. Bei der 9-fachen Laserschwelle ist Laser 2 schon stark gedämpft. Eine weitere Stromerhöhung würde somit auch hier zu einer Verringerung der Bandbreite führen. Um den begrenzenden Mechanismus zu identifizieren, werden wiederum die Übertragungsfunktionen der einzelnen Elemente der Übertragungsstrecke aufgetragen (Abbildung 5.11). Die Bandbreite wird wie zuvor durch die parasitären Elemente des VCSELs begrenzt. Die elektrooptische Konversion besitzt in diesem Arbeitspunkt noch immer eine Resonanzüberhöhung und hat somit das Potenzial zum Erreichen einer größeren Bandbreite. Im Vergleich zu Laser 1 ist diese Überhöhung jedoch sehr gering: Bei Laser 2 ist sie bei einem deutlich geringeren Vielfachen des Schwellstroms noch immer nur halb so groß wie bei Laser 1.

Die korrigierten Messdaten für Laser 2 sind in Abbildung 5.12 dargestellt. Auch bei diesem Laser kann der Transportfaktor offensichtlicherweise vernachlässigt werden.

Einige Kleinsignalparameter für Laser 3 sind in Tabelle 5.9 aufgelistet. In den Messdaten von Laser 3 sieht man die typische Bandbreitenbegrenzung durch eine sehr hohe Dämpfung. Vergleicht man die Kurven vom 5-fachen Schwellstrom mit der von

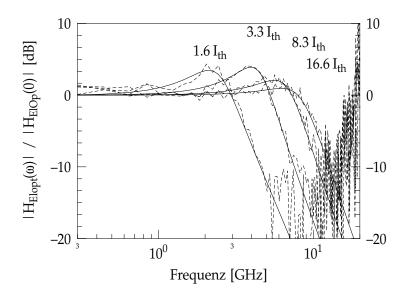


Abbildung 5.12: Modulationsverhalten des intrinsischen VCSELs von Laser 2.

$I_{\text{VCSEL}}[mA]$	$f_{\rm r}[GHz]$	$\gamma[\frac{1}{ns}]$	$\tau_{\rm s}[ps]$
0.8	3.11	14.62	3.3
1.2	4.76	18.57	16.12
3	8.243	46.62	13.2
7.5	10.88	55.6	20.35

Tabelle 5.9: Kleinsignalparameter von Laser 3.

 $I_{\text{VCSEL}} = 12.5 \cdot I_{\text{th}}$  in Abbildung 5.13, so lässt sich eine starke Abflachung der Übertragungsfunktion erkennen. Dies führt dazu, dass sich mit steigendem Strom die Bandbreite des Lasers wieder verringert. Bei Betrachtung von Abbildung 5.14 wird schnell deutlich, dass die Bandbreitenbegrenzung erneut durch die parasitären Elemente verursacht wird. Das Modulationsverhalten des intrinsischen VCSELs ist in Abbildung 5.15 veranschaulicht.

Die aus den Messdaten extrahierten Zeitkonstanten  $\tau_{\rm s}$  betragen nur wenige Pikosekunden und sind damit viel zu gering, um die Modulationseigenschaften der VCSEL zu beeinflussen. Damit ist der Transportfaktor bei den vorliegenden Bauelementen vernachlässigbar. In [6] wird diese Beobachtung ebenfalls bestätigt: Die Autoren kommen zu dem Schluss, dass der Ladungsträgertransport im Bereich bis 15 GHz keine Begrenzung für die Geschwindigkeit der Übertragung darstellt.

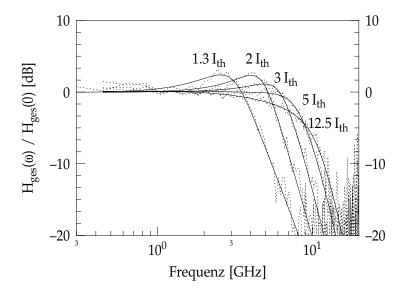


Abbildung 5.13: Unkorrigierte Messdaten von Laser 3 bei verschiedenen Arbeitspunkten.

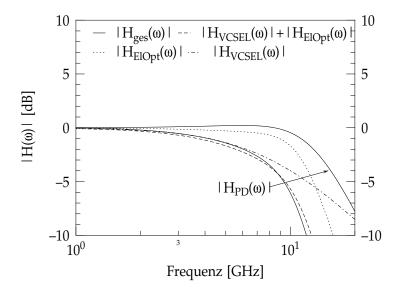


Abbildung 5.14: Vergleich der berechneten Teilfunktionen von  $H_{\rm ges}$  des Lasers 3 bei  $I_{\rm VCSEL}=9\cdot I_{\rm th}.$ 

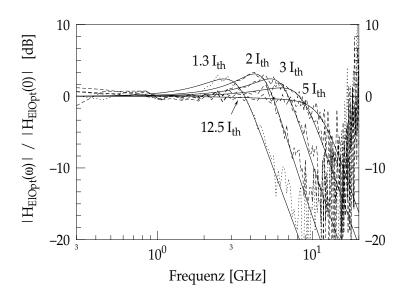


Abbildung 5.15: Modulationsverhalten des intrinsischen VCSELs von Laser 3.

#### 5.1.3 Betriebspunktabhängigkeit von D- und K-Faktor

Im vorigen Abschnitt ist klar geworden, dass die Dämpfung und die Resonanzfrequenz der elektrooptischen Konversion eine entscheidende Rolle für die Bandbreite des Lasers spielt. Eine übliche Kenngröße für den Zusammenhang von Dämpfung und Resonanzfrequenz ist der sogenannte K-Faktor, der bereits in Abschnitt 2.3.2 vorgestellt wurde. Er beschreibt den Anstieg der Dämpfung mit dem Quadrat der Resonanzfrequenz und sollte demnach möglichst klein sein. Gleichung (2.8) zeigt, dass der K-Faktor von der differentiellen Verstärkung a des Lasers und dem Transportfaktor  $\chi$  abhängt. Im Transportfaktor liegt die Ursache dafür, dass die früher abgeschätzten K-Faktoren und die damit verbundenen hohen Grenzfrequenzen für SCH-Strukturen nicht erreicht wurden, da der Transportfaktor den K-Faktor zusätzlich erhöht.

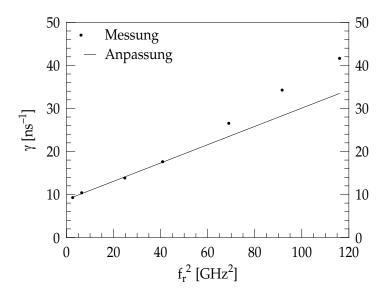


Abbildung 5.16: Ermittlung des K-Faktors aus den Kleinsignalparametern von Laser

Der K-Faktor ist allerdings nicht konstant für alle Arbeitspunkte des Lasers, sondern erhöht sich, durch die verkleinerung der differentiellen Verstärkung durch Verstärkungskompression bei höheren Photonendichten (vgl. Abbildung 5.16). Dadurch besteht kein linearer Zusammenhang zwischen Dämpfung und dem Quadrat der Resonanzfrequenz mehr. Der K-Faktor wird daher aus den Messungen bei kleineren Strömen extrahiert, bei denen noch keine Verstärkungskompression stattfindet. Der konstante Anteil der Dämpfung  $\gamma_0$  sollte ebenfalls möglichst klein sein, um die Gesamtdämpfung gering zu halten. Er bestimmt die Dämpfung bei niedrigen Pumpströmen, bei denen die Resonanzfrequenz niedrig ist. Zur Bestimmung des K-Faktors wird die Dämpfung über  $f_r^2$  aufgetragen und anschließend eine  $\chi^2$ -Anpassung an Gleichung (2.7) vorgenommen.

Eine zweite etablierte Kenngröße für das Modulationsverhalten ist der D-Faktor, der den Zusammenhang zwischen Resonanzfrequenz und Laserstrom beschreibt. Auch er wurde bereits im Abschnitt 2.3.2 eingeführt und wird wie der K-Faktor bei niedrigeren Strömen extrahiert, da auch er von der differentiellen Verstärkung abhängt, wodurch er bei höheren Strömen kleiner wird. Außerdem findet durch die Erwärmung

bei höheren Strömen eine Anhebung des Schwellstroms statt, was bei der Auftragung der Resonanzfrequenz über  $\sqrt{I_{\text{VCSEL}}-I_{\text{th}}}$  eine zusätzliche Abflachung des Verlaufs bewirkt. Man erhält den D-Faktor, indem man die Resonanzfrequenz über  $\sqrt{I_{\text{VCSEL}}-I_{\text{th}}}$  aufträgt und die Steigung der Geraden ermittelt. Dazu wird erneut die  $\chi^2$  Anpassung verwendet, bei der eine geringe Änderung von  $I_{\text{th}}$  im Bereich von wenigen  $10\,\mu\text{A}$  zugelassen wird, um eventuelle Ungenauigkeiten bei der Bestimmung Schwellstroms auszugleichen.

Abbildung 5.16 zeigt den Dämpfungsverlauf von Laser 1 über dem Quadrat der Resonanzfrequenz. Ab einer Resonanzfrequenz von etwa 7.5 GHz setzt die Verstärkungskompression ein und bewirkt einen steileren Anstieg der Dämpfung. Aus der Steigung der angepassten Geraden erhält man einen K-Faktor von 0.21 ns und aus dem y-Achsenabschnitt  $\gamma_0 = 8.81 \frac{1}{ns}$ .

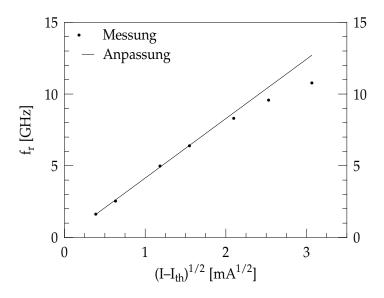


Abbildung 5.17: Ermittlung des D-Faktors aus den Kleinsignalparametern von Laser 1.

Der Verlauf der Resonanzfrequenz ist in Abbildung 5.17 dargestellt. Der daraus resultierende D-Faktor beträgt  $4.14 \, \frac{\text{GHz}}{\sqrt{\text{mA}}}$ . Ab einem Strom von etwa  $3.8 \, \text{mA}$  wird die Steigung der Messkurve durch Verstärkungskompression und thermisch bedingte Erhöhung des Schwellstroms geringer.

Der K-Faktor von Laser 2 beträgt  $0.45\,\mathrm{ns}$ . In Abbildung 5.18 verläuft die Dämpfung ab einer Resonanzfrequenz von etwa  $8.4\,\mathrm{GHz}$  nicht mehr linear. Der Offset der Dämpfung  $\gamma_0$  beträgt  $7.5\,\frac{1}{\mathrm{ns}}$ . Beim Stromverlauf der Resonanzfrequenz in Abbildung 5.19 ist wieder deutlich zu sehen, dass die Resonanzfrequenz mit steigendem Strom nicht mehr weiter ansteigt. Der D-Faktor, der aus den Messwerten bei niedrigen Strömen berechnet wird, beträgt bei diesem Laser  $4.74\,\frac{\mathrm{GHz}}{\sqrt{\mathrm{mas}}}$ .

berechnet wird, beträgt bei diesem Laser  $4.74 \, \frac{\text{GHz}}{\sqrt{\text{mA}}}$ .

Das gleiche Verhalten legt auch Laser 3 an den Tag, bei dem sich folgende Werte ergeben:  $K = 0.39 \, \text{ns}, \, \gamma_0 = 9.57 \, \frac{1}{\text{ns}} \, \text{und} \, D = 5.83 \, \frac{\text{GHz}}{\sqrt{\text{mA}}} \, (\text{vgl. Abbildung C.5 und C.6})$ .

Eine Übersicht über die Modellparameter der drei Laser bietet Tabelle 5.10.

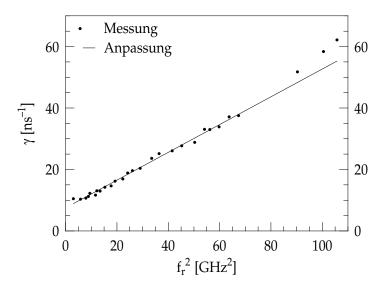


Abbildung 5.18: Ermittlung des K-Faktors aus den Kleinsignalparametern von Laser 2.

Laser	$R_{\rm a}[\Omega]$	$R_{\rm s}[\Omega]$	$C_{\rm a}[{ m fF}]$	$f_{\rm res}[{ m GHz}]$	$\gamma \left[ \frac{1}{\mathrm{ns}} \right]$	$D \frac{GHz}{\sqrt{mA}}$	K [ns]	$\gamma_0 \left[ \frac{1}{\mathrm{ns}} \right]$
1	60	21	591	6.39	17.62	4.14	0.21	8.81
2	74.7	24	512	6.035	25.15	4.74	0.45	7.5
3	55.7	23	609	8.243	41.62	5.83	0.39	9.57

Tabelle 5.10: Übersicht über die Modellparameter der drei VCSEL bei  $I_{\text{VCSEL}} = 5 \cdot I_{\text{th}}$  (3 mA, 2 mA und 3 mA).

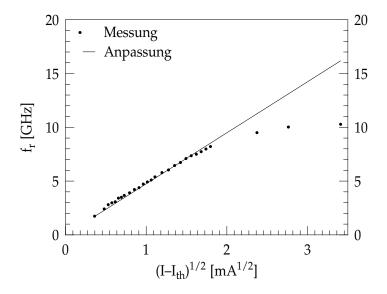


Abbildung 5.19: Ermittlung des D-Faktors aus den Kleinsignalparametern von Laser 2.

## 5.2 Geometrieabhängigkeit

Aus der Geometrieabhängigkeit der Ersatzschaltbildelemente können die Widerstandsund die Kapazitätsbeläge der Strukturen berechnet werden. Um den Einfluss von thermischen Effekten durch den Pumpstrom möglichst gering zu halten, werden die Laser mit dem doppelten ihres Schwellstroms betrieben.

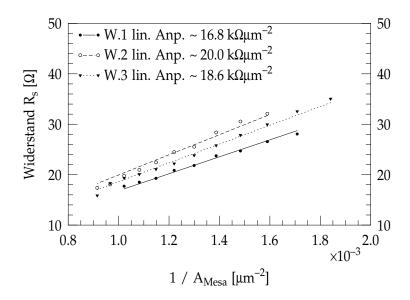


Abbildung 5.20: Spiegelwiderstand von verschiedengroßen VCSELn bei  $I_{\text{VCSEL}} = 2 \cdot I_{\text{th}}$ .

Der Widerstand  $R_{\rm s}$  der Bragg-Spiegel ist, wie in Abschnitt 2.2.2.3 gezeigt wurde, umgekehrt proportional zur Fläche der Mesa. Abbildung 5.20 zeigt diesen für verschieden große Bauelemente auf den Wafer. Der lineare Zusammenhang mit dem Kehrwert der Mesafläche ist offensichtlich. Die Steigung der Geraden entspricht dem Produkt aus der Leitfähigkeit des Materials und der Dicke des Spiegels. Für die Wafer 1, 2 und 3 ergeben sich dafür  $16.8 \, \frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$ ,  $20 \, \frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$  und  $18.6 \, \frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$ . Abbildung 5.21 zeigt den Widerstand der aktiven Zone, der wie erwartet proportio-

Abbildung 5.21 zeigt den Widerstand der aktiven Zone, der wie erwartet proportional zum Kehrwert der Oxidblendenöffnungsfläche ist. Hinter der Blende findet eine geringe Aufweitung des Stroms statt. In Abbildung 5.22 wurde deshalb eine Aufweitung von  $0.5\,\mu\mathrm{m}$  über die Blendenöffnung hinaus miteinbezogen. Die Messdaten stimmen nun deutlich besser mit der Anpassfunktion überein. Für die Wafer 1, 2 und 3 ergeben sich für das Produkt aus Länge und Leitfähigkeit  $5.8\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$ ,  $4.9\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$  und  $4.6\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$ . Abbildung 5.23 zeigt die Kapazitäten von Bauelementen auf Wafer 1 und 2, die wie

Abbildung 5.23 zeigt die Kapazitäten von Bauelementen auf Wafer 1 und 2, die wie erwartet proportional zum Oxidblendenöffnungsdurchmesser sind. Bei Wafer 1 ergibt sich ein Kapazitätsbelag von  $2 \cdot \alpha \cdot \beta_{\rm c} = 61.9 \frac{\rm fF}{\mu \rm m}$ . Die vom Durchmesser unabhängige Diffusionskapazität beträgt in diesen Arbeitspunkten 96 fF. Bei Wafer 2 ergibt sich ein Kapazitätsbelag von  $47.5 \frac{\rm fF}{\mu \rm m}$  und eine Diffusionskapazität 123 fF. Abbildung C.7 zeigt für Wafer 3 einen Belag von  $70.5 \frac{\rm fF}{\mu \rm m}$  und eine Diffusionskapazität von 11 fF.

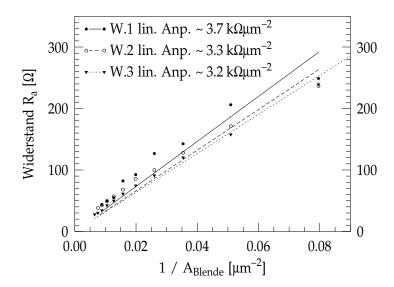


Abbildung 5.21: Widerstand der aktiven Zone für Laser verschiedener Größen bei  $I_{\text{VCSEL}} = 2 \cdot I_{\text{th}}$ .

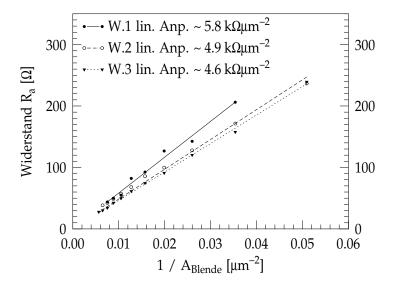


Abbildung 5.22: Widerstand der aktiven Zone für Laser verschiedener Größen bei  $I_{\text{VCSEL}}=2\cdot I_{\text{th}}$ . Zusätzlich wird eine Stromaufweitung von  $0.5\,\mu\text{m}$  über den Oxidblendenrand hinaus berücksichtigt.

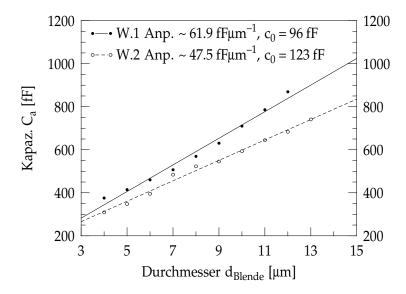


Abbildung 5.23: Kapazität  $C_{\rm a}$  bei  $I_{\rm VCSEL}=2\cdot I_{\rm th}$  in der Mitte von Wafer 1 und 2.

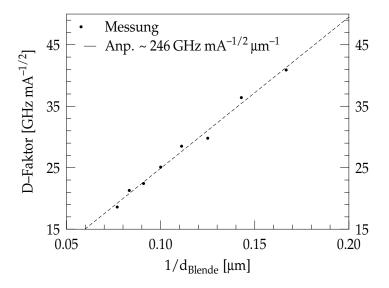


Abbildung 5.24: Größenabhängigkeit des D-Faktors in der Mitte von Wafer 2.

Der D-Faktor ist nach Gleichung (2.11) abhängig vom Modenvolumen  $V_{\rm p}$  des Lasers. Dieses wiederum ist abhängig von der Querschnittsfläche des Quantenfilmbereichs, in dem die stimulierte Emission stattfindet. Stimulierte Emission findet in erster Näherung allerdings nur im Bereich unter der Blendenöffnung statt, wodurch das Modenvolumen mit wachsendem Durchmesser der Oxidblendenöffnung wächst. Die Vergrößerung der Blendenöffnung verursacht also eine Verkleinerung des D-Faktors, da  $D \sim \frac{1}{\sqrt{V_{\rm P}}} \sim \frac{1}{d_{\rm Blende}}$ . Die Abhängigkeit des D-Faktors vom Blendenöffnungsdurchmesser wird in Abbildung 5.24 gezeigt, aus der die erwartete Proportionalität gut ersichtlich ist.

Die Abhängigkeit des K-Faktors vom Durchmesser der Oxidblendenöffnung auf Wafer 2 ist in Abbildung 5.25 dargestellt und kann näherungsweise als linear bezeichnet werden.

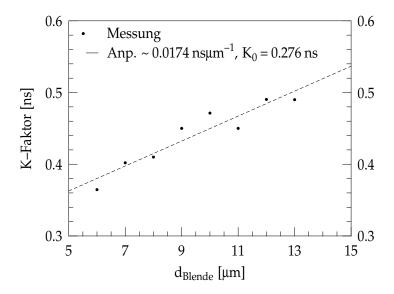


Abbildung 5.25: Größenabhängigkeit des K-Faktors in der Mitte von Wafer 2.

#### 5.3 On-Wafer-Variation

Bei der Molekularstrahlepitaxie werden Materialschichten auf die Wafer aufgewachsen. Die einzelnen Schichtdicken sind dabei zwar sehr genau einstellbar, allerdings hängt deren genauer Betrag noch in gewissem Maße von der Position auf dem Wafer ab. Der Grund hierfür ist, dass der nicht ideale Molekularstrahl an seinem Rand weniger Material transportiert als im Zentrum. Bei einer Lagerung des Wafers im Zentrum des Strahls würde man daher eine radialsysmetrische Änderung der Schichtdicken und dotierprofile auf dem Wafer erwarten. In der hier verwendeten Epitaxieanlage werden jedoch mehrere Wafer gleichzeitig verarbeitet, wodurch eine Radialsymmetrie nicht vorausgesetzt werden kann. Durch unterschiedliche Schichtdicken und Dotierprofile können die Eigenschaften der Laser verändert werden, wodurch eine Ortsabhängigkeit der Modellparameter entsteht.

Eine zweite mögliche Ursache für Schwankungen der Modellparameter auf einem Wafer liegt im Oxidationsprozess. Die Oxidationsrate ist bei diesem Prozess nicht über den ganzen Wafer konstant, wodurch sich Differenzen in den Blendendurchmessern ergeben können. Diese Differenzen können durchaus im Bereich von  $1\,\mu\mathrm{m}$  bis  $2\,\mu\mathrm{m}$  liegen.



Abbildung 5.26: 3-Zoll Wafer mit den beiden Messachsen.

Aufgrund der hohen Mess- und Auswertungszeiten ist die Messung aller Bauelemente eines Wafers nicht sinnvoll. Stattdessen werden Bauelemente entlang der beiden in Abbildung 5.26 dargestellten Achsen gemessen, um daraus die Ortsabhängigkeit der Eigenschaften ersichtlich zu machen. Da aber auf bestimmten Teilen des Wafers nur Bauelemente mit Rückseitigem n-Kontakt strukturiert sind, erstrecken sich die Achsenabschnitte mit messbaren Bauelementen nicht über den gesamten Wafer.

Den Verlauf der Kapazität  $C_a$  vom linken zum rechten Waferrand zeigt Abbildung 5.27. Bei Wafer 2 ist ein geringer Anstieg der Kapazität vom linken zum rechten Waferrand erkennbar, der aber nur etwa 50 fF beträgt und daher kaum Auswirkungen haben sollte. Bei Wafer 3 dagegen ist eher eine Symmetrie zum Mittelpunkt erkennbar, die allerdings ebenfalls nur sehr schwach ausgeprägt ist.

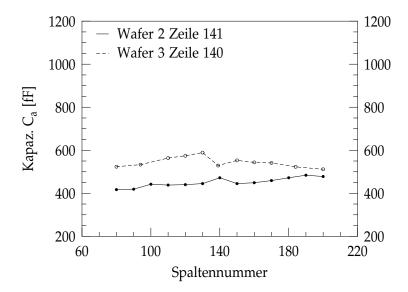


Abbildung 5.27: Kapazität  $C_{\rm a}$  von Größe-8-Bauelementen entlang der horizontalen Achse. Die Spaltennummerierung erfolgt von links nach rechts.

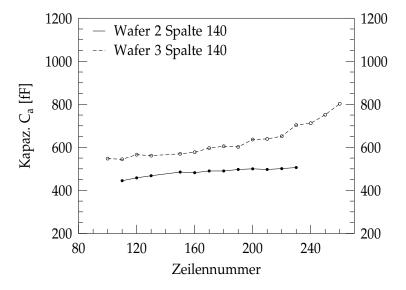


Abbildung 5.28: Kapazität  $C_a$  von Größe-8-Bauelementen entlang der vertikalen Achse. Die Zeilennummerierung erfolgt von oben nach unten.

In Abbildung 5.28 ist der Kapazitätsverlauf entlag der vertikalen Waferachse dargestellt. Bei Wafer 2 ist nur ein geringer Anstieg der Kapazität zum unteren Waferrand hin erkennbar, während Wafer 3 einen deutlich stärkeren Anstieg um etwa 250 fF besitzt.

Eine Ortsabhängigkeit der Spiegelwiderstände ist bei beiden Wafern kaum gegeben, da die Änderungen nicht mehr als  $1.5\,\Omega$  bis  $2\,\Omega$  über den gesamten Bereich betragen. Tendenziell fällt bei beiden Waferb der Widerstand vom linken zum rechten Waferrrand ab und steigt zum unteren Rand hin an. Das Gefälle zum rechten Rand hin ist auch in den Widerstandsbelägen sichtbar, die von links nach rechts bei Wafer  $2~20.6\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2},$   $19.9\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$  und  $19.7\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$  und bei Wafer  $3~18.9\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2},$   $18.7\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$  und  $18.3\,\frac{\mathrm{k}\Omega}{\mu\mathrm{m}^2}$  betragen.

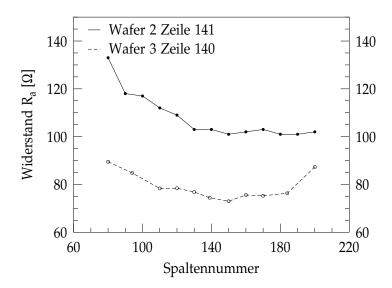


Abbildung 5.29: Widerstand  $R_a$  von Größe-8-Bauelementen auf der horizontalen Waferachse.

Bei der Betrachtung des horizontalen Verlaufs von  $R_a$  in Abbildung 5.29 ist bei Wafer 2 eine abnahme des Widerstands von links nach rechts zu sehen, während der Verlauf von Wafer 3 eher symmetrisch zum Mittelpunkt des Wafers ist. Der Anstieg von  $R_a$  am linken und rechten Waferrand ist vermutlich eine Folge der etwas kleineren Oxidblendenöffnungsdurchmesser in diesen Bereichen. Hinzu kommt, dass möglicherweise die Dotierung an diesen Rändern niedriger ist als im Zentrum des Wafers.

Entlang der vertikalen Achse (Abbildung 5.30) ist bei beiden Wafern eine eindeutige Absenkung des Widerstandes  $R_{\rm a}$  zum unteren Waferrand hin erkennbar. Von Wafer 3 sind Bauelemente abgebildet, die vom Bereich nahe des unteren Waferrans stammen (Zeile 230 bis 260). Diese besitzen einen um Faktor 2 bis 3 höheren Schwellstrom als die übrigen Bauelemente. Dadurch fließt beim hier eingestellten doppeltem Schwellstrom sehr viel mehr Strom durch das Bauelement, wodurch sich dieses stärker erhitzt und somit den Widerstand  $R_{\rm a}$  zusätzlich senkt.

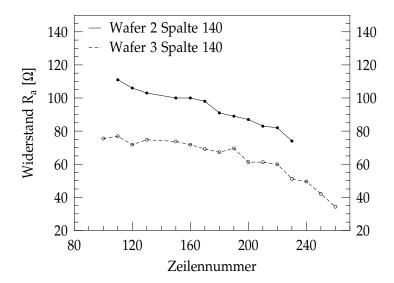


Abbildung 5.30: Widerstand  $R_{\rm a}$  von Größe-8-Bauelementen auf der vertikalen Waferachse.

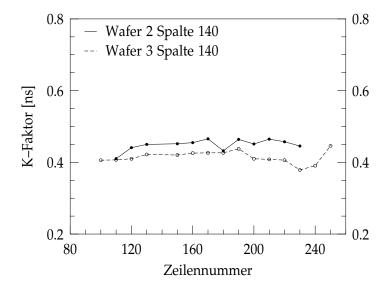


Abbildung 5.31: K-Faktoren von Bauelementen auf der vertikalen Achse des Wafers.

Bei Wafer 2 beträgt der Widerstandsbelag der aktiven Schicht am linken Waferrand 5.7  $\frac{k\Omega}{\mu m^2}$ . In der Mitte und am rechten Rand ist der Belag dagegen mit  $4.9 \frac{k\Omega}{\mu m^2}$  und  $4.8 \frac{k\Omega}{\mu m^2}$  deutlich niedriger, was sich mit dem Verlauf in Abbildung 5.29 deckt. Die Verteilung der Beläge von Wafer 3  $(5.9 \frac{k\Omega}{\mu m^2}, 4.5 \frac{k\Omega}{\mu m^2})$  spiegelt ebenfalls den Verlauf von Abbildung 5.29 wieder.

Die Abbildungen 5.31 und 5.32 zeigen deutlich, dass sich der K-Faktor bei VCSELn an verschiedene Positionen auf dem Wafer kaum ändert. Insgesamt sind die K-Faktoren von Wafer 2 etwas größer als die der VCSEL von Wafer 3.

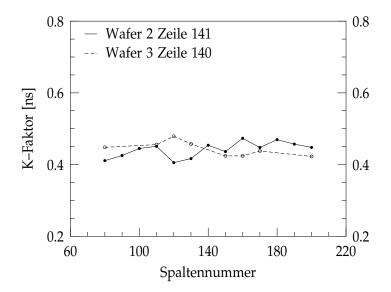


Abbildung 5.32: K-Faktoren von Bauelementen auf der horizontalen Achse des Wafers.

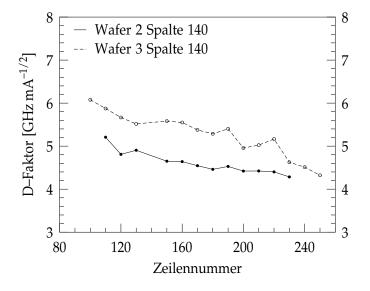


Abbildung 5.33: D-Faktoren von Bauelementen auf der vertikalen Achse des Wafers.

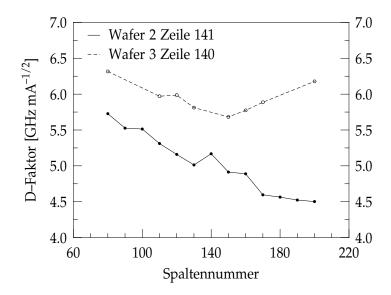


Abbildung 5.34: D-Faktoren von Bauelementen auf der horizontalen Achse des Wafers.

Der D-Faktor besitzt dagegen eine deutliche Ortsabhängigkeit. Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass der grundlegende Verlauf von D-Faktor und Widerstand der aktiven Schicht übereinstimmen. Beim direkten Vergleich der Abbildungen 5.29 und 5.34 wird deutlich, dass bei Wafer 2 sowohl  $R_{\rm a}$  als auch der D-Faktor vom linken zum rechten Waferrand kleiner werden. Deutlicher ist diese Korrelation bei Wafer 3 zu beobachten. Auch aus den Abbildungen 5.30 und 5.33 ist ein ähnlicher Verlauf dieser beiden Parameter ersichtlich. Die Ursache dafür liegt in der umgekehrten Proportionalität von  $R_{\rm a}$  zur Fläche  $A_{\rm Blende}$  und der umgekehrten Proportionalität des D-Faktors zum Durchmesser der Oxidblendenöffnung. Die Durchmesser der Blendenöffnungen wurden allerdings nur in den drei Testfeldern auf der horizontalen Achse ermittlet.

Bei Wafer 3 sind am linken und rechten Waferrand die Durchmesser um 1  $\mu$ m kleiner. Daraus ergibt sich eine Änderung von  $R_{\rm a}$  um Faktor 0.765, die sehr gut der Widerstandsänderung in Abbildung 5.29 entspricht. Entsprechend sind auf Wafer 2 die Blendenöffnungen auf der linken Seite kleiner als auf der rechten. Die Schwankung des D-Faktors kann auf beiden Wafern auf dieselbe Art und Weise erklärt werden. Die Kapazität  $C_{\rm a}$  folgt ebenfalls der Variation der Oxidblendenöffnungsdurchmesser. Damit scheint die Hauptursache für die Variation der Modellparameter die Ortsabhängigkeit der Oxidationssrate und nicht die Variation der Schichtdicken oder der Dotierprofile zu sein.

#### 5.4 Vergleich von verschiedenen Designs

Um eine gute Vergleichbarkeit der VCSEL zu gewährleisten, werden alle drei im selben Arbeitspunkt betrieben ( $I_{\text{VCSEL}} = 5 \cdot I_{\text{th}}$ ). Der Spiegelwiderstand  $R_{\text{s}}$  ist bei allen drei Lasern nur sehr schwach vom Arbeitspunkt abhängig. Den niedrigsten Spiegelwiderstand besitzt Laser 1 ( $R_{\text{s}} = 21\,\Omega$ ). Die Spiegelwiderstände von Laser 2 und 3 liegen beim gleichen Arbeitspunkt bei  $23\,\Omega$  und  $24\,\Omega$ . Die Anzahl der Spiegelpaare ist bei Laser 1 geringer als bei den Lasern 2 und 3, ebenso die Länge seiner Bragg-Spiegel. Daraus würde eigentlich ein deutlich kleinerer Spiegelwiderstand folgen. Allerdings wirkt dem die höhere Dotierung der Spiegelschichten der Laser 2 und 3 entgegen, wodurch sich der relativ geringe Unterschied von  $2\,\Omega$  bis  $3\,\Omega$  ergibt.

Der Widerstand der aktiven Schicht  $R_{\rm a}$  ist bei Laser 2 mit 75  $\Omega$  mit Abstand am größten. Bei den Bauelementen 1 und 3 ist er mit 60  $\Omega$  bzw. 56  $\Omega$  deutlich niedriger. Die Ursache dafür liegt hauptsächlich in der unterschiedlichen Fläche der Oxidblendenöffnung, die umgekehrt Proportional zum Widerstand ist. Die Laser 1 und 3 haben einen Blendenöffnungsdurchmesser von 8  $\mu$ m, während der Durchmesser von Laser 2  $7 \mu$ m beträgt.

In Abschnitt 5.1.1.2 wurden bereits die Weiten der Raumladungszonen für die drei Laser berechnet (Laser 1: 89 nm, Laser 2: 113 nm und Laser 3: 90 nm). Diese Werte sind wie dort betreits dargestellt wurde niedriger als erwartet.

Die Kapazitätsbeläge der Laser 2 und 3 unterscheiden sich deutlich (47.5  $\frac{\mathrm{fF}}{\mu\mathrm{m}}$  und 70.5  $\frac{\mathrm{fF}}{\mu\mathrm{m}}$ ) und geben damit ebenfalls einen Hinweis auf die größere Raumladungskapazität von Laser 3.

Bei den Widerstandsbelägen der aktiven Schicht unterscheiden sich Laser 2 und 3 kaum voneinander (4.9  $\frac{k\Omega}{\mu m^2}$  und 4.6  $\frac{k\Omega}{\mu m^2}$ ). Laser 1 liegt mit 5.8  $\frac{k\Omega}{\mu m^2}$  deutlich darüber, was auf die deutlich größere Länge des durch  $R_a$  beschriebenen Bereichs der Mesa zurückzufüren ist. Allerdings wird dieser Einfluss teilweise durch die höhere Dotierung der pin-Diode kompensiert.

Die Widerstandsbeläge der Bragg-Spiegel sind sich bei allen drei Lasern sehr ähnlich (Laser 1:  $16.8 \frac{k\Omega}{\mu m^2}$ , Laser 2:  $20 \frac{k\Omega}{\mu m^2}$  und Laser 3:  $18.6 \frac{k\Omega}{\mu m^2}$ ). Der etwas niedrigere Wert von Laser 3 im Vergleich zu Laser 2 kann durch das Fehlen eines n-Spiegelpaares und die leicht veränderte Schichtabfolge erklärt werden.

Der Anteil der Diffusionskapazität an der Gesamtkapazität der Mesa ist bei allen drei Lasern bei mittleren Strömen deutlich kleiner als die Raumladungszonenkapazität.

Die größte Modulationsbandbreite besitzt Laser 1 mit etwa 11.1 GHz bei einem Strom von 10 mA. Aufgrund der hohen Dämpfung liegen die Bandbreiten von Laser 2 und 3 bei 8.2 GHz bei 6 mA und 8.0 GHz bei 3 mA. Die Dämpfung bei Laser 1 ist nur etwa halb so groß wie die im entsprechenden Arbeitspunkt von Laser 2 und 3. Das ist auch am K-Faktor der Laser erkennbar, der bei Laser 1 etwa um Faktor 2 kleiner ist als bei den anderen beiden VCSELn.

Laser 1 und 3 besitzen mit  $0.6\,\mathrm{mA}$  und  $0.61\,\mathrm{mA}$  praktisch den selben Schwellstrom und eignen sich damit sehr gut für einen direkten Vergleich: Tabelle 5.11 zeigt die Modellparameter dieser beiden Laser bei  $I_{\mathrm{VCSEL}} = 3\,\mathrm{mA}$ . Die parasitären Elemente der beiden sind sich bis auf die Kontaktierungsflächenkapazität sehr ähnlich. Es fällt sofort auf, dass die Resonanzfrequenz von Laser 3 deutlich größer ist als die von Laser 1. Die

Laser	$R_{\rm a}[\Omega]$	$R_{\rm s}[\Omega]$	$C_{\rm a}[fF]$	$C_{\rm p}[fF]$	$F_{\rm res}[GHz]$	$\gamma[\frac{1}{ns}]$	$F_{3dB}[GHz]$
1	60	21	591	110	6.4	17.6	8.1
3	56	23	610	77	8.2	41.6	8

Tabelle 5.11: Kleinsignalparameter der Laser 1 und 3 bei  $I = 3 \,\mathrm{mA}$ .

3 dB-Grenzfrequenzen ist aber dennoch bei beiden fast gleich groß. Die Ursache dafür liegt in der starken Dämpfung, die bei Laser 3 mehr als doppelt so groß ist wie bei Laser 1, und schon bei diesem niedrigen Strom die Bandbreite nicht weiter ansteigen lässt. Dieses Verhalten spiegelt sich in den D- und K-Faktoren der beiden VCSEL wieder. Der stärkere Anstieg der Resonanzfrequenz mit dem Strom führt dazu, dass der D-Faktor von Laser 3 (5.82  $\frac{GHz}{\sqrt{mA}}$ ) deutlich größer ist als der des anderen Lasers (4.14  $\frac{GHz}{\sqrt{mA}}$ ). Die extrem höhere Dämpfung von VCSEL 3 dagegen zeigt sich im doppelt so großen K-Faktor.

Ein Vergleich von Laser 2 und 3 zeigt, dass bei ersterem Resonanzfrequenz und Dämpfung im vergleichbaren Arbeitspunkt deutlich kleiner sind, was an seinem höheren K-Faktor liegt. Bei Laser 3 wurde die Anzahl der Spiegel gegenüber Laser 2 verringert, woraus sich eine Verkleinerung der Photonenlebensdauer ergibt. Diese ist proportional zum K-Faktor, was bei Laser 1 zu einer Absenkung des K-Faktors gegenüber dem von Laser 2 bewirkt. Die kleinere Resonanzfrequenz hat einen kleineren D-Faktor zur Folge, wodurch die elektrooptische Konversion von Laser 3 effizienter ist. Die dennoch etwas größere Bandbreite von Laser 2 ist auf die parasitäre Kapazität der akitven Schicht zurückzuführen, die bei diesem deutlich geringer ist. Bei Laser 2 wird somit die schlechtere elektrooptische Konversion durch günstigere parasitäre Elemente kompensiert.

#### 5.5 Wafer-zu-Wafer-Variation

Zur Untersuchung von Schwankungen von zwischen einzelnen Wafern werden die Modellparameter von acht weiteren Wafern miteinander verglichen. Diese besitzen alle dieselbe
Schichtstruktur und wurden gleich prozessiert. Im Gegensatz zu den Wafern 1 bis 3
besitzen sie einen Rückseitigen n-Kontakt. Für die Messungen wurden die vereinzelten VCSEL mit leitfähigem Kleber in die Gräben eines goldbeschichteten Aluminiumträgers geklebt. Die Tiefe dieser Gräben entspricht in etwa der Höhe eines VCSELs,
sodass der n-Kontakt durch den Träger nach oben geführt wird und der VCSEL mit
dem Tastkopf kontaktiert werden kann. Da das Aufkleben und das Messen einzelner
Bauelemente relativ zeitaufwendig ist, werden von jedem Wafer nur zwei Bauelemente
aus der Wafermitte für den Vergleich auf den Träger geklebt (vgl. Tabelle 5.12). Bei zwei
VCSELn war die Klebeschicht zu dick, sodass der Höhenunterschied zwischen Kontaktierungsfläche und Träger zu groß war, um den Tastkopf auf beiden Flächen absetzen
zu können. Daher wird bei zwei Wafern nur jeweils ein VCSEL verwendet. Bei den
anderen wird der Mittelwert des jeweiligen Parameters für den Vergleich verwendet.

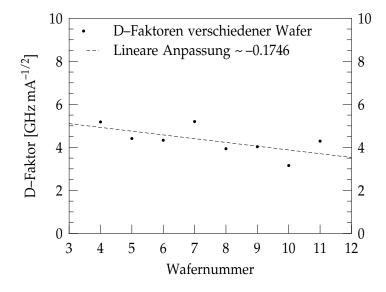


Abbildung 5.35: Variation des D-Faktors.

Abbildung 5.35 zeigt den D-Faktor der VCSEL auf den einzelnen Wafern. An der Regressionsgeraden erkennt man einen leichten Abwärtstrend des D-Faktors. Dieser Trend wird hauptsächlich durch die Wafer 8, 9 und 10 verursacht. Durch Produktionsschwankungen wurde hier vermutlich der Halbleiter-Luft-Übergang verlagert (nm-Bereich). Dies bewirkt eine Änderung der Reflektivität der oberen Schichten und damit des Modenvolumens, das den D-Faktor beeinflusst. Zusätzlich sinkt wie beobachtet der differentielle Wirkungsgrad (engl. slope efficiency).

Der K-Faktor bleibt im Gegensatz zum D-Faktor praktisch konstant (Abbildung 5.36). Betrachtet man die Schwankungen des damping factor offsets zwischen den einzelnen Wafern, so handelt es sich beim leichten Anstieg in Abbildung 5.37 vermutlich nur um eine zufällige Tendenz. Die Modulationsparameter scheinen somit auch bei

erneuter Herstellung von Bauelementen des gleichen Typs recht konstant zu bleiben.

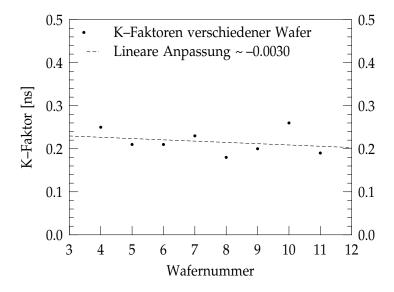


Abbildung 5.36: Variation des K-Faktors.

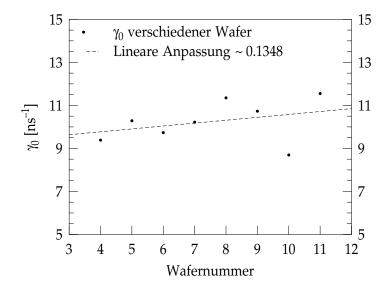


Abbildung 5.37: Variation des konstanten Dämpfungsanteils  $\gamma_0$ .

Wafernummer	Interne Bezeichnung	Verwendete Bauelemente
4	40000 062A	128 137; 129 137
5	40000 062F	128 138; 128 138
6	40000 063G	129 138; 130 138
7	40000 064A	129 138; 130 138
8	40000 082F	127 138; 128 137
9	40000 082H	127 137
10	40000 083B	127 137; 128 137
11	40000 083J	127 138

Tabelle 5.12: Wafer für die Variationsuntersuchung.

### Kapitel 6

### Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Diplomarbeit war die Untersuchung des Kleinsignalmodulationsverhaltens von Vertikallaserdioden. Zu diesem Zweck wurde ein Modell zur Beschreibung dieses Verhaltens erarbeitet und im Detail vorgestellt.

Für die Analyse der VCSEL wurde anschließend ein Streuparametermesssystem entworfen, aufgebaut und in Betrieb genommen, dass auch zur Hochfrequenzcharakterisierung von Photodioden verwendet werden kann. Mit diesem kann auf Waferebene vollautomatisiert gemessen werden. Der Aufbau des Messsystems und insbesondere die Programmierung der zugehörigen Software zur Steuerung der Geräte und zur Auswertung der Messergebnisse war sehr zeitaufwendig, da alles in ein bestehendes System integriert werden musste, ohne dieses zu beeinträchtigen.

Die vollautomatische Auswertung der Messdaten konnte bisher noch nicht realisiert werden, da besonders bei verschieden großen Bauelementen und hohen Strömen der Anpassalgorithmus oft an der Bestimmung geeigneter Startwerte scheitert. Zumeist liefert dieser dann keine brauchbaren Ergebnisse.

Aus den Reflexionsmessungen wurden die Elemente des Kleinsignalersatzschaltbilds von zahlreichen VCSELn bestimmt und ihre Betriebspunkt- und Geometrieabhängigkeit untersucht. Es zeigte sich eine gute Übereinstimmung von Modell und realem Verhalten der VCSEL. Weiterhin wurden aus diesen Untersuchungen Waferparameter bestimmt, welche die Modellparameter auf einem Wafer beschreiben: Dies sind die Widerstandsbeläge der Bragg-Spiegel und der aktiven Schicht sowie der Kapazitätsbelag des aktiven Bereichs.

Aus den Transmissionsmessungen konnten in Verbindung mit den Reflexionsmessungen die Modellparameter des intrinsischen VCSELs untersucht werden. Damit konnten die parasitären Elemente des VCSELs als Ursache für die Bandbreitenbegrenzung identifiziert werden, was für die Weiterentwicklung der Bauelemente von entscheidender Bedeutung ist. Die Optimierung der Bandbreite muss somit bei der Verringerung der parasitären Kapazitäten und Widerstände beginnen. Es wurde außerdem deutlich, dass bei den vorliegenden VCSELn der Transporteffekt noch nicht zu beobachten ist. Allerdings ist zu erwarten, dass bei einer weiteren Erhöhung der Bandbreite dieser durchaus einen begrenzenden Faktor darstellen wird. Weiterhin muss für die Untersuchung schnellerer Bauelemente eine breitbandigere Photodiode als Detektor verwendet werden.

Die D- und K-Faktoren ließen sich sehr gut aus den Messergebnissen extrahieren und charakterisieren das tatsächliche Hochfrequenzverhalten der jeweiligen Laser.

Aufgrund des hohen Zeitaufwands der einzelnen Messungen war die Messung eines ganzen Wafers leider nicht möglich. Daher wurden zur Veranschaulichung der Variation der Modellparameter nur Bauelemente entlang von zwei Waferachsen untersucht. Daraus wurde ersichtlich, dass der K-Faktor über den ganzen Wafer fast konstant bleibt. Der D-Faktor dagegen weist eine deutliche Ortsabhängigkeit auf, die höchstwahrscheinlich auf die unterschiedlichen Blendenöffnungsdurchmesser zurückzuführen ist. Diese Variation des Oxidblendenöffnungsdurchmessers stellte sich auch als Ursache für die Änderung von  $R_a$  und  $C_a$  heraus.

Bei der Darstellung der Modellparametervariation zwischen verschiedenen Wafern mit gleicher Struktur wurde klar, dass sich die Modulationseigenschaften nur im kleinen Rahmen verändern und diese Variationen zum Teil an den CW-Daten (slope efficiency) erkennbar sind.

Die Wiederholbarkeitsuntersuchung hat gezeigt, dass die Ergebnisse bei mehreren Messdurchgängen ziemlich stabil bleiben. Es ergaben sich für die Parameter Wiederholpräzisionen zwischen  $1.06\,\%$  und  $4.94\,\%$ .

Für die Zukunft stehen noch zusätzliche Erweiterungen des Messsystems an. So soll beispielsweise eine zusätzliche Temperaturregelung des Wafers erfolgen, um thermische Effekte näher untersuchen zu können. Außerdem ist der Aufbau eines separaten Messplatzes geplant, um eine ständige Neukalibration des Netzwerkanalysators zu vermeiden. Die automatische Auswertung der Messergebnisse könnte eventuell durch die Implementierung eines genetischen Algorithmus stabiler gemacht werden.

Insgesamt ist es gelungen ein stabiles Messsystem aufzubauen und mit ihm eine schlüssige Untersuchung des Kleinsignalmodulationsverhaltens von VCSELn durchzuführen, was einen wichtigen Beitrag zur Optimierung der Bauelemente zu darstellt.

#### Literaturverzeichnis

- [1] Y. H. Chang, H. C. Kuo, F.-I. Lai, K. F. Tzeng, H. C. Yu, C. P. Sung, H. P. Yang, and S. C. Wang, "High speed (13 ghz) modulation of 850 nm vertical cavity surface emitting lasers (vcsels) with tapered oxide confined layer," *IEE Proc.-Optoelectron*. **152**(3), pp. 170–173, 2005.
- [2] P. Westbergh, J. S. Gustavsson, A. Haglund, H. Sunnerud, and A. Larsson, "Large aperture 850 nm vcsels operating at bit rates up to 25 gbit/s.," *Electronics Letters* 44(15), pp. 907–908, 2008.
- [3] S. A. Blokhin, J. A. Lott, A. Mutig, G. Fiol, N. N. Ledentsov, M. V. Maximov, A. M. Nadtochiy, V. A. Shchukin, and D. Bimberg, "Oxide-confined 850 nm vcsels operating at bit rates up to 40 gbit/s.," *Electronics Letters* **45**(10), pp. 501–503, 2009.
- [4] L. A. Coldren and S. W. Corzine, *Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits*, John Wiley & Sons, INC., 1995.
- [5] C. W. Wilmsen, H. Temkin, and L. A. Coldren, Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers: Design, Fabrication, Characterization, and Applications, Cambridge University Press, 2001.
- [6] R. Michalzik and K. J. Ebeling, *Operating Principles of VCSELs*, ch. 3. Springer-Verlag, 2003.
- [7] C. Carlsson, "Analog modulation properties of oxide confined vcsels at microwave frequencies," *Journal of Lightwave Technology* **20**, pp. 1740–1749, sep 2002.
- [8] A. N. Al-Omari, I. K. Al-Kofahi, and K. L. Lear, Semicond. Sci. Technol. Aug 2009.
- [9] T. Ballmann, Modulationsdynamik von rot oberflächenemittierenden Halbleiterlasern. PhD thesis, Universität Stuttgart, 2007.
- [10] P. H. Gerlach, Monolithisch integrierte absorptionsmodulierte Laserdioden mit Metallgittern. PhD thesis, Universität Ulm, 2007.
- [11] H. Göbel, Einführung in die Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer, 2006.
- [12] S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, John Wiley and Sons, 1981.

- [13] J. Strologas and K. Hess, "Diffusion capacitance and laser diodes," *IEEE Transactions on Electron Devices* **51**, mar 2004.
- [14] M. G. Peters, M. Majewski, and L. A. Coldren, "Intensity modulation bandwidth limitations of vertical-cavity surface-emitting laser diodes," in *Quantum Optoelec*tronics Topical Meeting Palm Springs, Calif., 1993.
- [15] G. Guekos, Photonic Devices for Telecommunication, Springer-Verlag, 1998.
- [16] H. J. Bartsch, *Taschenbuch mathematischer Formeln*, Fachbuchverlag Leipzig, 1998.
- [17] M. L. M. Christopher J. O Brien and A. D. Rakic, "A critical comparison of high-speed vcsel characterization techniques," *Journal of Lightwave Technology* **25**, pp. 597–604, feb 2007.
- [18] W. Voß, Taschenbuch der Statistik, Hanser Fachbuchverlag, 2003.
- [19] K. J. Ebeling, Integrierte Optoelektronik, Springer-Verlag, 1992.
- [20] M. H. W. Hoffmann, Hochfrequenztechnik. Ein systemtheoretischer Zugang, Springer-Verlag, 1997.
- [21] T. Frey and M. Bossert, Signal- und Systemtheorie, B. G. Teubner Verlag, 2004.
- [22] P. Westbergh, J. S. Gustavsson, A. Haglund, M. Sköld, A. Joel, and A. Larsson, "High-speed, low-current-density 850 nm vcsels," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **15**(3), pp. 694–703, 2009.
- [23] J. Detlefsen and U. Siart, Grundlagen der Hochfrequenztechnik, Oldenbourg, 2006.

# Anhang A

## Formelzeichen

$\alpha$	Differenz von Bienden- und Mesadurchmesser				
$\beta_{ m C}$	Hilfsgröße zur übersichtlicheren Darstellung				
χ	Transportfaktor				
$\eta_{ m i}$	Injektionseffizienz				
$\eta_{ ext{PD}}$	Ansprechempfindlichkeit der Photodiode				
$\eta_0$	Optische Effizienz				
Γ	Confinement factor				
$\gamma$	Dämpfung				
$\Gamma_{ m qw}$	Füllfaktor der Quantenfilme in einer SCH Struktur				
$\nu$	Frequenz der Laserstrahlung				
$\omega$	Kreisfrequenz				
$\omega_{ m r}$	Resonanzkreisfrequenz				
$ ho_{ m a}$	Spezifischer Widerstand der aktiven Schicht				
$ ho_{ m s}$	Spezifischer Widerstand der Bragg-Spiegel				
$\sigma$	Standardabweichung				
au	Ladungsträgerlebensdauer				
$ au_{ ext{diff}}$	Zeitkonstante der Diffusionskapazität				
$ au_{ m e}$	Zeitkonstante der Ladungsträger beim Übergang				
	von den Quantenfilmen in die Barriere				
$ au_{ m P}$	Photonenlebensdauer				
$ au_{ m s}$	Zeitkonstante der Ladungsträger in der Barriere				
$arepsilon_{ m HL}$	Permittivität des Halbleitermaterials				
$\varepsilon_{ m ox}$	Permittivität der Oxidblende				
$\varepsilon_{ m poly}$	Permittivität des Polyimids				
arepsilon	Permittivität des Vakuums				

a Differentielle Verstärkung  $A_{\text{Blende}}$  Fläche der Oxidblendenöffnung

 $A_{\mathrm{Mesa}}$  Fläche der Mesa

 $A_{ox}$  Fläche der Oxidblende

 $a_{\rm p}$  Differentielle Verstärkungskompression  $A_{\rm pad}$  Fläche des Kontaktierungsfläche

c Lichtgeschwindigkeit

 $C_{\rm a}$  Gesamtkapazität im Inneren des VCSELs Kapazität der pin-Diode in der Photodiode

 $C_{\text{diff}}$  Diffusionskapazität der pin-Diode  $C_{\text{ox}}$  Kapazität der Oxidblende des VCSELs

 $C_{\rm p}$  Kapazität der Kontaktierungsfläche des VCSELs  $C_{\rm RLZ}$  Raumladungszonenkapazität der pin-Diode

 $C_{\rm s}$  Kapazität der Kontaktierungsfläche der Photodiode

D D-Faktor

D<sub>s</sub> Dämpfung der Übertraungsstrecke

 $d_{\rm a}$  Dicke des durch  $R_{\rm a}$  representierten Bereichs

 $d_{\mathrm{Blende}}$  Durchmesser der Oxidblendenöffnung

 $d_{\text{Mesa}}$  Durchmesser der Mesa  $d_{\text{ox}}$  Dicke der Oxidblende

 $d_{\text{pad}}$  Dicke der Kontaktierungsfläche

 $d_{pin}$  Dicke der pin-Diode

 $d_{\rm s}$  Gesamtdicke der Bragg-Spiegel Er(f) Fehlermaß für die Anpassfunktion

 $f_{3dB}$  3 dB-Grenzfrequenz  $f_{r}$  Resonanzfrequenz g Verstärkung

h Plancksches Wirkungsquantum

 $H_{\text{ElOpt}}$  Übertragungsfunktion des intrinsischen VCSELs

 $H_{PD}$  Übertragungsfunktion der Photodiode

 $H_{\text{Strecke}}$  Übertragungsfunktion des Übertragungsstrecke

 $H_{\text{VCSEL}}$  Übertragungsfunktion des VCSELs

 $I_{\text{VCSEL}}$  Gleichstrom des Arbeitspunkts durch den VCSEL

 $I_{\rm th}$  Schwellstrom des VCSELs

 $I_{\rm int}$  Strom durch den intrinsischen VCSEL

 $I_{\rm PD}$  Photostrom des Empfängers

K K-Faktor

l Länge der Übertragungsstrecke

 $L_{\rm ext}$  Induktivität des Bonddrahtes vor der Photodiode

N Ladungsträgerdichte in den Quantenfilmen  $N_{\rm B}$  Ladungsträgerdichte in der Barrierenregion

 $N_{\rm P}$  Photonendichte  $P_{\rm mod}$  Modulationsleistung

 $P_{\text{opt}}$  Optische Ausgangsleistung des VCSELs

 $P_{\rm PD}$  Von der Photodiode aufgenommene optische Leistung

q Elementarladung

 $R_{\rm a}$  Widerstand aktiven Schicht des VCSELs

 $R_{\rm ab}$  Relative Standardabweichung (Wiederholpräzision) in Prozent

 $R_{\rm d}$  Widerstand der pin-Diode in der Photodiode  $R_{\rm ini}$  Ladungsträgerinjektionsrate in die Barrieren

 $R_{
m loss_{aw}}$  Rate der Ladungsträger, die aus den Quantenfilmen

in die Barriere fließen

 $R_{\text{loss}_{\text{R}}}$  Rate der Ladungsträger, die aus der Barriere

in die Quantenfilme fließen

 $R_{\rm s}$  Widerstand der Spiegel

 $R_{\rm s}$  Serieller Widerstand der Photodiode

 $R_{\rm sp}$  Generationsrate durch spontane Emission in die betrachtete Mode

 $S_{11}$  Reflexionsfaktor des VCSELs  $S_{\rm M}(f)$  Gemessener Streuparameter  $S_{\rm PD}$  Reflexionsfaktor der Photodiode  $S_{\rm T}(f)$  Theoretischer Streuparameter

 $U_{\rm T}$  Temperaturspannung  $U_{\rm 0}$  Modulationsspannung

 $U_{\rm PD}$  Spannung am Eingang Des Netzwerkanalysators (Photodiode)

 $v_{
m gr}$  Gruppengeschwindigkeit  $V_{
m qw}$  Volumen der Quantenfilme  $V_{
m SCH}$  Volumen der SCH-Struktur

vf Ausbreitungsjonstante der Elektromagnetischen Welle

auf der Leitung

Z Impedanz

z Normierte Impedanz  $Z_{\rm PD}$  Impedanz der Photodiode  $Z_{\rm VCSEL}$  Impedanz des VCSELs  $Z_0$  Wellenwiderstand  $(50\,\Omega)$ 

### Anhang B

## Berechnungen

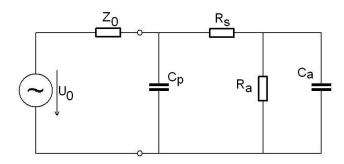


Abbildung B.1: Kleinsignalersatzschaltbild der parasitären Elemente des VCSELs für die Transmission.

# B.1 Übertragungsfunktion der parasitären Elemente der Laserdiode

In diesem Abschnitt soll die Übertragungsfunktion der parasitären Elemente eines VCSELs berechnet werden. Dazu muss die Modulationsspannung  $U_0$  im Ersatzschaltbild (Abbildung B.1) als Funktion des Stroms  $I_{\rm int}$  durch den Widerstand  $R_{\rm a}$  dargestellt werden, der Ladungsträger in die Quantenfilme injiziert:

$$U_0 = U_{Z_0} + U_{R_s} + U_{R_a} = I_{Z_0} Z_0 + I_{R_s} R_s + I_{int} R_a$$
  
=  $(I_{C_P} + I_{C_a} + I_{int}) Z_0 + (I_{C_a} + I_{int}) R_s + I_{int} R_a$   
=  $I_{int} (Z_0 + R_s + R_a) + I_{C_a} (R_s + Z_0) + I_{C_P} Z_0$ .

Die Spannung am Widerstand  $R_{\rm a}$  ist die gleiche wie an der Kapazität  $C_{\rm a}$ , daher gilt:  $I_{\rm C_a} = \frac{U_{\rm C_a}}{Z_{\rm C_a}} = \frac{R_{\rm a}I_{\rm int}}{Z_{\rm C_a}}$ . Aus der Masche über  $C_{\rm P}$ ,  $R_{\rm s}$  und  $R_{\rm a}$  ergibt sich  $I_{\rm C_P} = I_{\rm int}\frac{R_{\rm a}}{Z_{\rm C_P}} + \frac{U_{\rm R_s}}{Z_{\rm C_P}}$  und somit

$$U_0 = I_{\text{int}}(Z_0 + R_s + R_a) + \frac{R_a I_{\text{int}}}{Z_{\text{C}_a}}(R_s + Z_0) + I_{\text{int}} \frac{R_a Z_0}{Z_{\text{C}_P}} + \frac{U_{\text{R}_s} Z_0}{Z_{\text{C}_P}}.$$

Mit der Knotenregel ergibt sich  $U_{R_s} = R_s(I_{C_a} + I_{int}) = R_sI_{int} + \frac{R_sR_aI_{int}}{Z_{C_a}}$ . Daraus folgt

$$U_{0} = I_{\text{int}} \left( Z_{0} + R_{\text{s}} + R_{\text{a}} + \frac{R_{\text{a}}R_{\text{s}}}{Z_{\text{Ca}}} + \frac{R_{\text{a}}Z_{0}}{Z_{\text{Ca}}} + \frac{R_{\text{a}}Z_{0}}{Z_{\text{Cp}}} \right) + I_{\text{int}} \frac{Z_{0}R_{\text{s}}}{Z_{\text{Cp}}} + I_{\text{int}} \frac{R_{\text{a}}R_{\text{s}}Z_{0}}{Z_{\text{Ca}}Z_{\text{Cp}}}$$

$$U_{0} = I_{\text{int}} \left( Z_{0} + R_{\text{s}} + R_{\text{a}} + \frac{R_{\text{a}}R_{\text{s}}}{Z_{\text{Ca}}} + \frac{R_{\text{a}}Z_{0}}{Z_{\text{Ca}}} + \frac{R_{\text{a}}Z_{0}}{Z_{\text{Cp}}} + \frac{R_{\text{s}}Z_{0}}{Z_{\text{Cp}}} + \frac{R_{\text{a}}R_{\text{s}}Z_{0}}{Z_{\text{Ca}}Z_{\text{Cp}}} \right)$$

$$\frac{I_{\text{int}}}{U_{0}} = \frac{1}{Z_{0} + R_{\text{s}} + R_{\text{a}} + \frac{R_{\text{a}}R_{\text{s}}}{Z_{\text{Ca}}} + \frac{R_{\text{a}}Z_{0}}{Z_{\text{Ca}}} + \frac{R_{\text{a}}Z_{0}}{Z_{\text{Cp}}} + \frac{R_{\text{a}}R_{\text{s}}Z_{0}}{Z_{\text{Ca}}Z_{\text{Cp}}} \right) .$$

Nun setzt man  $Z_{\rm a/P}=\frac{1}{j\omega C_{\rm a/P}}$  und erhält die gesuchte Übertragungsfunktion

$$H_{\text{VCSEL}}(j\omega) = \frac{I_{\text{int}}}{U_0} = \frac{K_{\text{V}}}{1 - \omega^2 \cdot a_{\text{V}} + j\omega \cdot b_{\text{V}}}$$

mit den Koeffizienten

$$a_{V} = K_{V}C_{a}C_{P}R_{a}R_{s}Z_{0}$$

$$b_{V} = K_{V}(C_{a}R_{a}R_{s} + C_{a}R_{a}Z_{0} + C_{P}R_{a}Z_{0} + C_{P}R_{s}Z_{0})$$

$$K_{V} = \frac{1}{Z_{0} + R_{s} + R_{a}}.$$

# B.2 Übertragungsfunktion der parasitären Elemente der Photodiode

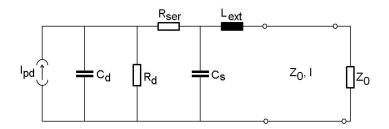


Abbildung B.2: Kleinsignalersatzschaltbild des Empfängers für die Transmission.

Der durch die einfallende optische Leistung generierte Strom wird durch eine ideale Stromquelle dargestellt, während die Spule  $L_{\rm ext}$  die Induktivität des Bonddrahtes, mit dem die Photodiode an die SMA-Buchse angeschlossen ist, berücksichtigt (Abbildung B.2). Bei der Transmissionsmessung wird der Eingang des Netzwerkanalysators auf der Seite des Empfängers mit dem Wellenwiderstand  $Z_0$  abgeschlossen. Zwischen  $L_{\rm ext}$  und  $Z_0$  befindet sich allerdings noch die Leitungslänge der SMA-Buchse, die berücksichtigt werden muss. Nach [23] kann die Impedanz von einer Leitung mit dem Wellenwiderstand  $Z_{\rm L}$ , der Länge l und einer daran angeschlossenen Last  $Z_2$  in eine Impedanz  $Z_1$  umgerechnet werden, für die

$$Z_1 = Z_{\rm L} \cdot \frac{Z_2 + jZ_{\rm L} \tan \beta l}{Z_{\rm L} + jZ_2 \tan \beta l}$$

gilt. Da in diesem Fall  $Z_2 = Z_L = Z_0$  ist, gilt:

$$Z_1 = Z_0$$
.

Damit kann im Ersatzschaltbild für die Übertragungsfunktion die Leitung weggelassen werden. Mit

$$Z_6 = \frac{1}{\frac{1}{Z_{R_d}} + \frac{1}{Z_{C_d}}} = \frac{1}{\frac{1}{R_d} + j\omega C_d}$$

folgt für den enzeugten Photostrom

$$\begin{split} I_{\text{PD}} &= I_3 + I_6 \\ &= \frac{U_{\text{R}_\text{s}} + U_{\text{C}_\text{s}}}{Z_6} + \frac{U_{\text{R}_\text{s}}}{Z_{\text{R}_\text{s}}} \\ &= Z_{\text{R}_\text{s}} I_3 (\frac{1}{Z_{\text{R}_\text{s}}} + \frac{1}{Z_6}) + \frac{Z_{\text{C}_\text{s}}}{Z_6} I_4 \\ &= (I_4 + I_5) (\frac{Z_{\text{R}_\text{s}}}{Z_6} + 1) + \frac{Z_{\text{C}_\text{s}}}{Z_6} I_4 \\ &= U_{\text{C}_\text{s}} (\frac{Z_{\text{R}_\text{s}}}{Z_{\text{C}_\text{s}} Z_6} + \frac{1}{Z_6} + \frac{1}{Z_{\text{C}_\text{s}}}) + U_{\text{L}_{\text{Ext}}} (\frac{Z_{\text{R}_\text{s}}}{Z_{\text{L}_{\text{Ext}}} Z_6} + \frac{1}{Z_{\text{L}_{\text{Ext}}}}) \\ &\text{mit} \quad U_{\text{C}_\text{s}} = U_{\text{L}_{\text{Ext}}} + U_{Z_0} \\ I_{\text{PD}} &= U_{Z_0} (\frac{Z_{\text{R}_\text{s}}}{Z_{\text{C}_\text{s}} Z_6} + \frac{1}{Z_6} + \frac{1}{Z_{\text{C}_\text{s}}}) + U_{\text{L}_{\text{Ext}}} (\frac{Z_{\text{R}_\text{s}}}{Z_{\text{L}_{\text{Ext}}} Z_6} + \frac{1}{Z_{\text{L}_{\text{Ext}}}} + \frac{Z_{\text{R}_\text{s}}}{Z_{\text{C}_\text{s}} Z_6} + \frac{1}{Z_6} + \frac{1}{Z_{\text{C}_\text{s}}}) \\ &\text{mit} \quad U_{\text{L}_{\text{Ext}}} = \frac{Z_{\text{L}_{\text{Ext}}}}{Z_0} U_{Z_0} \\ I_{\text{PD}} &= U_{Z_0} (\frac{Z_{\text{R}_\text{s}}}{Z_{\text{C}_\text{s}} Z_6} + \frac{Z_{\text{R}_\text{d}}}{Z_6} + \frac{Z_{\text{R}_\text{d}}}{Z_{\text{C}_\text{s}}} + \frac{Z_{\text{R}_\text{d}}}{Z_0} + \frac{Z_{\text{R}_\text{s}}}{Z_0} Z_{\text{C}_\text{s}} Z_6} + \frac{Z_{\text{L}_{\text{Ext}}}}{Z_0 Z_{\text{C}_\text{s}}} + \frac{Z_{\text{L}_{\text{Ext}}}}{Z_0 Z_{\text{C}_\text{s}}} \right). \end{split}$$

Setzt man die entsprechenden Elemente für  $Z_i$  ein, so erhält man die Übertragungsfunktion

$$H_{PD}(j\omega) = \frac{U_{Z_0}}{I_{PD}} = \frac{1}{d_{PD}} \cdot \frac{1}{1 - \omega^2 b_{PD} + j\omega \cdot (c_{PD} - \omega^2 a_{PD})}$$
 (B.1)

mit

$$a_{PD} = \frac{C_d C_s L_{ext} R_s}{Z_0 d_{PD}} \tag{B.2}$$

$$b_{PD} = \frac{1}{d_{PD}} \cdot \left( C_s C_d R_s + \frac{C_s L_{ext} R_s}{R_d Z_0} + \frac{C_d L_{ext}}{Z_0} + \frac{C_s L_{ext}}{Z_0} \right)$$
 (B.3)

$$c_{PD} = \frac{1}{d_{PD}} \cdot \left( \frac{C_s R_s}{R_d} + C_d + C_s + \frac{C_d R_s}{Z_0} + \frac{L_{ext}}{R_d Z_0} \right)$$
 (B.4)

$$d_{PD} = \frac{1}{R_d} + \frac{R_s}{R_d Z_0} + \frac{1}{Z_0}.$$
 (B.5)

#### **B.3** Elektrooptische Konversion

Die Herleitung des Modulationsverhaltens folgt der Darstellungen L. A. Coldrens [4]. Bei SCH-Strukturen ist die aktive Zone deutlich kleiner als die gesamte pin-Diode. Der Volumenanteil der Quantenfilme an der SCH wird durch den Füllfaktor  $\Gamma_{\rm qw} = \frac{V_{\rm qw}}{V_{\rm SCH}}$  beschrieben. In den Ratengleichungen muss nun der Transport von Ladungsträgern durch den intrinsischen Bereich der Diode in die Quantenfilme berücksichtigt werden. Dafür stellt man eine Ratengleichung für die Ladungsträgerdichte N in den Quantenfilmen und eine Ratengleichung für die Trägerdichte  $N_{\rm B}$  in den Barrieren auf. Die dritte Ratengleichung beschreibt die Photonendichte  $N_{\rm P}$  im aktiven Bereich.

Die Strominjektionsrate in den Laser ist  $\frac{I}{q}$ , wobei I der Strom durch den intrinsischen VCSEL ist. Von den injizierten Ladungsträgern erreicht allerdings nur ein bestimmter Anteil tatsächlich den aktiven Bereich des VCSELs, was durch die Injektionseffizienz  $\eta_i$  beschrieben wird. Für die Injektionsrate  $R_{\rm inj}$  in den Barrierenbereich ergibt sich dadurch  $R_{\rm inj} = \frac{\eta_i I}{qV_{\rm SCH}}$ . Fügt man den Füllfaktor  $\Gamma_{\rm qw}$  ein, so erhält man

$$R_{\rm inj} = rac{\Gamma_{
m qw} \eta_{
m i} I}{q V_{
m qw}}.$$

Aus den Barrieren fließen die Ladungsträger in die Quantenfilme. Dies kann durch die Verlustrate  $R_{\rm loss_B} = \frac{N_{\rm B}}{\tau_{\rm s}}$  beschrieben werden. Umgekehrt gibt es auch Ladungsträger, die aus den Quantenfilmen zurück in die Barrieren gelangen, was durch die Verlustrate  $R_{\rm loss_{qw}} = \frac{\Gamma_{\rm qw}N}{\tau_{\rm e}}$  beschrieben wird. Die Ratengleichung für die Barrierenregion ergibt sich damit zu

$$\frac{dN_{\rm B}}{dt} = \frac{\Gamma_{\rm qw}\eta_{\rm i}I}{qV_{\rm qw}} - \frac{N_{\rm B}}{\tau_{\rm s}} + \frac{\Gamma_{\rm qw}N}{\tau_{\rm e}}.$$
(B.6)

Die Ladungsträger aus dem Barrierenbereich werden mit der Rate  $\frac{N_{\rm B}}{\Gamma_{\rm qw}\tau_{\rm s}}$  in die Quantenfilme injiziert. Wie bereits zuvor beschrieben, fließt ein Teil der Ladungsträger mit der Rate  $\frac{N}{\tau_{\rm e}}$  zurück in die Barrieren. Die Ladungsträgerlebensdauer  $\tau$  sorgt ebenfalls für eine Reduktion der Ladungsträgerdichte mit der Rate  $\frac{N}{\tau}$ . Die Nettogenerationsrate von Photonen aus der stimulierten Emission wird durch  $v_{\rm gr}gN_{\rm P}$  berücksichtigt, wobei  $v_{\rm gr}$  die Gruppengeschwindigkeit der Mode und g die Verstärkung ist. Für die Ratengleichung der Ladungsträgerdichte in den Quantenfilmen ergibt sich somit

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N_{\rm B}}{\Gamma_{\rm qw}\tau_{\rm s}} - N\left[\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\rm e}}\right] - gN_{\rm P}v_{\rm gr}.\tag{B.7}$$

Das Verhältnis von Modenvolumen und aktiver Zone wird als optical confinement factor  $\Gamma = \frac{V_{\rm qw}}{V_{\rm P}}$  bezeichnet. Das Modenvolumen ist das Volumen des Halbleitermaterials im Resonator, in dem sich die Mode ausbreitet. Die Photonendichte in der betrachteten Mode wird zum größten Teil durch die stimulierte Emission von Photonen mit der Rate  $\Gamma v_{\rm gr} N_{\rm P} g$  erzeugt. Da durch die spontane Emission ebenfalls Photonen für diese Mode erzeugt werden, muss dieser Anteil durch  $\Gamma R_{\rm sp}$  berücksichtigt werden. Vermindert

wird die Photonendichte dagegen durch die Photonenlebensdauer, die durch  $\frac{N_{\rm P}}{\tau_{\rm P}}$  mit einbezogen wird:

$$\frac{dN_{\rm P}}{dt} = N_{\rm P} \left[ \Gamma g v_{\rm gr} - \frac{1}{\tau_{\rm P}} \right] + \Gamma R_{\rm sp}. \tag{B.8}$$

Bei der Kleinsignalmodulation geht man davon aus, dass die dynamischen Größen  $N_{\rm P}, N_{\rm B}, g$  und I nur geringe Abweichungen erfahren. Um die Änderung der Ratengleichungen bei der Kleinsignalmodulation zu bestimmen, bildet man das Differenzial nach diesen dynamischen Größen und erhält dadurch einen neuen Satz Ratengleichungen:

$$\frac{dN_{\rm B}}{dt} = dI \cdot \frac{\Gamma_{\rm qw}\eta_{\rm i}}{qV_{\rm qw}} - dN_{\rm B} \cdot \frac{1}{\tau_{\rm s}} + dN \cdot \frac{\Gamma_{\rm qw}}{\tau_{\rm e}}$$
(B.9)

$$\frac{dN}{dt} = dN_{\rm B} \cdot \frac{1}{\Gamma_{\rm qw}\tau_{\rm s}} - dN \cdot \left[\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\rm e}}\right] - dN_{\rm P} \cdot gv_{\rm gr} - dg \cdot N_{\rm P}v_{\rm gr} \qquad (B.10)$$

$$\frac{dN_{\rm P}}{dt} = dN_{\rm P} \cdot \left[ \Gamma g v_{\rm gr} - \frac{1}{\tau_{\rm P}} \right] + dg \cdot \Gamma N_{\rm P} v_{\rm gr} + dN \cdot \frac{\Gamma}{\tau_{\rm N}}, \tag{B.11}$$

wobei  $\tau_{\rm N}$  die differenzielle Lebensdauer der Ladungsträger ist, die durch spontane Emission Photonen zur Mode beitragen. Nimmt man an, dass die Änderung der Verstärkung dg von der Photonendichte  $N_{\rm P}$  und der Ladungsträgerdichte N beeinflusst wird, kann man

$$dq = a \cdot dN - a_{\rm P} \cdot dN_{\rm P}$$

setzen und erhält damit:

$$\frac{dN_{\rm B}}{dt} = dI \cdot \frac{\Gamma_{\rm qw} \eta_{\rm i}}{qV_{\rm qw}} - dN_{\rm B} \cdot \frac{1}{\tau_{\rm s}} + dN \cdot \frac{\Gamma_{\rm qw}}{\tau_{\rm e}}$$
(B.12)

$$\frac{dN}{dt} = dN_{\rm B} \cdot \frac{1}{\Gamma_{\rm qw}\tau_{\rm s}} - dN \cdot \left[\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\rm e}} + aN_{\rm P}v_{\rm gr}\right] - dN_{\rm P}(gv_{\rm gr} + a_{\rm P}N_{\rm P}v_{\rm gr})$$
(B.13)

$$\frac{dN_{\rm P}}{dt} = dN_{\rm P} \cdot \left[ \Gamma g v_{\rm gr} - \frac{1}{\tau_{\rm P}} - \Gamma a_{\rm P} N_{\rm P} v_{\rm gr} \right] + dN \cdot \left( \frac{\Gamma}{\tau_{\rm N}} + \Gamma a N_{\rm P} v_{\rm gr} \right). \tag{B.14}$$

Für die Photonendichte im eingeschwungenen Zustand gilt nach [4]:

$$N_{\rm P} = \frac{\Gamma R_{\rm sp}}{\frac{1}{\tau_{\rm P}} - \Gamma g v_{\rm gr}}.$$

Löst man diese Gleichung nach g auf, so kann man die Verstärkung in den Ratengleichungen eliminieren.

Zur Vereinfachung führt man folgende Koeffizienten ein:

$$\begin{split} \gamma_1 &= \frac{1}{\tau_{\rm s}} \qquad \qquad \gamma_2 = \frac{\Gamma_{\rm qw}}{\tau_{\rm e}} \qquad \qquad \gamma_3 = \frac{\Gamma_{\rm qw}\eta_{\rm i}}{qV_{\rm qw}} \\ \gamma_4 &= \frac{1}{\Gamma_{\rm qw}\tau_{\rm s}} \quad \gamma_5 = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\rm e}} + aN_{\rm P}v_{\rm gr} \quad \gamma_6 = \frac{1}{\Gamma\tau_{\rm P}} - \frac{R_{\rm sp}}{N_{\rm P}} + a_{\rm P}N_{\rm P}v_{\rm gr} \\ \gamma_7 &= \frac{\Gamma}{\tau_{\rm N}} + \Gamma aN_{\rm P}v_{\rm gr} \quad \gamma_8 = \frac{\Gamma R_{\rm sp}}{N_{\rm P}} + \Gamma a_{\rm P}N_{\rm P}v_{\rm gr}. \end{split}$$

Man kann damit das System der Ratengleichungen als Matrix schreiben:

$$\frac{d}{dt} \cdot \begin{pmatrix} dN_{\rm B} \\ dN \\ dN_{\rm P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_1 & \gamma_2 & 0 \\ \gamma_4 & -\gamma_5 & -\gamma_6 \\ 0 & \gamma_7 & -\gamma_8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dN_{\rm B} \\ dN \\ dN_{\rm P} \end{pmatrix} + \gamma_3 \begin{pmatrix} dI \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Für eine sinusförmige Strommodulation  $dI(t) = I_{\text{int}} \cdot e^{j\omega t}$  kann man für die Ladungsträger- und Photonendichten ebenfalls sinusförmige Funktionen erwarten, sodass

$$dN(t) = N_1 \cdot e^{j\omega t}$$

$$dN_B(t) = N_{B1} \cdot e^{j\omega t}$$

$$dN_P(t) = N_{P1} \cdot e^{j\omega t}$$

gilt. Damit ergibt sich nach Umstellen der Ratengleichung in der Barriere

$$N_{\rm B1} \cdot (j\omega + \gamma_1) + N_1 \gamma_2 = I_{\rm int} \gamma_3$$
.

Führt man dies auch für die anderen Ratengleichungen aus, so erhält man für das Gleichungssystem

$$\mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} N_{\mathrm{B1}} \\ N_{1} \\ N_{\mathrm{P1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma 1 + j\omega & -\gamma_{2} & 0 \\ -\gamma_{4} & \gamma_{5} + j\omega & \gamma_{6} \\ 0 & -\gamma_{7} & \gamma_{8} + j\omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{\mathrm{B1}} \\ N_{1} \\ N_{\mathrm{P1}} \end{pmatrix} = \gamma_{3} \cdot I_{\mathrm{int}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die Photonendichte  $N_{\rm P1}(\omega)$  erhält man nun mithilfe der Cramer'schen Regel:

$$N_{\rm P1}(\omega) = \gamma_3 \cdot I_{\rm int}(\omega) \cdot \frac{1}{\det \mathbf{M}} \cdot \begin{vmatrix} \gamma_1 + j\omega & -\gamma_2 & 1\\ -\gamma_4 & \gamma_5 + j\omega & 0\\ 0 & -\gamma_7 & 0 \end{vmatrix}.$$

Klammert man nach Auflösung der Determinanten  $(\gamma_1 + j\omega)$  aus dem Nenner des Bruchs aus, so erhält man

$$N_{\rm P1}(\omega) = \frac{I_{\rm int}(\omega)\gamma_3\gamma_4\gamma_7}{\gamma_1 + j\omega} \cdot \frac{1}{(\gamma_5 + j\omega)(\gamma_8 + j\omega) + \gamma_6\gamma_7 - \frac{\gamma_2\gamma_4(\gamma_8 + j\omega)}{\gamma_1 + i\omega}}.$$
 (B.15)

Man definiert den Transportfaktor als

$$\chi = 1 + \frac{\gamma_2 \gamma_4}{\gamma_1 \cdot (\gamma_1 + j\omega)}$$

und klammert diesen aus dem Nenner des zweiten Bruchs in Gleichung (B.15) aus. Aus den Definitionen der  $\gamma_i$  lässt sich Nachvollziehen, dass

$$\frac{\gamma_2 \gamma_4}{\gamma_1 + j\omega} = \frac{\gamma_2 \gamma_4}{\gamma_1} - j\omega(\chi - 1)$$

gilt. Damit erhält man für den zweiten Bruch in Gleichung (B.15)

$$\frac{1}{\chi \cdot \left(\frac{\gamma_6 \gamma_7}{\chi} + \frac{\gamma_5 \gamma_8}{\chi} - \frac{\gamma_2 \gamma_4 \gamma_8}{\gamma_1 \chi} - \omega^2 + j\omega \cdot \left(\frac{\gamma_5}{\chi} + \gamma_8 - \frac{\gamma_2 \gamma_4}{\gamma_1 \chi}\right)\right)}$$

Daraus ergeben sich die Resonanzkreisfrequenz  $\omega_{\rm r}$  und der Dämpfungskoeffizient  $\gamma_{\rm t}$  zu

$$\omega_{\rm r}^2 = \frac{\gamma_6 \gamma_7}{\chi} + \frac{\gamma_5 \gamma_8}{\chi} - \frac{\gamma_2 \gamma_4 \gamma_8}{\gamma_1 \chi} \tag{B.16}$$

$$\omega_{\rm r}^2 = \frac{\gamma_6 \gamma_7}{\chi} + \frac{\gamma_5 \gamma_8}{\chi} - \frac{\gamma_2 \gamma_4 \gamma_8}{\gamma_1 \chi}$$

$$\gamma_{\rm t} = \frac{\gamma_5}{\chi} + \gamma_8 - \frac{\gamma_2 \gamma_4}{\gamma_1 \chi}.$$
(B.16)
(B.17)

Damit ergibt sich

$$N_{\rm P1}(\omega) = \frac{I_{\rm int}(\omega)\gamma_3\gamma_4\gamma_7}{\gamma_1 + j\omega} \cdot \frac{1}{\chi(\omega_{\rm r}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma_{\rm t})}.$$
 (B.18)

Vernachlässigt man bei  $\gamma_7$  den Beitrag durch spontane Emission, so reduziert sich der Ausdruck zu

$$\gamma_7 \approx \Gamma a N_{\rm P} v_{\rm gr}.$$
 (B.19)

Gleichung (B.16) kann deutlich vereinfacht werden, indem einige Annahmen gemacht werden: Da die Photonendichte oberhalb der Laserschwelle sehr groß ist, können die Terme, die proportional zu  $\frac{1}{N_{\rm P}}$  sind, gegenüber den anderen vernachlässigt werden. Hinzu kommt, dass die Ladungsträgerlebensdauer  $\tau$  sehr viel größer ist als die Photonenlebensdauer  $\tau_{\rm P}$ . Mit diesen Annahmen ergibt sich aus Gleichung (B.16)

$$\chi \omega_{\rm r}^2 \approx \frac{a N_{\rm P} v_{\rm gr}}{\tau_{\rm P}},$$
(B.20)

wodurch Gleichung (B.19) zu

$$\gamma_7 \approx \Gamma \chi \omega_{\rm r}^2 \tau_{\rm P}$$
 (B.21)

umgeschrieben werden kann.

Die gesamte optische Leistung  $P_0$  ergibt sich aus der Photonendichte im Resonator, der Photonenlebensdauer  $\tau_P$  und dem Modenvolumen  $V_P$ . Von dieser Leistung verlässt aber nur ein bestimmter Anteil  $\eta_0$  den Resonator durch den gewünschten Spiegel. Es ergibt sich für die Ausgangsleistung des VCSELs [4]

$$P_{\text{opt}} = \frac{\eta_0 h \nu N_{\text{P}} V_{\text{P}}}{\tau_{\text{P}}} \tag{B.22}$$

oder 
$$P_{\text{opt}} = \eta_i \eta_0 \frac{h\nu}{q} (I_{\text{VCSEL}} - I_{\text{th}}).$$
 (B.23)

Setzt man nun die Gleichungen für  $\gamma_3,\,\gamma_4,\,\gamma_7$  und  $P_1$  in Gleichung (B.18) ein, so ergibt sich

$$\frac{P_{\text{opt}}\tau_{\text{P}}}{\eta_0 h \nu V_{\text{P}}} = \frac{I_{\text{int}}(\omega) \frac{\Gamma_{\text{qw}}\eta_{\text{i}}}{qV_{\text{qw}}} \frac{1}{\Gamma_{\text{qw}}\tau_{\text{s}}} \Gamma \chi \omega_{\text{r}}^2 \tau_{\text{P}}}{\frac{1}{\tau_{\text{s}}} + j\omega} \cdot \frac{1}{\chi(\omega_{\text{r}}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma_{\text{t}})}$$
(B.24)

$$H_{\rm ElOpt}(j\omega) = \frac{P_{\rm opt}}{I_{\rm int}(\omega)} = \eta_0 \eta_{\rm i} \cdot \frac{h\nu}{q} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_{\rm s}} \cdot \frac{\omega_{\rm r}^2}{\omega_{\rm r}^2 - \omega^2 + j\omega\gamma_{\rm t}}.$$
 (B.25)

Mit der Vereinfachung aus Gleichung (B.20) und den  $\gamma_i$  kann man Gleichung (B.17) umschreiben zu

$$\gamma_{\rm t} = K \cdot f_{\rm r}^2 + \gamma_0 \tag{B.26}$$

mit K = 
$$4 \cdot \pi^2 \cdot \tau_P \cdot \left(1 + \frac{\Gamma a_P \chi}{a}\right)$$
 (B.27)

und 
$$\gamma_0 = \frac{1}{\tau \cdot \chi} + \frac{\Gamma R_{\rm sp}}{N_{\rm P}}.$$
 (B.28)

Dabei ist K der aus der Literatur bekannte K-Faktor und  $\gamma_0$  der sogenannte damping factor offset.

Die Beziehung zwischen Resonanzfrequenz und Pumpstrom ergibt sich durch Einsetzen der Gleichungen (B.22) und (B.23) in Gleichung (B.20):

$$f_{\rm r} = D \cdot \sqrt{I_{\rm VCSEL} - I_{\rm th}}$$
 (B.29)

$$D = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{v_g a}{\chi q V_P} \eta_i}, \tag{B.30}$$

wobei der D-Faktor die Verschiebung der Resonanzfrequenz durch den Diodenstrom darstellt.

## Anhang C

# Ergänzende Abbildungen zu 5.1

 $Betriebspunktabh\"{a}ngigkeit$ 

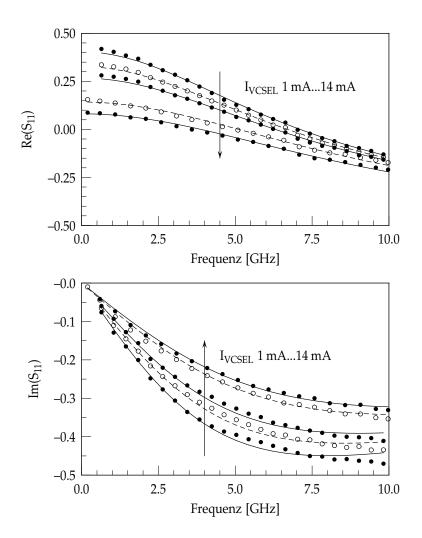


Abbildung C.1: Real- und Imaginärteil des Streuparameters  $S_{11}$  eines Größe-8-Bauelements aus der Mitte von Wafer 2.

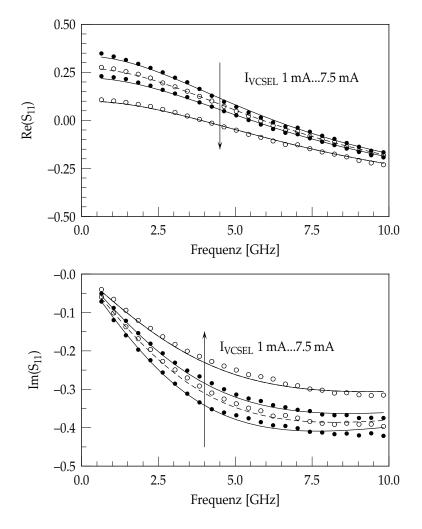


Abbildung C.2: Real- und Imaginärteil des Streuparameters  $S_{11}$  eines Größe-8-Bauelements aus der Mitte von Wafer 3.

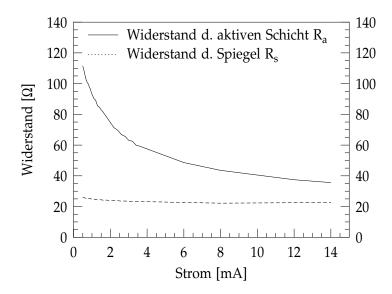


Abbildung C.3: Widerstand der aktiven Schicht und der Bragg-Spiegel in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt des Lasers 2.

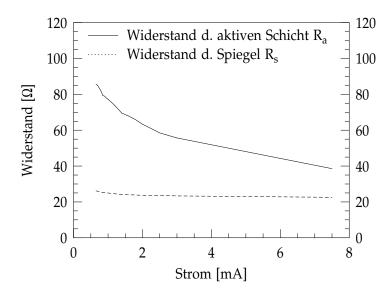


Abbildung C.4: Widerstand der aktiven Schicht und der Bragg-Spiegel in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt des Lasers 3.

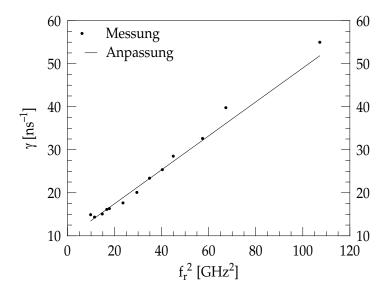


Abbildung C.5: Ermittlung des K-Faktors aus den Kleinsignalparametern von Laser 3.

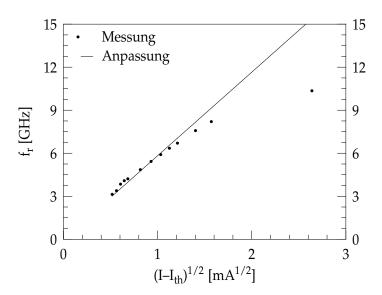


Abbildung C.6: Ermittlung des D-Faktors aus den Kleinsignalparametern von Laser 3.

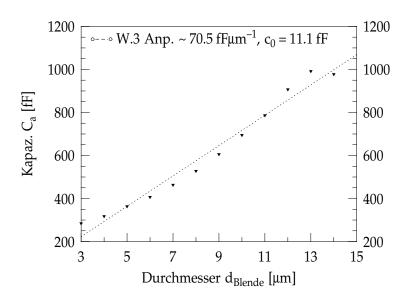


Abbildung C.7: Kapazität  $C_{\rm a}$  bei  $I_{\rm VCSEL}=2\cdot I_{\rm th}$  in der Mitte von Wafer 3.

## Danksagung

Die Durchführung und der Abschluss einer solchen Arbeit ist nur mit der Unterstüzung vieler anderer möglich. Aus diesem Grund möchte ich mich an dieser Stelle bei Prof. Dr. Karl Joachim Ebeling dafür bedanken, dass er mir die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht hat und als Betreuer für diese fungiert. Desweiteren gilt mein Dank Roger King für die gute Unterstüzung und die vielen ergiebigen Diskussionen. Auch bei Steffan Intenmann und Dr. Philipp Gerlach möchte ich mich für die zahlreichen Gespräche und ihre Unterstützung sowie bei Lin Borowski für die Hilfe bei der Programmierung der Messplatzsoftware bedanken. Zu guter Letzt geht mein Dank noch an alle Mitarbeiter von U-L-M Photonics für das gute Arbeitsklima und die alltägliche Unterstützung.